ОБЪЕДИНЕННАЯ
ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА

Роль УМК по математике в повышении качества математического образования

Павлова Татьяна Николаевна,
ведущий методист по математике
Объединенной издательской группы «ДРОФА–ВЕНТАНА»

30 января 2017 г.

ОБЪЕДИНЕННАЯ
ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА

Качество образования

это **«комплексная характеристика образовательной деятельности и подготовки обучающегося, выражающая степень их соответствия федеральным государственным образовательным стандартам, образовательным стандартам, федеральным государственным требованиям и (или) потребностям физического или юридического лица, в интересах которого осуществляется образовательная деятельность, в том числе степень достижения планируемых результатов образовательной программы».**

(ст. 2 Федерального закона №273-ФЗ)

Концепция развития математического образования в РФ

Цели концепции

- Вывести российское математическое образование на лидирующее положение в мире
- Сделать математику передовой и привлекательной областью знания
- Сделать получение знаний осознанным и внутренне мотивированным процессом

Задачи развития математического образования

- Модернизация учебных программ исходя из потребностей как обучающихся, так и общества
- Обучение без пробелов в базовых знаниях
- Современное оснащение образовательного процесса
- Повышение качества работы преподавателей математики
- Поддержка лидеров – педагогов и обучающихся

Три блока задач:

- кадровые
- мотивационные
- содержательные

Направления реализации концепции:

основное общее и среднее общее математическое образование

- Выбор обучающимися уровня подготовки в соответствии с их запросами
- Индивидуализация обучения
- Возможность продолжения образования на другом уровне или изменения профиля образования
- Подготовка и дополнительное профессиональное образование педагогов на базе лидерских практик

Концепция развития математического образования в РФ

Цели школьного математического образования

- Обеспечение каждого школьника развивающей интеллектуальной деятельностью
- Подготовка каждого школьника к успешной жизни в современном обществе
- Подготовка достаточного для экономики страны числа абитуриентов, склонных к преподаванию математики и математических исследований, к работе в сфере информационных технологий

Преподавание математики в соответствии с различными направлениями и требованиями к результатам:

- «математика для жизни»
- «математика для практического использования в профессии»
- «творческая работа в области математики и смежных областях»

Задачи общеобразовательных организаций

- мотивировать обучающихся к участию в математических олимпиадах и конкурсах различного уровня;
- усилить работу по организации целесообразного сочетания урочной и внеурочной деятельности учащихся, как одной из форм повышения качества физико-математического образования

Формирование единой системы оценки качества образования в Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА ПО НАДЗОРУ В СФЕРЕ ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ

Оценка качества образования

1. ГИА-11 (ЕГЭ, ГВЭ)
2. ГИА-9 (ОГЭ, ГВЭ)
3. Национальные исследования качества образования
4. Международные исследования качества образования
5. Всероссийские проверочные работы
6. Исследование профессиональных компетенций учителей

Из доклада руководителя Рособрнадзора С. С. Кравцова на Коллегии Минобрнауки 25 октября 2016 года

Аналитические материалы

По результатам проведения Национального исследования качества математического образования в 5-7 классах

Часть 1

Оглавление

НАЦИОНАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ

Часть 2

Оглавление

Результаты проведенных исследований доступны на www.eduniko.ru

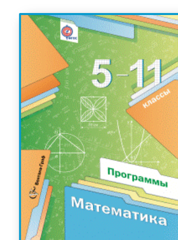
Математика Алгебра Геометрия

ФГОС

Линия УМК Авторы: Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С.

Состав УМК:

- ✓ Учебник
- ✓ Рабочие тетради
- ✓ Дидактические материалы
- ✓ Методическое пособие
- ✓ Программа с CD
- ✓ Электронная форма учебника



ОБЪЕДИНЕННАЯ ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА

дрофа

вентана граф

Мотивация:
наглядность и доступность изложения материала

Площадью поверхности параллелепипеда называют сумму площадей всех его граней.

Чтобы иметь представление о размерах прямоугольного параллелепипеда, достаточно рассмотреть любые три ребра, имеющие общую вершину. Длины этих рёбер называют **измерениями** прямоугольного параллелепипеда. Чтобы их различать, пользуются названиями: **длина, ширина, высота** (рис. 156).

Рис. 156

Рис. 157

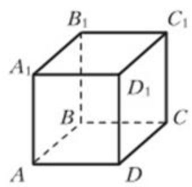
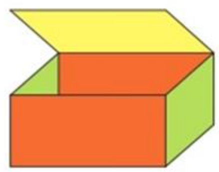


Рис. 158



Если коробку, имеющую форму прямоугольного параллелепипеда, открыть (рис. 158) и разрезать по четырём вертикальным рёбрам (рис. 159), а затем развернуть, то получим фигуру, состоящую из шести прямоугольников (рис. 160). Эту фигуру называют **развёрткой прямоугольного параллелепипеда.**

Рис. 159

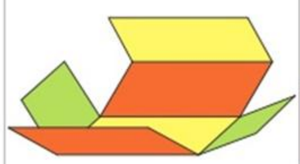


Рис. 160

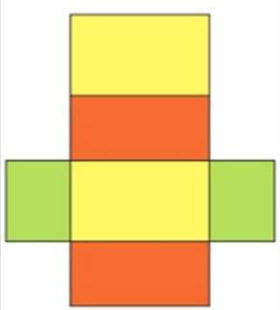
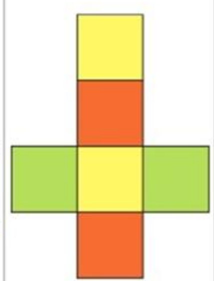


Рис. 161



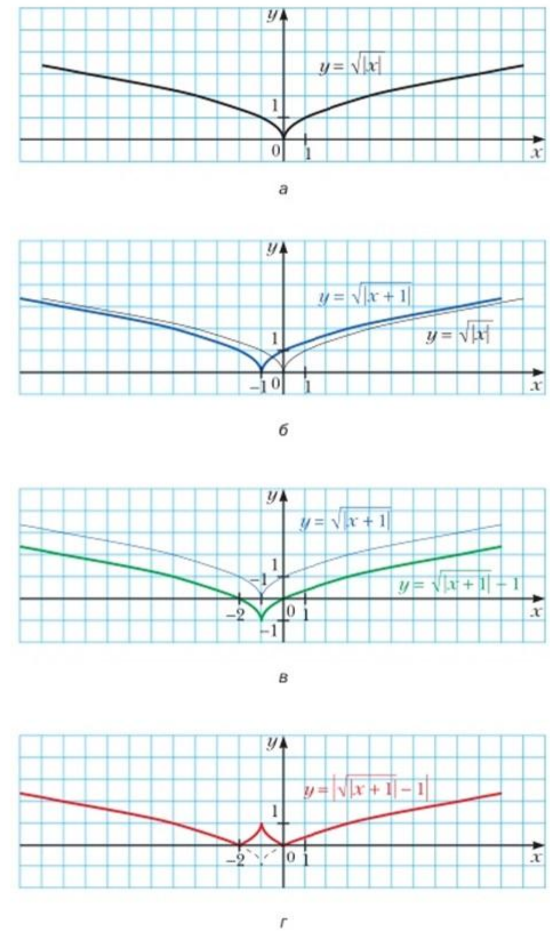
Пример 2. Постройте график функции $y = \left|\sqrt{|x+1|} - 1\right|$.

Решение. Схема построения искомого графика имеет такой вид:

$y = \sqrt{|x|} \longrightarrow y = \sqrt{|x+1|} \longrightarrow y = \sqrt{|x+1|} - 1 \longrightarrow y = \left|\sqrt{|x+1|} - 1\right|$

(рис. 73). ◄

Рис. 73



ОБЪЕДИНЕННАЯ ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА
дрофа
вентана граф

Организация учебной деятельности

Условные обозначения

Простые задачи

Задачи средней сложности

Сложные задачи

Задачи высокой сложности

Ключевые задачи, результат которых можно использовать при решении других задач

Окончание доказательства теоремы или решения задачи

531 Задания, рекомендуемые для домашней работы

423 Задания для устной работы

Условные обозначения

Простые задачи

Задачи среднего уровня сложности

Сложные задачи

Задачи высокой сложности

Ключевые задачи, результат которых можно использовать при решении других задач

Окончание доказательства теоремы

Окончание решения задачи

Задачи, которые можно решать с помощью компьютера

5.5. Задания для устной работы

5.10. Задания, рекомендованные для домашней работы

Система аналогичных задач

257. Постройте прямоугольную трапецию по основаниям и меньшей боковой стороне.
258. Постройте равнобокую трапецию по основанию, боковой стороне и диагонали.
259. Боковая сторона равнобокой трапеции равна 6 см, большее основание – 10 см. Найдите среднюю линию трапеции, если один из её углов равен 60°.
260. Диагональ равнобокой трапеции равна 14 см и образует с основанием угол 60°. Найдите среднюю линию трапеции.

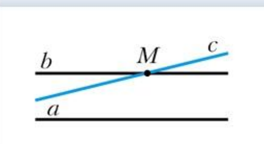
Ключевые задачи по геометрии и по алгебре (*для классов с углублённым изучением математики*)

Задача. Докажите, что если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.

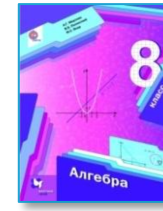
Решение. Пусть прямые a и b параллельны, прямая c пересекает прямую b в точке M (рис. 198). Предположим, что прямая c не пересекает прямую a, тогда $c \parallel a$. Но в этом случае через точку M проходят две прямые b и c, параллельные прямой a, что противоречит аксиоме параллельности прямых.

Следовательно, прямая c пересекает прямую a.

Рис. 198



Готовимся к изучению новой темы



Готовимся к изучению новой темы

537. Из чисел 20, 45, 50, 125, 64, 505 выберите те, разложение которых на простые множители содержит только числа 2 и 5.

538. Можно ли несократимую дробь со знаменателем 3 привести к дроби со знаменателем 10? 100? 1 000? Ответ обоснуйте.

Задача от мудрой совы

539. После того как кусок мыла, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, использовали для стирки семь раз, его длина, ширина и высота уменьшились вдвое. На сколько стирок хватит оставшегося куска мыла?

§ 16. Преобразование обыкновенной дроби в десятичную

Напомним, что для обыкновенных дробей со знаменателями 10, 100, 1 000 и т. д. используется «одноэтажная» форма записи — десятичные дроби. Например, $\frac{7}{10} = 0,7$; $\frac{23}{100} = 0,23$; $\frac{19}{1\,000} = 0,019$.

Любую десятичную дробь можно преобразовать в обыкновенную дробь. Например,

$$0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5};\ 2,75 = 2\frac{75}{100} = 2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}.$$

С помощью основного свойства дроби можно, например, дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{23}{50}$ преобразовать в десятичные:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10} = 0,5;$$

$$\frac{23}{50} = \frac{23 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{46}{100} = 0,46.$$

Чтобы несократимую дробь $\frac{a}{b}$ преобразовать в десятичную, необходимо привести её к одному из знаменателей 10, 100, 1 000 и т. д.

Готовимся к изучению новой темы

702. Решите уравнение, найдите сумму и произведение его корней и сравните их со вторым коэффициентом и свободным членом уравнения:
1) $x^2 - 4x - 12 = 0$; 2) $x^2 + 9x + 14 = 0$.

703. Заполните таблицу, где a, b и c — коэффициенты квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, а x_1 и x_2 — его корни.

Уравнение	$-\frac{b}{a}$	$\frac{c}{a}$	x_1	x_2	$x_1 + x_2$	x_1x_2
$7x^2 - 8x + 1 = 0$						
$6x^2 + 13x - 15 = 0$						

Готовимся к изучению новой темы

75. Найдите угол ADC (рис. 11), если $\angle ABC = 140°$.

76. Найдите угол ABC (рис. 12), если $\angle ADC = 43°$.

