

# Формирование финансовой грамотности в курсе математики 5-11 классов

Г.К.Муравин, кандидат педагогических наук, профессор,  
заведующий кафедрой математического образования  
Института развития образовательных технологий,  
автор УМК по математике с 1 по 11 классы

О.В.Муравина, кандидат педагогических наук, доцент  
кафедры математического образования  
Института развития образовательных технологий,  
автор УМК по математике с 1 по 11 классы

22 сентября 2016





**Финансовая грамотность -  
ключ к успеху!**

Успешные люди  
умеют деньги:

- 1.Зарабатывать!
- 2.Расходовать!
- 3.Быть финансово  
независимыми!

**Не важно  
сколько у  
нас денег,  
важно как  
мы их  
расходуем.**

Надо каждому решить:



*Деньги либо господствуют над своим обладателем,  
либо служат ему. (Гораций)*

Грамотно распоряжаясь  
своими финансами - можно  
не только существенно  
снизить расходы, но и  
значительно увеличить  
толщину своего кошелька.

# Финансовая грамотность

**Финансовая грамотность** – это совокупность базовых знаний в области финансов, банковского дела, страхования, а также бюджетирования личных финансов, которые позволяют человеку правильно подбирать необходимый финансовый продукт или услугу, трезво оценивать, брать на себя риски, которые могут возникнуть в ходе их использования, грамотно накапливать сбережения и определять сомнительные (мошеннические) схемы вложения денег.

Умелое управление денежными ресурсами лежит в основе финансовой грамотности.

Это касается всех основных направлений, таких как:

- рациональное использование денежных ресурсов на потребление;
- культура сбережения с целью формирования активов;
- эффективное использование денежных ресурсов для инвестирования.

# Цели усиления финансовой грамотности школьников



- В последние годы выявились серьезные недоработки школьного образования в экономическом воспитании школьников.
- Отсутствие экономического воспитания часто проявляется в небрежном отношении детей к своим вещам, они не понимают, что замена этих вещей стоит их родителям немалых денежных затрат.
- Именно экономическим невежеством населения объясняются многие финансовые проблемы, с которыми сталкиваются заемщики, взявшие так называемые микрокредиты, участие в финансовых пирамидах.
- Массовое неумение соизмерять расходы с доходами, планировать бюджет семьи, желание получить все и сразу приводит к многочисленным кредитам, которые невозможно выплатить.
- Желание быстро обогатиться без приложения усилий ведет к участию населения в различных лотереях.
- Все это делает актуальным введение в программы различных школьных предметов задачи формирования экономической грамотности выпускников школ, как важного элемента воспитания подрастающего поколения.
- Особую роль в решении этой задачи призвана решать математика, в курсе которой поэтапно формируется финансовая грамотность или, проще говоря, умение рационально распоряжаться финансами.

# Новый предмет «Финансовая грамотность»

Фильм 1

**REGION 13**

**ПОСЛЕДНИЕ НОВОСТИ**

# Новый предмет «Финансовая грамотность»

Фильм 1



# Формирование финансовой грамотности будет рассмотрено на примере УМК по математике для 5-11 классов



# Математика. 1-4 классы

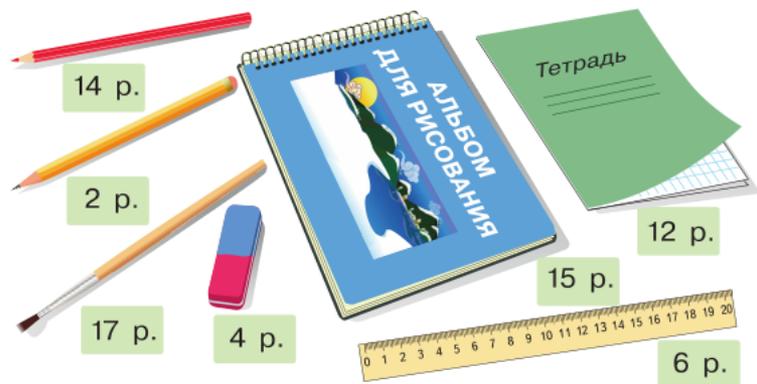


- В курсе математики начальной школы происходит знакомство с денежными знаками, ценой и стоимостью товаров. Младшие школьники учатся пользоваться карманными деньгами: оплачивать обеды в школе и делать покупки в магазинах.

3 класс

1 класс

7. В каком магазине можно купить эти товары? Сколько стоит каждый предмет, изображённый на рисунке?



Сколько стоят карандаш и ластик; тетрадь и линейка?

Хватит ли 20 р. на покупку цветного карандаша и линейки?

18. Сколько купюр изображено на рисунке? Сколько монет? Сколько всего рублей?



19. Запиши числовое равенство для размена:
- а) купюры в 1000 р. купюрами по 100 р.;
  - б) купюры в 100 р. купюрами по 10 р.;
  - в) купюры в 500 р. купюрами по 50 р.

# Задачи на стоимость товаров



3 класс

## № 6. ЕГЭ. Базовый уровень

6 Баночка йогурта стоит 4 рубля 60 копеек. Какое наибольшее количество баночек йогурта можно купить на 25 рублей?

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

Килограмм моркови стоит 40 рублей. Олег купил 2 килограмма моркови. Сколько рублей сдачи он должен получить со 100 рублей?

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

Для ремонта квартиры требуется 63 рулона обоев. Какое минимальное количество пачек обойного клея нужно купить для ремонта квартиры, если 1 пачка клея рассчитана на 6 рулонов?

Ответ: \_\_\_\_\_

4 класс

Решение.

1)  $n = C : a$ , где  $n$  – количество,  
 $C$  – стоимость,  $a$  – цена товара.

100 р. = 10 000 к., 14 р. 60 к. = 1460 к.

$10\ 000 : 1460 = 6$  (ост. 1240) (б.).

Ответ: 6 баночек.

2)  $100 - 40 * 2 = 20$  (р.).

Ответ: 20 рублей.

11. Реши задачи на стоимость.

1) Цена булочки 17 р. Сколько стоят 6 таких булочек?

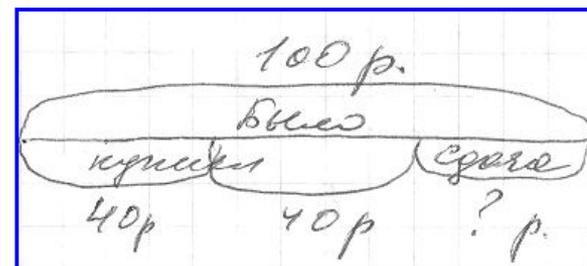


2) 6 одинаковых альбомов стоят 96 р. Какова цена альбома?

3) За воздушные шары заплатили 45 р. Сколько купили шаров, если цена одного 5 р.?

4) Для уроков труда купили 7 катушек белых ниток по 13 р. и столько же катушек чёрных ниток по 14 р. Сколько заплатили за нитки?

