ОБЪЕДИНЕННАЯ ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА дрофа вентана граф

Особенности построения курса геометрии для 7 – 9 классов в УМК по математике Объединенной издательской группы «ДРОФА–ВЕНТАНА»

Павлова Татьяна Николаевна,
ведущий методист по математике
объединенной издательской группы «ДРОФА–ВЕНТАНА»

18 января 2017 г.

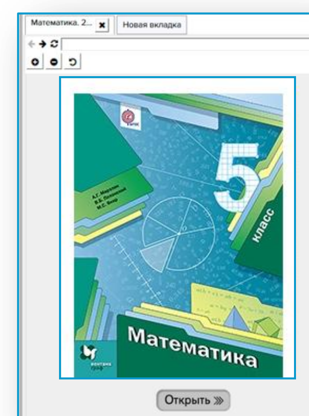
ОБЪЕДИНЕННАЯ ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА дрофа вентана граф

Математика

Линия учебно-методических комплексов для 5–6 классов.
Авторы: Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С.

Состав УМК:

- ✓ Учебник
- ✓ Рабочие тетради
- ✓ Дидактические материалы
- ✓ Методическое пособие
- ✓ Программа с CD
- ✓ Электронная форма учебника



ОБЪЕДИНЕННАЯ ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА дрофа вентана граф

ФГОС

Алгебра

Линия учебно-методических комплекс для 7–9 классов
Авторы: Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С.

Базовый уровень

Углубленный курс

Учебно-методические комплексы ориентированы на:
- *формирование математической грамотности;*
- *реализацию системно-деятельностного подхода в обучении;*
- *использование современных образовательных технологий;*
- *реализацию принципа уровневой дифференциации;*
- *возможность выстроить индивидуальную образовательную траекторию;*
- *установление межпредметных связей;*
- *развитие универсальных учебных действий (УУД)*

Геометрия

Линия учебно-методических комплексов для 7–9 классов
Авторы: Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С.

ФГОС

Полное соответствие требованиям ФГОС:
✓ язык изложения учебного материала доступен и комфортен для понимания учащимися;
✓ учебники соответствуют возрастным особенностям учащихся и мотивируют учащихся к самостоятельному мышлению;
✓систематизации и обобщению изученного материала посвящены специальные рубрики - «Проверь себя» и «Итоги главы».

ОБЪЕДИНЕННАЯ ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА
дрофа
вентана граф

Геометрия 7, 8, 9 классы

Условные обозначения

Простые задачи

Задачи среднего уровня сложности

Сложные задачи

Задачи для математических кружков и факультативов

Ключевые задачи, результат которых можно использовать при решении других задач

Окончание доказательства теоремы или решения задачи

439 Задания, рекомендованные для домашней работы

480 Задания для устной работы

Наблюдайте, рисуйте, конструируйте, фантазируйте

Геометрия 7 класс.

Примерное тематическое планирование

Глава I. Простейшие геометрические фигуры и их свойства.		**12**
1	**Точки и прямые.**	**1**
2	**Отрезок и его длина.**	**2**
3	**Луч. Угол. Измерение углов.**	**3**
4	**Смежные и вертикальные углы.**	**3**
5	**Перпендикулярные прямые.**	**1**
6	**Аксиомы.**	**1**
	Контрольная работа № 1.	**1**
Глава II. Треугольники.		**20**
7	**Равные треугольники. Высота, медиана, биссектриса треугольника.**	**3**
8	**Первый и второй признаки равенства треугольников.**	**6**
	Контрольная работа № 2	**1**
9	**Равнобедренный треугольник и его свойства.**	**4**
10	**Признаки равнобедренного треугольника.**	**2**
11	**Третий признак равенства треугольников.**	**2**
12	**Теоремы.**	**1**
	Контрольная работа № 3.	**1**

Геометрия 7 класс.

Примерное тематическое планирование

Глава III. **Параллельные прямые. Сумма углов треугольника.**		**15**
13	**Параллельные прямые.**	**1**
14	**Признаки параллельности прямых**	**2**
15	**Свойства параллельных прямых.**	**3**
16	**Сумма углов треугольника.**	**4**
17	**Прямоугольный треугольник.**	**2**
18	**Свойства прямоугольного треугольника.**	**2**
	Контрольная работа № 4.	**1**
Глава IV. **Окружность и круг. Геометрические построения.**		**17**
19	**Геометрическое место точек. Окружность и круг.**	**2**
20	**Некоторые свойства окружности. Касательная к окружности.**	**3**
21	**Описанная и вписанная окружности треугольника.**	**3**
22	**Задачи на построение.**	**4**
23	**Метод геометрических мест точек в задачах на построение.**	**4**
	Контрольная работа № 5	**1**
Глава V. **Обобщение и систематизация знаний учащихся**		**6**

Первые уроки геометрии

Что изучает геометрия?

Геометрия – для вас новый учебный предмет. На уроках математики вы уже знакомились с азами этой мудрой науки. Все геометрические фигуры, изображённые на рисунке 5, вам уже хорошо известны.

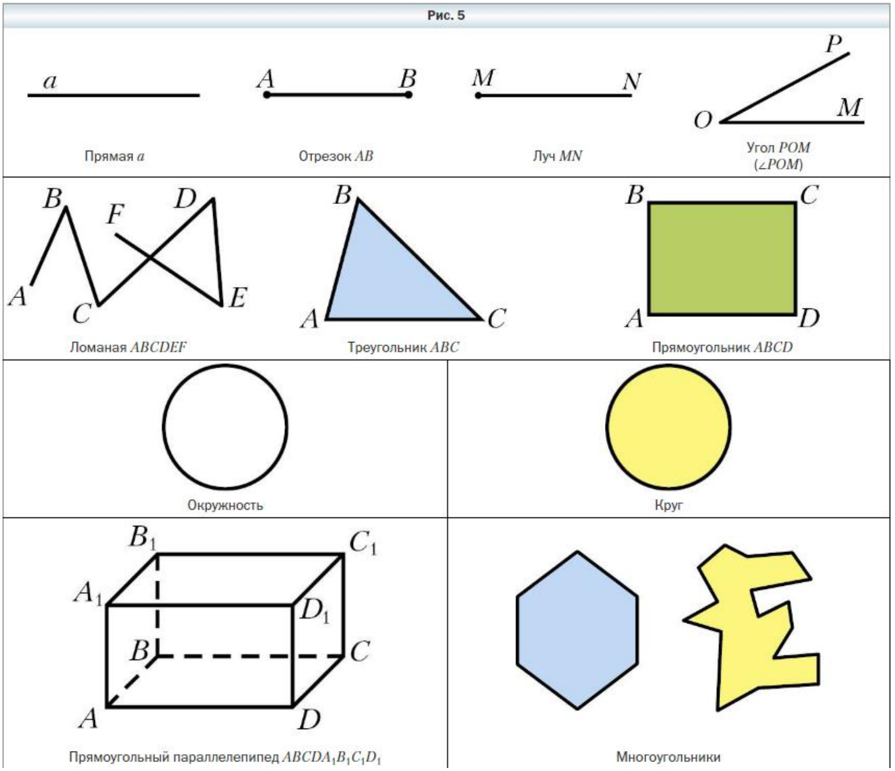


Рис. 5

Вы умеете с помощью линейки соединять две точки отрезком (рис. 6), с помощью циркуля строить окружность (рис. 7), с помощью линейки и угольника проводить перпендикулярные и параллельные прямые (рис. 8), измерять длину отрезка и строить отрезок заданной длины с помощью линейки с миллиметровыми делениями (рис. 9), находить величину угла и строить угол заданной величины с помощью транспортира (рис. 10), классифицировать треугольники.

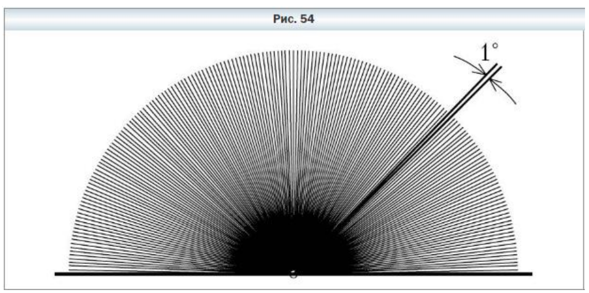


Рис. 54

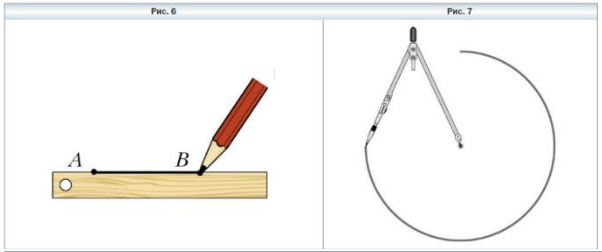


Рис. 6 Рис. 7

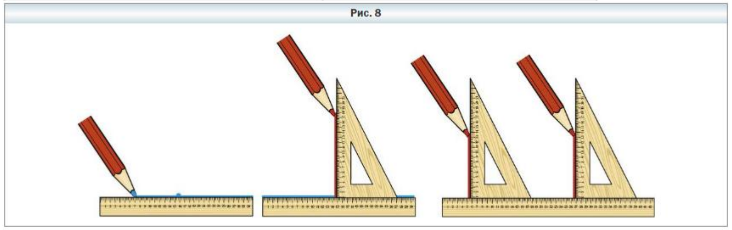


Рис. 8

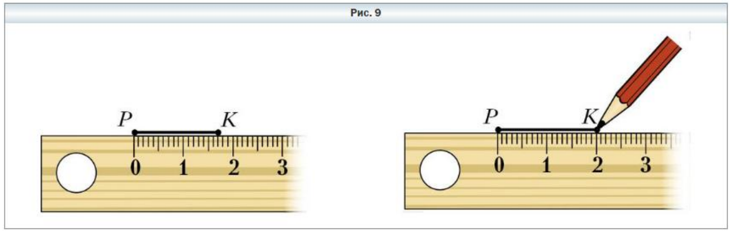


Рис. 9

Однако знать, как «выглядит» фигура, или уметь выполнять простейшие построения – это всего лишь самые начальные знания *науки о свойствах геометрических фигур*, т. е. *геометрии*.

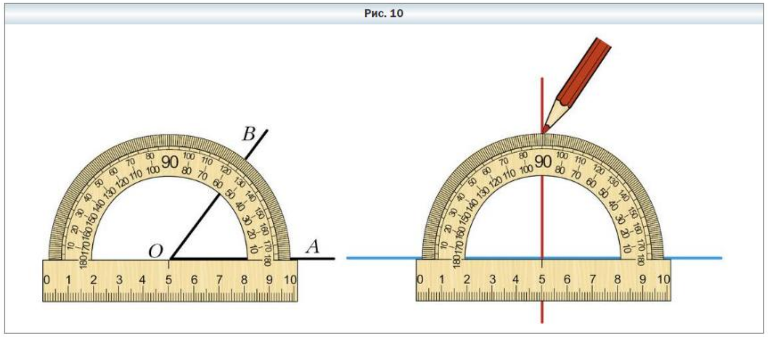


Рис. 10

При изучении *систематического курса* геометрии вы будете постепенно в определённой последовательности изучать свойства геометрических фигур, а следовательно, и сами фигуры, как знакомые вам, так и новые. Это означает, что вы должны научиться, используя одни свойства фигуры, находить, а главное, **доказывать** другие её свойства.