77. Отрезок AB — диаметр окружности, радиус которой равен R, $\angle ABC = \alpha$ (рис. 13). Найдите хорду AC.

Рис. 11

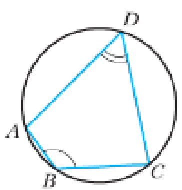


Рис. 12

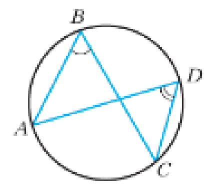
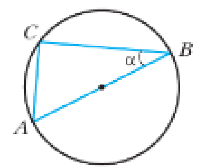


Рис. 13



Повторите содержание пункта 30 на с. 224.

§ 3. Теорема синусов

Организация самопроверки

Итоги главы 1

Делители и кратные

- Натуральное число a делится нацело на натуральное число b, если найдётся натуральное число c такое, что справедливо равенство $a = b \cdot c$.
- Если натуральное число a делится нацело на натуральное число b, то число a называют кратным числа b, число b — делителем числа a.

Признак делимости на 10

- Если запись натурального числа оканчивается цифрой 0, то это число делится нацело на 10.
- Если запись натурального числа оканчивается любой цифрой, отличной от 0, то число не делится нацело на 10.

Признак делимости на 2

- Если запись натурального числа оканчивается чётной цифрой, то это число делится нацело на 2.
- Если запись натурального числа оканчивается нечётной цифрой, то это число не делится нацело на 2.

Признак делимости на 5

- Если запись натурального числа оканчивается цифрой 0 или 5, то это число делится нацело на 5.
- Если запись натурального числа оканчивается любой цифрой, отличной от 0 или 5, то это число не делится нацело на 5.

Признак делимости на 9

- Если сумма цифр числа делится нацело на 9, то и само число делится нацело на 9.
- Если сумма цифр числа не делится нацело на 9, то и само число не делится нацело на 9.

Признак делимости на 3

- Если сумма цифр числа делится нацело на 3, то и само число делится нацело на 3.
- Если сумма цифр числа не делится нацело на 3, то и само число не делится нацело на 3.

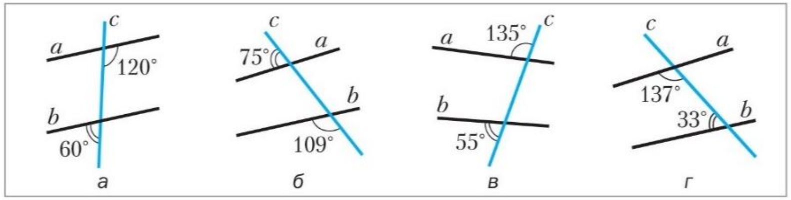
Задание в тестовой форме «Проверь себя» № 3

1. Какое из следующих утверждений верно?
А) если два отрезка не имеют общих точек, то они параллельны
Б) если два луча не имеют общих точек, то они параллельны
В) если луч и отрезок не имеют общих точек, то они параллельны
Г) если две прямые не имеют общих точек, то они параллельны

2. Какое из следующих утверждений верно?
А) через точку, не принадлежащую данной прямой, проходит только один отрезок, параллельный этой прямой
Б) через точку, не принадлежащую данной прямой, проходит только один луч, параллельный этой прямой
В) через точку, не принадлежащую данной прямой, проходит бесконечно много прямых, не параллельных этой прямой
Г) через точку, не принадлежащую данной прямой, проходят только две прямые, параллельные этой прямой

3. Какое из следующих утверждений неверно?
А) если $a \parallel b$ и $b \parallel c$, то $a \parallel c$
Б) если $a \perp b$ и $b \perp c$, то $a \parallel c$
В) если $a \perp b$ и $b \perp c$, то $a \perp c$
Г) если $a \parallel b$ и $c \perp b$, то $c \perp a$

4. На каком из рисунков прямые a и b параллельны?



5. Какое из следующих утверждений неверно?
А) если сумма углов одной пары накрест лежащих углов равна сумме углов другой пары, то прямые не параллельны
Б) если накрест лежащие углы не равны, то прямые не параллельны
В) если сумма односторонних углов не равна 180°, то прямые не параллельны
Г) если соответственные углы не равны, то прямые не параллельны

Система задач с параметрами

275. Какое число надо подставить вместо a, чтобы корнем уравнения:
1) $(x + a) - 7 = 42$ было число 22;
2) $(a - x) + 4 = 15$ было число 3?

276. Какое число надо подставить вместо a, чтобы корнем уравнения:
1) $(x - 7) + a = 23$ было число 9;
2) $(11 + x) + 101 = a$ было число 5?

1163. При каких значениях a уравнение не имеет корней:
1) $ax = 1$; 2) $(a - 2)x = 3$?

1164. Найдите все целые значения a, при которых корень уравнения является целым числом:
1) $ax = -14$; 2) $(a - 2)x = 12$.

1165. Найдите все целые значения m, при которых корень уравнения является натуральным числом:
1) $mx = 20$; 2) $(m + 3)x = -18$.

61. При каком значении a уравнение:
1) $ax = 6$; 2) $(3 - a)x = 4$; 3) $(a - 2)x = a + 2$
не имеет корней?

62. При каком значении a любое число является корнем уравнения:
1) $ax = a$; 2) $(a - 2)x = 2 - a$; 3) $a(a + 5)x = a + 5$?

63. При каких значениях a уравнение:
1) $(a - 5)x = 6$; 2) $(a + 7)x = a + 7$
имеет единственный корень?

64. Решите уравнение:
1) $(b + 1)x = 9$; 2) $(b^2 + 1)x = -4$.

65. Решите уравнение $(m + 8)x = m + 8$.

66. Каким выражением можно заменить звёздочку в равенстве $6x + 8 = 4x + *$, чтобы получилось уравнение:
1) не имеющее корней;
2) имеющее бесконечно много корней;
3) имеющее один корень?

67. В равенстве $2(1{,}5x - 0{,}5) = 7x + *$ замените звёздочку таким выражением, чтобы получившееся уравнение:
1) не имело корней;
2) имело бесконечно много корней;
3) имело один корень.

27.44. При каких значениях параметра a не имеет корней урав

1) $(x - a)(\sqrt{x} + 1) = 0$; 2) $\dfrac{x - a}{\sqrt{x} - 1} = 0$?

27.45. При каких значениях параметра a не имеет корней уравнение:

1) $(x - a)(\sqrt{-x} + 1) = 0$; 2) $\dfrac{x - a}{\sqrt{x} - 1} = 0$?

27.46. При каких значениях параметра a уравнение $(x - a)(\sqrt{x} - 2) = 0$ имеет два различных корня?

27.47. При каких значениях параметра a имеет единственное решение уравнение:

1) $(x + a)(\sqrt{x} - 3) = 0$; 3) $\left(1 - \dfrac{1}{x}\right)\sqrt{x - a} = 0$?

2) $\left(1 - \dfrac{1}{x}\right)(\sqrt{x} - a) = 0$;

27.48. При каких значениях параметра a уравнение $(\sqrt{x} - 4)(x - a) = 0$ имеет только один корень?

Пример 4. При каких значениях параметра a уравнение $(a + 4x - x^2 - 3)(a - 1 - |x - 2|) = 0$ имеет три корня?

Решение. Рассмотрим координатную плоскость xa, т. е. координатную плоскость, каждая точка которой имеет координаты вида $(x; a)$.

Рассматривая данное уравнение как уравнение с двумя переменными x и a, построим его график на координатной плоскости xa.

Переходим к равносильной совокупности:

$$\left[\begin{array}{l} a = x^2 - 4x + 3, \\ a = |x - 2| + 1. \end{array}\right.$$

Графиком первого уравнения совокупности является парабола с вершиной в точке $(2; -1)$, второго — угол с вершиной в точке $(2; 1)$. Следовательно, графиком исходного уравнения является объединение этих фигур (на рисунке 7.7 график изображён зелёным цветом).

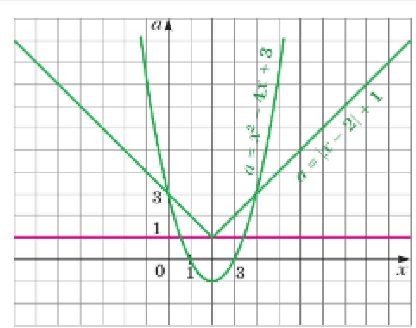


Рис. 7.7

ОБЪЕДИНЕННАЯ ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА
дрофа
вентана граф

Организация внеурочной деятельности: «Когда сделаны уроки»

Когда сделаны уроки

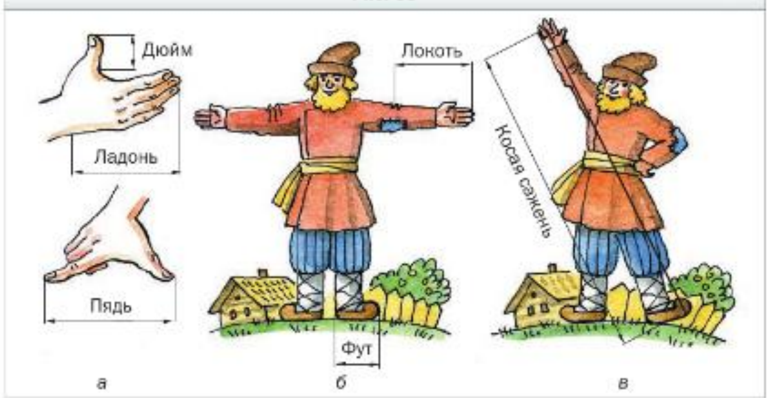
От локтей и ладоней к метрической системе

Для измерения длины отрезка каждый ученик вашего класса может на своё усмотрение выбрать в качестве единичного отрезок любой длины. Однако в этом случае будет довольно трудно совместно пользоваться результатами измерений. Гораздо удобнее согласовать свой выбор, т. е. указать отрезок, которым при измерениях будут пользоваться все.

Приблизительно так и возникли единицы измерения длины.

Испокон веков люди пользовались такой естественной мерой длины, как *шаг*. Многие народы применяли меру длины *дальность полёта стрелы*. Большие расстояния измеряли *дневными переходами*. Также использовали «измерительные приборы», которые были под рукой: *дюйм*, *ладонь*, *пядь* (рис. 33, *а*), *локоть*, *фут* (рис. 33, *б*), *косая сажень* (рис. 33, *в*) и т. д.

Рис. 33



Понятно, что такие **«эталоны»** длины удобны, но очень неточны. Кроме того, их многообразие и несогласованность были преградой в общении, развитии торговли и производства. Так, в XVIII в. почти каждый немецкий город, большинство провинций Италии вводили свои меры длины, которые нередко имели одинаковые названия, но не были равны. Во Франции дело дошло до того, что каждый феодал устанавливал в своих владениях собственные меры.

Когда сделаны уроки

Необходимо и достаточно

Из курса геометрии 7 класса вы узнали, что большинство теорем состоят из двух частей: условия (то, что дано) и заключения (то, что требуется доказать).

Если утверждение, выражающее условие, обозначить буквой A, а утверждение, выражающее заключение, — буквой B, то формулировку теоремы можно изобразить следующей схемой:

если A, то B.

Например, теорему 2.3 можно сформулировать так:

	A		B
если	четырёхугольник является параллелограммом	**, то**	диагонали четырёхугольника точкой пересечения делятся пополам

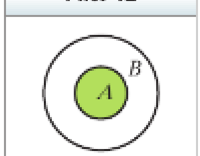
Тогда теорему 3.3, обратную теореме 2.3, формулируют так:

	B		A
если	диагонали четырёхугольника точкой пересечения делятся пополам	**, то**	четырёхугольник является параллелограммом

Часто в повседневной жизни в своих высказываниях мы пользуемся словами «необходимо», «достаточно». Приведём несколько примеров.