5) Для класса надо купить 33 тетради, по 2 р. каждая. Сколько останется сдачи со 100 р.?





# Математика. 5 класс

- В курсе математики 5 класса используются формулы стоимости товара, решаются простые задачи на проценты и банковские проценты, начисление зарплаты и премии, повышение и понижение цен на товары, оптимальный набор товаров и услуг, расчет налогов и семейного бюджета.

# Расчет зарплаты, налогов, премий, простые банковские проценты



**3** Налог на доходы физических лиц (НДФЛ) в РФ составляет 13% от начисленной заработной платы. Сколько рублей получает работник после уплаты НДФЛ, если начисленная заработная плата составляет 20 000 рублей?

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

ЕГЭ по физике сдавали 25 выпускников школы, что составляет треть от общего количества выпускников. Сколько выпускников этой школы **не сдавали** экзамен по физике?

Ответ: \_\_\_\_\_

**№3. ЕГЭ. Базовый уровень**

**5 класс**

**828.** 1) Какую заработную плату начисляют работнику, если после уплаты 13% налогов он получает на руки 8700 р.?

2) Фирма платит рекламным агентам 5% от стоимости заказа. На какую сумму надо найти заказы, чтобы заработать 1 млн р.?

**829.** Из 48 кг свежих вишен получается 9,6 кг сушёных. Сколько процентов от массы свежих вишен это составляет? Чему равен процент усушки?

**830.** Зёрна кофе при жарке теряют 12% своей массы. Сколько обжаренного кофе получится из 1,5 кг свежего?

**831.** 1) Размер единого социального налога составляет 13%. Сколько рублей нужно заплатить с суммы:

а) 20 000 р.; б) 150 000 р.; в) 500 000 р.; г) 1 000 000 р.?

2) Какой будет заработная плата после повышения на 23%, если до повышения она составляла:

а) 2500 р.; б) 5600 р.; в) 10 000 р.?

3) В магазине идёт распродажа товаров со скидкой 15%. Найдите новые цены товаров, которые имели первоначально цену:

а) 2250 р.; б) 15 300 р.; в) 10 500 р.; г) 450 р.

**824.** Прочитайте задачу и скажите, какая величина принята за 100%. Известна ли эта величина? Как найти 1%? Как ответить на вопрос задачи?

1) В банке по некоторому вкладу начисляют 11% годовых. Это значит, что внесённая сумма через год увеличивается на 11%. На сколько увеличится вклад, составляющий 2500 р., через год?

2) В банке по некоторому вкладу начисляют 11% годовых. Через год сумма на вкладе увеличилась на 561 р. Какая сумма была внесена в банк?

3) В банк положили 3200 р., а через год на счету оказалось на 256 р. больше. Сколько процентов годовых начислил банк по этому вкладу?

# Задачи на стоимость



**16** Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 198 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей стоит проезд группы из 4 взрослых и 12 школьников?

№16. ОГЭ

Ответ: \_\_\_\_\_.

Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 198 р. Школьникам предоставляется скидка, равная половине цены проезда. Сколько стоит проезд группы из 4 взрослых и 12 школьников?

4 класс

Решение.

$$198 \cdot 4 + 198 : 2 \cdot 12 = 792 + 1188 = 1980 \text{ (р.)}$$

Ответ: 1980 рублей.

5 класс

**969**●. На сколько процентов изменится цена товара, если:  
1) её снизить в 2 раза;    2) её повысить в 1,5 раза;  
3) её увеличить в 4 раза?

**973**●. Два магазина торгуют одним и тем же товаром. В первом цены на 10% ниже, а количество проданного за день товара на 10% больше, чем во втором. В каком из магазинов выручка больше?

# Математика. 6 класс

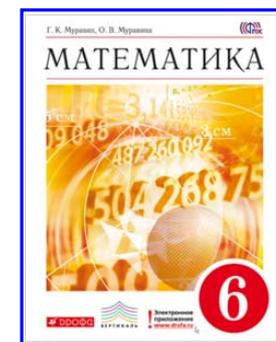
- В курсе математики 6 класса при изучении **пропорций** решаются задачи на снижение и увеличение цены, зарплаты и налогов;
- **деление в данном отношении** позволяет рассмотреть проблему распределения прибыли пропорционально внесенным деньгам, оплаты за выполненную работу.

# Изменение процентной базы

**Задача 2.** В течение года цена проезда на общественном транспорте повышалась дважды: сначала на 20%, а затем ещё на 25%. На сколько процентов выросла цена проезда за год? 

**Решение.** Пусть в начале года цена проезда была равна  $a$  р. Тогда после первого повышения на 20% она стала равной  $1,2a$  р. При втором повышении на 25% увеличивается уже новая цена, т. е. за 100% принимается  $1,2a$  р. Окончательная цена равна  $(1,2a) \cdot 1,25 = 1,5a$  (р.). За год цена увеличилась в 1,5 раза, т. е. на 50%.

**Ответ:** на 50%.

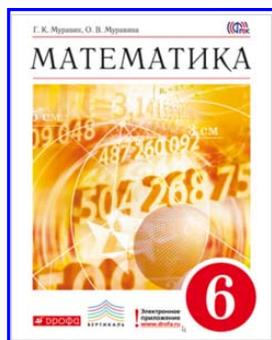


**579.** 1) Цена товара составляла 12 тыс. р. Через месяц товар подорожал на 5%, а ещё через месяц его цену снизили на 10%. Какой стала цена товара через два месяца?  178

2) Цена товара составляла 12 тыс. р. Через месяц цена снизилась на 5%, а через месяц после этого — ещё на 10%. Какой стала цена товара через 2 месяца?

**580.** В первом магазине цену товара снизили сначала на 10%, а затем ещё на 10%. Во втором магазине цену аналогичного товара сразу снизили на 20%. В каком из этих двух магазинов данный товар стал дешевле?  179

# Бюджет семьи



**718.** Составьте диаграммы по указанным ниже данным. Тип диаграммы выберите самостоятельно.

1) Распределение расходов в семье из трёх человек: 47% — на питание, 15 — на одежду, 9 — на жилье, 5 — на хозяйственные нужды, 8 — на транспорт, 16% — на досуг.

## Интерактив, № 718. 6 класс

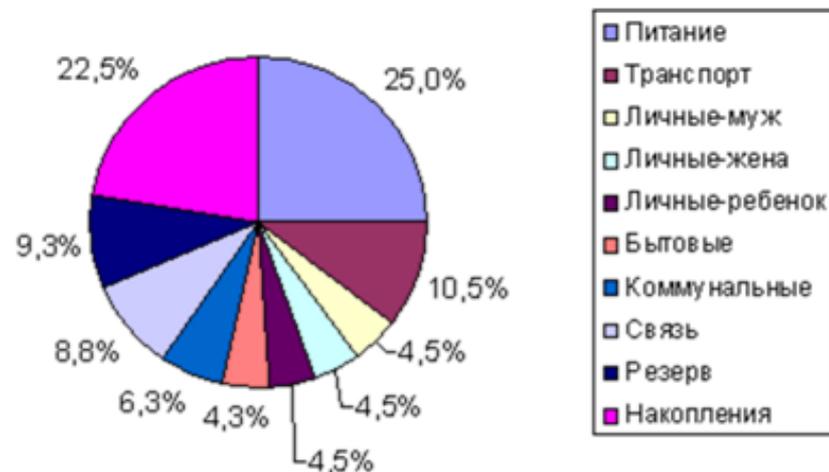


Диаграмма ежемесячных расходов семьи при доходе 60 000 р.