Школьный курс геометрии традиционно делится на **планиметрию** и **стереометрию**. Планиметрия изучает фигуры на плоскости («планум» в переводе с латинского – «плоскость»). В стереометрии изучают фигуры в пространстве («стереос» в переводе с греческого – «пространственный»).

Итак, мы приступаем к изучению планиметрии.

Первые уроки геометрии

Глава 1. Простейшие геометрические фигуры и их свойства

В этой главе рассматриваются знакомые вам из предыдущих классов геометрические фигуры: точки, прямые, отрезки, лучи и углы.

Вы узнаете больше о свойствах этих фигур. Некоторые из этих свойств научитесь **доказывать**. Слова **определение**, **теорема**, **аксиома** станут для вас привычными, понятными и часто употребляемыми.

§ 1. Точки и прямые

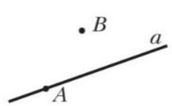
Точка – самая простая геометрическая фигура. Это единственная фигура, которую нельзя разбить на части. Например, каждая из фигур, изображённых на рисунке 11, разбита на части. И даже о фигуре, изображённой на рисунке 12, состоящей из двух точек, можно сказать, что она состоит из двух частей: точки A и точки B.

Рис. 11

Рис. 12

На рисунке 13 изображены прямая a и две точки A и B. Говорят, что *точка A принадлежит прямой a*, или *точка A лежит на прямой a*, или *прямая a проходит через точку A* и соответственно *точка B не принадлежит прямой a*, или *точка B не лежит на прямой a*, или *прямая a не проходит через точку B*.

Рис. 13



Прямая – это геометрическая фигура, обладающая определёнными свойствами.

Основное свойство прямой

Через любые две точки можно провести прямую, и притом только одну.

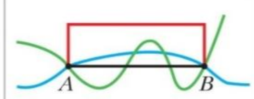
Это утверждение называют аксиомой (что такое аксиома вы узнаете в § 6).

Здесь и в дальнейшем, говоря «две точки», «три точки», «две прямые» и т. д., будем иметь в виду, что это разные точки и разные прямые. Случай их совпадения будем оговаривать особо.

Почему это свойство прямой – основное?

Через точки A и B можно провести много различных *линий* (рис. 14). Прямая же задаётся этими точками однозначно. В этом и состоит суть основного свойства прямой.

Рис. 14



Это свойство позволяет обозначать прямую, называя две любые её точки. Так, прямую, проведённую через точки M и N, называют «прямая MN» (или «прямая NM»).

Если хотят разъяснить смысл какого-либо слова (термина), то используют **определения**. Например:

1) часами называют прибор для измерения времени;
2) геометрия – это раздел математики, изучающий свойства фигур.

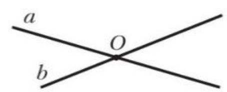
Определения есть и в геометрии.

Определение

Две прямые, имеющие общую точку, называют пересекающимися.

На рисунке 15 изображены прямые a и b, пересекающиеся в точке O.

Рис. 15



Часто справедливость (истинность) какого-либо факта приходится устанавливать с помощью *логических рассуждений*.

Рассмотрим такую задачу. Известно, что все жители Геометрической улицы – математики. Женя живёт по адресу: ул. Геометрическая, 5. Является ли Женя математиком?

Из условия задачи следует, что Женя живёт на Геометрической улице. А поскольку все жители этой улицы математики, то Женя – математик.

Приведённые логические рассуждения называют **доказательством** того факта, что Женя – математик.

В математике утверждение, истинность которого устанавливают с помощью доказательства, называют **теоремой**.

Теорема 1.1

Любые две пересекающиеся прямые имеют только одну общую точку.

Итоги главы

Главное в главе 3

Параллельные прямые

Две прямые называют параллельными, если они не пересекаются.

Основное свойство параллельных прямых (аксиома параллельности прямых)

Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.

Признаки параллельности двух прямых

Две прямые, перпендикулярные третьей прямой, параллельны.

Если накрест лежащие углы, образующиеся при пересечении двух прямых секущей, равны, то прямые параллельны.

Если сумма односторонних углов, образующихся при пересечении двух прямых секущей, равна 180°, то прямые параллельны.

Если соответственные углы, образующиеся при пересечении двух прямых секущей, равны, то прямые параллельны.

Свойства параллельных прямых

Если две параллельные прямые пересечены секущей, то углы, образующие пару накрест лежащих углов, равны.

Если две параллельные прямые пересечены секущей, то углы, образующие пару соответственных углов, равны.

Если две параллельные прямые пересечены секущей, то сумма углов, образующих пару односторонних углов, равна 180°.

Расстояние между параллельными прямыми

Расстоянием между двумя параллельными прямыми называют расстояние от любой точки одной из прямых до другой прямой.

Теорема о сумме углов треугольника

Сумма углов треугольника равна 180°.

Внешний угол треугольника

Внешним углом треугольника называют угол, смежный с углом этого треугольника.

Задание в тестовой форме «Проверь себя» № 3

1. Какое из следующих утверждений верно?

А) если два отрезка не имеют общих точек, то они параллельны

Б) если два луча не имеют общих точек, то они параллельны

В) если луч и отрезок не имеют общих точек, то они параллельны

Г) если две прямые не имеют общих точек, то они параллельны

2. Какое из следующих утверждений верно?

А) через точку, не принадлежащую данной прямой, проходит только один отрезок, параллельный этой прямой

Б) через точку, не принадлежащую данной прямой, проходит только один луч, параллельный этой прямой

В) через точку, не принадлежащую данной прямой, проходит бесконечно много прямых, не параллельных этой прямой

Г) через точку, не принадлежащую данной прямой, проходят только две прямые, параллельные этой прямой

3. Какое из следующих утверждений неверно?

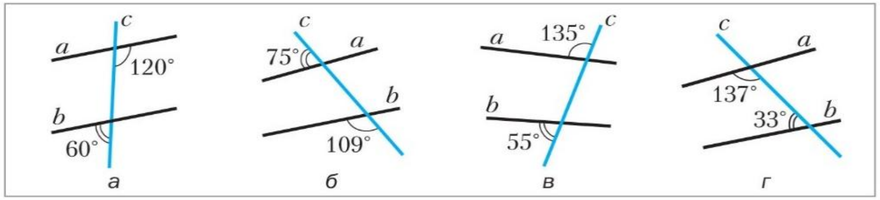
А) если $a \parallel b$ и $b \parallel c$, то $a \parallel c$

Б) если $a \perp b$ и $b \perp c$, то $a \parallel c$

В) если $a \perp b$ и $b \perp c$, то $a \perp c$

Г) если $a \parallel b$ и $c \perp b$, то $c \perp a$

4. На каком из рисунков прямые a и b параллельны?



5. Какое из следующих утверждений неверно?

А) если сумма углов одной пары накрест лежащих углов равна сумме углов другой пары, то прямые не параллельны

Б) если накрест лежащие углы не равны, то прямые не параллельны

В) если сумма односторонних углов не равна 180°, то прямые не параллельны

Г) если соответственные углы не равны, то прямые не параллельны

Проектная деятельность

Проектная работа

Эта рубрика адресована прежде всего тем, кто хочет научиться приобретать знания самостоятельно, творчески мыслить, формировать, выражать и отстаивать свою точку зрения, выдвигать гипотезы, находить наиболее рациональные и нестандартные решения.

Первым шагом, который может помочь в реализации этих целей, является участие в проектной работе.

Проект — это самостоятельное исследование по выбранной теме, которое может выполняться как индивидуально, так и группой учащихся.

Дадим несколько советов по организации работы над проектом и оформлению результатов исследования.

1. При выборе темы необходимо учитывать её актуальность, наличие источников информации в литературе и интернет-ресурсов. Здесь важно ваше желание проявить себя в качестве исследователя в работе именно над выбранной темой.

2. Работа начинается с составления предварительного плана, в котором отражаются замысел и этапы реализации задуманного. После знакомства с основными источниками информации с помощью руководителя проекта составляется окончательный план.

3. Важно чётко сформулировать цели исследования. Они могут быть записаны в такой форме: изучить, описать, проанализировать, доказать, сравнить и т. п.

4. Работа завершается подведением итогов исследования, делаются выводы, намечаются перспективы дальнейшего изучения темы.

5. Примерный объём работы — 10–15 страниц. Дополнительно может прилагаться иллюстративный материал.

6. Работа может быть оформлена в виде реферата, доклада, компьютерной презентации.

Ниже приводится рекомендуемый список тем, которые могут быть выбраны для проектной работы.

1. Фалес Милетский — великий геометр, строитель, астроном

Рекомендуемые литература и интернет-ресурсы:

1. *Савин А.П.* Энциклопедический словарь юного математика. — М. : Педагогика, 1989.
2. *Энциклопедия* для детей. Математика. — М. : Аванта+, 2003. Т. 11.
3. http://ru.wikipedia.org/ Фалес Милетский.
4. http://naturalhistory.narod.ru/Person/A_N/Fales_1.htm/

2. Пифагор и его великая теорема

Рекомендуемые литература и интернет-ресурсы:

1. *Башмакова И., Лапин А.* Пифагор // Квант. — 1986. — № 1.
2. *Березин В.* Теорема Пифагора // Квант. — 1972. — № 3.
3. *Волошинов А.В.* Пифагор: союз истины, добра и красоты. — М. : Просвещение, 1993.
4. *Воронин С., Кулагин А.* О задаче Пифагора // Квант. — 1987. — № 1.
5. *Глейзер Г.Д.* Поговорим о теореме Пифагора // Математика (еженедельное приложение к газете «Первое сентября»). — 1996. — № 13.
6. *Рубинов Р.* По следам теоремы Пифагора // Квант. — 1981. — № 11.
7. *Халамайзер А.Я.* Пифагор. — М. : Высшая школа, 1994.
8. *Энциклопедия* для детей. Математика. — М. : Аванта+, 2003. Т. 11.
9. http://ru.wikipedia.org/ Пифагор.
10. http://www.moypifagor.narod.ru/ Пифагор и его теорема.
11. http://ru.wikipedia.org/wiki/Теорема_Пифагора.

3. Аксиоматический метод в геометрии

Рекомендуемые литература и интернет-ресурсы:

1. *Успенский В.А.* Что такое аксиоматический метод? — М. : Ижевск, 2001.
2. *Савин А.П.* Энциклопедический словарь юного математика. — М. : Педагогика, 1989.
3. *Энциклопедия* для детей. Математика. — М. : Аванта+, 2003. Т. 11.
4. http://dic.academic.ru/dic.nsf/enc_philosophy/4127/ Аксиоматический метод.

4. Геометрия на клетчатом листе

Рекомендуемые литература и интернет-ресурсы:

1. *Смирнов В.А., Смирнова И.М.* Геометрия на клетчатой бумаге. — М. : МЦНМО, 2009.
2. http://www.problems.ru/ Задачи из разных разделов математики.
3. http://www.kvant.info/ Научно-популярный физико-математический журнал для школьников и студентов «Квант».
4. http://school-collection.edu.ru/ Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов.

Дружим с компьютером

Дружим с компьютером

Изучая математику в 5 и 6 классах, вы уже пользовались компьютером и оценили, каким надёжным помощником он может быть. Поможет он и в изучении геометрии.

Вы, наверное, уже умеете пользоваться **калькулятором** для вычислений, набирать и оформлять несложные тексты в **текстовом редакторе** (например, Microsoft Word), составлять таблицы с помощью **редактора таблиц** (например, Microsoft Excel), рисовать с помощью **графического редактора** (например, Paint), пользоваться глобальной сетью **Интернет** и искать в ней информацию.

Все эти умения вы будете совершенствовать и при изучении геометрии.