- Для того чтобы уметь решать задачи, *необходимо* знать теоремы.
- Если вы на математической олимпиаде правильно решили все предложенные задачи, то этого *достаточно* для того, чтобы занять первое место.
- Для того чтобы стрелок попал в мишень B (рис. 41), ему *достаточно* попасть в мишень A, а для того, чтобы попасть в мишень A, *необходимо* попасть в мишень B.

Рис. 41



Организация внеурочной деятельности: проектная работа

Проектная работа

Эта рубрика адресована, прежде всего, тем, кто хочет научиться приобретать знания самостоятельно, творчески мыслить, формировать, выражать и отстаивать свою точку зрения, выдвигать гипотезы, находить наиболее рациональные и нестандартные решения.

Первый шаг, который может помочь в реализации этих целей является участие в проектной работе.

Проект — это самостоятельное исследование по выбранной теме, которое может выполняться как индивидуально, так и группой учащихся.

Дадим несколько советов по организации работы над проектом и оформлению результатов исследования.

1. При выборе темы необходимо учитывать её актуальность, наличие источников информации в литературе и интернет ресурсов. Здесь важно ваше желание проявить себя в качестве исследователя в работе именно над выбранной темой.
2. Работа начинается с составления предварительного плана, в котором отражается замысел и этапы реализации задуманного. После знакомства с основными источниками и литературой с помощью руководителя проекта составляется окончательный план.
3. Важно чётко сформулировать цели исследования. Они могут быть записанными в такой форме: изучить, описать, проанализировать, доказать, сравнить и т. п.
4. Работа завершается подведением итогов исследования, делаются выводы, намечаются перспективы дальнейшего изучения темы.
5. Примерный объём работы — 10–15 страниц. Дополнительно может прилагаться иллюстративный материал.
6. Работа может быть оформлена в виде реферата, доклада, компьютерной презентации.

Ниже приводится рекомендуемый список тем, которые могут быть выбраны для проектной работы.

1. Л.Ф. Магницкий и его «Арифметика»

Рекомендуемые литература и интернет-ресурсы:

http://virtmuseum.aonb.ru/z6/z6_arifm.html — «Арифметика» Магницкого.

Галанин Д.Д. Магницкий и его арифметика. – Вып. II. – М., 1914.

Каменева Т.Н. К истории издания «Арифметики» Магницкого / Книга. Исследования и материалы. 1984.

Шикман А.П. Деятели отечественной истории. Биографический справочник. – М., 1997.

http://ru.wikipedia.org/wiki/ Магницкий Леонтий Филиппович.

Волков А. Арифметика Леонтия Магницкого // Квант. – 1991. – № 7.

Энциклопедия для детей. Том 11 : Математика. – М. : Аванта +, 2003.

http://www.kvant.info/ – научно-популярный физико-математический журнал для школьников и студентов «Квант».

2. Аликвотные дроби

Рекомендуемые литература и интернет-ресурсы:

Выгодский М.Я. Арифметика и алгебра в Древнем мире. – М. : Наука, 1967.

Раик А.Е. Очерки по истории математики в древности. – Саранск : Мордовское гос. изд-во, 1977.

http://ru.wikipedia.org/wiki/ – папирус Ахмеса.

http://ru.wikipedia.org/wiki/ – египетские дроби.

http://www.kvant.info/ – научно-популярный физико-математический журнал для школьников и студентов «Квант».

Левитас Г.Г. Нестандартные задачи по математике. – М. : ИЛЕКСА, 2007.

Гаврилова Т.Д. Занимательная математика. 5–11 классы. – Волгоград : Учитель, 2008.

Фарков А.В. Математические олимпиады в школе. 5–11 классы. – М. : Айрис-пресс, 2005.

3. Системы счисления

Рекомендуемые литература и интернет-ресурсы:

http://sdo.uspi.ru/mathem&inform/– системы счисления.

http://pmi.ulstu.ru/new_project/

http://umk.portal.kemsu.ru/uch-mathematics/

Фомин С.В. Системы счисления. – М. : Наука, 1987.

Яглом И. Системы счисления // Квант. – 1970. – № 6.

Факультативный курс по математике. 7–9 / сост. И.Л. Никольская. – М. : Просвещение, 1991.

Галкин Е.В. Нестандартные задачи по математике. – Челябинск : Взгляд, 2005.

http://www.kvant.info/ – научно-популярный физико-математический журнал для школьников и студентов «Квант».

Применение ИКТ: «Дружим с компьютером»

Дружим с компьютером

Вы, конечно, знаете, что современные компьютеры стали надёжными помощниками людей во многих видах деятельности. И конечно же компьютер поможет вам в изучении математики. Вы сможете:

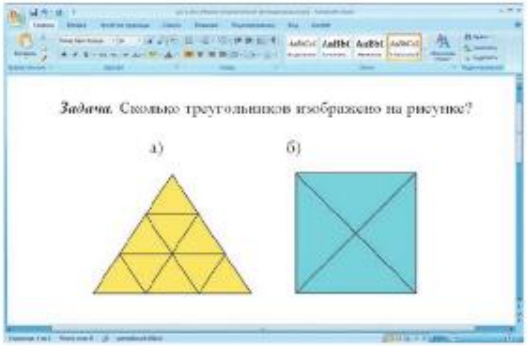
— пользоваться **калькулятором** для вычислений;

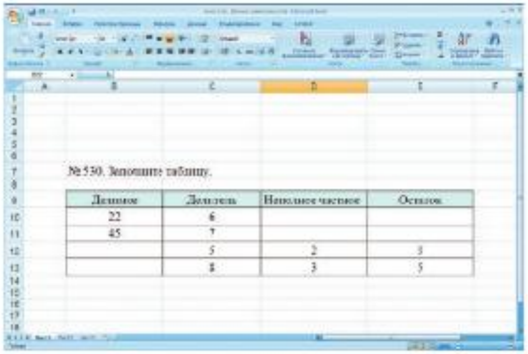
— набирать и оформлять несложные тексты в **текстовом редакторе** (например, *Microsoft Word*);

— составлять таблицы с помощью **редактора таблиц** (например, *Microsoft Excel*);

— пользоваться глобальной сетью **Интернет** и искать в ней информацию;

— рисовать геометрические фигуры.





Делимое	Делитель	Неполное частное	Остаток
22	6		
45	7		
	5	2	3
	8	3	5

Задания с элементами информатики

В этом разделе приведены задания, которые встретятся вам на уроках информатики. Некоторые из этих заданий — продолжение и развитие упражнений этого учебника, которые вы будете решать на уроках и дома (такие упражнения в тексте учебника помечены значком «»); в этом разделе указан номер соответствующего задания.

На уроках информатики вы будете изучать элементы программирования. Главное в программировании — это придумать алгоритм, то есть последовательность шагов, с помощью которой из входных данных можно получить выходные данные. В этом разделе вы найдёте много таких заданий. Эти задания не являются обязательными для выполнения. Они в первую очередь адресованы тем, кто уже познакомился с элементами программирования. Но со временем по мере приобретения новых знаний на уроках информатики многие из этих заданий вы сможете выполнить. Самые сложные задания, требующие много времени, отмечены звёздочкой.

К § 2 «Линейное уравнение с одной переменной»

Запишите алгоритм, для которого входными данными являются значения чисел a и b, а выходными — решение линейного уравнения $ax = b$. Какие случаи надо предусмотреть, чтобы этот алгоритм выдавал правильный ответ для любых значений a и b?

К § 3 «Решение задач с помощью уравнений»

Некоторые задачи этого параграфа похожи. Это значит, что их математическая модель одинакова.

Найдите такие задачи. Создайте для них математическую модель и напишите алгоритм для их решения. Какие величины будут для этого алгоритма входными данными, а какие — выходными?

К § 4 «Тождественно равные выражения. Тождества»

Можно ли с помощью компьютера доказать тождество, «перебрав» все возможные значения входящих в него переменных и вычислив при этих значениях переменных значения левой и правой частей тождества?

К § 5 «Степень с натуральным показателем»

Запишите алгоритм, входными данными для которого являются основание степени a и показатель степени n, а выходными — степень числа a с показателем n. Для какого значения показателя надо рассмотреть отдельный случай?

Система задач для подготовки к олимпиадам

Задача от мудрой совы

742. Мартышка, Удав, Слонёнок и Попугай съели вместе 70 бананов, причём каждый из них съел хотя бы один банан. Мартышка съела больше, чем кто-либо из них, Попугай и Слонёнок съели вместе 45 бананов. Сколько бананов съел Удав?

Наблюдайте, рисуйте, конструируйте, фантазируйте

640. Разрежьте ромб на четыре четырёхугольника так, чтобы каждый из них являлся вписанным в окружность и описанным около окружности.

Учимся делать нестандартные шаги

204. На доске написаны многочлены $x + 2$ и $2x + 1$. Разрешается записать сумму, разность или произведение любых двух из уже написанных многочленов. Может ли на доске появиться многочлен $2x^3 + x + 5$?

Дидактические материалы

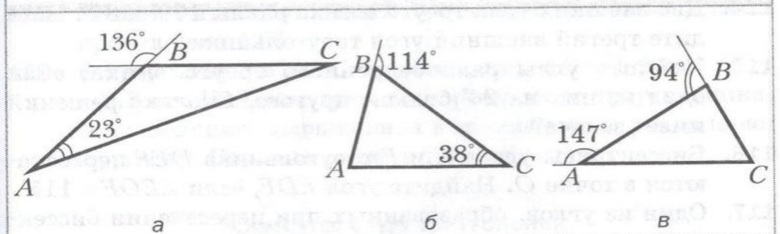
Сумма углов треугольника

104. Найдите угол треугольника, если два других его угла равны 53° и 62°.

105. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 48°. Найдите углы при основании этого треугольника.

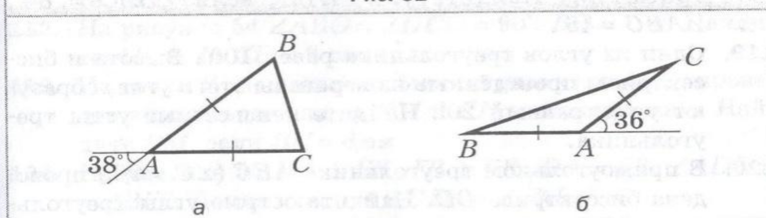
106. Найдите на рисунке 51 неизвестные углы треугольника ABC.

Рис. 51



107. Найдите на рисунке 52 неизвестные углы равнобедренного треугольника ABC ($AB = AC$).

Рис. 52



108. Найдите углы треугольника DEF, если $\angle D + \angle E = 70°$, $\angle E + \angle F = 150°$.

109. Найдите углы равнобедренного треугольника, если угол при основании на 36° больше угла при вершине.

110. Найдите углы треугольника, если их градусные меры относятся как 3 : 4 : 5.

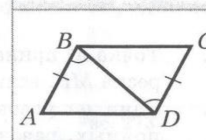
Содержание

Контрольная работа № 2

Тема. Треугольники

1. Докажите равенство треугольников ABD и CDB (рис. 275), если $\angle ABD = \angle CDB$ и $AB = CD$.

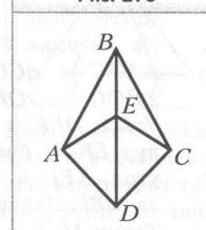
Рис. 275



2. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 76 см, а основание на 14 см меньше боковой стороны.

3. На рисунке 276 $\angle ABE = \angle CBE$, $\angle AEB = \angle CEB$. Докажите равенство отрезков AD и CD.

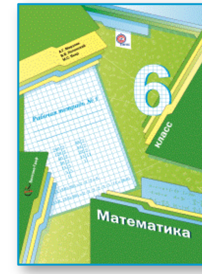
Рис. 276



4. На боковых сторонах AB и BC равнобедренного треугольника ABC отметили соответственно точки M и K так, что $\angle BAK = \angle BCM$. Докажите, что $BM = BK$.