Пользуясь диаграммой, заполните пропуски в предложениях.

- 1) Питание семья составляет **50%** семейного бюджета.
- 2) Квартплата составляет **25%** семейного бюджета.
- 3) Покупки, хобби и другие расходы составляют **25%** семейного бюджета.
- 4) Семья тратит на питание **30 000 р.**
- 5) За квартиру семья платит **15 000 р.**

Пользуясь диаграммой, заполните пропуски в предложениях.



- 1) На питание семья тратит **25%** из семейного бюджета.
- 2) Из семейного бюджета на транспорт уходит **10,5%**.
- 3) Накопления семьи за год составляют **22,5%**.
- 4) Коммунальные платежи составляют **3150 р.**
- 5) Бытовые расходы составляют **2150 р.**
- 6) Бытовые расходы меньше коммунальных платежей на **976 р.**

# Распределение прибыли или оплаты труда

## Задание 1

Интерактив, № 130. 6 класс



Над выполнением задания 3 дня работала первая бригада из 5 плотников и 4 дня вторая бригада из 6 плотников. За работу заплатили 39 000 р. Какую сумму получит первая бригада, если все плотники работали с одинаковой производительностью?

- 1) Один плотник в день выполняет 1 часть работы, тогда 5 плотников выполняют за день 5 таких же частей работы.
- 2) Первая бригада за 3 дня выполнила 15 частей работы.
- 3) Вторая бригада за 4 дня выполнила 24 части работы.
- 4) Обе бригады за неделю выполнили 39 частей работы.
- 5) Один плотник за день получит 1000 р.
- 6) Первая бригада за неделю получит 15 000 р.

Решение для проверки правильности заполнения пропусков в предложениях.

- 1) Один плотник в день выполнял 1 часть работы, тогда 5 плотников выполняли за день 5 таких же частей работы.
  - 2)  $5 \cdot 3 = 15$  (ч) – работы выполнила первая бригада за 3 дня.
  - 3)  $6 \cdot 4 = 24$  (ч) – работы выполнила вторая бригада за 4 дня.
  - 4)  $15 + 24 = 39$  (ч) – работы выполнили обе бригады за неделю.
  - 5)  $39\ 000 : 39 = 1000$  (р.) – получит один плотник за день.
  - 6)  $1000 \cdot 15 = 15\ 000$  (р.) – получит первая бригада.
- Ответ: 15 000 р.

## Задание 2

Три фермера составили товарищество для ведения торговли. Первый фермер внес 15 000 р., второй – 10 000 р., а третий – 12 500 р. По окончания торговли они получили 10 500 р. прибыли. Сколько из этой прибыли должен получить каждый фермер?

- 1) Фермеры вложили в дело 37 500 р.
- 2) Три фермера вложили в дело деньги в отношении 6 : 4 : 5.
- 3) Прибыль 10 500 р. состоит из 15 равных частей, значит, 1 часть составляет 700 р.
- 4) Первый фермер получит из прибыли 4200 р.
- 5) Второй фермер получит из прибыли 2800 р.
- 6) Третий фермер получит из прибыли 3500 р.

- 1)  $15\ 000 + 10\ 000 + 12\ 500 = 37\ 500$  (р.) вложили фермеры.
  - 2)  $15\ 000 : 10\ 000 : 12\ 500 = 6 : 4 : 5$  – отношение, в котором вложили деньги фермеры.
  - 3)  $10\ 500 : (6 + 4 + 5) = 700$  (р.) – приходится на одну часть.
  - 4)  $700 \cdot 6 = 4200$  (р.) – получит из прибыли первый фермер.
  - 5)  $700 \cdot 4 = 2800$  (р.) – получит из прибыли второй фермер.
  - 6)  $700 \cdot 5 = 3500$  (р.) – получит из прибыли третий фермер.
- Ответ: 4200 р., 2800 р., 3500 р.

# Алгебра. 7 класс

- В курсе алгебры 7 класса решаются задачи **на проценты с постоянной и переменной процентной базой.**
- Вводится **функция стоимости проезда и товаров, функции спроса и предложения.**
- Изучаются понятия **рыночного равновесия и равновесной цены**, а также понятие **торгового дефицита.**
- В стохастической линии рассчитываются ***оптимальные затраты на покупки и услуги.***

# Оптимальные перевозки

Строительная фирма планирует купить  $70 \text{ м}^3$  пеноблоков у одного из трёх поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице. Сколько рублей нужно заплатить за самую дешёвую покупку с доставкой?

Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за $1 \text{ м}^3$ )	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия доставки
А	2600	10 000	Нет
Б	2800	8000	При заказе товара на сумму свыше 150 000 рублей доставка бесплатная
В	2700	8000	При заказе товара на сумму свыше 200 000 рублей доставка бесплатная

Ответ: \_\_\_\_\_

№ 11. ЕГЭ. Базовый уровень

7 класс

Контрольная работа «Вероятность.

Статистика. Анализ данных, 7 класс. с.49.



6. Для транспортировки 50 т груза на 900 км можно использовать одного из трёх перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъёмность автомобилей для каждого из них указаны в таблице. Сколько будет стоить самый дешёвый вариант перевозки (в рублях)?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем на 100 км/р.	Грузоподъёмность автомобилей, т
А	3700	3,5
Б	4300	5
С	9800	12

Ответ: \_\_\_\_\_

# Задачи на стоимость

## 8. Таблица значений и график функции

В некоторых случаях правило, по которому для каждого допустимого значения аргумента находят соответствующее значение функции, можно задать, указав непосредственно все пары значений аргумента и функции.

✓ **Пример 1.** Таблица стоимости  $P$  (р.) проезда в пригородных электричках Горьковского направления в 2010 г. в зависимости от номера  $n$  зоны.

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P$	26	26	49,5	66	82,5	99	115,5	132	148,5	165

С помощью этой таблицы для каждого значения переменной  $n$  можно указать единственное значение переменной  $P$ , стоящее в том же столбце, например при  $n = 2$  имеем  $P = 26$ . Таким образом, эта таблица задаёт функцию  $P = f(n)$ .

## 11. Определение линейной функции

✓ **Задача 1.** При отправлении телеграммы в 2012 г. взималась плата 2 р 33 к. за каждое слово и дополнительно 47 р. 20 к. Сколько рублей ( $n$ ) стоило отправление телеграммы, содержащей  $t$  слов?