Геометрия изучает фигуры: отрезки, треугольники, прямоугольники, прямоугольные параллелепипеды, шары и т. п. Поэтому полезно научиться пользоваться графическим редактором, с помощью которого можно работать с геометрическими фигурами и строить чертежи. Примерами таких редакторов могут быть CorelDraw, Visio и т. п. Выберите при помощи учителя графический редактор для выполнения чертежей к заданиям этого раздела. Кроме этих заданий, вы можете с помощью этого графического редактора иллюстрировать задачи, которые решаете. А если захотите сделать доклад или интересное сообщение для товарищей, то можете с помощью **программ для построения презентаций** (например, PowerPoint) сделать целый мультфильм «Из жизни геометрических фигур».

Существует много программ, созданных специально для школьников и предназначенных для помощи в изучении математики. Вот ссылки на некоторые из таких программ:

http://www.pcmath.ru/?parent=1&page=1
http://obr.1c.ru/catalog.jsp?top=3
http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/903077b7-0221-4823-b549-b236326d48d4/114760/?
http://www.dgeometry.ru/links/2d.html

Здесь есть и мультимедийные образовательные программы, и программы, позволяющие выполнять геометрические построения с помощью компьютера, и советы по применению компьютера в геометрии. Конечно, это далеко не всё, что есть на просторах Интернета. Ищите, интересуйтесь, общайтесь со своими сверстниками, и вы найдёте много интересного. А может, став постарше, вы и сами разработаете полезные программы для изучения геометрии.

Задания «Дружим с компьютером»

Задания «**Дружим с компьютером**» вы сможете выполнять с помощью компьютера по мере изучения соответствующих тем. Большинство из них — задания на построение геометрических фигур, которые вы будете выполнять с помощью выбранного графического редактора.

Точки и прямые

1. Освойте в графическом редакторе инструменты для изображения точек и прямых, научитесь проводить прямую через две точки.

2. Освойте инструмент, позволяющий подписывать точки и прямые прописными и строчными буквами латинского алфавита.

Отрезок и его длина

3. Изобразите две точки, постройте отрезок, концами которого являются две заданные точки.

4. Найдите, каким образом графический редактор указывает длину отрезка.

5. Постройте отрезок заданной длины.

6. Найдите инструмент, с помощью которого можно перемещать и поворачивать фигуры.

7. Постройте два отрезка одинаковой длины и совместите их наложением.

8. Постройте чертёж, который иллюстрирует основное свойство длины отрезка. Проверьте, выполняется ли это свойство, определив длины построенных отрезков.

9. Есть ли в выбранном вами графическом редакторе средство для нахождения середины отрезка?

Луч. Угол. Измерение углов

10. Постройте несколько различных углов. Найдите инструмент, с помощью которого можно определять величину угла и строить углы заданной величины.

11. Постройте чертёж, который иллюстрирует основное свойство величины угла. Проверьте, выполняется ли это свойство, определив величины построенных углов.

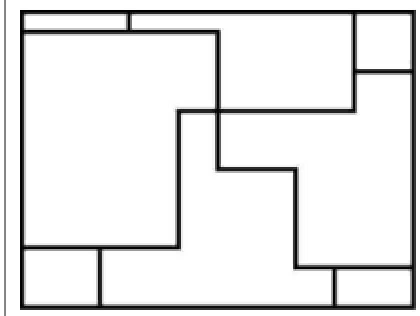
12. Найдите инструмент, который позволяет рисовать дуги. Нарисуйте несколько углов и отметьте равные углы равным количеством дуг. Обра-

Подготовка к олимпиадам

Наблюдайте, рисуйте, конструируйте, фантазируйте

284. Длины сторон прямоугольника равны 4 и 3 см. Найдите сумму длин всех отрезков, расположенных внутри прямоугольника (рис. 189).

Рис. 189

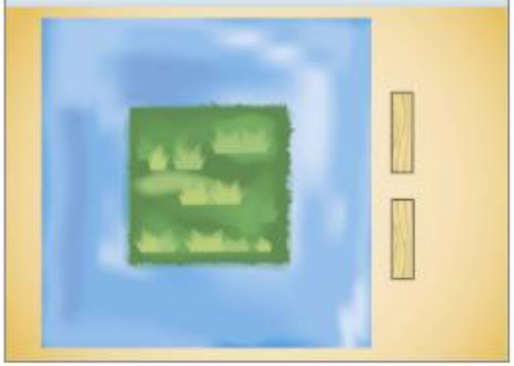


Наблюдайте, рисуйте, конструируйте, фантазируйте

325. Приведите пример, когда общей частью (пересечением) треугольника и четырёхугольника является восьмиугольник.

299. Катя и Женя подошли к квадратному пруду, в середине которого находится квадратный остров (рис. 201). На берегу они нашли две доски чуть-чуть короче ширины пролива между берегом пруда и островом. Как им всё-таки попасть на остров, используя эти доски?

Рис. 201



Наблюдайте, рисуйте, конструируйте, фантазируйте

640. Разрежьте ромб на четыре четырёхугольника так, чтобы каждый из них являлся вписанным в окружность и описанным около окружности.

Происхождение математических терминов

Аксиома	От греческого *axios* — «достойный признания»
Биссектриса	От латинского *bis* — «дважды» и *sectrix* — «секущая»
Геометрия	От греческого *ge* — «земля» и *metreo* — «измеряю»
Гипотенуза	От греческого *gipotenusa* — «стягивающая»
Градус	От латинского *gradus* — «шаг, ступень»
Диагональ	От греческого *dia* — «через» и *gonium* — «угол»
Диаметр	От греческого *diametros* — «поперечник»
Катет	От греческого *katetos* — «отвес»
Квадрат	От латинского *quadratus* — «четырёхугольный» (*guattuor* — «четыре»)
Куб	От греческого *kybos* — «игральная кость»
Математика	От греческого *mathematike* (*mathema* — «знание, наука»)
Медиана	От латинского *medius* — «средний»
Метр	От французского *metre* — «палка для измерения» или греческого *metron* —
Параллельность	От греческого *parallelos* — «идущий рядом»
Периметр	От греческого *peri* — «вокруг» и *metreo* — «измеряю»
Перпендикуляр	От латинского *perpendicularis* — «отвесный»
Планиметрия	От греческого *planum* — «плоскость»
Пропорция	От латинского *proportio* — «соотношение»
Радиус	От латинского *radius* — «спица в колесе, луч»
Теорема	От греческого *theoreo* — «рассматриваю, обдумываю»
Транспортир	От латинского *transportaro* — «переносить, перекладывать»
Фигура	От латинского *figura* — «внешний вид, образ»
Формула	От латинского *formula* — «форма, правило»
Хорда	От греческого *chorde* — «струна, тетива»
Центр	От латинского *centrum* — «остриё ножки циркуля»
Циркуль	От латинского *circulus* — «окружность»

Латинский алфавит

Печатные буквы		Названия букв
A	a	а
B	b	бэ
C	c	цэ
D	d	дэ
E	e	е
F	f	эф
G	g	гэ
H	h	аш
I	i	и
J	j	йот
K	k	ка
L	l	эль
M	m	эм
N	n	эн
O	o	о
P	p	пэ
Q	q	ку
R	r	эр
S	s	эс
T	t	тэ
U	u	у
V	v	вэ
W	w	дубль-вэ
X	x	икс
Y	y	игрек
Z	z	зет

Греческий алфавит

Печатные буквы		Названия букв
Α	α	альфа
Β	β	бета
Γ	γ	гамма
Δ	δ	дельта
Ε	ε	эпсилон
Ζ	ζ	дзета
Η	η	эта
Θ	θ, ϑ	тета
Ι	ι	йота
Κ	κ	каппа
Λ	λ	ламбда
Μ	μ	мю
Ν	ν	ню
Ξ	ξ	кси
Ο	ο	омикрон
Π	π	пи
Ρ	ρ	ро
Σ	σ	сигма
Τ	τ	тау
Υ	υ	ипсилон
Φ	φ	фи
Χ	χ	хи
Ψ	ψ	пси
Ω	ω	омега

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

§ 3. Луч. Угол. Измерение углов

Повторяем теорию

33. Заполните пропуски.

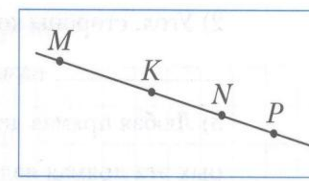
1) Луч состоит из точки, лежащей на прямой, и всех точек этой прямой, лежащих ____________ от этой точки Эту точку называют ____________ ____________

2) Луч обозначают, называя ____________: первой обязательно указывают ____________, второй – любую другую ____________ ____________

3) Два луча, имеющие ____________ и лежащие ____________ ____________, называют дополнительными.

Решаем задачи

34. Рассмотрите данный рисунок. Верно ли утверждение:

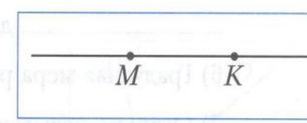


1) точка K принадлежит лучу NM;
2) точки M и P принадлежат одному и тому же лучу с началом в точке N;
3) точка N принадлежит и лучу KP, и лучу PK?

Ответ: 1) ______; 2) ______; 3) ______

Практическое задание

35. На прямой MK отметьте:

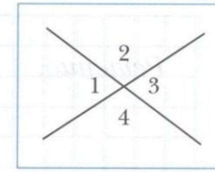


1) точку A, принадлежащую лучу MK;
2) точку B, принадлежащую лучу MK, но не принадлежащую отрезку MK;
3) точку C, принадлежащую лучу KM, но не принадлежащую отрезку KM.

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

74. Дано: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 250°$.

Найти: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$.



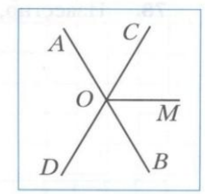
Решение.

$\angle 1$ и $\angle 2$ – *, тогда $\angle 1 + \angle 2 =$*

Имеем: $\angle 3 = 250° –$

Ответ:

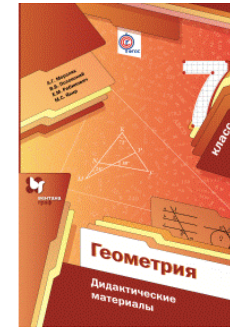
75. Луч OM – биссектриса угла BOC, луч OB – биссектриса угла DOM. Найдите угол AOC.



Решение.

Ответ:

Дидактические материалы



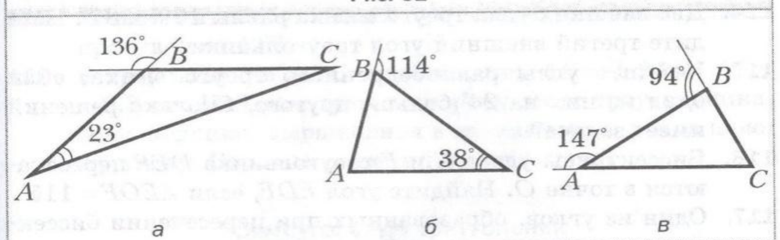
Сумма углов треугольника

104. Найдите угол треугольника, если два другие его угла равны 53° и 62°.

105. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 48°. Найдите углы при основании этого треугольника.

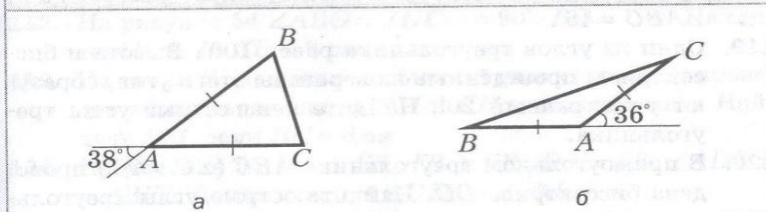
106. Найдите на рисунке 51 неизвестные углы треугольника *ABC*.

