

# СОВРЕМЕННЫЙ УРОК МАТЕМАТИКИ В СВЕТЕ ТРЕБОВАНИЙ ФГОС: ОТКРЫТИЕ УЧАЩИМИСЯ НОВЫХ ЗНАНИЙ

А. Г. Ванцян, кандидат физико-математических наук,  
заместитель директора Научно-методического центра им. Л.В. Занкова

2 марта 2017





**Объяснять новый материал или дать учащимся открыть новые знания?**

**В основе Стандарта лежит системно-деятельностный подход.**

**Этот подход существенно повышает роль самостоятельной деятельности учащихся, в частности, самостоятельного добывания ими новых знаний.**

**Самостоятельное открытие знаний учащимися полностью согласуется с дидактическими принципами и типическими свойствами педагогической системы Л.В. Занкова.**

**Становится актуальным конструирование уроков таким образом, чтобы в них отводилось значительно больше места самостоятельному добыванию знаний учащимися.**



## **ЗАЧЕМ ТАК ВАЖНО, ЧТОБЫ УЧАЩИЕСЯ САМИ ОТКРЫВАЛИ НОВЫЕ ЗНАНИЯ?**

**Познание начинается с удивления.**

**Аристотель (384-322)**

**Твёрже запечатлевается в памяти то, над чем мы  
больше трудились.**

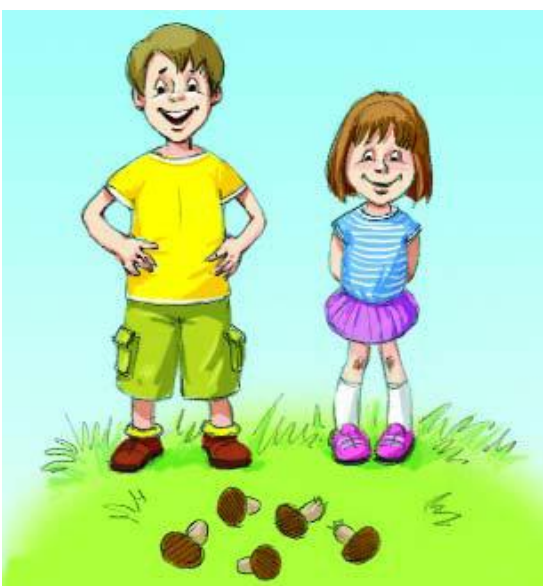
**Марк Фабий Квинтилиан (35-96)**



## 1 КЛАСС Соответствие ситуации и математической модели

1) Сколько грибов собрал Дима? Сколько грибов собрала Нина? Что потом сделали ребята с грибами?

2) Сколько грибов получилось после того, как дети их сложили вместе?



3) Какая схема и какие записи подходят к рисункам?



$2=2$     $3=3$     $3+2=5$     $2+3=5$



**Подготовка к введению понятия «задача»**

1) **Послушай тексты. В каких текстах есть вопросы? Какие из них связаны с математикой?**

Эти птицы называются цаплями. В какой местности живут цапли – в лесу, на болоте, в степи? Чем цапли питаются?

Запиши, сколько цапель на рисунке слева и сколько их на рисунке справа. Поставь между этими числами подходящий знак  $=$ ,  $>$  или  $<$ .

На болоте стояли 7 цапель. Две цапли улетели. Сколько цапель осталось?



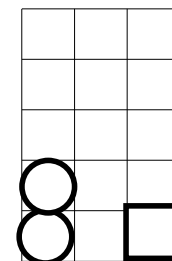
2) **Выполни те задания, которые связаны с математикой. Сделай запись к последнему заданию. Прочитай её.**



**Коллизия: зачем она нужна?**

1) Послушай задачу. Найди в тексте условие и вопрос.

Во дворе гуляли 5 белых кошек и 2 черные. Сколько кошек гуляло во дворе?



2) Дострой к задаче схему.

Каким действием ты будешь решать эту задачу? Реши ее.

1) Послушай такую задачу.

На ветке висели 5 шишек. Подул ветер, и 2 шишки упали. Сколько шишек осталось на ветке?



2) Обозначь кругами первоначальное количество шишек. Зачеркни столько кругов, сколько шишек упало. Реши задачу.



## Сравнение задач – какие цели?

Прочитай задачи.

На берегу моря сидели 13 черепашек. Когда несколько черепашек вошли в воду и уплыли, на берегу их осталось 8.

Сколько черепашек уплыло?

На берегу моря сидели 13 черепашек. Когда несколько черепашек вышли из воды, на берегу их стало 18. Сколько черепашек вышло из воды?

Чем похожи задачи? Чем они различаются? Какие слова текста говорят о различии задач?

Составь к каждой задаче схему.

Реши обе задачи. Что общего в решении, в ответах?



## Коллизия. Как важно внимательно читать текст

1) Реши задачу.

На ветке сидели 15 воробьёв. Сначала к ним прилетели ещё 6 воробьёв, а потом 9 воробьёв улетели. Сколько воробьёв стало на ветке?

2) Прочитай такую задачу.

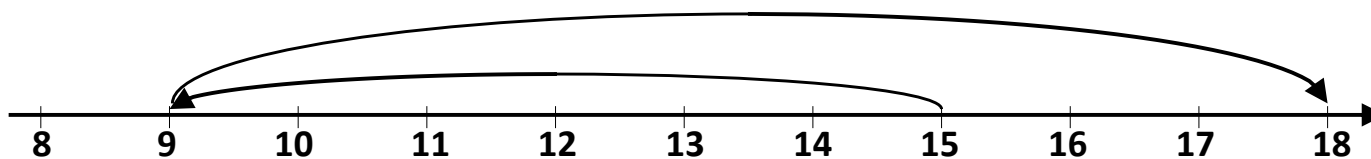
В гараже стояли 15 автомобилей. Сначала из гаража уехали 6 автомобилей, а потом 9 автомобилей приехали в гараж. Сколько автомобилей стало в гараже?