**Решение.** Так как за  $t$  слов отправитель должен уплатить  $2,33t$  рублей, то стоимость отправления телеграммы в  $t$  слов равна  $(2,33t + 47,2)$  р.:

$$P = 2,33t + 47,2.$$

Например, если  $t = 17$ , то  $P = 86,81$ , если  $t = 27$ , то  $P = 110,11$ .

Каждому допустимому значению переменной  $t$  соответствует единственное значение переменной  $P$ , следовательно, формулой  $P = 2,33t + 47,2$  задаётся функция.

✓ **Задача 3.** Купили  $n$  карандашей по 3 р. Сколько заплатили за покупку?

**Решение.** Обозначим буквой  $P$  стоимость покупки в рублях, тогда

$$P = 3n.$$

Формула задаёт функцию  $P$ , значения которой равны произведению соответствующих значений аргумента  $n$  на число 3. В этой задаче аргумент  $n$  может принимать только натуральные значения.

56. Составьте выражение для ответа на вопрос задачи.

- 1) За 3 м шерстяной ткани и  $a$  метров шёлка заплатили 2300 р. Сколько стоит 1 м шёлка, если 1 м шерстяной ткани стоит  $k$  р.?
- 2) За 4 альбома для рисования и 7 ручек уплатили  $d$  р. Сколько стоит один альбом для рисования, если ручка стоит  $p$  р.?

6. Уравнения с двумя переменными и их системы

118. Старинные задачи.

1) Некто имеет работников и деньги. Если он даст каждому работнику 5 монет, у него останется 30, а чтобы раздать по 7 монет, ему не хватает 30. Спрашивается, сколько у него работников.

2) Некто согласился работать с условием получить в конце года (12 месяцев) одежду и 10 флоринов; но по истечении 7 месяцев прекратил работу и при расчёте получил одежду и 2 флорина. Сколько флоринов стоила одежда?

# Задачи на проценты с постоянной и переменной процентной базой



7 класс

- В пункте «Математическая модель текстовой задачи» рассматриваются банковские депозиты и кредиты. В связи с введением понятий **депозита** и **кредита** учителю желательно пояснить школьникам, что, принимая **депозит**, банки пользуются деньгами вкладчика и получают при этом прибыль, часть которой выделяют *вкладчику в виде процентов по вкладу*.
- Обратная ситуация **с кредитами**. Здесь уже банк выдает деньги заемщику, отказываясь от получения на них прибыли. Эту неполученную прибыль и компенсируют банку заемщик *процентами по кредиту*.

# Задачи на проценты с постоянной и переменной процентной базой



7 класс

## 3. Задачи с экономическим содержанием

В реальной жизни люди иногда вкладывают деньги в банки или берут кредиты. В первом случае за пользование деньгами клиента банк начисляет проценты по вкладу, т.е. увеличивает внесенный вклад, а во втором – кредит должен быть возвращен должником в банк с процентами.

**Задача 3.** Сделаны вклады на год в два банка: в одном под 14% годовых с потерей процентов в случае досрочного закрытия, а в другой под 11% годовых, но с сохранением процентов в случае досрочного закрытия. Через год из обоих банков были получены равные суммы денег. Сколько денег было положено в первый банк и сколько во второй, если сумма вкладов была равна 900 000 р.?

**Решение.** Заметим, что через год первый банк выплатил в 1,14 раза больше вложенной суммы, а второй – в 1,11 раза больше. Пусть в первый банк положили  $x$  р., тогда во второй  $(900\,000 - x)$  р. Через год из банков было получено  $1,14x$  р. и  $(900\,000 - x) \cdot 1,11$  р. соответственно. По условию получено равное количество денег, значит,  $1,14x = (900\,000 - x) \cdot 1,11$ . После нахождения значения  $x$  из этого уравнения нужно ещё будет вычислить величину вклада во втором банке.

4) Микрокредитная организация «Всё и сразу» предлагает кредит на месяц с условием возврата на 10% большей суммы, чем была выдана. При этом за каждый день задержки выплаты начисляется *пеня* в 2% от выданной суммы, т.е. Николай Иванович взял на этих условиях в кредит некоторую сумму денег для покупки смартфона, но из-за задержки зарплаты просрочил погашение кредита на 30 дней. Отдать ему пришлось 34 000 р. Какую сумму взял Николай Иванович в кредит? Сколько денег сэкономил бы Николай Иванович, отложив покупку смартфона на 2 месяца?

# Задачи на проценты с постоянной и переменной процентной базой

7 класс

**Задача 2.** Два бизнесмена купили акции одного достоинства на сумму 3 640 000 р. Когда цена на эти акции возросла, первый бизнесмен продал 75% своих акций, а второй – 80%. При этом сумма от продажи акций, полученная вторым бизнесменом, на 140% превысила сумму, полученную первым. На какую сумму купил акции каждый из бизнесменов?

**Решение.** Пусть первый бизнесмен купил акций на  $m$  р., а второй – на  $n$  р., тогда вместе они купили на сумму  $m + n = 3\,640\,000$  (р.). Какой бы ни была цена акции, 80% (или  $\frac{4}{5}$ ) акций второго бизнесмена стоят на 140% (или в 2,4 раза) дороже 75% (или  $\frac{3}{4}$ )

акций первого, т.е.  $\frac{3}{4}m \cdot 2,4 = \frac{4}{5}n$ . Получаем систему двух уравнений с двумя неизвестными.

$$\begin{cases} m + n = 3\,640\,000, \\ \frac{3}{4}m \cdot \frac{12}{5} = \frac{4}{5}n, \end{cases} \quad \begin{cases} m + n = 3\,640\,000, \\ 9m - 4n = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} 13m = 3\,640\,000 \cdot 4, \\ m = 1\,120\,000, \\ n = 2\,520\,000. \end{cases}$$

Ответ: первый бизнесмен купил акции на 1 120 000 р., второй на 2 520 000 р.

Введение важнейшего математического понятия линейной функции позволяет учителю рассмотреть в качестве примеров **функции спроса и предложения**. Чтобы облегчить технические аспекты можно предложить простые коэффициенты, позволяющие работать устно.

Задача 1. Известна функция предложения  $q = 10p - 49$ , где  $q$  – количество предлагаемых изделий, а  $p$  – цена в рублях одного изделия.

1) Найдите цену выпуска одного изделия. [Цена выпуска изделия 5 р., потому что  $1 = 10p - 49$ ,  $p = 5$ ]

2) Найдите цену изделия, когда предлагается 20 изделий. [Цена изделия 6 р. 90 к., потому что  $20 = 10p - 49$ ,  $p = 6,9$ ]

3) Сколько изделий можно предложить при цене 25 р.? [Можно предложить 201 изделие, потому что  $q = 10 \cdot 25 - 49$ ,  $q = 201$ ]

Задача 2. Известна функция спроса на некоторые изделия  $q = 2100 - 2p$ , где  $q$  – количество предлагаемых изделий, а  $p$  – цена в рублях одного изделия.