Рис. 51



107. Найдите на рисунке 52 неизвестные углы равнобедренного треугольника *ABC* (*AB* = *AC*).

Рис. 52



108. Найдите углы треугольника *DEF*, если $\angle D + \angle E = 70°$, $\angle E + \angle F = 150°$.

109. Найдите углы равнобедренного треугольника, если угол при основании на 36° больше угла при вершине.

110. Найдите углы треугольника, если их градусные меры относятся как 3 : 4 : 5.

Содержание

Контрольная работа № 2

Тема. Треугольники

1. Докажите равенство треугольников *ABD* и *CDB* (рис. 275), если $\angle ABD = \angle CDB$ и *AB* = *CD*.

2. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 76 см, а основание на 14 см меньше боковой стороны.

3. На рисунке 276 $\angle ABE = \angle CBE$, $\angle AEB = \angle CEB$. Докажите равенство отрезков *AD* и *CD*.

4. На боковых сторонах *AB* и *BC* равнобедренного треугольника *ABC* отметили соответственно точки *M* и *K* так, что $\angle BAK = \angle BCM$. Докажите, что *BM* = *BK*.

5. Серединный перпендикуляр стороны *AC* треугольника *ABC* пересекает его сторону *AB* в точке *K*. Найдите сторону *AB* треугольника *ABC*, если *BC* = 7 см, а периметр треугольника *BKC* равен 23 см.

Рис. 275

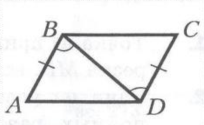
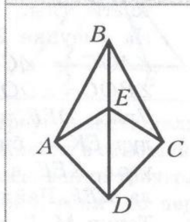


Рис. 276



8 КЛАСС

Оглавление

ОБЪЕДИНЕННАЯ
ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА

дрофа

вентана граф

Наглядность и доступность изложения материала

Площадью поверхности параллелепипеда называют сумму площадей всех его граней.

Чтобы иметь представление о размерах прямоугольного параллелепипеда, достаточно рассмотреть любые три ребра, имеющие общую вершину. Длины этих рёбер называют **измерениями** прямоугольного параллелепипеда. Чтобы их различать, пользуются названиями: **длина, ширина, высота** (рис. 156).

Рис. 156

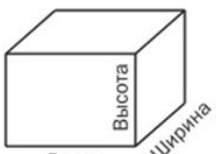


Рис. 157

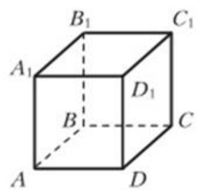
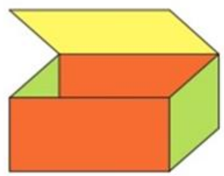


Рис. 158



Если коробку, имеющую форму прямоугольного параллелепипеда, открыть (рис. 158) и разрезать по четырём вертикальным рёбрам (рис. 159), а затем развернуть, то получим фигуру, состоящую из шести прямоугольников (рис. 160). Эту фигуру называют **развёрткой прямоугольного параллелепипеда**.

Рис. 159

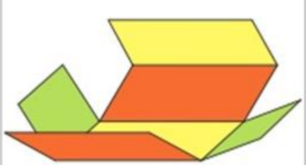


Рис. 160

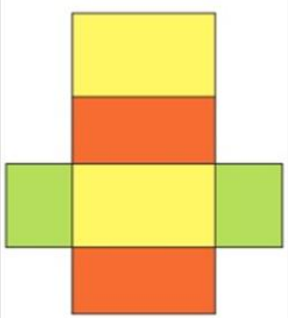
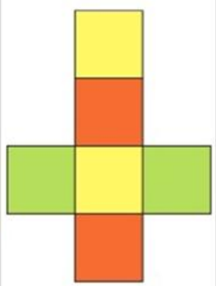
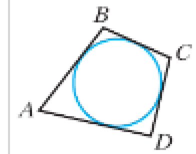


Рис. 161



На рисунке 106 изображена окружность, вписанная в четырёхугольник $ABCD$. В этом случае также говорят, что четырёхугольник **описан** около окружности.

Рис. 106



Теорема 10.3

Если четырёхугольник является описанным около окружности, то суммы его противолежащих сторон равны.

Доказательство

Пусть четырёхугольник $ABCD$ описан около окружности (рис. 107). Докажем, что $AB + CD = BC + AD$.

Точки M, N, P, K — точки касания окружности со сторонами четырёхугольника.

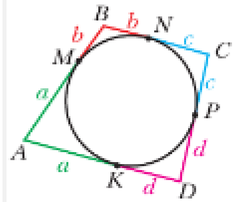
Так как отрезки касательных, проведённых к окружности через одну точку, равны, то $AK = AM$, $BM = BN$, $CN = CP$, $DP = DK$. Пусть $AK = a$, $BM = b$, $CN = c$, $DP = d$.

Тогда $AB + CD = a + b + c + d$,

$BC + AD = b + c + a + d$.

Следовательно, $AB + CD = BC + AD$. ◄

Рис. 107



Вы знаете, что в любой треугольник можно вписать окружность. Однако не всякий четырёхугольник обладает таким свойством. Например, нельзя вписать окружность в прямоугольник, отличный от квадрата. Распознать четырёхугольники, в которые можно вписать окружность, помогает следующая теорема.

Теорема 10.4

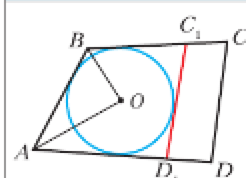
Если в выпуклом четырёхугольнике суммы противолежащих сторон равны, то в него можно вписать окружность.

Доказательство

Рассмотрим выпуклый четырёхугольник $ABCD$, в котором $AB + CD = BC + AD$. Докажем, что в него можно вписать окружность.

Пусть биссектрисы углов A и B пересекаются в точке O (рис. 108). Тогда точка O равноудалена от сторон AB, BC и AD. Следовательно, существует окружность с центром в точке O, которая касается трёх этих сторон.

Рис. 108



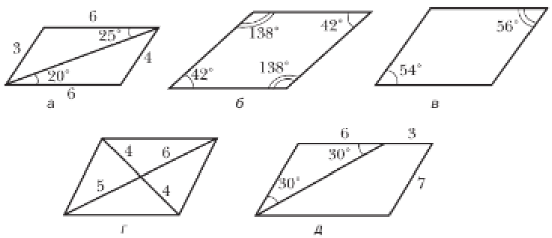
Задачи на готовых чертежах

Упражнения

37. Две параллельные прямые пересекают три другие параллельные прямые. Сколько при этом образовалось параллелограммов?

38. На рисунке 26 изображены параллелограммы. Определите, не выполняя измерений, на каких рисунках величины углов или длины отрезков обозначены неправильно (длины отрезков даны в сантиметрах).

Рис. 26



450. На рисунке 145 $DE \perp AB$, $BC \perp AD$. Укажите на этом рисунке все пары подобных треугольников.

451. На рисунке 146 $\angle ABC = \angle BDC$. Какие треугольники на этом рисунке подобны? Запишите равенство отношений их соответственных сторон.

Рис. 145

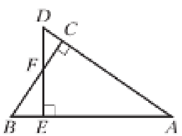
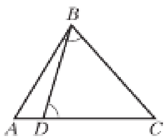
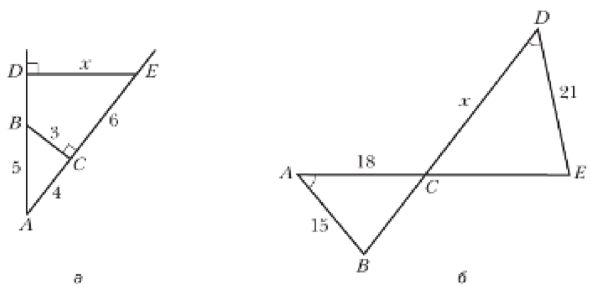


Рис. 146



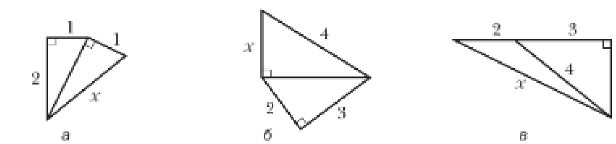
452. Укажите пары подобных треугольников, изображённых на рисунке 147, найдите длину отрезка x (размеры даны в сантиметрах).

Рис. 147



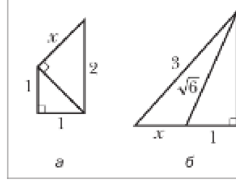
548. Найдите длину неизвестного отрезка x на рисунке 177 (размеры даны в сантиметрах).

Рис. 177



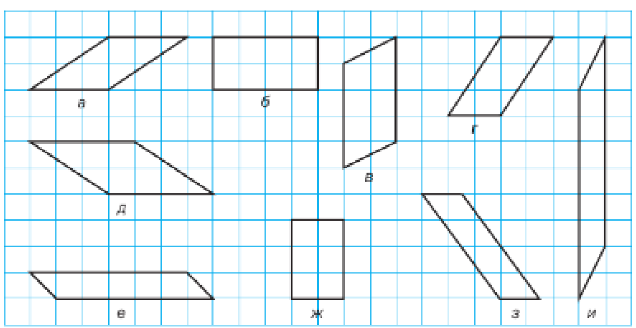
549. Найдите длину неизвестного отрезка x на рисунке 178 (размеры даны в сантиметрах).

Рис. 178



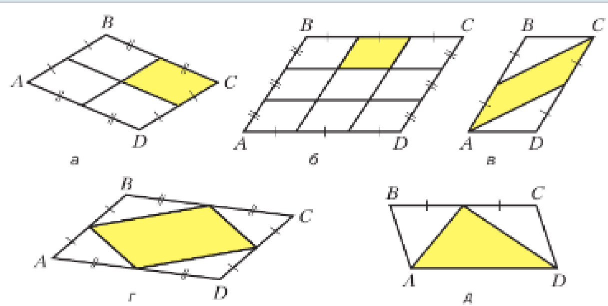
699. Какие из параллелограммов, изображённых на рисунке 218, равновелики?

Рис. 218



700. Площадь параллелограмма $ABCD$ (рис. 219) равна S. Чему равна площадь закрашенной фигуры?

Рис. 219



Практическая геометрия

На практике, помимо транспортира, используют и другие приборы специального назначения: астролябию (рис. 56), теодолит (рис. 57) – для измерения на местности; буссоль (рис. 58) – в артиллерии; секстант (рис. 59) – в мореплавании.

Рис. 56

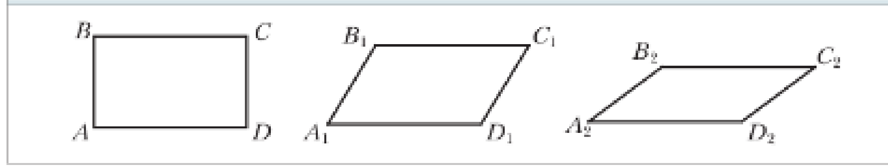
Рис. 57

Рис. 58

Рис. 59

Вы знаете, что треугольник однозначно задаётся своими сторонами, т. е. задача построения треугольника по трём сторонам имеет единственное решение. Иначе обстоит дело с параллелограммом. На рисунке 31 изображены параллелограммы $ABCD$, $A_1B_1C_1D_1$, $A_2B_2C_2D_2$, стороны которых равны, т. е. $AB = A_1B_1 = A_2B_2$ и $BC = B_1C_1 = B_2C_2$. Однако очевидно, что сами параллелограммы не равны. Сказанное означает, что если четыре рейки скрепить так, чтобы образовался параллелограмм, то полученная конструкция не будет жёсткой.