Чем похожа эта задача на задачу про воробьёв? Чем различаются задачи?

В какой части текста задач видно главное различие между задачами?

Реши задачу про автомобили.

3) К какой из предыдущих задач относится такая схема?



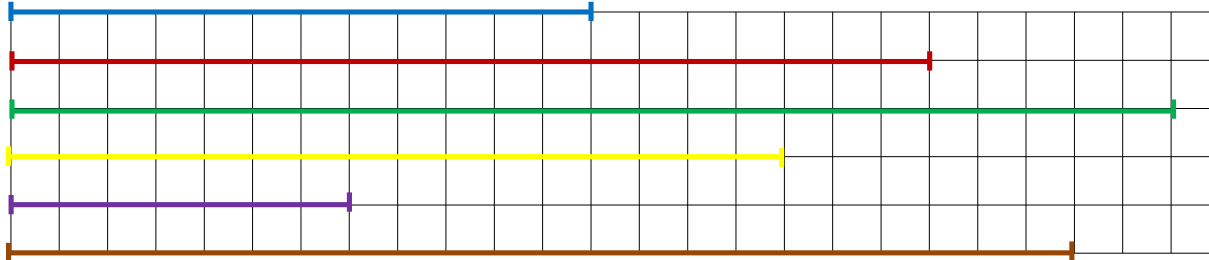
Нарисуй схему ко второй задаче.





**К измерению отрезков: мотивация**

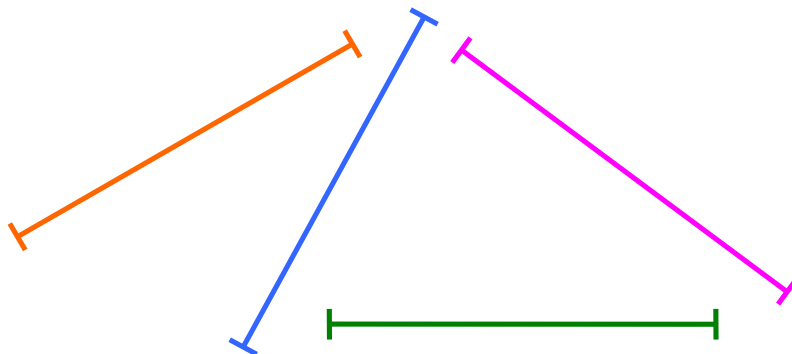
1) Какого цвета самый длинный отрезок? Какой он по счёту сверху?



Где расположен самый короткий отрезок?

2) Расскажи о длинах других отрезков и о том, как они расположены относительно друг друга.

# Попробуй найти здесь самый длинный и самый короткий отрезок.



Что нужно сделать, чтобы найти нужные отрезки?



## **ЗАЧЕМ ТАК ВАЖНО, ЧТОБЫ УЧАЩИЕСЯ САМИ ОТКРЫВАЛИ НОВЫЕ ЗНАНИЯ?**

**Всякое обучение возможно только постольку, поскольку оно опирается на собственный интерес ребёнка. Другого обучения не существует.**

**В обучении гораздо важнее научить ребёнка мыслить, чем сообщить ему те или иные знания.  
Л.С. Выготский (1896-1934)**



## ВВЕДЕНИЕ В ТЕМУ «ЗАДАЧИ В НЕСКОЛЬКО ДЕЙСТВИЙ»

### 1) Прочитай задачи.

*В первой клетке живут 4 попугая, во второй клетке живут 2 попугая. Сколько попугаев в обеих клетках?*

*В первой клетке живут 4 канарейки, во второй клетке их на 2 больше. Сколько канареек в обеих клетках?*

**Чем похожи задачи? В чём их главное различие? Найди в тексте слова, из которых видно различие между задачами.**

**Каким действием ты будешь решать задачу про попугаев? Этого действия достаточно, чтобы решить задачу про канареек? реши обе задачи.**

### 2) Прочитай и сравни задачи.

**В пенале 10 синих ручек и 3 зелёные. Сколько всего ручек в пенале?**

**В коробке 10 простых карандашей, а цветных на 3 меньше. Сколько всего карандашей в коробке?**

**Что открываем?** Задачи иногда требуют для своего решения более одного действия.

**Что дальше?** Какими действиями будем решать подобные задачи?



## ФРАГМЕНТ УРОКА

*На доске записаны суммы:  $35+54$   $24+49$   $7+38$   $47+28$   $19+79$ .*

**Учитель:** Рассмотрите записи на доске. Что вы можете о них рассказать?

**Дети:** Это суммы.

- Всего записано пять сумм.
- Это суммы двузначных чисел.
- Нет, я вижу одно однозначное число.

**Учитель:** К этим суммам у нас будет несколько заданий. Первое задание будет таким: какая из сумм вам кажется «лишней», не похожей на остальные суммы?

*Многие дети поднимают руки.*

**Учитель:** Я прошу вас записать эту сумму в тетрадь.

*Дети записывают, учитель проходит по рядам, смотрит в записи. Почти все записали сумму  $7+38$ .*

**Учитель** (вызывает одного из учеников, записавших сумму  $7+38$ ): Дима, запиши свою сумму и объясни, почему ты считаешь ее лишней.