1) Найдите цену спроса одного изделия. [Цена спроса изделия 1004 р. 50 к., потому что  $1 = 2100 - 2p$ ,  $p = 2009 : 2 = 1004,5$ ]

2) Найдите цену спроса изделия, когда предлагается 200 изделий. [Цена спроса изделия 950 р., потому что  $200 = 2100 - 2p$ ,  $p = 950$ ]

При этом следует обратить внимание на необходимость увеличения цены для увеличения объема предложения и уменьшения цены для увеличения спроса на изделия.

**Комментарии.** Урок посвящен решению задач. В пункте 11 на втором уроке решались задачи с использованием **функций спроса и предложения**. На этом уроке будут совместно рассмотрены эти функции, что приведет к новым понятиям **рыночного равновесия и равновесной цены**, а также к понятию **торгового дефицита**.

**Задача 1.** Фирма монополист выпускает некоторые станки, функция предложения которых имеет вид  $q = \frac{52}{5}p - 800$ , а функция спроса на них  $q = 910 - p$ , где  $q$  (шт.) – количество станков, а  $p$  (тыс. р.) – цена станка. 1) Сколько станков продается при рыночном равновесии? При какой цене дефицит составит 570 тыс. р.?

Решение.

1) Рыночное равновесие возникает при равенстве спроса и предложения:

$$\begin{cases} q = \frac{52}{5}p - 800, & \frac{52}{5}p - 800 = 910 - p, & p = 150 \text{ (тыс. р.)} - \text{равновесная цена} \\ q = 910 - p, & \end{cases}$$

изделия. При этой цене приобретается  $q = 910 - 150 = 760$  станков.

2) При дефиците объем спроса  $q_c$  превышает объем предложения  $q_n$ .

По условию  $q_c - q_n = 570$  (тыс. р.), значит нужно найти такую цену  $p_d$ , при которой выполняется это равенство, т.е. решить уравнение:

$$910 - p_d - \left( \frac{52}{5}p_d - 800 \right) = 570, \quad \frac{57}{5}p_d = 1140, \quad p_d = 100 \text{ (тыс.р.)}$$

Ответ: 1) 760 станков; 2) 100 тыс.р.

# Вероятность выигрыша

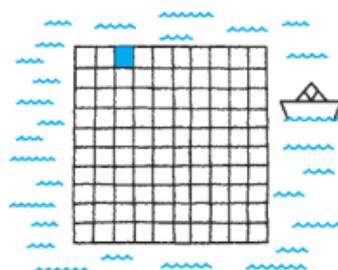
**427.** Для праздничной школьной лотереи изготовили 100 билетов. На каждый из этих билетов может выпасть один из 55 выигрышей.

1) Сколько существует возможностей: а) купить какой-нибудь билет лотереи; б) купить билет, который выиграет; в) купить билет, который не выиграет?

2) Равновероятны ли возможности купить выигрышный и невыигрышный билеты? Если нет, то какая из возможностей менее вероятна?



**433.** В квадрате для игры в «Морской бой» ставится один одно-клеточный корабль. Какова вероятность с первой попытки в него попасть?



**434.** Для праздничной школьной лотереи изготовили 100 билетов. На каждый из них может выпасть один из 20 выигрышей. Какова вероятность выиграть, купив один билет этой лотереи?

**435.** В лотерее среди 1 млн билетов 300 тыс. выигрышных. Найдите вероятность того, что купленный билет окажется выигрышным.

**477.** Сколько карточек игры «Лотто-миллион» нужно купить, чтобы на них оказались все комбинации по 6 номеров из 49 возможных?

**464.** Из мешка для русского лото, в котором содержатся деревянные бочонки, помеченные числами от 1 до 99, вынимают по одному бочонку.

1) Сколько существует способов вытащить первый и второй бочонки так, чтобы сумма чисел на них оказалась равной 100? Какова вероятность этого события?

2) Какова вероятность, что на первом же вынутом бочонке будет простое число?

3) Какова вероятность, что число на первом же вынутом бочонке будет кратно 5?



# Алгебра. 8 класс

В курсе алгебры 8 класса ситуации с изменением процента наценки, процентов по вкладу, двухгодичных кредитов и депозитов с фиксированным годовым процентом приводят к квадратным уравнениям.

# Банковские вклады

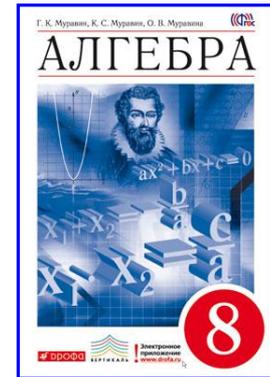


**Задача 4.** Иван Иванович взял в банке 1 млн. р. в кредит. Схема выплаты кредита следующая: в конце года банк начисляет проценты на сумму долга, затем заёмщик вносит в банк 660 000 р. В конце второго года банк опять начисляет те же проценты по кредиту, а Иван Иванович погашает свой кредит, внося в банк 484 000 р. Сколько процентов по кредиту начислял банк каждый год?

**Решение.** Пусть банковский процент по кредиту  $t\%$ , тогда в конце первого года сумма долга Ивана Ивановича увеличивается банком в  $x = 1 + 0,01t$  раз. После первой выплаты долг станет равным  $1\ 000\ 000x - 660\ 000$  р. После очередного начисления процентов вторая выплата долг погасила:  $(1\ 000\ 000x - 660\ 000)x - 484\ 000 = 0$ . Решаем получившееся уравнение:  $1\ 000\ 000x^2 - 660\ 000x - 484\ 000 = 0$ ,  $x^2 - 0,66x - 0,484 = 0$ ,  $x_{1,2} = 0,33 \pm \sqrt{0,1089 + 0,484} = 0,33 \pm \sqrt{0,5929} = 0,33 \pm 0,77$ .

По смыслу задачи  $x > 0$ , значит,  $x = 1,1$ , тогда  $0,01t = 1,1 - 1$ ,  $t = 10$ .

Ответ: 10%.



**Задача.** Банковский вклад, не тронутый в течение года, в конце этого года увеличивается на 10%. На сколько процентов увеличится вклад, не тронутый в течение трех лет?

**Решение.** Начисление процентов на вклад за 3 года вычисляется по формуле  $S = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^3 = (1 + 0,01p)^3$ , где  $p\%$  – проценты по вкладу на год, а  $S$  – коэффициент наращивания вклада за 3 года.

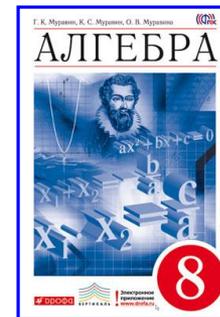
$S = (1 + 0,01 \cdot 10)^3 = (1 + 0,1)^3 = 1,1^3 = 1,331$ . Ответ: на 33,1%.