5. Серединный перпендикуляр стороны AC треугольника ABC пересекает его сторону AB в точке K. Найдите сторону AB треугольника ABC, если $BC = 7$ см, а периметр треугольника BKC равен 23 см.

Рабочая тетрадь



380. Четверо друзей собрались съесть торт. Один хотел взять $\frac{6}{25}$ торта, второй — $\frac{7}{25}$, третий — $\frac{8}{25}$, а четвёртый — $\frac{9}{25}$. Могли ли они так поделить торт?

Решение.

Ответ:

381. Найдите все натуральные значения a, при которых верно неравенство.

1) $\frac{24}{a} > 3$; 2) $\frac{12}{a} > a$.

Решение.

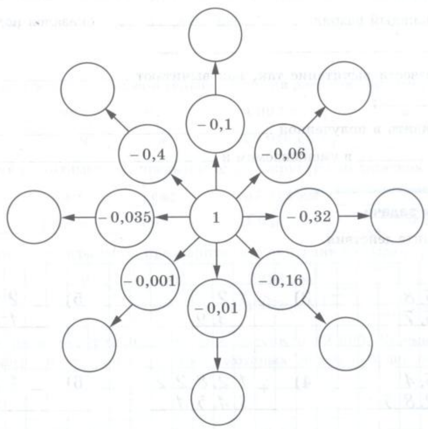
Ответ:

382. Впишите в квадратики

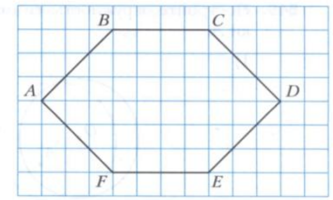
1) $2\frac{6}{9} < 2\frac{\square}{9} < 2\frac{\square}{9} < 3$

2) $8\frac{2}{7} > \square\frac{4}{7} > 6\frac{6}{7} > \square$

419. В пустые кружки впишите разность числа 1 и указанных чисел.



546. 1) Проведите оси симметрии шестиугольника $ABCDEF$, обозначьте проведённые оси. Запишите сторону шестиугольника, симметричную стороне BC относительно каждой его оси симметрии.



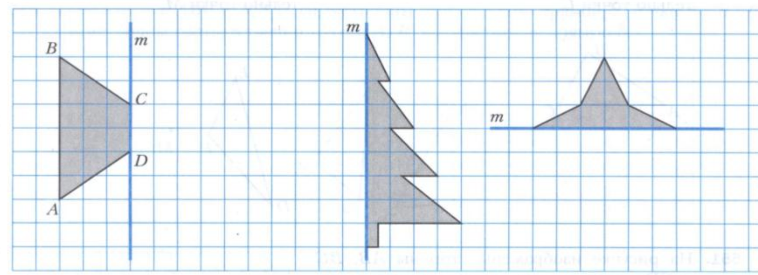
_____ симметрична BC относительно оси _____

_____ симметрична BC относительно оси _____

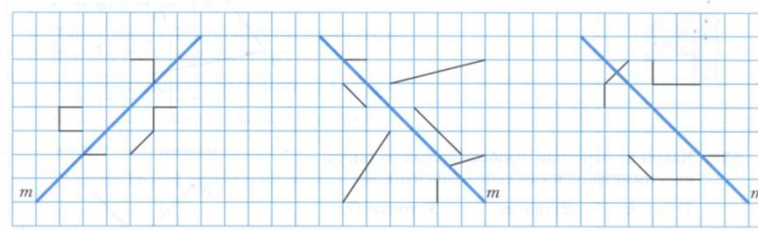
2) Найдите центр симметрии шестиугольника $ABCDEF$, обозначьте его буквой O.

Вершина _____ симметрична вершине F относительно центра O.

547. Дорисуйте фигуру, изображённую на рисунке, так, чтобы прямая m была осью симметрии полученной фигуры.

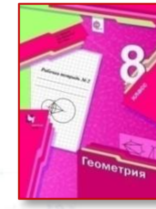


548. На рисунке изображены некоторые стороны многоугольника, осью симметрии которого является прямая m. Постройте этот многоугольник.



ОБЪЕДИНЕННАЯ ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА дрофа вентана граф

Рабочая тетрадь



§ 6. Квадрат

Повторяем теорию

91. Заполните пропуски.

1) Квадратом называют ______________, у которого ______________
____

2) Квадрат – это ромб, у которого ______________

92. Заполните таблицу (если фигура обладает указанным свойством, поставьте знак «+», если не обладает – знак «–»).

Фигура	Свойство			
	Противолежащие стороны равны	Соседние стороны равны	Противолежащие углы равны	Соседние углы равны
Параллелограмм, отличный от прямоугольника и ромба				
Прямоугольник, отличный от квадрата				
Ромб, отличный от квадрата				
Квадрат				

93. Укажите соответствие между четырёхугольниками и всеми свойствами их диагоналей.

Параллелограмм, отличный от прямоугольника и ромба

Прямоугольник, отличный от квадрата

Ромб, отличный от квадрата

Квадрат

Диагонали точкой пересечения делятся пополам.
Диагонали перпендикулярны.
Диагонали являются биссектрисами углов четырёхугольника

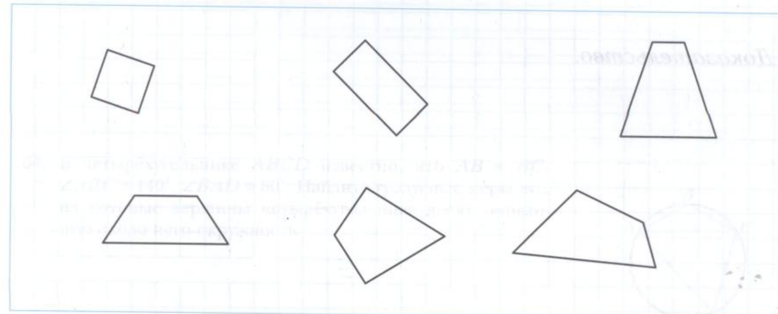
Диагонали точкой пересечения делятся пополам.
Диагонали перпендикулярны.
Диагонали являются биссектрисами углов четырёхугольника.
Диагонали равны

Диагонали точкой пересечения делятся пополам

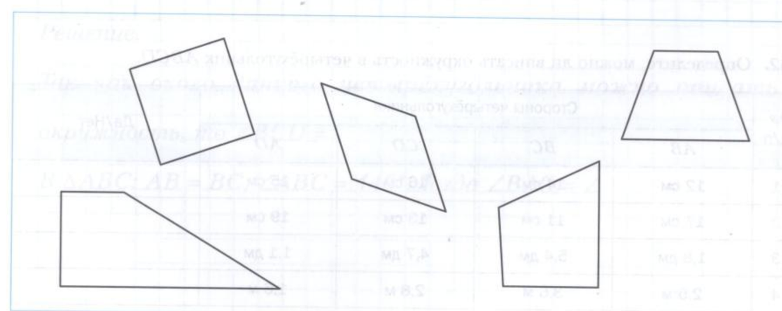
Диагонали точкой пересечения делятся пополам.
Диагонали равны

Практические задания

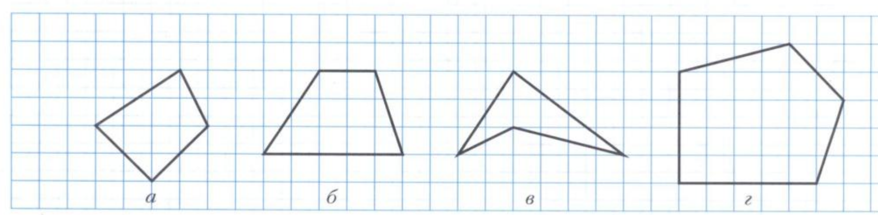
158. Около каждого из четырёхугольников, изображённых на рисунке, можно описать окружность. Постройте эти окружности.



159. В каждый из четырёхугольников, изображённых на рисунке, можно вписать окружность. Постройте эти окружности.



402. Вычислите площадь многоугольника, изображённого на рисунке, считая, что длина стороны клетки равна 1 см.



$S =$ ______ $S =$ ______ $S =$ ______ $S =$ ______

Индивидуальная образовательная траектория

§ 22. Квадратный трёхчлен

Определение

Квадратным трёхчленом называют многочлен вида $ax^2 + bx + c$, где x — переменная, a, b и c — некоторые числа, причём $a \neq 0$.

Приведём примеры многочленов, являющихся квадратными трёхчленами:

$$2x^2 - 3x + 5;\ x^2 + 7x;\ x^2 - 5;\ 3x^2.$$

Заметим, что левая часть квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ является квадратным трёхчленом.

Определение

Корнем квадратного трёхчлена называют значение переменной, при котором значение квадратного трёхчлена равно нулю.

Например, число 2 является корнем квадратного трёхчлена $x^2 - 6x + 8$.

Чтобы найти корни квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$, надо решить соответствующее квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$.

Число $D = b^2 - 4ac$ называют **дискриминантом квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$**.

Если $D < 0$, то квадратный трёхчлен корней не имеет. Если $D = 0$, то квадратный трёхчлен имеет один корень, если $D > 0$ — то два корня.

Рассмотрим квадратный трёхчлен $x^2 - 3x + 2$. Разложим его на множители методом группировки. (Подобное упражнение, № 749, вы выполняли во время подготовки к изучению этого параграфа.)

Имеем:

$x^2 - 3x + 2 = x^2 - x - 2x + 2 = x(x - 1) - 2(x - 1) = (x - 1)(x - 2)$.

О таком тождественном преобразовании говорят, что квадратный трёхчлен $x^2 - 3x + 2$ разложили на **линейные множители** $x - 1$ и $x - 2$.

Связь между корнями квадратного трёхчлена и линейными множителями, на которые он раскладывается, устанавливает следующая теорема.

Теорема 22.1

Если дискриминант квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$ положительный, то данный трёхчлен можно разложить на линейные множители:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2),$$

где x_1 и x_2 — корни квадратного трёхчлена.

§ 35 Квадратный трёхчлен

Определение

Квадратным трёхчленом называют многочлен вида $ax^2 + bx + c$, где x — переменная, a, b и c — параметры, причём $a \neq 0$.

Приведём примеры многочленов, являющихся квадратными трёхчленами:

$$2x^2 - 3x + 5;\ x^2 + 7x;\ x^2 - 5;\ 3x^2.$$

Заметим, что левая часть квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ является квадратным трёхчленом.

Теорема 35.3

Если дискриминант квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$ отрицательный, то данный трёхчлен нельзя разложить на линейные множители.

Доказательство.

Предположим, что квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ можно разложить на линейные множители. Тогда существуют такие числа k, m и n, что выполняется равенство $ax^2 + bx + c = k(x - m)(x - n)$. Отсюда получаем, что m и n — корни данного квадратного трёхчлена. Следовательно, его дискриминант неотрицательный, что противоречит условию. ■

Заметим, что если дискриминант квадратного трёхчлена неотрицательный, то такой трёхчлен имеет корни, а значит, не может принимать только отрицательные или только положительные значения. Выясним, при каких условиях квадратный трёхчлен принимает значения одного и того же знака.

Теорема 35.4

Если дискриминант квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$ отрицательный, то при всех x значения этого трёхчлена имеют тот же знак, что и параметр a, т. е.:

если $a > 0$, то $ax^2 + bx + c > 0$ при всех x;

если $a < 0$, то $ax^2 + bx + c < 0$ при всех x.

Доказательство.

Имеем: $ax^2 + bx + c = a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{D}{4a^2}\right)$. Если $D < 0$, то $-\frac{D}{4a^2} > 0$.

Тогда $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{D}{4a^2} > 0$ при всех x. Следовательно, знак произведения

$a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{D}{4a^2}\right)$ зависит только от знака числа a. ■

Пример 3. Решите неравенство:

1) $-2x^2 + 3x - 3 < 0$; 2) $\sqrt{x}(x^2 - 2x + 3) > 0$.