**Дима** (сделав запись): Я считаю эту сумму лишней, потому что в ней складываются однозначное и двузначное число. В остальных суммах складываются только двузначные числа.



**Учитель:** Поднимите руку те, кто согласен с Димой (*много поднятых рук*). Я тоже считаю, что сумму  $7+38$  можно считать лишней, если обратить внимание на то, какие числа мы складываем – двузначные или однозначные. Но сейчас я попрошу вас назвать лишнюю сумму по другому признаку. Подумайте и запишите выбранную вами сумму (*дается несколько минут*).

*Учитель проходит по рядам, обращая внимание на записанные суммы.*

**Учитель:** (*вызывая двух учеников*) Алеша и Катя, запишите суммы, которые вы считаете лишними и объясните свое решение.

*Алеша записывает  $19+79$ , Катя записывает  $47+28$ .*

**Учитель:** Объясните, почему вы выбрали именно эти суммы.

**Алеша:** Я выбрал сумму  $19+79$ , потому что ее значение - большое число 98, оно на 2 меньше ста. Значения остальных сумм гораздо меньше.

**Катя:** А я заметила, что во всех суммах первое слагаемое меньше второго, и только в сумме  $47+28$  первое слагаемое больше второго. Поэтому эта сумма кажется мне лишней.

**Учитель:** Поднимите руки те, кто согласен с Алешей (*поднято несколько рук*). А кто согласен с Катей? (*поднятых рук заметно больше*).



**Учитель:** Мне нравится, что у многих из вас есть собственное мнение о том, какая сумма лишняя. Но я бы выбрал лишней другую сумму. Не догадываетесь, какую? (*дети затрудняются ответить*). Тогда давайте найдем значения всех сумм и попробуем догадаться, почему мне кажется лишней совсем другая сумма.

*Дети выполняют вычисления. Поднимаются несколько рук.*

**Дети:** Я думаю, что лишней должна быть первая сумма, потому что при ее вычислении не происходит переход в другой десяток. А во всех остальных случаях такой переход есть *Большинство детей соглашается.*

**Учитель:** Скажите, а можно ли было, не вычисляя узнать, в какой сумме происходит переход в другой десяток, а в какой сумме не происходит?

**Дети:** Нужно сложить количество единиц в обоих слагаемых...

- Все-таки вычислять придется.

- А десятки можно и не складывать.

**Учитель:** Так как же мы узнаем, был переход или его не было?

**Дети:** Если при сложении количества единиц получится однозначное число, то перехода нет, а если получится двузначное число, то переход есть.

- В первом случае  $5+4=9$  – значит, перехода нет.

- А в остальных случаях получаются числа, большие десяти.



## ЧИСЛА РАЗГОВАРИВАЮТ: НОВЫЕ СЛОВА

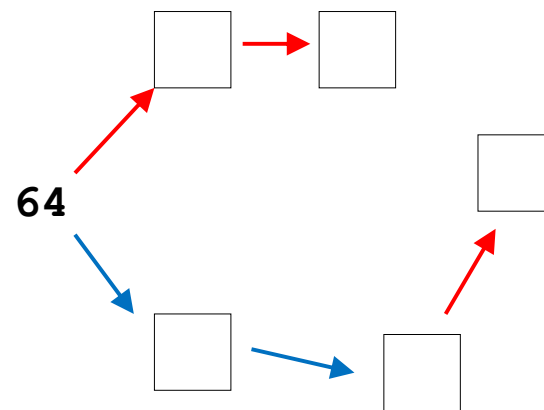
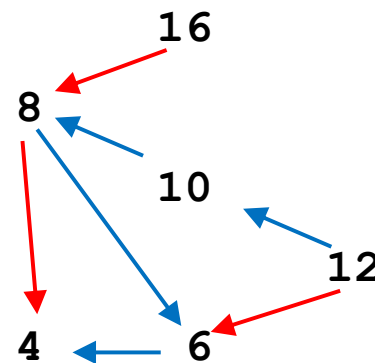
1) Что сказало одно число другому при помощи красной стрелки? А при помощи синей стрелки?

2) Красные и синие стрелки обозначают те же самые слова, однако многие числа, сказавшие эти слова, потерялись.

Достаточно ли на рисунке информации, чтобы восстановить потерянные числа?

Если это возможно, восстанови все числа.

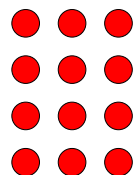
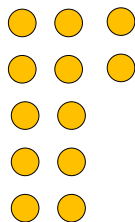
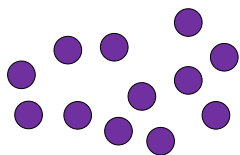
Все ли стрелки проведены между числами?





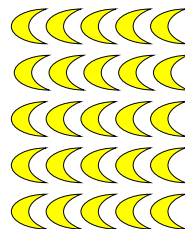
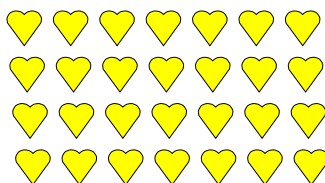
## ТАБЛИЦЫ УМНОЖЕНИЯ: «ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ» ПОДХОД

1) Сколько кругов на рисунке слева? Изменилось ли количество кругов на двух других рисунках?



В каких случаях тебе было легче пересчитать круги? В каком случае при подсчете кругов удобно пользоваться таблицей умножения?

2) Используя таблицу умножения, найди количество фигур каждого вида.