**362.** 1) По условиям кредита через каждый год долг увеличивается на некоторый процент, затем заёмщик вносит в банк некоторую сумму, уменьшая свой долг. Чему равен годовой процент, если кредит в 1 100 000 р. выплатили за два года равными платежами по 720 000 р.?

2) Вкладчик положил в банк 1 млн. р. За первый год ему начислили определенный процент годовых, а на второй год банковская процентная ставка была увеличена на 4%. На конец второго года на счете стало 1 380 225 р. Сколько процентов по вкладу банк начислил за первый год?

**362.** 1) Пусть  $x = 1 + 0,01t$ , где  $t\%$  – годовой процент по кредиту. Тогда  
 $(1100\,000x - 720\,000)x - 720\,000 = 0$ ;  $1\,100\,000x^2 - 720\,000x - 720\,000 = 0$ ,  
 $110x^2 - 72x - 72 = 0$ ,  $55x^2 - 36x - 36 = 0$ ,  
 $x_{1,2} = \frac{18 \pm \sqrt{324 + 1980}}{55} = \frac{18 \pm \sqrt{2304}}{55} = \frac{18 \pm 48}{55}$ .

Поскольку  $x > 0$ ,  $x = \frac{66}{55} = 1,2$ .  $1 + 0,01t = 1,2$ ,  $t = 20$ . Ответ: 20%.



**№ 362 (2).** Р е ш е н и е. Пусть искомое число процентов  $x$ , тогда

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 + \frac{x+4}{100}\right) = 1,2317, (100 + x)(104 + x) = 12317,$$

$$x^2 + 204x - 1917 = 0, x = -102 + \sqrt{10404 + 1917} = -102 + 111 = 9.$$

Ответ: 9%.



# Алгебра. 9 класс

В курсе алгебры 9 класса изучение степени с целым показателем и формулы суммы геометрической прогрессии позволяют вывести формулы депозита и кредита.

Покупка и продажа акций.

Оптимальное распределение работы между предприятиями.

# №17. ЕГЭ. Формула кредита



**Задача 3.** Колины родители взяли ипотечный кредит  $K$ , равный 10 000 000 р. под 10% годовых на 10 лет с условием выплатить его равными суммами  $s$  р. (кроме, может быть, последней). Какую сумму ежегодно должна вносить в банк Колина семья?

**Решение.** Каждый год долг увеличивается на 10% (т.е. умножается на годовой коэффициент наращивания, равный 1,1) и тут же уменьшается на  $s$  р. Таким образом, по завершению первого года долг будет равен  $K \cdot 1,1 - s$  (р.), после второго года  $(K \cdot 1,1 - s) \cdot 1,1 - s$  р., после третьего года  $((K \cdot 1,1 - s) \cdot 1,1 - s) \cdot 1,1 - s = K \cdot 1,1^3 - s \cdot 1,1^2 - s \cdot 1,1 - s = K \cdot 1,1^3 - s(1,1^2 - 1,1 - 1) \dots$

После десятого года долг станет  $K \cdot 1,1^{10} - s(1,1^{10-1} + 1,1^{10-2} + \dots + 1,1^{10-9} + 1)$  р.

Заметив, что в скобке стоит сумма первых 10-ти членов геометрической прогрессии с первым членом 1 и знаменателем 1,1, получим выражение:

$$K \cdot 1,1^{10} - s \cdot \frac{1,1^{10} - 1}{1,1 - 1} = K \cdot 1,1^{10} - s \cdot \frac{1,1^{10} - 1}{0,1}.$$

Значение этого выражения должно быть неположительным, иначе долг не будет погашен. Найдем размер ежегодной выплаты, при кредите равном 10 000 000 р. С помощью калькулятора находим  $1,1^{10} \approx 2,5937425$  и подставляем данные в неравенство:

$$10\,000\,000 \cdot 2,5937425 - s \cdot 1,5937425 \leq 0, s \geq \frac{25\,937\,425}{15,937425} \approx 1\,627\,500 \text{ (р.)}.$$

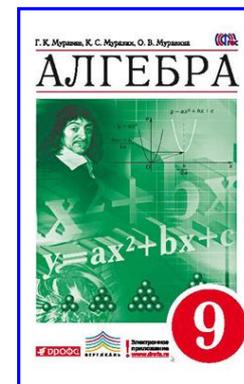
Ответ: ежегодные выплаты должны быть примерно 1 627 500 р.

При решении этой задачи была выведена важная формула, которая используется при расчёте кредита на  $n$  лет.

## Формула кредита

$$K \cdot q^n \leq \frac{s(q^n - 1)}{q - 1},$$

где  $K$  – величина кредита,  $n$  – количество лет, на который берётся кредит,  $q = 1 + 0,01t$  – годовой коэффициент наращивания,  $t\%$  – процент по кредиту,  $s$  – размер ежегодной выплаты.



# № 17. Формула кредита. ЕГЭ. Профильный уровень



Задача 1. Колины родители взяли ипотечный кредит  $K$  рублей под 10% годовых на 10 лет с условием выплатить его равными суммами (кроме, быть может, последней). Нужно найти, какую сумму ежегодно должна вносить в банк Колина семья.

Решение. Каждый год долг увеличивается на 10% (т.е. умножается на годовой коэффициент наращивания, равный 1,1) и тут же уменьшается на  $s$  рублей.

Таким образом, по завершению 1-го года долг будет равен  $K \cdot 1,1 - s$ , после 2-го  $(K \cdot 1,1 - s) \cdot 1,1 - s$ , после 3-го  $((K \cdot 1,1 - s) \cdot 1,1 - s) \cdot 1,1 - s =$

$$= K \cdot 1,1^3 - s \cdot 1,1^2 - s \cdot 1,1 - s = K \cdot 1,1^3 - s(1,1^2 + 1,1 + 1) \dots$$

После 10-го года  $K \cdot 1,1^{10} - s(1,1^{10-1} + 1,1^{10-2} + \dots + 1,1^{10-9} + 1)$ .

Заметив, что в скобке стоит сумма первых 10-ти членов геометрической прогрессии с первым членом 1 и знаменателем 1,1, получим выражение

$$K \cdot 1,1^{10} - s \cdot \frac{1,1^{10} - 1}{1,1 - 1} = K \cdot 1,1^{10} - s \cdot \frac{1,1^{10} - 1}{0,1}.$$
 Значение этого выражения

должно быть неположительным, иначе долг не будет погашен. Найдем размер ежегодной выплаты, при кредите равном 10 000 000 рублей. С помощью калькулятора находим  $1,1^{10} \approx 2,5937425$  и подставляем данные в неравенство:

$$10\,000\,000 \cdot 2,5937425 - s \cdot 1,5937425 \leq 0, \quad s \geq \frac{25\,937\,425}{15,937425} \approx 1\,627\,500.$$

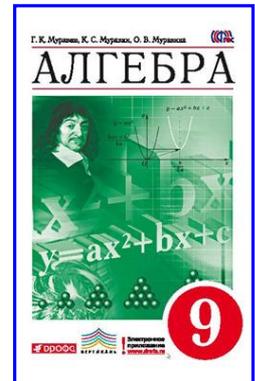
Ответ. Ежегодные выплаты должны быть примерно 1 млн. 627,5 тыс. р.