Рис. 31



Из третьего признака равенства треугольников следует, что *треугольник – жёсткая фигура*. Действительно, если четыре рейки скрепить так, как показано на рисунке 179, *а*, то такая конструкция не будет жёсткой (рис. 179, *б*, *в*). Если же добавить ещё одну рейку, создав два треугольника (рис. 179, *г*), то полученная конструкция станет жёсткой. Этот факт широко используют в практике (рис. 180).

Это свойство параллелограмма широко используется на практике. Благодаря подвижности параллелограмма лампу (рис. 32, *а*) можно устанавливать в удобное для работы положение, а раздвижную решётку (рис. 32, *б*) – отодвигать на нужное расстояние в дверном проёме.

На рисунке 33 изображена схема механизма, являющегося частью паровой машины. При увеличении скорости вращения оси шары отдаляются

Рис. 179

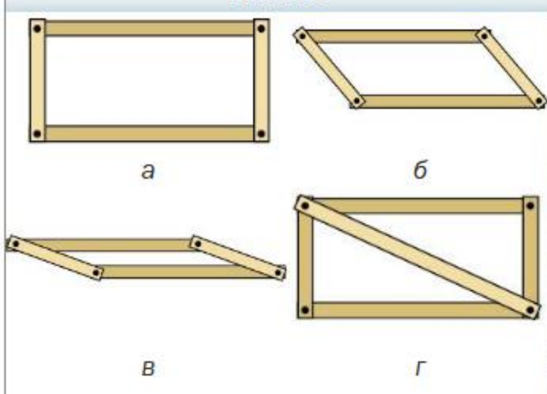
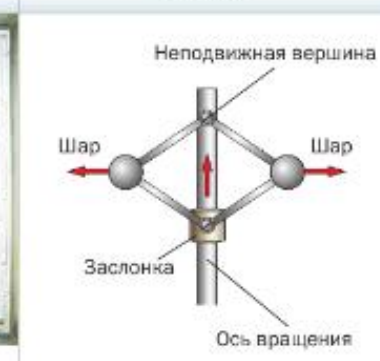


Рис. 180

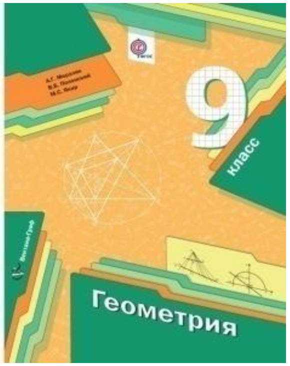
Рис. 32

Рис. 33



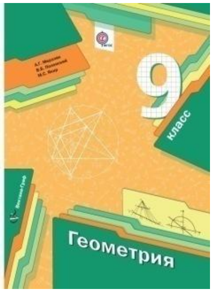
ОБЪЕДИНЕННАЯ ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА
дрофа
вентана граф

9 КЛАСС



Оглавление

Формулы площади треугольника



§ 5. Формулы для нахождения площади треугольника

Из курса геометрии 8 класса вы знаете, что площадь S треугольника можно вычислить по формулам

$$S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c,$$

где a, b и c — стороны треугольника, h_a, h_b, h_c — высоты, проведённые к этим сторонам соответственно.

Теперь у нас появилась возможность получить ещё несколько формул для нахождения площади треугольника.

Теорема 5.1

Площадь треугольника равна половине произведения двух его сторон и синуса угла между ними.

Доказательство

Рассмотрим треугольник ABC, площадь которого равна S, такой, что $BC = a$, $AC = b$ и $\angle C = \gamma$. Докажем, что $S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$, где a и b — стороны треугольника, γ — угол между ними.

Возможны три случая:

1) угол γ — острый (рис. 30);
2) угол γ — тупой (рис. 31);
3) угол γ — прямой.

Рис. 30

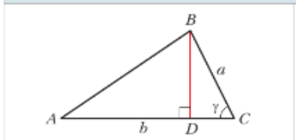
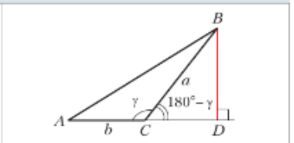


Рис. 31



Проведём высоту BD треугольника ABC (см. рис. 30, 31). Тогда $S = \frac{1}{2}BD \cdot AC = \frac{1}{2}BD \cdot b$.

В треугольнике BDC в первом случае (см. рис. 30) $BD = a\sin\gamma$, а во втором (см. рис. 31) — $BD = a\sin(180° - \gamma) = a\sin\gamma$. Отсюда для обоих случаев имеем: $S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$.

Если угол C — прямой, то $\sin\gamma = 1$. Для прямоугольного треугольника ABC с катетами a и b имеем:

$$S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ab\sin 90° = \frac{1}{2}ab\sin\gamma. ◄$$

Герон Александрийский
(вторая половина I в. н. э.)

Древнегреческий математик и механик, работавший в Александрии. Математические работы Герона являются энциклопедией античной прикладной математики.

Теорема 5.2
(формула Герона)

Площадь S треугольника можно вычислить по формуле

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

где a, b, c — стороны треугольника, p — его полупериметр.

Теорема 5.3

Площадь S треугольника можно вычислить по формуле

$$S = \frac{abc}{4R},$$

где a, b, c — стороны треугольника, R — радиус окружности, описанной около треугольника.

Доказательство

Рассмотрим треугольник ABC, площадь которого равна S, такой, что $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Докажем, что $S = \frac{abc}{4R}$.

Пусть $\angle A = \alpha$ и радиус описанной окружности данного треугольника равен R. Площадь треугольника можно найти по формуле: $S = \frac{1}{2}bc\sin\alpha$.

Из леммы § 3 следует, что $a = 2R\sin\alpha$. Тогда $S = \frac{1}{2}bc\sin\alpha = \frac{1}{2}bc \cdot \frac{a}{2R} = \frac{abc}{4R}$. ◄

Теорема 5.4

Площадь треугольника равна произведению его полупериметра и радиуса вписанной окружности.

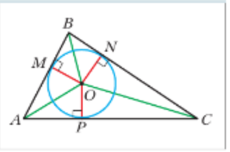
Доказательство

На рисунке 32 изображён треугольник ABC, в который вписана окружность радиуса r. Докажем, что

$$S = pr,$$

где S — площадь данного треугольника, p — его полупериметр.

Рис. 32



Пусть точка O — центр вписанной окружности, которая касается сторон треугольника ABC в точках M, N и P. Площадь треугольника ABC равна сумме площадей треугольников AOB, BOC, COA.

$$S = S_{AOB} + S_{BOC} + S_{COA}.$$

Проведём радиусы в точки касания. Получаем: $OM \perp AB$, $ON \perp BC$, $OP \perp CA$. Отсюда:

$$S_{AOB} = \frac{1}{2}OM \cdot AB = \frac{1}{2}r \cdot AB;$$

$$S_{BOC} = \frac{1}{2}ON \cdot BC = \frac{1}{2}r \cdot BC;$$

$$S_{COA} = \frac{1}{2}OP \cdot AC = \frac{1}{2}r \cdot AC.$$

Следовательно, $S = \frac{1}{2}r \cdot AB + \frac{1}{2}r \cdot BC + \frac{1}{2}r \cdot AC =$

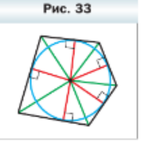
$$= r \cdot \frac{AB + BC + AC}{2} = pr. ◄$$

Следующая теорема обобщает теорему 5.4.

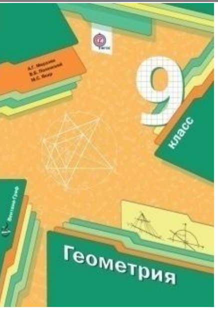
Теорема 5.5

Площадь многоугольника, описанного около окружности, равна произведению его полупериметра и радиуса вписанной окружности.

Рис. 33



Докажите эту теорему самостоятельно (рис. 33).



Готовимся к изучению новой темы

Готовимся к изучению новой темы

284. Чему равно расстояние между точками A и B координатной прямой, если:
1) A (3) и B (7); 3) A (–2) и B (–6);
2) A (–2) и B (4); 4) A (a) и B (b)?

285. Начертите на координатной плоскости отрезок AB, найдите по рисунку координаты середины отрезка и сравните их со средним арифметическим соответствующих координат точек A и B, если:
1) A (–1; –6), B (5; –6);
2) A (3; 1), B (3; 5);
3) A (3; –5), B (–1; 3).

286. Постройте на координатной плоскости треугольник ABC и найдите его стороны, если A (5; –1), B (–3; 5), C (–3; –1).

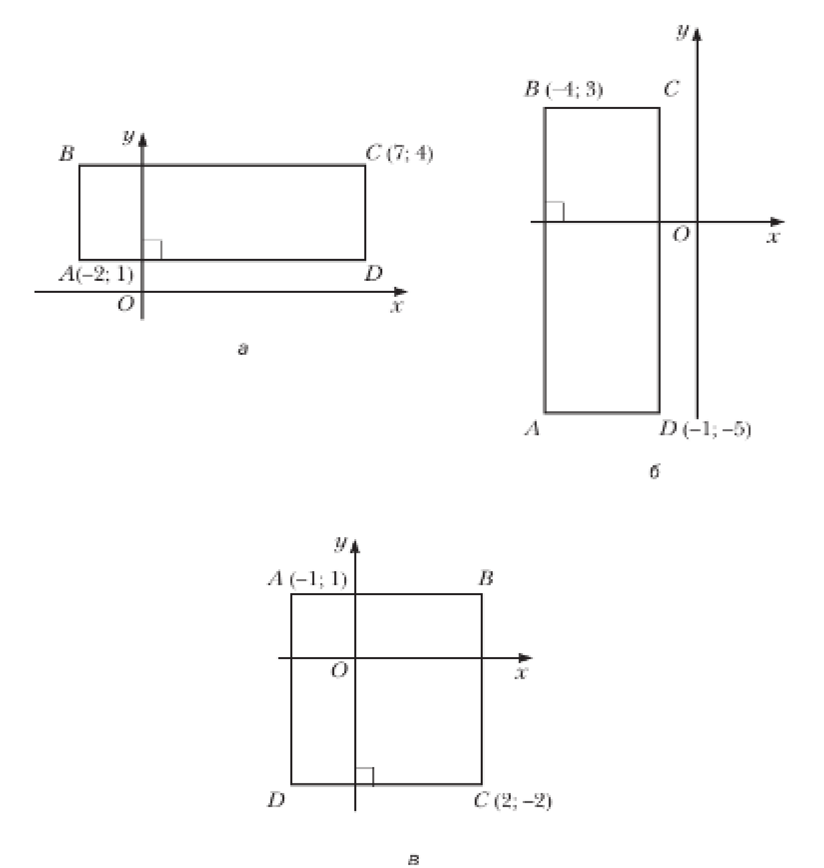
287. В какой координатной четверти находится точка:
1) A (3; –4); 3) C (–4; –5);
2) B (–3; 1); 4) D (1; 9)?

288. В какой координатной четверти находится точка M, если:
1) её абсцисса положительна, а ордината отрицательна;
2) произведение её абсциссы и ординаты – отрицательное число;
3) её абсцисса и ордината отрицательны?