## ЧТО ТАКОЕ УРАВНЕНИЕ? ВВЕДЕНИЕ В ТЕМУ

1) Чем различаются записи на красном и синем флагах?

$$6 + x \quad 20 - y \quad z - 7$$

$$6 + x = 10 \quad 20 - y = 13 \quad z - 7 = 8$$

Замени в выражениях  $6 + x$ ,  $20 - y$ ,  $z - 7$  буквы  $x$ ,  $y$ ,  $z$  какими-либо числами. Найди значения полученных выражений.

Какие числа заменены буквами  $x$ ,  $y$ ,  $z$  в таких равенствах:  $6 + x = 10$ ,  $20 - y = 13$ ,  $z - 7 = 8$ ?

Что получится, если в этих равенствах заменить буквы  $x$ ,  $y$ ,  $z$  другими числами?

2) Равенства  $6 + x = 10$ ,  $20 - y = 13$ ,  $z - 7 = 8$  называют *уравнениями*.

3) В каждом уравнении имеется неизвестное число, которое обозначено буквой и которое нужно найти.

Говорят: нужно *решить уравнение* или *найти корень уравнения*.

Чему равен корень уравнения  $6 + x = 10$ ?

Что получится, если в этом уравнении заменить букву  $x$  на число 4? А если заменить букву  $x$  на другое число?



## **ЗАЧЕМ ТАК ВАЖНО, ЧТОБЫ УЧАЩИЕСЯ САМИ ОТКРЫВАЛИ НОВЫЕ ЗНАНИЯ?**

**Не сообщать детям то, к чему они могут прийти путём собственных внутренних усилий.**

**Подлинное усвоение знаний происходит тогда, когда школьники сами замечают те или иные пробелы понимания материала, когда их настораживают какие-то несоответствия.**

**Л.В. Занков (1901-1977)**



## ЗАДАЧИ С ОТНОШЕНИЯМИ БОЛЬШЕ/МЕНЬШЕ В КОСВЕННОЙ ФОРМЕ ФРАГМЕНТ УРОКА

**Учитель:** Прочитайте обе задачи.

*Учащиеся читают текст задач:*

*Во втором «А» классе 12 мальчиков, а девочек на 3 больше. Сколько всего учеников в этом классе?*

*Во втором «Б» классе 12 мальчиков, и их на 3 больше, чем девочек. Сколько всего учеников в этом классе?*

**Учитель:** Кто скажет, что общего в обеих задачах, а в чем главное различие между ними?

**Дети:** В обеих задачах говорится о мальчиках и девочках из вторых классов.

- В обоих классах одинаковое количество мальчиков – их 12.

- Задачи совершенно одинаковые, только их текст составлен по-разному.

**Учитель (останавливая дискуссию):** Трое из вас высказали свое мнение. Все ли согласны с мнением ваших товарищей?

*Дети высказывают свое отношение к мнениям одноклассников. Различные точки зрения возникают лишь по третьему вопросу. Часть класса считает, что задачи совершенно одинаковые, другие чувствуют, что это не так.*



## Система Занкова: новое время, новые задачи, новый уровень

**Учитель:** Итак, не совсем ясно, одинаковые ли решения у этих задач, или разные. Давайте сначала подумаем над таким вопросом: «В каком классе больше девочек? Или их количество одинаково в обоих классах?»

**Дети:** В обоих классах девочек на 3 больше, значит их по 15...

- Я согласна, что в классе «А» 15 девочек. А в классе «Б»... Мне кажется, что их там меньше...

- Но ведь в условии задачи есть слово «больше», а не «меньше»!

**Учитель:** Давайте обратим внимание на такие слова из второй задачи «и их на 3 больше». Про кого эти слова: про мальчиков или про девочек?

**Дети:** Наверное, про мальчиков. Ведь перед этим есть слова «12 мальчиков», значит мальчиков больше...

- А девочек значит меньше!

- А почему там слово «больше»?

- Чтобы нас запутать, чтобы сделать задачу труднее и интереснее!

**Учитель:** Итак, давайте подведем итог нашей дискуссии: кого же в классе «Б» больше – мальчиков или девочек.

**Дети:** Мальчиков, мальчиков!

**Учитель:** Все с этим согласны? Нет других мнений?

*Большинство детей согласно, что мальчиков больше, однако звучат и голоса сомневающихся.*

**Учитель:** Я вижу, у некоторых из вас еще остаются сомнения. Давайте разберемся, а для этого посмотрите на схему в учебнике. Как вы думаете, к какой задаче составлена эта схема?



*Дети рассматривают схему:*

М —————

Д —————

**Дети:** Конечно, эта схема к первой задаче, ведь там девочек будет больше, чем мальчиков!

**Учитель:** А чем, по-вашему, будет отличаться схема ко второй задаче? Давайте составим такую схему.

*Дети составляют в тетрадях схему ко второй задаче. Учитель просматривает эти схемы: у большинства они составлены правильно.*

М —————

Д —————

**Учитель:** Итак, чем будет отличаться схема, составленная ко второй задаче от схемы, которая дана в учебнике?

**Дети:** Отрезок, изображающий количество девочек будет короче. Он будет короче на три черточки. Значит в классе «Б» учеников меньше, чем в классе «А».

**Учитель:** Давайте решим обе задачи.

*Учитель вызывает к доске двух учеников и предлагает одному из них решить первую задачу, а другому – вторую.*

**Учитель:** Я доволен, как вы справились с сегодняшним заданием – оно ведь было непростым, не так ли?



## ЭФФЕКТ ДОБАВЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

1) Прочитай задачу. Составь к ней краткую запись или схему – то, что тебе удобнее.