При решении этой задачи была выведена важная формула, которая используется при получении кредита на  $n$  лет.

**Формула кредита**

$$K \cdot q^n \leq s \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

где  $K$  – величина кредита,  $n$  – на сколько лет берется кредит,  $q = 1 + 0,01t$  – годовой коэффициент наращивания,  $t\%$  – процент по кредиту,  $s$  – размер ежегодной выплаты.





# № 17. Банковские задачи. ЕГЭ. Профильный уровень

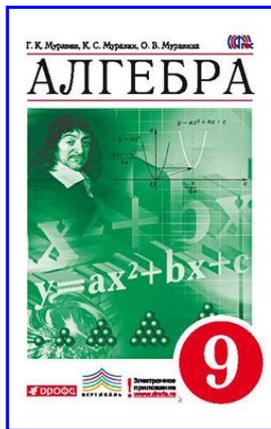


**Задача 2.** 31 декабря Дмитрий взял в банке 6 100 000 р. в кредит под 25% годовых. Схема погашения кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся часть долга (т.е. увеличивает долг на 25%), затем Дмитрий переводит в банк  $s$  рублей. Какой должна быть сумма  $s$ , чтобы Дмитрий выплатил кредит за три года?

**Решение.** Записываем годовой коэффициент наращения в виде обыкновенной дроби  $\frac{5}{4}$ :

$$6100000 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3 \leq s \frac{\left(\frac{5}{4}\right)^3 - 1}{\frac{5}{4} - 1}, \quad s \geq 6100000 \cdot \frac{125}{4^3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{4^3}{61} = \frac{12500000}{4} = 3125000.$$

Ответ: 3 125 000 р.



# Экономические задачи. ЕГЭ. Профильный уровень



**Задача 3.** Ольга хочет взять в кредит 1 200 000 рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, быть может, последней) сразу после начисления процентов. Ставка кредита 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Ольга взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 320 000 рублей?

Решение. Обозначим искомое число лет буквой  $n$ . Тогда должно быть

$$1200000 \cdot 1,1^n \leq 320000 \cdot \frac{1,1^n - 1}{1,1 - 1}, \quad 1200000 \cdot 1,1^n \leq 3200000 \cdot 1,1^n - 3200000,$$

$$1,1^n \geq \frac{3200000}{2000000} = 1,6. \quad \text{Вычисляем степени } 1,1 \text{ и получаем, что}$$

$1,1^5 < 1,6 < 1,1^6$ . Значит, кредит можно погасить не менее, чем за 6 лет.

Ответ: на 6 лет.

При изучении графика квадратного трехчлена, например в № 202, полезно рассмотреть задачу на **нахождение наименьшей оплаты труда, связанное с оптимальным распределением работы между двумя предприятиями.**

**З а д а ч а.** Два завода выпускают одинаковую продукцию. На первом заводе, если рабочие трудятся суммарно  $t^2$  часов, то они выпускают  $5t$  единиц товара, а на втором за это же суммарное время –  $2t$  единиц. За каждый час рабочий и первого, и второго завода получает 200 р. Какая наименьшая сумма понадобится на оплату труда рабочих при выпуске 580 единиц товара?

**Р е ш е н и е.** Пусть на первом заводе выпустили  $5x$  единиц товара, тогда на втором заводе  $580 - 5x$  единиц. На первом заводе суммарно проработали  $x^2$  ч, а на втором  $(0,5(580 - 5x))^2$  ч.

Найдем наименьшее значение функции  $y = x^2 + 0,25(580 - 5x)^2$ ,

$$\frac{29}{4}x^2 - 290 \cdot 5x + 290^2, x_{\min} = \frac{290 \cdot 5}{\frac{29}{2}} = 10 \cdot 10 = 100,$$

$y_{\min} = 100^2 + 0,25 \cdot 80^2 = 11600$  – это наименьшее число часов, за которые на двух заводах можно выпустить 580 единиц товара.

$200 \cdot 11600 = 2\,320\,000$  (р) – на оплату труда рабочих. Ответ: 2 320 000 р.

## Ипотечный кредит

9 класс

Полезно включить в урок финансовые задачи по ипотечному кредиту, составить выражение можно при фронтальной работе с классом, а вычислить предложить одному из учеников с помощью калькулятора.

### Дополнительные задачи

1. Банк предоставляет ипотечный кредит (кредит на покупку квартиры) сроком на 10 лет под 19% годовых. По условиям кредита в первый год заемщик выплачивает 0,1 суммы кредита и 19% от всей суммы кредита, во второй год выплачивает 0,1 суммы кредита и 19% от 0,9 суммы кредита и т.д. Во сколько раз сумма, которую должен выплатить банку заемщик, больше суммы займа, если согласно договору досрочное погашение кредита невозможно?

Решение.

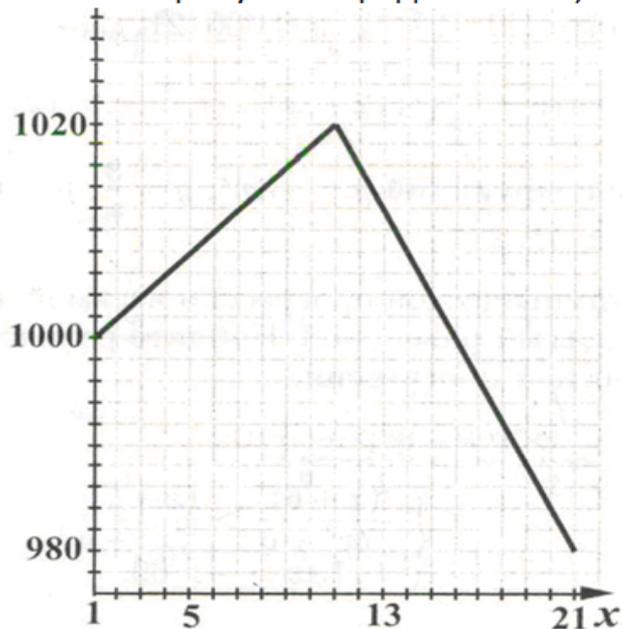
$$\begin{aligned} & a(0,1 + 0,19 + 0,1 + 0,19 \cdot 0,9 + 0,1 + 0,19 \cdot 0,8 + \dots + 0,1 + 0,19 \cdot 0,2 + \\ & + 0,1 + 0,19 \cdot 0,1) = a(0,1 \cdot 10 + 0,19(1 + \frac{0,9 + 0,1}{2} \cdot 9)) = \\ & = a(1 + 0,19 \cdot 5,5) = 2,045a. \end{aligned}$$

Ответ: в 2,045 раза.