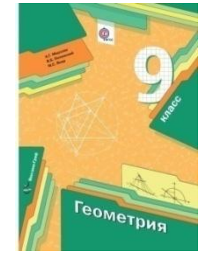
289. Что можно сказать о координатах точки A, если:
1) точка A лежит на оси абсцисс;
2) точка A лежит на оси ординат;
3) точка A лежит на биссектрисе четвёртого координатного угла;
4) точка A лежит на биссектрисе третьего координатного угла;
5) точка A лежит на биссектрисе первого координатного угла?

290. Укажите координаты вершин прямоугольника $ABCD$ (рис. 64).

Рис. 64



Когда сделаны уроки



Когда сделаны уроки

Необходимо и достаточно

Из курса геометрии 7 класса вы узнали, что большинство теорем состоят из двух частей: условия (то, что дано) и заключения (то, что требуется доказать).

Если утверждение, выражающее условие, обозначить буквой A, а утверждение, выражающее заключение, — буквой B, то формулировку теоремы можно изобразить следующей схемой:

если A, то B.

Например, теорему 2.3 можно сформулировать так:

	A		B
если	четырёхугольник является параллелограммом	**, то**	диагонали четырёхугольника точкой пересечения делятся пополам

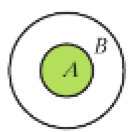
Тогда теорему 3.3, обратную теореме 2.3, формулируют так:

	B		A
если	диагонали четырёхугольника точкой пересечения делятся пополам	**, то**	четырёхугольник является параллелограммом

Часто в повседневной жизни в своих высказываниях мы пользуемся словами «необходимо», «достаточно». Приведём несколько примеров.

- Для того чтобы уметь решать задачи, *необходимо* знать теоремы.
- Если вы на математической олимпиаде правильно решили все предложенные задачи, то этого *достаточно* для того, чтобы занять первое место.
- Для того чтобы стрелок попал в мишень B (рис. 41), ему *достаточно* попасть в мишень A, а для того, чтобы попасть в мишень A, *необходимо* попасть в мишень B.

Рис. 41



Когда сделаны уроки

Вневписанная окружность треугольника

Проведём биссектрисы двух внешних углов с вершинами A и C треугольника ABC (рис. 37). Пусть O — точка пересечения этих биссектрис. Тогда точка O равноудалена от прямых AB, BC и AC.

Проведём три перпендикуляра: $OM \perp AB$, $OK \perp AC$, $ON \perp BC$. Очевидно, что $OM = OK = ON$. Следовательно, существует окружность с центром в точке O, которая касается стороны треугольника и продолжений двух других его сторон. Такую окружность называют **вневписанной** (см. рис. 37).

Так как $OM = ON$, то точка O принадлежит биссектрисе угла ABC.

Рис. 37

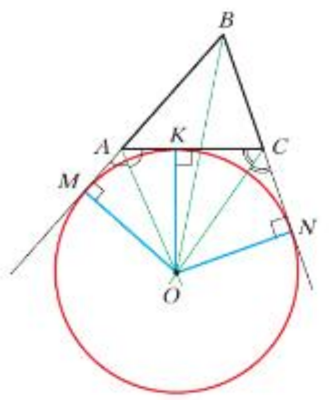
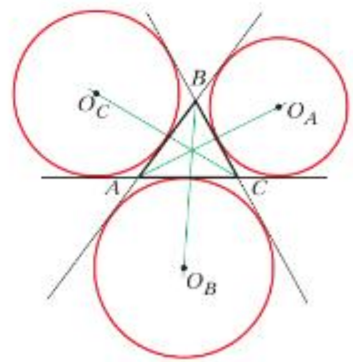


Рис. 38



Система работы на уроке

§ 5. Перпендикулярные прямые

При пересечении прямых a и b образовалось четыре угла (рис. 92). Легко показать (сделайте это самостоятельно), что если один из углов прямой (например, угол 1), то и углы 2, 3 и 4 также прямые.

Определение

Две прямые называют перпендикулярными, если при их пересечении образовался прямой угол.

На рисунке 92 прямые a и b – перпендикулярные. Пишут: $a \perp b$ или $b \perp a$.

На рисунке 93 прямые AD и BC не перпендикулярны. При их пересечении образовались пара равных острых углов и пара равных тупых углов. Величину образовавшегося острого угла называют **углом между прямыми** AD и BC.

Если прямые перпендикулярны, то считают, что угол между ними равен 90°.

Рис. 91

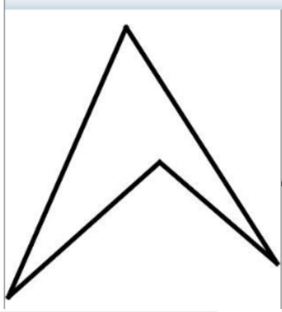


Рис. 92

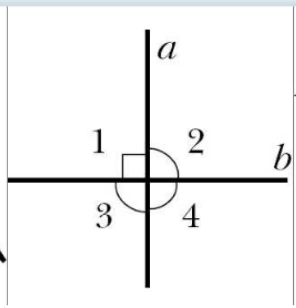
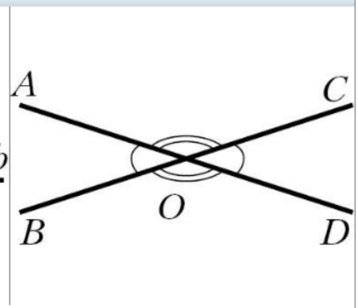


Рис. 93

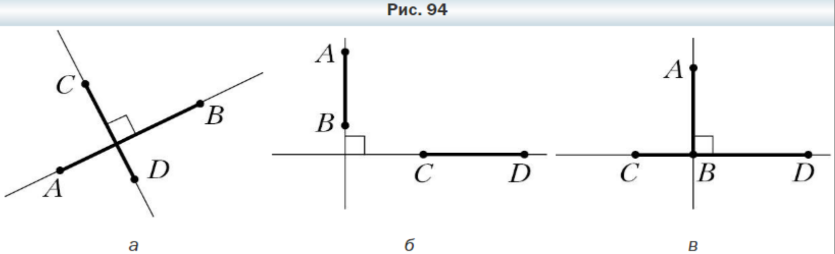


Определение

Два отрезка называют перпендикулярными, если они лежат на перпендикулярных прямых.

На рисунке 94 отрезки AB и CD – перпендикулярные. Пишут: $AB \perp CD$.

Рис. 94



Также можно говорить о перпендикулярности двух лучей, луча и отрезка, прямой и луча, отрезка и прямой. Например, на рисунке 95 изображены перпендикулярные отрезок CD и луч AB.

На рисунке 96 изображены прямая a и перпендикулярный ей отрезок AB, конец B которого принадлежит прямой a. В таком случае говорят, что из точки A на прямую a опустили **перпендикуляр** AB. Точку B называют **основанием перпендикуляра** AB.

Длину перпендикуляра AB называют **расстоянием от точки** A **до прямой** a. Если точка A принадлежит прямой a, то естественно считать, что расстояние от точки A до прямой a равно нулю.

На рисунке 97 изображён перпендикуляр OM, опущенный из точки O на прямую AB. Точка M, его основание, принадлежит отрезку AB (лучу AB). В таких случаях длину этого перпендикуляра также называют расстоянием от точки O до отрезка AB (луча AB).

Если точка принадлежит отрезку (лучу), то естественно считать, что расстояние от этой точки до отрезка (луча) равно нулю.

Опустим из точки A на прямую a перпендикуляр AB (рис. 98). Пусть X – произвольная точка прямой a, отличная от точки B. Отрезок AX называют **наклонной**, проведённой из точки A к прямой a.

Рис. 95

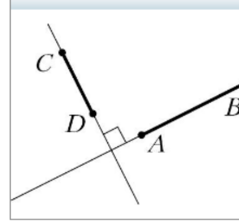


Рис. 96

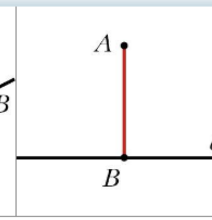


Рис. 97

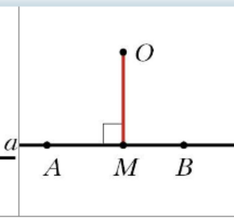
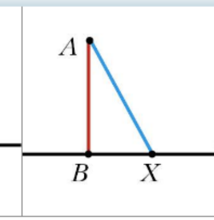


Рис. 98



Теорема 5.1

Через каждую точку прямой проходит только одна прямая, перпендикулярная данной.

Доказательство

Отметим на прямой AB произвольную точку M и построим прямой угол CMB (рис. 99). Тогда $CM \perp AB$.

Предположим, что через точку M проходит ещё одна прямая MD, отличная от прямой CM и перпендикулярная прямой AB.

Рассмотрим случай, когда луч MD принадлежит углу CMB. Тогда по основному свойству величины угла $\angle CMB = \angle CMD + \angle DMB$. Отсюда $\angle CMB > \angle DMB$. Однако $\angle CMB = \angle DMB = 90°$. Следовательно, наше предположение неверно.

Аналогично рассматривают случай, когда луч MC принадлежит углу DMB. ◄

Вы умеете через произвольную точку M, не принадлежащую прямой a, проводить прямую b, перпендикулярную прямой a (рис. 100). То, что такая прямая b единственная, докажем в § 7.

Рис. 99

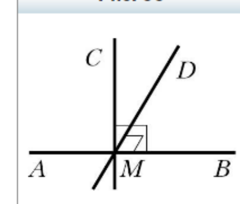
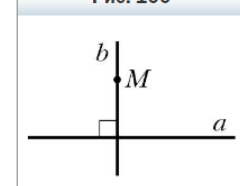


Рис. 100



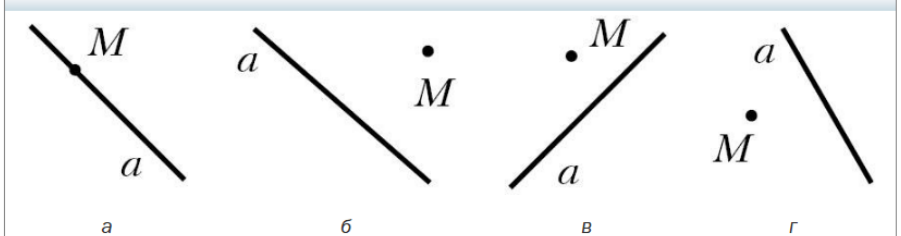
Система работы на уроке

1. Если при пересечении двух прямых один из образовавшихся углов — прямой, то какими являются остальные углы?
2. Какие две прямые называют перпендикулярными?
3. Каким символом обозначают перпендикулярные прямые?
4. Как читают запись $m \perp n$?
5. Что называют углом между двумя пересекающимися прямыми?
6. Какие два отрезка называют перпендикулярными?
7. Что называют расстоянием от точки до прямой?
8. Сколько через каждую точку прямой можно провести прямых, перпендикулярных данной?

Практические задания

114. Перерисуйте в тетрадь рисунок 101. Пользуясь угольником, проведите через точку M прямую, перпендикулярную прямой a.

Рис. 101



115. Проведите прямую c и отметьте на ней точку K. Пользуясь угольником, проведите через точку K прямую, перпендикулярную прямой c.

116. Проведите прямую d и отметьте точку M, не принадлежащую ей. С помощью угольника проведите через точку M прямую, перпендикулярную прямой d.