В роще растут сосны, берёзы и дубы. Сосен в роще 14. Берёз на 7 больше, чем сосен, а дубов меньше, чем сосен. Сколько в роще берёз? Сколько в роще дубов?

Достаточно ли в условии информации, чтобы ответить на первый вопрос? В какой части текста находится эта информация?

Достаточно ли в тексте информации, чтобы ответить на второй вопрос?

2) Пусть стало известно, что дубов в роще на 11 меньше, чем берёз.

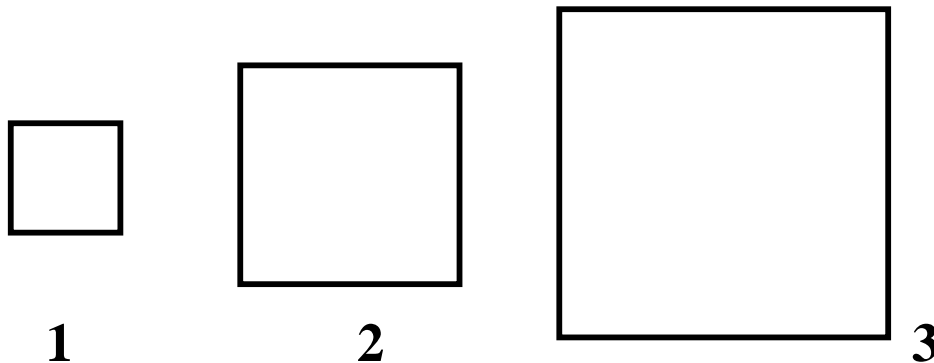
Используя эту дополнительную информацию, ответь на вопросы:

- Сколько в роще лиственных деревьев?
- На сколько больше в роще лиственных деревьев, чем хвойных?



## К ЧЕМУ ГОТОВИТ ЭТО ЗАДАНИЕ?

1) Как устроена такая последовательность квадратов?



Нарисуй два следующих квадрата этой последовательности.

2) Как связана с последовательностью квадратов такая последовательность чисел: 1, 2, 3, 4, ... ?

А как с ней связана такая последовательность: 4, 8, 12, 16, ... ?

3) У одного квадрата этой последовательности сумма длин сторон равна 2 дм. Какой номер у этого квадрата?

Какой номер будет у квадрата, сумма длин сторон которого равна 4 дм?



## **ЗАЧЕМ ТАК ВАЖНО, ЧТОБЫ УЧАЩИЕСЯ САМИ ОТКРЫВАЛИ НОВЫЕ ЗНАНИЯ?**

**Плохой учитель сообщает истину, хороший учит её  
находить.**

**Воспитывать значит возбуждать умственную  
активность учащихся.**

**Адольф Дистерверг (1790-1866)**





## ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТКОМ НА 5. ФРАГМЕНТ УРОКА

**Учитель:** По какому признаку выделены некоторые числа?

40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, ...

**Дети:** Эти числа оканчиваются цифрой 0 или цифрой 5.

- Они расположены через пять одно от другого.
- Они встречаются в таблице умножения на 5.
- Эти числа делятся на 5.

**Учитель:** А что вы можете сказать про остальные числа?

**Дети:** [...]

**Учитель:** Давайте прочитаем следующий вопрос этого задания.

*Дети читают:*

*Какие следующие числа этой последовательности будут делиться на 5 (говорят также «делиться на 5 без остатка»)?*

**Учитель:** Почти все вы правильно записали последовательность чисел. Скажите, что особенного в этой последовательности?

**Дети:** [...]



## ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТКОМ НА 5. ФРАГМЕНТ УРОКА

**Учитель:** По какому признаку выделены некоторые числа?

40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, ...

**Дети:** Эти числа оканчиваются цифрой 0 или цифрой 5.

- Они расположены через пять одно от другого.
- Они встречаются в таблице умножения на 5.
- Эти числа делятся на 5.

**Учитель:** А что вы можете сказать про остальные числа?

**Дети:** [...]

**Учитель:** Давайте прочитаем следующий вопрос этого задания.

*Дети читают:*

*Какие следующие числа этой последовательности будут делиться на 5 (говорят также «делиться на 5 без остатка»)?*

**Учитель:** Почти все вы правильно записали последовательность чисел.

Скажите, что особенного в этой последовательности?

**Дети:** [...]



**Учитель:** А какое же главное свойство у этих чисел?

**Дети:** Все они делятся на 5.

*Большинство детей с этим соглашается.*

**Учитель:** Давайте продолжим читать вопросы задания. Прочитайте следующие два вопроса.

*Дети читают:*

*Что общего у чисел, записанных красным цветом? А у чисел, записанных другими цветами?*

**Что открываем?** Особенность «внешнего вида чисел, кратных 5». Как получаются остатки при делении на 5 и почему они именно такие?

**Что дальше?** А как образуются остатки при делении на другие числа?

**Сначала подумай, потом выбери способ решения...**



## КОЛЛИЗИЯ

1) Запиши делимое в виде суммы разрядных слагаемых, а затем найди значения выражений:  $46:2$ ;  $63:3$ .

Попробуй таким же способом найти значение частного  $72:3$ . Помогла ли тебе при этом сумма разрядных слагаемых?

Попробуй записать число 72 в виде суммы таких слагаемых, чтобы было удобно разделить 72 на 3.