Решение. 1) Так как дискриминант и старший коэффициент квадратного трёхчлена $-2x^2 + 3x - 3$ отрицательные, то данный трёхчлен принимает отрицательные значения при всех x. Следовательно, множеством решений данного неравенства является множество $\boldsymbol{R}$.

ОБЪЕДИНЕННАЯ ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА
дрофа
вентана граф

Индивидуальная образовательная траектория

Теорема 22.2

Если дискриминант квадратного трёхчлена отрицательный, то данный трёхчлен нельзя разложить на линейные множители.

Доказательство

Предположим, что квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ можно разложить на линейные множители. Тогда существуют такие числа k, m и n, что выполняется равенство $ax^2 + bx + c = k(x - m)(x - n)$. Отсюда получаем, что m и n — корни данного квадратного трёхчлена. Следовательно, его дискриминант неотрицательный, что противоречит условию. ◄

Пример 1. Разложите на множители квадратный трёхчлен:
1) $x^2 - 14x - 32$; 2) $-x^2 + 17x - 30$; 3) $3x^2 - 7x + 2$.

Решение. 1) Найдём корни данного трёхчлена:

$$x^2 - 14x - 32 = 0;$$
$$x_1 = -2,\ x_2 = 16.$$

Следовательно, $x^2 - 14x - 32 = (x + 2)(x - 16)$.

2) Решим уравнение $-x^2 + 17x - 30 = 0$. Имеем:

$$x^2 - 17x + 30 = 0;$$
$$x_1 = 2,\ x_2 = 15.$$

Следовательно, $-x^2 + 17x - 30 = -(x - 2)(x - 15)$.

3) Решим уравнение $3x^2 - 7x + 2 = 0$. Имеем:

$$x_1 = \frac{1}{3},\ x_2 = 2.$$

Тогда $3x^2 - 7x + 2 = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x - 2) = (3x - 1)(x - 2)$. ◄

Пример 2. Сократите дробь $\frac{6a^2 - a - 1}{9a^2 - 1}$.

Решение. Разложим на множители квадратный трёхчлен, являющийся числителем данной дроби. Решив уравнение $6a^2 - a - 1 = 0$, получаем:

$a_1 = -\frac{1}{3}$; $a_2 = \frac{1}{2}$. Теперь можно записать

$$6a^2 - a - 1 = 6\left(a + \frac{1}{3}\right)\left(a - \frac{1}{2}\right) = 3\left(a + \frac{1}{3}\right) \cdot 2\left(a - \frac{1}{2}\right) = (3a + 1)(2a - 1).$$

Тогда получаем:

$$\frac{6a^2 - a - 1}{9a^2 - 1} = \frac{(3a + 1)(2a - 1)}{(3a + 1)(3a - 1)} = \frac{2a - 1}{3a - 1}.$$

Ответ: $\frac{2a - 1}{3a - 1}$. ◄

Пример 3. При каком значении m разложение на множители трёхчлена $2x^2 + 9x + m$ содержит множитель $(x + 5)$?

Решение. Поскольку разложение данного трёхчлена на множители должно содержать множитель $(x + 5)$, то один из корней этого трёхчлена равен -5.

Тогда имеем:

$$2 \cdot (-5)^2 + 9 \cdot (-5) + m = 0;$$
$$m = -5.$$

Ответ: $m = -5$. ◄

2) Так как дискриминант квадратного трёхчлена $x^2 - 2x + 3$ отрицательный, а старший коэффициент положительный, то $x^2 - 2x + 3 > 0$ при всех x. Тогда данное неравенство равносильно неравенству $\sqrt{x} > 0$. Отсюда $x > 0$.

Ответ: 1) $\boldsymbol{R}$; 2) $(0; +\infty)$.

Пример 4. Разложите на множители многочлен $2x^2 + xy - 6y^2$.

Решение. Рассмотрим данный многочлен как квадратный трёхчлен с переменной x, считая y параметром. Найдём его корни:

$$2x^2 + xy - 6y^2 = 0;\quad x = \frac{-y \pm \sqrt{y^2 + 48y^2}}{4};\quad \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{-y + 7y}{4}; \\ x = \dfrac{-y - 7y}{4}; \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{3}{2}y; \\ x = -2y. \end{array}\right.$$

Отсюда $2x^2 + xy - 6y^2 = 2(x + 2y)\left(x - \frac{3y}{2}\right) = (x + 2y)(2x - 3y)$. ■

Пример 5. При каком значении параметра m разложение на множители трёхчлена $2x^2 + 9x + m$ содержит множитель $(x + 5)$?

Решение. Поскольку разложение данного трёхчлена на множители должно содержать множитель $(x + 5)$, то один из корней этого трёхчлена равен -5.

Тогда:

$$2 \cdot (-5)^2 + 9 \cdot (-5) + m = 0;$$
$$m = -5.$$

Ответ: $m = -5$.

Пример 6. При каких значениях параметра a неравенство $ax^2 - 2x + 3 > 0$ выполняется при всех x?

Решение. Если $a = 0$, то данное неравенство принимает вид $-2x + 3 > 0$. Множеством решений этого неравенства не является множество $\boldsymbol{R}$.

Если $a \neq 0$, то левая часть данного неравенства — квадратный трёхчлен. Чтобы он принимал положительные значения при всех x, его дискриминант должен быть отрицательным, а старший коэффициент — положительным. Поэтому искомые значения параметра a являются решениями системы $\begin{cases} a > 0, \\ 4 - 12a < 0. \end{cases}$ Отсюда $a > \frac{1}{3}$.

Ответ: при $a > \frac{1}{3}$.

Индивидуальная образовательная траектория

Упражнения

751. Найдите корни квадратного трёхчлена:
1) $x^2 - x - 12$; 4) $16x^2 - 24x + 3$;
2) $x^2 + 2x - 35$; 5) $4x^2 + 28x + 49$;
3) $3x^2 - 16x + 5$; 6) $3x^2 + 21x - 90$.

752. Можно ли разложить на линейные множители квадратный трёхчлен:
1) $x^2 - 12x + 6$; 3) $2a^2 - 8a + 8$;
2) $3x^2 - 8x + 6$; 4) $-6b^2 + b + 12$?

753. Разложите на линейные множители квадратный трёхчлен:
1) $x^2 - 7x + 12$; 5) $-x^2 + x + 2$; 9) $\frac{1}{6}b^2 - \frac{5}{6}b + 1$;
2) $x^2 + 8x + 15$; 6) $6x^2 - 5x - 1$; 10) $-2x^2 - 0{,}5x + 1{,}5$;
3) $x^2 - 3x - 10$; 7) $4x^2 + 3x - 22$; 11) $0{,}4x^2 - 2x + 2{,}5$;
4) $-x^2 - 5x - 6$; 8) $-3a^2 + 8a + 3$; 12) $-1{,}2m^2 + 2{,}6m - 1$.

754. Разложите на линейные множители квадратный трёхчлен:
1) $x^2 - 3x - 18$; 4) $5x^2 + 8x - 4$; 7) $-\frac{1}{4}x^2 - 2x - 3$;
2) $x^2 + 5x - 14$; 5) $2a^2 - 3a + 1$; 8) $0{,}3m^2 - 3m + 7{,}5$;
3) $-x^2 + 3x + 4$; 6) $4b^2 - 11b - 3$; 9) $x^2 - 2x - 2$.

755. Сократите дробь:
1) $\frac{x^2 + x - 6}{x + 3}$; 3) $\frac{3x - 15}{x^2 - x - 20}$; 5) $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 3x}$;
2) $\frac{x - 4}{x^2 - 10x + 24}$; 4) $\frac{x^2 - 3x + 2}{6x - 6}$; 6) $\frac{x^2 + 4x}{x^2 + 2x - 8}$.

756. Сократите дробь:
1) $\frac{x^2 - 6x + 5}{x - 5}$; 2) $\frac{2x + 12}{x^2 + 3x - 18}$; 3) $\frac{x^2 + 9x + 14}{x^2 + 7x}$.

757. Сократите дробь:
1) $\frac{4a^2 - 9}{2a^2 - 9a - 18}$; 3) $\frac{c^2 - 5c - 6}{c^2 - 8c + 12}$; 5) $\frac{x^2 - 16}{32 - 4x - x^2}$;
2) $\frac{2b^2 - 7b + 3}{4b^2 - 4b + 1}$; 4) $\frac{m^3 - 1}{m^2 + 9m - 10}$; 6) $\frac{4n^2 - 9n + 2}{2 + 9n - 5n^2}$.

758. Сократите дробь:
1) $\frac{4x^2 + x - 3}{x^2 - 1}$; 3) $\frac{a^2 + 5a + 4}{a^2 - a - 20}$;
2) $\frac{2y^2 + 3y - 5}{y^2 - 2y + 1}$; 4) $\frac{3 + 20b - 7b^2}{7b^2 - 6b - 1}$.

759. При каком значении b разложение на линейные множители трёхчлена:
1) $2x^2 - 5x + b$ содержит множитель $(x - 3)$;
2) $-4x^2 + bx + 2$ содержит множитель $(x + 1)$;
3) $3x^2 - 4x + b$ содержит множитель $(3x - 2)$?

Упражнения

35.1. Разложите на линейные множители квадратный трёхчлен:
1) $x^2 - 7x + 12$; 4) $4x^2 + 3x - 22$; 7) $-2x^2 - 0{,}5x + 1{,}5$;
2) $x^2 + 8x + 15$; 5) $-3a^2 + 8a + 3$; 8) $0{,}4x^2 - 2x + 2{,}5$;
3) $-x^2 + x + 2$; 6) $\frac{1}{6}b^2 - \frac{5}{6}b + 1$; 9) $-1{,}2m^2 + 2{,}6m - 1$.

35.2. Разложите на линейные множители квадратный трёхчлен:
1) $x^2 - 3x - 18$; 3) $5x^2 + 8x - 4$; 5) $0{,}3m^2 - 3m + 7{,}5$;
2) $-x^2 + 3x + 4$; 4) $-\frac{1}{4}x^2 - 2x - 3$; 6) $-0{,}5x^2 + x + 1{,}5$.

35.3. Сократите дробь:
1) $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 3x}$; 3) $\frac{2b^2 - 7b + 3}{4b^2 - 4b + 1}$; 5) $\frac{x^2 - 16}{32 - 4x - x^2}$;
2) $\frac{4a^2 - 9}{2a^2 - 9a - 18}$; 4) $\frac{m^3 - 1}{m^2 + 9m - 10}$; 6) $\frac{4n^2 - 9n + 2}{2 + 9n - 5n^2}$.

35.4. Сократите дробь:
1) $\frac{2x + 12}{x^2 + 3x - 18}$; 3) $\frac{4x^2 + x - 3}{x^2 - 1}$; 5) $\frac{a^2 + 5a + 4}{a^2 - a - 20}$;
2) $\frac{x^2 + 9x + 14}{x^2 + 7x}$; 4) $\frac{2y^2 + 3y - 5}{y^2 - 2y + 1}$; 6) $\frac{3 + 20b - 7b^2}{7b^2 - 6b - 1}$.

35.5. Решите неравенство:
1) $x^2 + x + 1 > 0$; 3) $(2x - 1)(2x^2 - 3x + 5) < 0$;
2) $-x^2 + x - 1 \leqslant 0$; 4) $\sqrt{x - 1}\,(-5x^2 + 8x - 5) \geqslant 0$.

35.6. Решите неравенство:
1) $7x^2 - 9x + 3 \geqslant 0$; 3) $(2x + 3)(3x^2 - 8x + 6) \geqslant 0$;
2) $-5y^2 + 11y - 11 < 0$; 4) $|x + 1|(4x^2 - 5x + 2) \leqslant 0$.