117. Начертите угол ABK, равный: 1) 73°; 2) 146°. Отметьте на луче BK точку C и проведите через неё прямые, перпендикулярные прямым AB и BK.

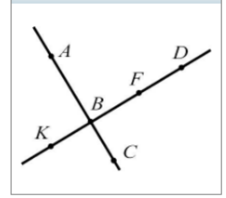
118. Начертите два перпендикулярных отрезка так, чтобы они: 1) пересекались; 2) не имели общих точек; 3) имели общий конец.

119. Начертите два перпендикулярных луча так, чтобы они: 1) пересекались; 2) не имели общих точек.

Упражнения

120. На рисунке 102 прямые AC и DK — перпендикулярные. Перпендикулярны ли: 1) отрезки AB и BK; 2) отрезки BC и DF; 3) лучи BC и BK; 4) отрезок AB и луч FD?

Рис. 102



121. Может ли угол между прямыми быть равным: 1) 1°; 2) 90°; 3) 92°?

122. Докажите, что если биссектрисы углов AOB и BOC перпендикулярны, то точки A, O и C лежат на одной прямой.

123. На рисунке 103 $AB \perp CD$, $\angle COK = 42°$, $\angle MOC + \angle BOK = 130°$. Найдите: 1) $\angle MOK$; 2) $\angle MOD$.

124. На рисунке 104 $AC \perp DK$, $OB \perp BF$, $\angle DBO = 54°$. Найдите угол ABF.

125. Угол ABC равен 160°, лучи BK и BM проходят между сторонами этого угла и перпендикулярны им. Найдите угол MBK.

126. На рисунке 105 $BF \perp AC$, $BD \perp BK$. Докажите, что $\angle ABD = \angle FBK$.

Рис. 103

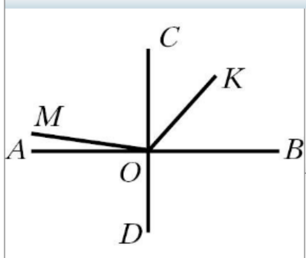


Рис. 104

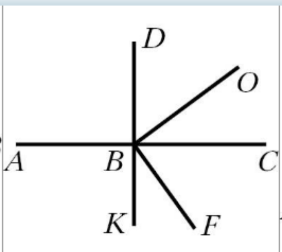
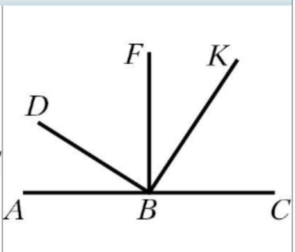


Рис. 105



127. На рисунке 105 $\angle ABD = \angle FBK$, $\angle DBF = \angle KBC$. Докажите, что $BF \perp AC$.

128. Из вершины угла ABC, равного 70°, проведены лучи BD и BF так, что $BD \perp BA$, $BF \perp BC$, лучи BD и BC принадлежат углу ABF. Найдите углы DBF и ABF.

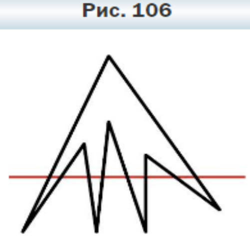
129. Пользуясь угольником и шаблоном угла 17°, постройте угол, равный: 1) 5°; 2) 12°.

130. Пользуясь угольником и шаблоном угла 20°, постройте угол, равный 10°.

Наблюдайте, рисуйте, конструируйте, фантазируйте

131. На рисунке 106 прямая пересекает все стороны восьмиугольника. Может ли прямая пересекать все стороны тринадцатиугольника, не проходя ни через одну из его вершин?

Рис. 106



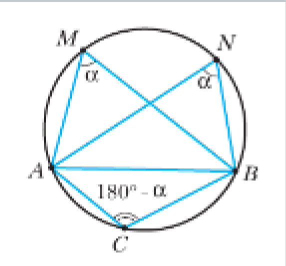
Метод ключевых задач

Если четырёхугольник описан около окружности, то существует точка, равноудалённая от всех его сторон (центр вписанной окружности). Чтобы отметить эту точку, достаточно найти точку пересечения биссектрис двух соседних углов выпуклого четырёхугольника.

Задача (признак принадлежности четырёх точек одной окружности). Точки A, M, N, B таковы, что $\angle AMB = \angle ANB$, причём точки M и N лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB. Докажите, что точки A, M, N, B лежат на одной окружности.

Решение. Пусть $\angle AMB = \angle ANB = \alpha$. Около треугольника AMB опишем окружность (рис. 109). Пусть C — произвольная точка окружности, не принадлежащая дуге AMB. Тогда четырёхугольник $ACBM$ — вписанный в окружность. Отсюда $\angle C = 180° - \alpha$. Имеем: $\angle C + \angle N = 180°$. Тогда по теореме 10.2 вокруг четырёхугольника $ACBN$ можно описать окружность. Так как около треугольника ABC можно описать только одну окружность, то этой окружности принадлежат как точка M, так и точка N.

Рис. 109



Задача 3 (свойство касательной и секущей). Докажите, что если через точку A к окружности проведены касательная AM (M — точка касания) и прямая (секущая), пересекающая окружность в точках B и C, то $AM^2 = AC \cdot AB$.

Решение. Рассмотрим треугольники AMB и ACM (рис. 143). У них угол A — общий. По свойству угла между касательной и хордой (см. ключевую задачу § 9) $\angle AMB = \frac{1}{2}\cup MB$. Угол MCB — вписанный угол и опирается на дугу MB, поэтому $\angle MCB = \frac{1}{2}\cup MB$. Отсюда $\angle AMB = \angle MCB$. Следовательно, треугольники AMB и ACM подобны по первому признаку подобия треугольников. Тогда $\frac{AM}{AC} = \frac{AB}{AM}$. Отсюда $AM^2 = AC \cdot AB$. ◂

742. Основание равнобедренного треугольника относится к его высоте, опущенной на основание, как 8 : 3, боковая сторона треугольника равна 40 см. Найдите площадь треугольника.

743. Докажите, что площадь выпуклого четырёхугольника, диагонали которого перпендикулярны, равна половине их произведения.

744. Площадь ромба равна 120 см², а его диагонали относятся как 5 : 12. Найдите периметр ромба.

745. Найдите площадь ромба, сторона которого равна 25 см, а сумма диагоналей — 62 см.

746. Найдите площадь ромба, сторона которого равна 39 см, а разность диагоналей — 42 см.

747. Даны прямая l и параллельный ей отрезок AB. Докажите, что все треугольники AXB, где X — произвольная точка прямой l, равновелики.

748. Докажите, что если высота одного треугольника равна высоте другого треугольника, то площади данных треугольников относятся как их стороны, к которым проведены эти высоты.

749. Докажите, что медиана треугольника разбивает его на два равновеликих треугольника.

750. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка M так, что $\frac{AM}{MC} = \frac{m}{n}$. Докажите, что $\frac{S_{ABM}}{S_{CBM}} = \frac{m}{n}$.

751. В треугольнике проведены три медианы. Докажите, что они разбивают треугольник на шесть равновеликих треугольников.

752. Через вершину B треугольника ABC проведите две прямые так, чтобы они разбили данный треугольник на три равновеликих треугольника.

753. Через вершину параллелограмма проведите прямые так, чтобы они разбили данный параллелограмм на: 1) четыре равновеликих многоугольника; 2) пять равновеликих многоугольников.

754. Через вершину ромба проведите две прямые так, чтобы они разбили данный ромб на три равновеликих многоугольника.

755. Постройте треугольник, равновеликий данному параллелограмму.

756. В треугольнике проведены три высоты. Докажите, что к наибольшей стороне треугольника проведена наименьшая высота.

757. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка M так, что $\frac{AM}{MC} = \frac{m}{n}$. Пусть X — произвольная внутренняя точка отрезка BM. Докажите, что $\frac{S_{ABX}}{S_{CBX}} = \frac{m}{n}$.

Принцип построения курса геометрии

Учителю

Мы считаем, что в рамках общеобразовательной школы невозможно реализовать формально-логический принцип построения курса геометрии: положить в основу систему аксиом, а дальше строить изложение дедуктивно, т. е. доказывать теоремы логически строго, основываясь на аксиомах и ранее доказанных фактах. Это, скорее всего, можно объяснить тем, что число учеников (особенно семиклассников), склонных к дедуктивному мышлению, невелико. На самом деле большинству присущ наглядно-образный тип мышления. Поэтому для ребёнка апелляция к наглядной очевидности совершенно естественна и оправданна.

Исходя из сказанного, в основу данного учебника положен **наглядно-дедуктивный принцип в сочетании с частичной аксиоматизацией**.

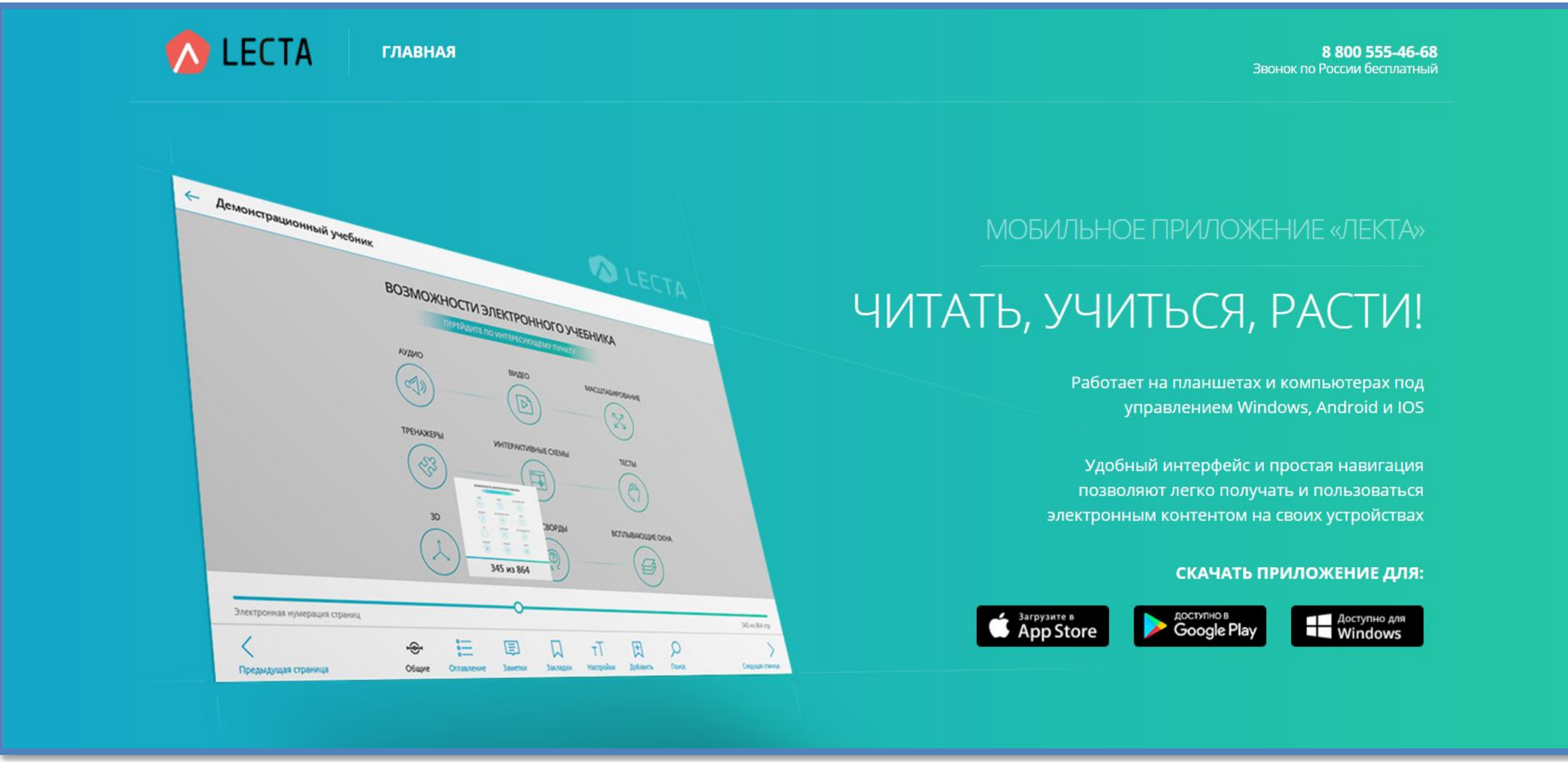
Мы считаем, что цель изучения геометрии в школе – это не только развитие логического мышления и умения проводить доказательство. Авторы учебника ставят более широкую задачу: уточнить представление учащихся об элементарных геометрических объектах (точка, прямая, луч, отрезок, угол), ознакомить их с важнейшими свойствами базовых фигур элементарной геометрии (треугольник, окружность, четырёхугольник и т. п.), развить у них потребность в доказательстве, т. е. заложить основы дедуктивного и эвристического мышления, а главное – **научить учащихся применять свойства геометрических фигур при решении практических и теоретических задач**.