2) Проверь равенства:

$$72=50+22; \quad 72=60+12; \quad 72=30+42;$$

$$72=66+6; \quad 72=63+9; \quad 72=40+32.$$

Какая из данных сумм кажется тебе удобной для вычисления частного  $72:3$ ? Сравни свое мнение с мнением одноклассников.

Найди значение частного  $72:3$ .

3) Найди значения частных, сделав удобные записи:

$$52:2 \quad 90:2 \quad 56:4 \quad 51:3 \quad 90:5 \quad 72:6$$

$$58:2 \quad 96:2 \quad 72:4 \quad 57:3 \quad 90:6 \quad 84:7$$



## ЗАДАЧИ НА ПРИВЕДЕНИЕ К ЕДИНИЦЕ

1) Сравни задачи. В чем главное различие между ними?

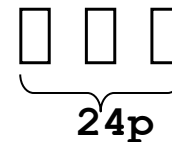
Шоколадка стоит 24 рубля.  
Сколько будут стоить 5 таких шоколадок?

Три тетради стоят 24 рубля.  
Сколько будут стоить 5 таких тетрадей?

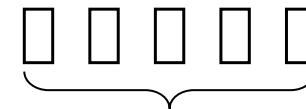
Что, по-твоему, стоит дороже – шоколадка или тетрадь? Какие слова из текстов задач дают информацию об этом?

К какой задаче сделан рисунок?

Реши обе задачи. Сколько действий тебе потребовалось для решения каждой задачи?



2) Что изменилось в условии одной из задач, если новую задачу можно решить такими действиями:



1.  $24:4=...$  (руб.);      2.  $6\cdot 7=...$  . ?

Заверши решение новой задачи.

3) На какую из предыдущих задач похожа такая задача?

В пяти одинаковых коробках 40 карандашей. Сколько карандашей в восьми таких же коробках? Реши данную задачу.



## ЗАДАЧИ НА ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ ДЕЛЕНИЕ

### ФРАГМЕНТ УРОКА

**Учитель:** Прочитайте задачи, которые вы видите на экране.

*На экране появляются тексты задач.*

*В доме номер 1 живут черные и белые кошки. Всего их 36, причем черных и белых поровну. Сколько в этом доме черных и сколько белых кошек?*

*В доме номер 2 живут рыжие и пестрые кошки. Всего их 36, причем рыжих в два раза больше, чем пестрых. Сколько в этом доме рыжих и сколько пестрых кошек?*

**Учитель:** Какая задача кажется вам более легкой?

**Дети:** Я думаю, первая.

- Такие задачи мы уже решали.
- А я могу решить и вторую задачу.
- Вторая задача такая же, как первая, только там кошки по-другому окрашены.

**Учитель:** Давайте сначала решим первую задачу.

*Дети работают, и через 1-2 минуты многие поднимают руки. Учитель вызывает двух не самых сильных учеников и просит их записать решение задачи. У обоих верные записи:  $36:2=18$  (кошек). Все согласны с приведенным решением.*



**Учитель** (*обращаясь к классу*): Почему вы решили, что эта задача решается в одно действие и это действие – деление?

**Дети**: Потому что в доме номер 1 живут кошки двух видов.

- Потому что такой вопрос задачи.

**Дима**: А я думаю, что в условии задачи есть очень важное слово: «поровну». А это означает, что общее количество кошек нужно разделить на 2.

**Учитель**: Чей ответ вам больше всего понравился?

*Большинство детей считают, что все ребята сказали правильно, но в последнем ответе Дима увидел очень важное слово в тексте задачи.*

**Учитель**: Теперь давайте попробуем решить вторую задачу. Я прошу вас очень внимательно прочитать ее текст. Может быть, вы также найдете там важное слово, которое подскажет вам способ решения задачи.

*Дети работают над решением второй задачи.*



**Учитель** (спустя несколько минут): Как вы думаете, будут ли ответом на вторую задачу те же самые числа?

**Варя:** Я думаю, что будут те же числа, потому что всего кошек тоже 36, и их в два раза больше, чем рыжих и чем пестрых.

- А я не согласна с Варей: в условии сказано, что рыжих кошек в два раза больше, чем черных, значит, кошек не будет по 18 каждого цвета!

- Мне кажется, пестрых кошек 18, а рыжих 36 – в два раза больше.

- Но как это может быть? Ведь по условию всего кошек 36, а так их будет (после небольшой паузы) 54!

**Учитель:** Так, у второй задачи будут другие ответы? (Все с этим соглашаются). А какая часть в тексте второй задачи указывает на различие в ответах?

**Дети:** Рыжих в два раза больше, чем пестрых.

- А в первой задаче черных и белых кошек поровну.

- Значит, решения и ответы будут различными.

**Учитель:** Вы правильно нашли различия между задачами. Теперь давайте подумаем, как же нам решить вторую задачу?

**Дети:** Разделить на 2 будет неверно, потому что получим такой же ответ, как в первой задаче.

- Но мне все-таки кажется, что число 36 нужно на что-то разделить, только я не знаю на что...

- А мне кажется, что из 36 нужно что-то вычесть...





**Петя:** Я решил вторую задачу: рыжих кошек 24, а пестрых 12. Проверьте!

**Учитель:** Давайте проверим Петю. Что нужно сделать с числами 24 и 12, чтобы проверить, правильно ли Петя решил задачу?