35.7. Найдите область определения функции:
1) $y = \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 4}}{x + 2}$; 2) $y = \frac{1}{\sqrt{5x^2 - 4x + 1}}$.

35.8. При каком значении параметра b разложение на линейные множители трёхчлена:
1) $2x^2 - 5x + b$ содержит множитель $(x - 3)$;
2) $-4x^2 + bx + 2$ содержит множитель $(x + 1)$;
3) $3x^2 - 4x + b$ содержит множитель $x - \frac{2}{3}$?

35.9. При каком значении параметра a разложение на линейные множители трёхчлена:
1) $2x^2 - 7x + a$ содержит множитель $(x - 4)$;
2) $4x^2 - ax + 6$ содержит множитель $x + \frac{1}{2}$?

Индивидуальная образовательная траектория

760. При каком значении a разложение на линейные множители трёхчлена:
1) $2x^2 - 7x + a$ содержит множитель $(x - 4)$;
2) $4x^2 - ax + 6$ содержит множитель $(2x + 1)$?

761. Упростите выражение:

1) $\dfrac{9a^2-4}{2a^2-5a+2} \cdot \dfrac{a-2}{3a+2} + \dfrac{a-1}{1-2a}$;

2) $\dfrac{b-4}{b^3-b} : \left(\dfrac{b-1}{2b^2+3b+1} - \dfrac{1}{b^2-1}\right)$;

3) $\left(\dfrac{c+2}{c^2-c-6} - \dfrac{2c}{c^2-6c+9}\right) : \dfrac{c^2+3c}{(2c-6)^2}$;

4) $\left(\dfrac{3}{m-4} + \dfrac{2m}{m+1} + \dfrac{4m-6}{m^2-3m-4}\right) \cdot \dfrac{4m-16}{2m-3}$.

762. Докажите, что при всех допустимых значениях a значение выражения не зависит от значения переменной:

1) $\dfrac{25a^2-36}{10a^2-9a+2} : \dfrac{5a+6}{5a-2} + \dfrac{9a-8}{1-2a}$;

2) $\left(\dfrac{2a}{a+3} + \dfrac{1}{a-1} - \dfrac{4}{a^2+2a-3}\right) : \dfrac{2a+1}{a+3}$.

763. Постройте график функции:

1) $y = \dfrac{x^2-6x+5}{x-1}$;   2) $y = \dfrac{3x^2-10x+3}{x-3} - \dfrac{x^2-4}{x+2}$.

764. Постройте график функции:

1) $y = \dfrac{x^2-2x-8}{x-4}$;   2) $y = \dfrac{x^2-x-2}{x+1} - \dfrac{x^2-x-30}{x+5}$.

765. Разложите на множители многочлен:
1) $x^2 - 6xy + 5y^2$;   3) $3m^2 - 8mn - 3n^2$;
2) $a^2 + 5ab - 36b^2$;   4) $4x^2 - 5xy + y^2$.

766. Разложите на множители многочлен:
1) $a^2 - 14ab + 40b^2$;   2) $12b^2 + bc - 6c^2$.

767. Для каждого значения a решите уравнение:
1) $(a^2 - a - 6)x = a^2 - 9$;   2) $(a^2 - 8a + 7)x = 2a^2 - 13a - 7$.

768. Для каждого значения a решите уравнение $(a^2 + 7a - 8)x = a^2 + 16a + 64$.

Упражнения для повторения

769. Сократите дробь:

1) $\dfrac{3+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$;   2) $\dfrac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{10}-5\sqrt{2}}$;   3) $\dfrac{2-\sqrt{6}}{\sqrt{6}-3}$;

4) $\dfrac{4a-2}{2\sqrt{a}+\sqrt{2}}$;   5) $\dfrac{9a-b^2}{9a+6b\sqrt{a}+b^2}$;   6) $\dfrac{a\sqrt{a}-8}{a+2\sqrt{a}+4}$.

35.10. Упростите выражение:

1) $\dfrac{9a^2-4}{2a^2-5a+2} \cdot \dfrac{a-2}{3a+2} + \dfrac{a-1}{1-2a}$;

2) $\dfrac{b-4}{b^3-b} : \left(\dfrac{b-1}{2b^2+3b+1} - \dfrac{1}{b^2-1}\right)$;

3) $\left(\dfrac{c+2}{c^2-c-6} - \dfrac{2c}{c^2-6c+9}\right) : \dfrac{c^2+3c}{(2c-6)^2}$;

4) $\left(\dfrac{3}{m-4} + \dfrac{2m}{m+1} + \dfrac{4m-6}{m^2-3m-4}\right) \cdot \dfrac{4m-16}{2m-3}$.

35.11. Докажите, что при всех допустимых значениях a значение выражения не зависит от значения переменной:

1) $\dfrac{25a^2-36}{10a^2-9a+2} : \dfrac{5a+6}{5a-2} + \dfrac{9a-8}{1-2a}$;

2) $\left(\dfrac{2a}{a+3} + \dfrac{1}{a-1} - \dfrac{4}{a^2+2a-3}\right) : \dfrac{2a+1}{a+3}$.

35.12. Постройте график функции:

1) $y = \dfrac{x^2-6x+5}{x-1}$;   2) $y = \dfrac{3x^2-10x+3}{x-3} - \dfrac{x^2-4}{x+2}$.

35.13. Постройте график функции:

1) $y = \dfrac{x^2-2x-8}{x-4}$;   2) $y = \dfrac{x^2-x-2}{x+1} - \dfrac{x^2-x-30}{x+5}$.

35.14. Разложите на множители многочлен:
1) $x^2 - 6xy + 5y^2$;   3) $3m^2 - 8mn - 3n^2$;
2) $a^2 + 5ab - 36b^2$;   4) $4x^2 - 5xy + y^2$.

35.15. Разложите на множители многочлен:
1) $a^2 - 14ab + 40b^2$;
2) $12b^2 + bc - 6c^2$.

35.16. Сократите дробь:

1) $\dfrac{2a^2+ab-15b^2}{-2a^2+9ab-10b^2}$;   2) $\dfrac{6x^2-13xy-5y^2}{12x^2-5xy-3y^2}$.

35.17. Сократите дробь:

1) $\dfrac{3n^2+mn-4m^2}{8m^2+18mn+9n^2}$;   2) $\dfrac{12u^2-4ut-5t^2}{-5t^2+21ut-18u^2}$.

35.18. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых $(x; y)$ удовлетворяют равенству:
1) $8x^2 - 6xy + y^2 = 0$;
2) $4x^2 - 4xy - 3y^2 - 2x + 7y - 2 = 0$.

35.19. Для каждого значения параметра a решите уравнение:
1) $(a^2 - a - 6)x = a^2 - 9$;
2) $(a^2 - 8a + 7)x = 2a^2 - 13a - 7$.

35.20. Для каждого значения параметра a решите уравнение $(a^2 + 7a - 8)\,x = a^2 + 16a + 64$.

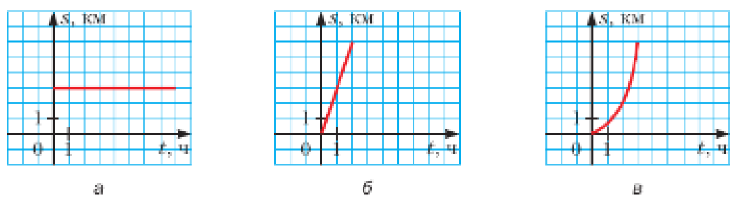
35.21. При каких значениях параметра a неравенство выполняется при всех x:
1) $(a - 1)x^2 - x + 2 > 0$;
2) $ax^2 - (2a - 1)x + a + 1 < 0$?

ОБЪЕДИНЕННАЯ ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА
дрофа
вентана граф

Индивидуальная образовательная траектория

770. Какой из графиков, представленных на рисунке 41, является графиком движения пешехода, который шёл с постоянной скоростью? Определите скорость движения этого пешехода.

Рис. 41



771. Смешали 2 л молока жирностью 8 % и 3 л молока жирностью 6 %. Какова жирность полученной смеси?

Готовимся к изучению новой темы

772. Решите уравнение:

1) $x^2 = 9$; 3) $(4x + 1)^2 = 9$; 5) $\sqrt{x} = 9$;

2) $x^2 = -9$; 4) $(x - 1)^2 = 5$; 6) $\sqrt{x} = -9$.

773. Решите уравнение:

1) $\frac{4x - 1}{x - 2} = \frac{x + 5}{x - 2}$; 3) $\frac{5x - 3}{x + 1} - \frac{4x - 2}{x + 2} = 1$;

2) $\frac{2y^2 - 3y - 20}{y - 4} - y = 1$; 4) $\frac{1}{y - 5} - \frac{1}{y + 4} = \frac{9}{(y - 5)(y + 4)}$.

Учимся делать нестандартные шаги

774. Рассматриваются все прямоугольники, длины сторон которых — натуральные числа. Каких прямоугольников больше: с периметром 1 000 или с периметром 1 002?

35.22. Квадратный трёхчлен $x^2 + ax + b$ имеет целые корни, большие чем 2. Докажите, что число $a + b + 1$ — составное.

35.23. Один из корней уравнения $x^{12} - abx + a^2 = 0$ больше 2. Докажите, что $|b| > 64$.

35.24. Решите уравнение $x^3 - (\sqrt{2} + 1)x^2 + 2 = 0$.

35.25. Решите уравнение $x^4 - 2\sqrt{3}x^2 + x + 3 - \sqrt{3} = 0$.

Упражнения для повторения

35.26. Сократите дробь:

1) $\frac{3 + \sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$; 3) $\frac{2 - \sqrt{6}}{\sqrt{6} - 3}$; 5) $\frac{9a - b^2}{9a + 6b\sqrt{a} + b^2}$;

2) $\frac{5 - \sqrt{5}}{\sqrt{10} - 5\sqrt{2}}$; 4) $\frac{4a - 2}{2\sqrt{a} + \sqrt{2}}$; 6) $\frac{a\sqrt{a} - 8}{a + 2\sqrt{a} + 4}$.

35.27. Какой из графиков, представленных на рисунке 35.1, является графиком движения пешехода, который шёл с постоянной скоростью? Определите скорость движения этого пешехода.

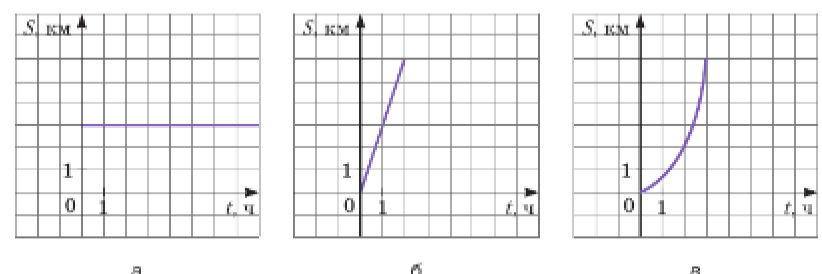


Рис. 35.1

35.28. Смешали 2 л молока жирностью 8 % и 3 л молока жирностью 6 %. Какова жирность полученного молока?

35.29. Для каждого значения параметра a решите неравенство:

1) $|x^2 - 4x + 3|(x - a) \geqslant 0$;

2) $|x^2 + 3x + 2|(x - a) < 0$.

НАЦИОНАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ

Рекомендуемые меры по совершенствованию математического образования

Рекомендации для учителей математики

По результатам проведенного исследования могут быть сформулированы следующие рекомендации для учителей математики.