В учебнике собран обширный и разнообразный дидактический материал. Однако за один учебный год все задачи решить невозможно, да в этом и нет никакой необходимости. Вместе с тем гораздо удобнее работать, когда есть большой запас задач. Это позволит реализовать принципы уровневой дифференциации и индивидуального подхода в обучении.

Давайте превратим школьный курс геометрии в ясный и привлекательный предмет. Желаем творческого вдохновения и терпения.

Образовательная платформа «ЛЕКТА»

https://lecta.ru/



ОБЪЕДИНЕННАЯ ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА

дрофа

вентана граф

Новые возможности / ЭФУ «ВЕНТАНА-ГРАФ»

LECTA

§ 8. Первый и втор... | Новая вкладка

lecta://catalog/56f3fb934427ead37e46d5d9/bundle/Chapter12.xhtml

Упражнения

160. На рисунке 133 $AC = DC$, $BC = EC$. Докажите, что $\Delta ABC = \Delta DEC$.

161. На рисунке 134 $AB = AD$, $\angle BAC = \angle DAC$. Докажите, что $\Delta ABC = \Delta ADC$.

Рис. 133

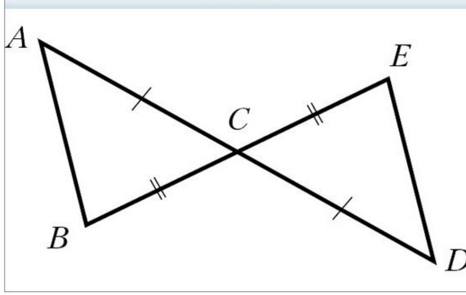
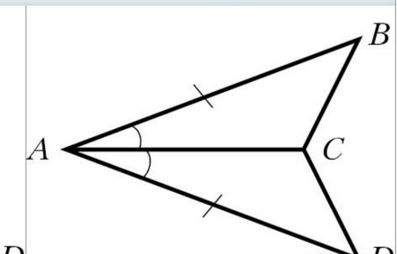
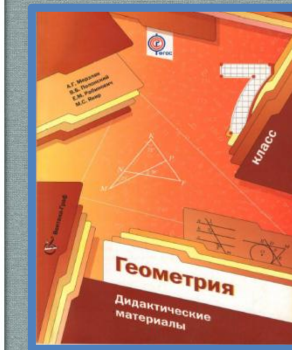


Рис. 134





162. На рисунке 135 $AB = CD$, $\angle 1 = \angle 2$, $AD = 7$ см, $\angle C = 34°$. Найдите
угол A.

163. На рисунке 136 $AO = OD$, $BO = OC$. Найдите сторону CD и угол
OCD, если $AB = 8$ см, $\angle OBA = 43°$.

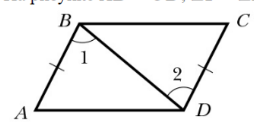
164. Дано: $OA = OC$, $OB = OD$ (рис. 137). Докажите, что $\angle OAD = \angle OC$

Рис. 135 Рис. 136

Первый и второй признаки равенства треугольников

1

На рисунке $AB = CD$, $\angle 1 = \angle 2$, $AD = 7$ см, $\angle C = 34°$. Найдите отрезок BC и угол $\angle A$.



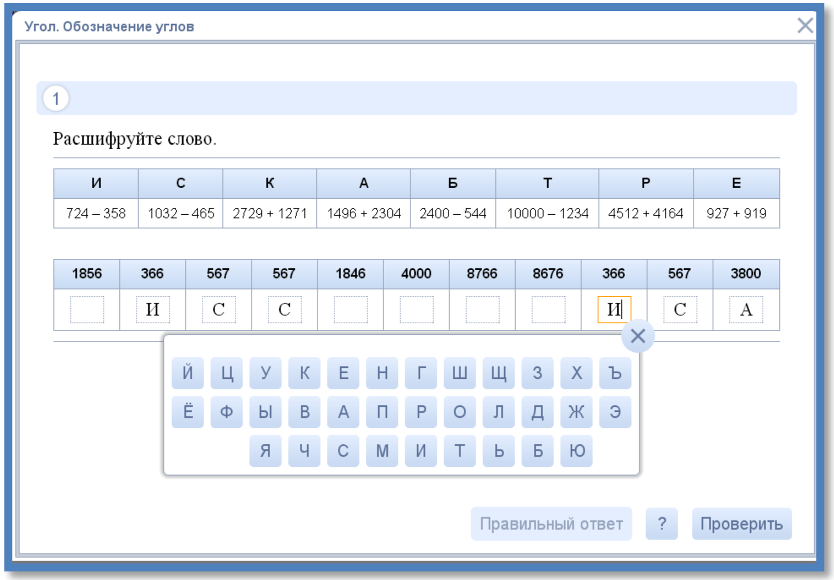
$BC =$ ___ см; $\angle A =$ ___ °.

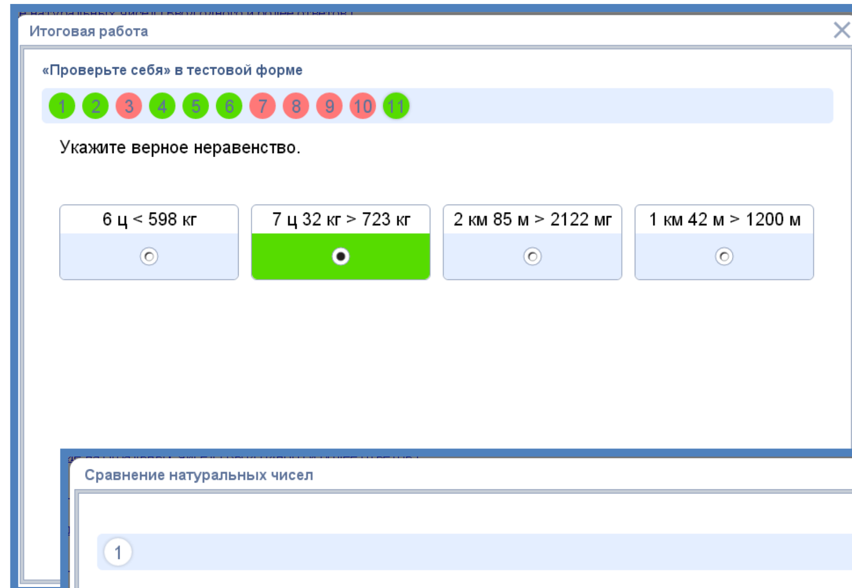
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 ( )

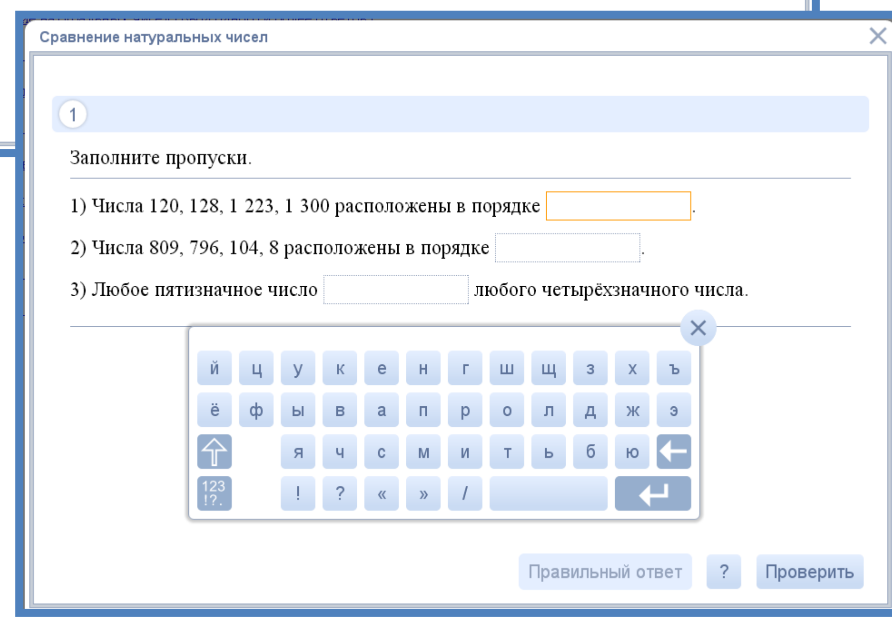
• : – + < = > , . ;

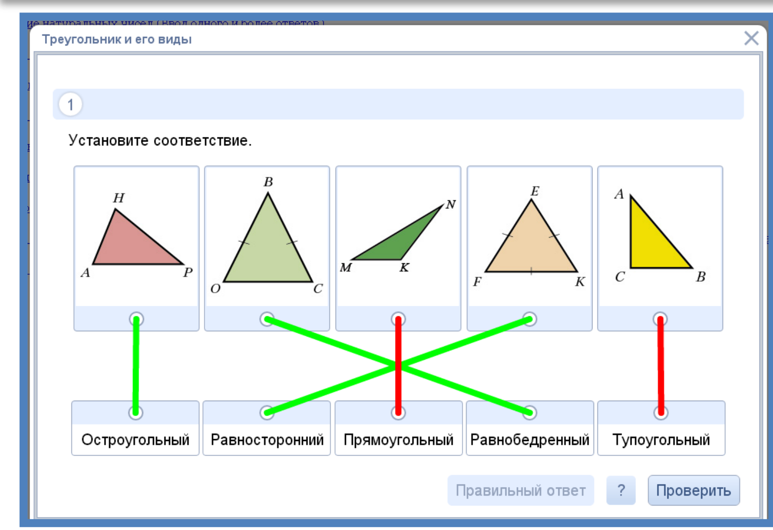
Правильный ответ | ? | Проверить

Новые возможности / ЭФУ «ВЕНТАНА-ГРАФ»









ОБЪЕДИНЕННАЯ ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА

дрофа

вентана граф

ОБЪЕДИНЕННАЯ ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА

Спасибо за внимание!

Павлова Татьяна Николаевна
ведущий методист по математике
Объединенной издательской группы «ДРОФА - ВЕНТАНА»
Pavlova.TN@drofa-ventana.ru