**Дети:** Нужно эти числа сложить. Да, получается 36 – столько всего в доме кошек.

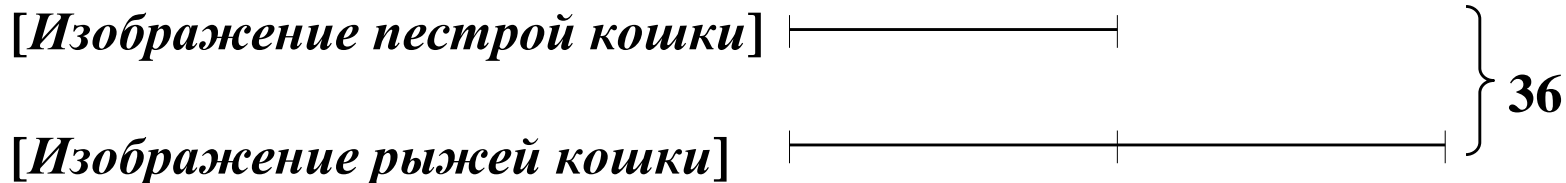
- 24 в два раза больше, чем 12 – значит ответы правильные!

- Но Петя ведь не показал, как он решил задачу!

**Петя:** Я угадал ответ.

**Учитель:** Я думаю, Петю нужно похвалить за то, что он нашел, угадал правильный ответ. Но задачу все-таки нужно решить. Давайте подумаем, как это сделать. Посмотрите на экран.

*На экране появляется такая схема.*



**Учитель:** Какую новую информацию вы получили из схемы?



**Дети:** Мне кажется, новой информации на экране нет, просто она представлена по-другому.

- Это схема к задаче, такие схемы мы много раз рисовали.
- Эта схема поможет решить задачу! Я уже ее почти решила...

**Учитель:** Как же ты ее решила, Настя?

**Настя:** Я поняла: общее количество кошек, число 36, нужно разделить на 3!

**Учитель:** Почему на 3? Ведь в условии задачи нет числа три! Давайте все подумаем над предложением Насти и решим: правильный ли она выбрала путь решения задачи...



## ЗАДАЧИ, В КОТОРЫХ ДАНА СУММА И РАЗНОСТЬ ВЕЛИЧИН

### 1) Прочитай задачи.

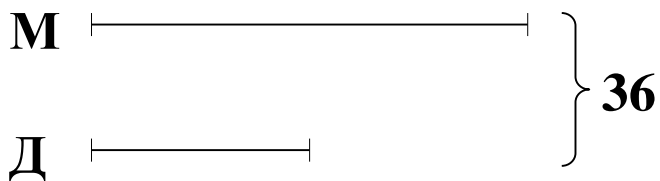
В лыжной гонке участвовали 36 детей. Среди них мальчиков было в два раза больше, чем девочек. Сколько мальчиков и сколько девочек участвовало в лыжной гонке?

В походе участвовало 36 детей. Среди них мальчиков было на два больше, чем девочек. Сколько мальчиков и сколько девочек участвовало в походе?

В чем главное различие между задачами?

Где, по-твоему, было больше мальчиков – в лыжной гонке или в походе?

### 2) К какой задаче подходит такая схема?



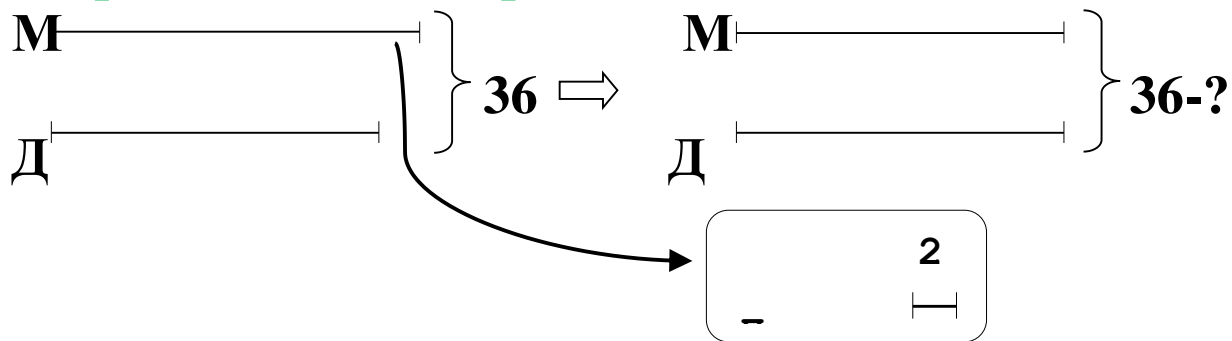
Реши задачу, которая связана с этой схемой. Действия каких ступеней тебе пришлось при этом выполнить?



3) Попробуй угадать, сколько мальчиков и сколько девочек участвовало в походе. Найди сумму этих чисел. Найди разность. У тебя получились числа 36 и 2?

Попробуй теперь решить эту задачу по действиям.

4) Если тебе нужна помощь, предположи, что два «лишних» мальчика «спрятались в пещере».



Сколько осталось детей? Кого осталось больше - мальчиков или девочек?  
Как теперь можно найти количество девочек и количество мальчиков?  
Заверши решение задачи.



## **ЗАЧЕМ ТАК ВАЖНО, ЧТОБЫ УЧАЩИЕСЯ САМИ ОТКРЫВАЛИ НОВЫЕ ЗНАНИЯ?**

**Ученик развивается не только тогда, когда он читает или слушает учителя, но и тогда, когда он так или иначе реагирует на то, что видит или слышит.**

**Старая педагогика, рассматривающая ребенка лишь как материал для развития, заботилась только об одном: научить; новая педагогика должна заботиться о том, чтобы ребенок хотел научиться.**

**Василий Порфирьевич ВАХТЕРОВ (1853-1924)**



## ВВОДИМ ПОНЯТИЕ СКОРОСТИ

1) Прочитай задачу.