1. Повышенное внимание к работе с текстом задания (условие, вопрос). Необходимо уходить от практики «натаскивания» на стандартные формулировки. Наоборот, целесообразно подбирать максимально широкий спектр заданий, акцентируя внимание учеников на деталях текста каждого из них. Например, в вычислительных примерах можно таким образом менять условие:
   - вместо «Найти значение выражения» – «Найти удвоенное значение выражения», «Найти число, противоположное значению выражения» и т.д.;
   - вместо «Решить уравнение» – «Решить уравнение и записать в ответ сумму корней», «Решить уравнение и записать в ответ корни, увеличенные на 1» и т.д.
2. Развитие навыков проведения логических рассуждений. Важно регулярно проводить рассуждения при выполнении заданий в разных темах, чтобы у обучающихся формировалось представление о том, какими вообще могут быть доказательные рассуждения. Для этого может быть организована фронтальная работа в классе, включающая решение как стандартных, так и нестандартных заданий. Особое место на уроках математики должно занимать обоснование учениками своих доводов, в том числе с помощью примеров или контрпримеров. Начать можно с совсем простых заданий, например, «Верно ли, что сумма двух нецелых чисел всегда есть нецелое число?» или «Верно ли, что произведение двух чисел, не делящихся на 4, может делиться на 4?». Также логические рассуждения можно «вплетать» в урок в любой бытовой ситуации, например, «Петя, если ты получишь «5» за экзамен, то будет «5» в году. А следует ли из этого, что если ты не получишь «5» за экзамен, то у тебя не будет «5» в году?».
3. Развитие и поддержание вычислительных навыков:
   - время от времени весьма полезно проводить вычислительные тесты. Такие тесты помогают научить детей считать быстрее и качественнее. Подобные тесты также хорошо сочетаются с перекрестной проверкой, когда ученики сами проверяют друг друга. Таким образом, повышается и навык поиска ошибок;
   - целесообразно в 6–7 классах чаще давать в примерах для устного счета примеры с возведением в квадрат (умножение числа на себя) вплоть до 20, чтобы ученики постепенно запоминали их, поскольку эти знания будут востребованы в дальнейшем, особенно в 9 классе;
   - обязательно показывать ученикам приемы эффективного устного счета и время от времени повторять их, например возведение в квадрат двузначного числа, в том числе и десятичных дробей, оканчивающегося на 5: $45\cdot45$; $4,5\cdot4,5$; $0,45\cdot0,45$ и т.д.;
   - – одной из наиболее проблемных тем 6 класса является тема «Положительные и отрицательные числа». Если при умножении и делении правило знаков в основном усваивается учениками, то сложение вызывает большие сложности, особенно при работе со смешанными числами при переходе через единицу и в случае, когда целая часть больше у одного числа, а дробная – у другого, например: $-1\frac{3}{4}+3\frac{5}{8}$, $1\frac{3}{4}-3\frac{5}{8}$, $-4\frac{5}{6}-2\frac{3}{4}$. Очень важно подробно разбирать примеры такого типа, отрабатывая и закрепляя алгоритм их выполнения.
4. Выполнение оценки или прикидки результатов выполнения задания. Например, при решении примера «$3,45\cdot(-4,1)$» можно, не решая, оценить, что ответ должен получиться отрицательным, причем если ученик не там поставит запятую (получив ответ около 1 или около 100), следует обсудить, что ответ должен быть между –20 и –10.
5. Регулярное выполнение практико-ориентированных заданий. В сюжетах текстовых заданий следует уделять больше внимания темам, которые близки детям или встретятся в будущем. Например, в задачах на работу детям куда интереснее решать задачи про детей, моющих посуду, чем про тракторы, вспахивающие поле, или трубы, заполняющие бассейн. Также за счет удачного подбора задач можно расширить кругозор учеников.
6. Сохранение постоянного внимания к геометрии. При изучении геометрии, особенно до 7 класса, стоит заострить внимание учеников не только и не столько на формулах, вроде суммы углов треугольника или длины окружности, а на различных построениях, комбинациях и конструкциях, т.е. задачах с не самой стандартной формулировкой, например: разбиение фигур на части; составление фигур из частей; подсчет периметра и площади нестандартных фигур, невыпуклых многоугольников; оценка различных числовых характеристик реальных объектов (оценить площадь комнаты, расстояние до предмета и т.д.). Расширять кругозор можно и добавив «нестандартное» в стандартную задачу, например, вместо «Найдите площадь прямоугольника со сторонами 6 и 8» – «Найдите площадь квадрата, имеющего тот же периметр, что и прямоугольник со сторонами 6 и 8» или вместо «Найдите длину окружности радиуса 40 м» – «Велосипедная трасса представляет собой окружность радиусом 40 м. Какой путь проехал велосипедист, когда он преодолел половину круга?».
7. Развитие и поддержание интереса к предмету. Этому может способствовать, например, проведение части урока в игровой, развлекательной форме.

2. Развитие навыков проведения логических рассуждений

956. Мама поручила Саше купить 1,5 кг печенья, 0,8 кг вафель и 0,5 кг конфет. Хватит ли Саше 360 р., если 1 кг печенья стоит 72 р., 1 кг вафель — 90 р., а 1 кг конфет — 240 р.?

957. К своему дню рождения Буратино купил 12 кг шоколадных конфет по 3,4 сольдо за килограмм, 7,5 кг зефира по 2,6 сольдо и 14 бутылок лимонада по 1,5 сольдо за бутылку. Сколько денег осталось у Буратино, если сначала у него было 100 сольдо?

958. На покупку ткани для нового платья короля портняжки получили 500 гульденов. Они приобрели 20,4 м шёлка по 1,75 гульдена за метр, 18,5 м парчи по 2,38 гульдена, 12,5 м кружев по 2,16 гульдена, 32,8 м бархата по 2,05 гульдена и 44,4 м золотой пряжи по 3,45 гульдена. Сколько денег осталось у портняжек?

934. При Петре I в России с развитием торговли и промышленности назрела необходимость приведения в определённую систему различных мер. Так, были утверждены такие единицы длины: верста, сажень, аршин, вершок. Верста была равна 500 саженям, сажень — 3 аршинам, аршин — 16 вершкам. Скольким километрам равна верста, если вершок равен 4,445 см?

ОБЪЕДИНЕННАЯ ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА
дрофа
вентана граф

5. Регулярное выполнение практико-ориентированных заданий

Упражнения для повторения

32. Первая на Руси школа, как написано в «Повести временных лет», была открыта в Киеве в 988 году при князе Владимире Святославиче. В 1701 г. указом императора Петра I была создана первая в России государственная светская школа — Школа математических и навигацких наук или, как чаще её называли, Навигацкая школа. Первоначально школу возглавил боярин Фёдор Головин, а затем — выдающийся русский математик-педагог Леонтий Филиппович Магницкий (1669–1739), проработавший в школе 38 лет — со дня её открытия в 1701 г. до последних дней своей жизни. Перу Л.Ф. Магницкого принадлежал первый изданный в России в 1703 г. учебник по математике, на долгие годы ставший основным учебником российских школ. В Навигацкой школе обучали чтению, письму, арифметике, геометрии, тригонометрии, черчению, географии, астрономии, навигации и другим предметам. Через сколько лет после открытия первой на Руси школы была открыта Навигацкая школа? На сколько лет твоя школа «младше» Навигацкой школы?

«Арифметика».
Л.Ф. Магницкий

120. Может ли сумма двух простых чисел быть простым числом? В случае утвердительного ответа приведите пример.

121. Может ли быть простым числом:
1) произведение двух различных чисел;
2) значение площади квадрата, длина стороны которого выражается натуральным числом?
Ответ обоснуйте.

122. Может ли сумма двух составных чисел быть простым числом? В случае утвердительного ответа приведите примеры.

123. Существует ли прямоугольник, длины сторон которого выражаются натуральными числами, а периметр — простым числом (длины сторон и периметр прямоугольника выражены в одних и тех же единицах измерения)? Ответ обоснуйте.

124. Может ли произведение ста различных простых чисел делиться нацело: 1) на 3; 2) на 9?

125. Существуют ли три последовательных натуральных числа:
1) каждое из которых является простым;
2) ни одно из которых не является составным?
Ответ обоснуйте.

126. При каком натуральном значении n будет простым числом значение выражения: 1) $2n$; 2) n^2; 3) $n(n+1)$?

127. Натуральное число a, которое больше 1 и меньше 100, не делится нацело ни на одно из чисел 2, 3, 5 и 7. Верно ли, что число a — простое? Ответ обоснуйте.

128. Простое число, большее 1 000, поделили на 6. Чему может быть равным остаток?

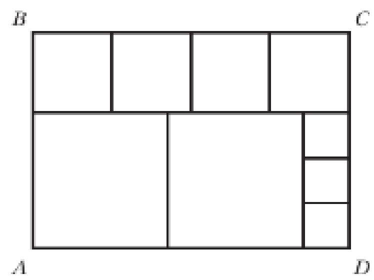
129. Найдите все пары простых чисел, разность которых равна 17.

6. Сохранение постоянного внимания к геометрии

371. Прямоугольник $ABCD$ разрезали на квадраты так, как показано на рисунке 139. Сторона наименьшего из квадратов равна 4 см. Найдите длины сторон прямоугольника $ABCD$.

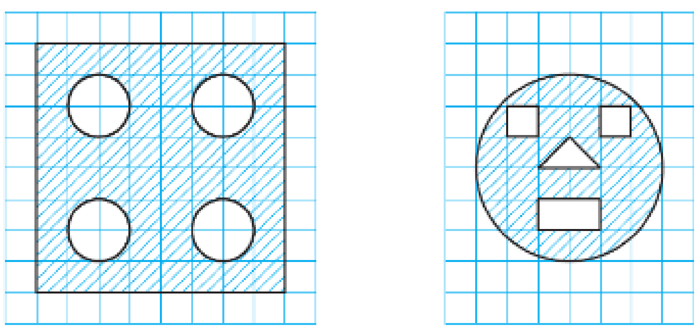
372. Начертите прямоугольник, соседние стороны которого равны 3 см и 6 см. Разделите его на три равных прямоугольника. Вычислите периметр каждого из полученных прямоугольников. Найдите два решения этой задачи.

Рис. 139



751. Вычислите площадь заштрихованной фигуры (рис. 46), если длина стороны клетки равна 1 см.

Рис. 46



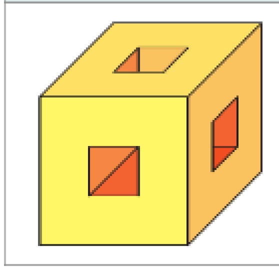
а б

752. Пицца, диаметр которой равен 30 см, стоит столько же, сколько две пиццы диаметром 20 см. В каком случае Дима съест больше пиццы: если купит одну большую или две маленькие, если все пиццы имеют одинаковую толщину?

638. В бассейн, площадь дна которого равна 1 га, налили 1 000 000 л воды. Можно ли в этом бассейне провести соревнования по плаванию?

639. В кубе с ребром 3 см проделали три сквозных квадратных отверстия со стороной 1 см (рис. 181). Найдите объём оставшейся части.

Рис. 181



759. Докажите, что сумма длин красных дуг равна сумме длин зелёных дуг (рис. 49).

760. *Задача Гиппократа.* (Гиппократ Хиосский — древнегреческий геометр (V в. до н. э.).) Докажите, что сумма площадей закрашенных фигур («луночек») равна площади прямоугольника (рис. 50).

Рис. 49

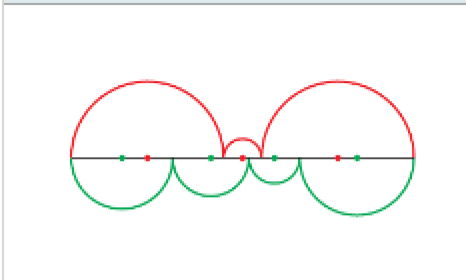
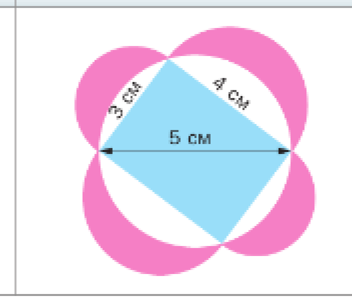


Рис. 50



761. Два квадрата со стороной 1 см имеют общий центр (точка пересечения его диагоналей) (рис. 51). Докажите, что площадь их общей части больше $\frac{\pi}{4}$.