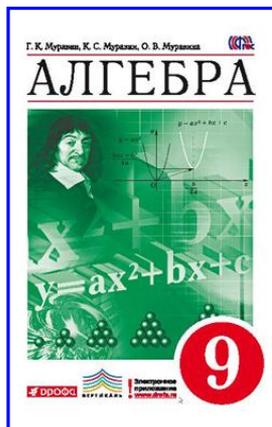
# Покупка и продажа акций



Заполните пропуски в предложениях, пользуясь графиком.



Интерактив, № 578. 9 класс



1 января брокер приобрел акции алюминиевого комбината. На графике представлено изменение курса этих акций. 5 января брокер продал 60% этих акций, а 13 января – остальные. Сколько процентов прибыли принесла брокеру эта биржевая операция?

- 1) Брокер приобрёл акции 1 января по цене **1000** р.
- 2) Брокер продал 60% акций 5 января по цене **1008** р.
- 3) Прибыль с одной акции составила **8** р. или **0,8%**.
- 4) При продаже 60% акций прибыль составила **0,48%**.
- 5) Брокер продал остальные **40%** акций 13 января по цене **1012** р.
- 6) Прибыль с одной акции составила **12** р. или **1,2%**.
- 7) Прибыль при продаже акций 13 января составила 0,48%.
- 8) Прибыль от операций с акциями алюминиевого комбината составила **0,96%**.

# Алгебра и начала математического анализа. 10 класс



10 класс

В 10 классе развитие линии финансовой грамотности увязывается с изучением двух новых функций: **показательной и логарифмической**. При изучении показательной функции рассматривается сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии, формула которой получается из формулы первых  $n$  членов геометрической прогрессии. Последняя же дает возможность вернуться к изученным в основной школе формулам банковского кредита и депозита. **Формула кредита**, в  $K$  рублей, взятого на  $n$  лет под  $p\%$  годовых с ежегодным погашением  $v$  рублей.

$$K(1 + 0,01p)^n = v \frac{(1 + 0,01p)^n - 1}{0,01p},$$

**формула депозита**  $D$  рублей, вложенного в банк на  $n$  лет под  $p\%$  годовых с ежегодным пополнением  $v$  рублей,

$$S = D(1 + 0,01p)^n + v \frac{(1 + 0,01p)^n - 1}{0,01p}.$$

31 декабря Евгений взял в банке кредит  $K$ . Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет 10% процентов на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг в 1,1 раз), затем Евгений переводит в банк 2 928 200 р. Какую сумму взял Евгений в банке, если он выплатил долг четырьмя равными платежами, т. е. за четыре года?

Решение.

$$K \cdot 1,1^n - 2\,928\,200 \cdot \frac{1,1^4 - 1}{0,1}, \quad K = 2\,928\,200 \cdot \frac{1,1^4 - 1}{1,1^4} = 9\,282\,000 \text{ (р.)}$$

Ответ: 9 282 000 р.

Банковский депозит в 10% годовых в конце каждого года пролонгируется (продлевается) на следующий год, а проценты по вкладу не только не снимаются, но вклад пополняется еще на 100 тыс. р. Депозит был закрыт, как только сумма на счете превысила 1,3 млн р. Сколько лет депозит держали в банке, если начальная сумма было 0,5 млн р.?

Решение.

$$0,5 \cdot 1,1^n + 0,1 \frac{1,1^n - 1}{0,1} \geq 1,3, \quad 1,5 \cdot 1,1^n \geq 2,3, \quad 1,1^n \geq \frac{2,3}{1,5}, \quad n = \frac{\lg \frac{23}{15}}{\lg 1,1} \approx 4,5.$$

Ответ: 5 лет.

# Алгебра и начала математического анализа. 11 класс

11 класс

*Следующая задача относится к типу задач на наибольшие/наименьшие значения. Основное внимание им будет уделено в следующем 11 классе в связи с изучением производных. Однако и свойства элементарных функций, в частности квадратичной, могут быть использованы этих задачах.*

Строительство фабрики обошлось в 78 млн. рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. ед. продукции на фабрике равны  $0,5x^2 + 2x + 6$  млн. р. в год. Если продукцию фабрики продать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль (в млн. р.) за один год окажется равной  $px - (0,5x^2 + 2x + 6)$ . Фабрика выпускает продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. Какова наименьшая цена  $p$  единицы продукции, позволяющая окупить строительство фабрики не более, чем за три года?

*Предлагая учащимся эту задачу, полезно обратить их внимание на то, что в условии не упоминалось о налогах и из выручки  $px$  вычитались только затраты на производство. Такая ситуация могла быть только, если фабрика освобождена от налога (вероятно, на упомянутые 3 года)*

**Решение.** Прибыль  $px - (0,5x^2 + 2x + 6) = -0,5x^2 + (p - 2)x - 6$  будет наибольшей при  $x = \frac{p - 2}{0,5 \cdot 2} = p - 2$ . Чтобы окупить 78 млн. р. за 3 года, прибыль за год

должна быть не меньше 26 млн.р.:  $px - (0,5x^2 + 2x + 6) \geq 26$ ,

$-0,5x^2 + (p - 2)x - 32 \geq 0$ . При  $x = p - 2$  имеем

$-0,5(p - 2)^2 + (p - 2)^2 - 32 \geq 0$ ,  $(p - 2)^2 \geq 64$ ,  $p \geq 10$ .

Ответ: 10 тыс. р. за единицу продукции.

# Выводы

- Вы заметили, что в процессе формирования финансовой грамотности мы используем в том числе и задания из вариантов ЕГЭ. Это повышает мотивационный аспект обучения.
- Вместе с тем, обучение решению задач из ЕГЭ не является основной целью формирования финансовой грамотности. Для этого имеется множество специализированных интернет-источников и специальных сборников заданий ЕГЭ с решениями. В заключение мы приведем несколько ссылок:

# Ссылки на интернет-источники по финансовым задачам

- <https://www.youtube.com/watch?v=05FrTcnp2ck&index=6&list=PLdORPVWHgHaFosda4SR-iiPam-Drt0rzi>
- <http://matica.org.ua/primery/primery/zadachi-s-resheniyami-po-finansovoi-matematike>
- <http://www.docme.ru/doc/185658/finansovaya-matematika--19-zadach-s-resheniyami->
- <http://www.bibl.nngasu.ru/electronic%20resources/uch-metod/mathematics/4641.pdf>
- <http://www.ctege.info/matematika-teoriya-ege/kak-reshat-bankovskie-zadachi-ege-po-matematike.html>
- <http://www.ctege.info/matematika-teoriya-ege/kak-reshat-bankovskie-zadachi-ege-po-matematike.html>
- <https://www.youtube.com/watch?v=kRjn97TjSn8>

ОБЪЕДИНЕННАЯ  
ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА



# Благодарим за внимание!

Контакты для связи:  
[olgamuravina@gmail.com](mailto:olgamuravina@gmail.com)  
[muravins.ru](http://muravins.ru)



drofa.ru | vgf.ru



drofapublishing



drofa.ventana



drofa.ventana



drofa.ventana