762. На рисунке 52 проиллюстрирован старинный способ вычисления площади круга. Объясните, почему произведение rl приближённо равно площади круга.

Рис. 51

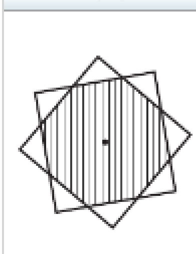
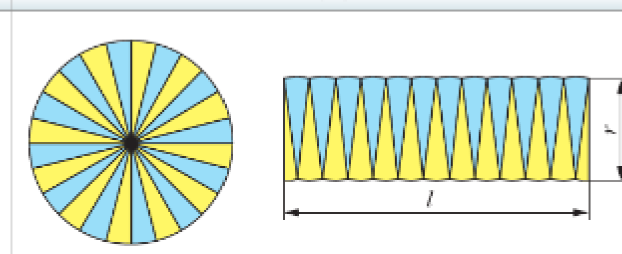


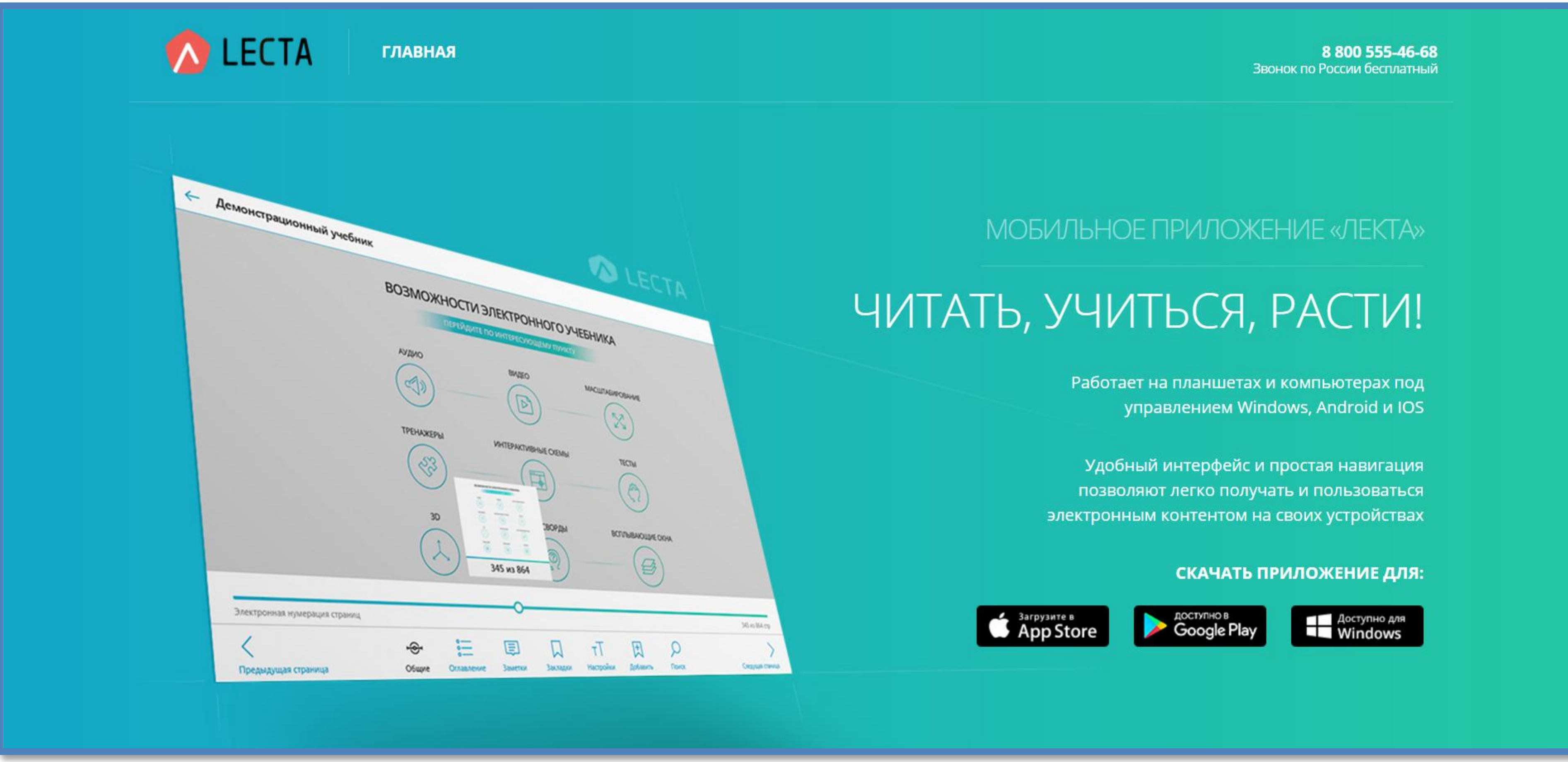
Рис. 52



ОБЪЕДИНЕННАЯ ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА
дрофа
вентана граф

Образовательная платформа «ЛЕКТА»

https://lecta.ru/



Основные направления использования электронного учебника

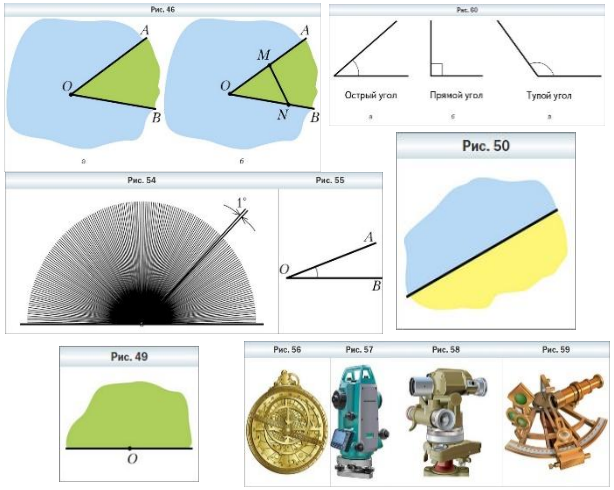
НАПРАВЛЕНИЯ	ПРИМЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ
Основной источник учебной информации	• Индивидуальная работа с содержанием на индивидуальных устройствах: планшетах, компьютерах и т. д.; • групповая работа в компьютерных классах; • фронтальная работа с использованием проекционного оборудования.
Источник дополнительной учебной информации	• Средство мотивации учащихся; • визуализация сложных процессов и явлений для расширения и углубления знаний; • использование дополнительных материалов как основы для разнообразных заданий (в т. ч. творческого и проектного характера), формирования предметных и метапредметных навыков и универсальных учебных действий; • построение индивидуальной образовательной траектории; • информационная база для конструирования уроков.
Навигатор по основным компонентам электронного УМК и внешним ЭОР	• Инструмент для организации познавательной и практической деятельности учащихся; • методический навигатор для конструирования уроков.
База тестовых заданий с автоматической проверкой	• Инструмент оперативного контроля уровня знаний учащихся (электронный журнал); • дидактическая база для конструирования уроков.
Инструмент для работы с информацией	• Обучение учащихся работе с информацией (сервис поиска, заметки, закладки), формирование метапредметных навыков и универсальных учебных действий; • в перспективе – формирование образовательного пространства класса/школы (сетевое взаимодействие)

Электронный учебник как инструмент формирования информационной и коммуникационной культуры

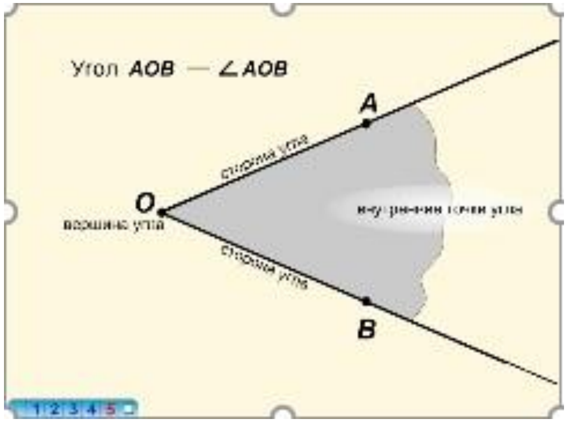
Наличие разнообразных заданий на поиск информации (специфических и неспецифических)	умение осознавать потребность в информации
Подборки учебных материалов, ссылок на внешние ресурсы, списки дополнительной литературы	умение определять способы восполнения информационных пробелов
Разнообразные задания ЭУ, сервиса поиска по ключевому слову	умение конструировать стратегии обнаружения информации
Сервис заметок и закладок	навык представления информации в сжатом виде, структурирования информации

Использование ЭФУ: повышение мотивации

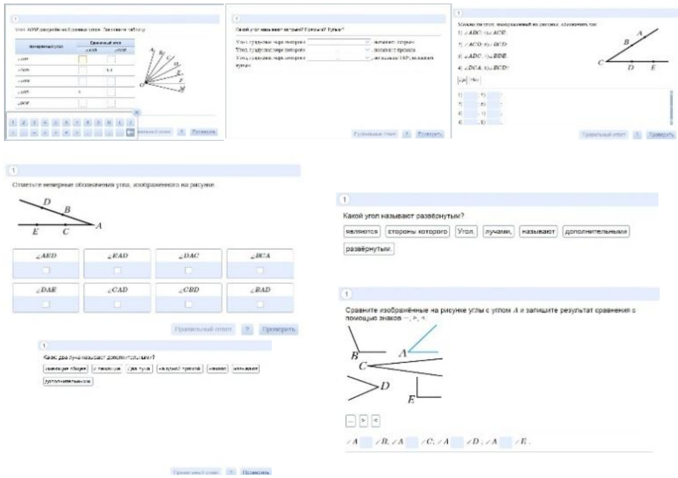
Иллюстрация



Анимация со звуком



Интерактивное задание



Использование ЭФУ: новые возможности

1

Заполните таблицу, вычислив градусную меру угла, смежного с данным.

Угол	150°	42°	90°
Угол, смежный с данным	°	°	°

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 ( )

• : – + < = > , . ;

Правильный ответ ? Проверить

Итоговая работа

«Проверьте себя» в тестовой форме

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

Укажите верное неравенство.

6 ц < 598 кг | 7 ц 32 кг > 723 кг | 2 км 85 м > 2122 мг | 1 км 42 м > 1200 м

Угол. Обозначение углов

1

Расшифруйте слово.

И	С	К	А	Б	Т	Р	Е
724 – 358	1032 – 465	2729 + 1271	1496 + 2304	2400 – 544	10000 – 1234	4512 + 4164	927 + 919

1856	366	567	567	1846	4000	8766	8676	366	567	3800
	И	С	С					И	С	А

Й Ц У К Е Н Г Ш Щ З Х Ъ

Ё Ф Ы В А П Р О Л Д Ж Э

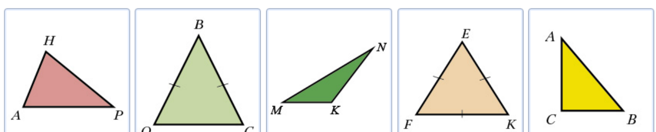
Я Ч С М И Т Ь Б Ю

Правильный ответ ? Проверить

Треугольник и его виды

1

Установите соответствие.



Остроугольный | Равносторонний | Прямоугольный | Равнобедренный | Тупоугольный

Правильный ответ ? Проверить

1

Какие два угла называют смежными?

называют | Два угла | если у них | а две другие | смежными, | одна сторона | общая, | являются | дополнительными лучами.

ОБЪЕДИНЕННАЯ ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА

Спасибо за внимание!

Павлова Татьяна Николаевна
ведущий методист по математике
Объединенной издательской группы «ДРОФА - ВЕНТАНА»
Pavlova.TN@drofa-ventana.ru