За 3 часа турист прошел 18 км. Сколько километров пройдет турист за 5 часов, если он будет двигаться с такой же скоростью?

Обрати внимание на слова в тексте задачи «с такой же скоростью». Как ты понимаешь эти слова? Что будет, если турист будет двигаться не «с такой же скоростью»? Можно ли будет решить задачу в этом случае? Реши задачу про туриста.

2) Что, по-твоему, имеют в виду, когда говорят о скорости? Пройди одно и то же расстояние сначала с большой скоростью, а потом с небольшой. Когда тебе потребовалось для этого больше времени?

3) Длина дорожки в парке 300 м. Ваня и Таня начали одновременно двигаться с противоположных концов этой дорожки на роликах. Место их встречи отмечено флажком. Кто из них прошел большее расстояние?



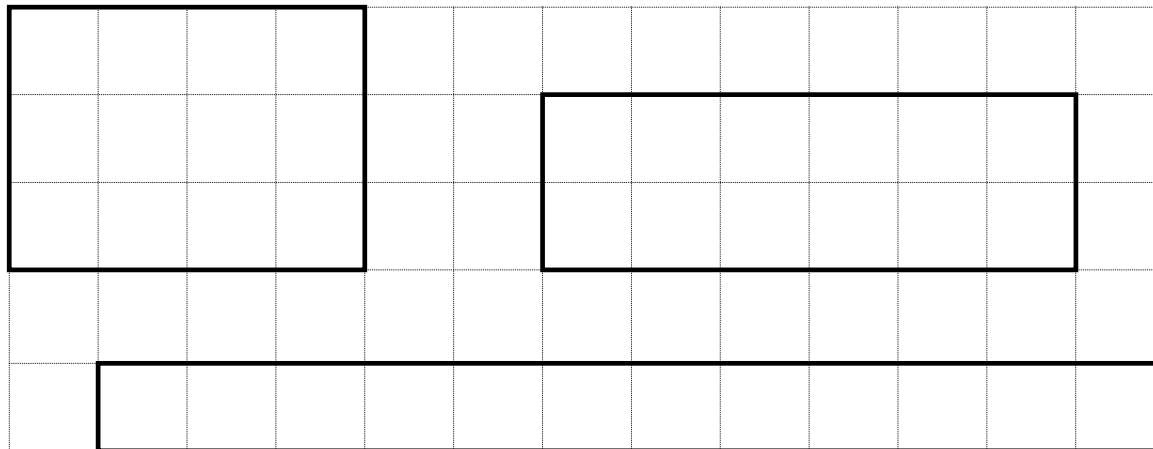
Кто из ребят двигался с большей скоростью? Во сколько раз отличались, по-твоему, их скорости? Что тебе помогло ответить на последний вопрос?



## ПЛОЩАДЬ И ЕЁ ИЗМЕРЕНИЕ

1) Чем различаются данные прямоугольники?

Есть ли у прямоугольников что-то общее?



У всех данных прямоугольников одинаковая *площадь*.

Что, по-твоему, имеют в виду, когда говорят о площади фигуры?

Что занимает больше места (имеет большую площадь):

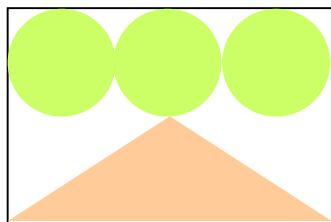
- футбольное поле или волейбольная площадка?
- зал или жилая комната?
- Москва или какой-нибудь небольшой город?

Как можно показать, что все данные прямоугольники имеют одинаковую площадь?

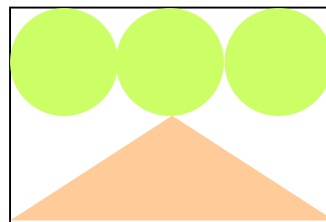


## ЧТО ТАКОЕ СИММЕТРИЯ?

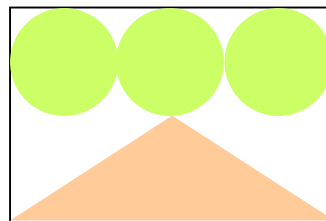
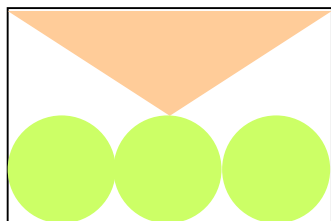
1) На каком рисунке фигуры правильно «отразились в воде»? Объясни своё мнение.



*a*



*b*



Говорят, что *a* рисунке слева фигуры *симметричны относительно прямой a*. Относительно *прямой b* фигуры *не симметричны*.

Согни мысленно рисунок слева относительно *прямой a*. Совпадут ли верхняя и нижняя части фигуры?

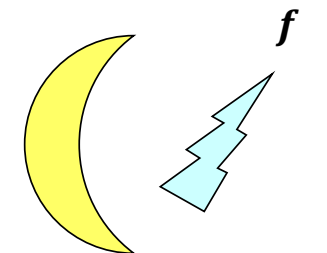
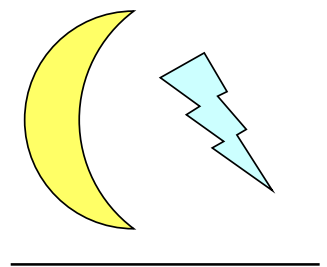
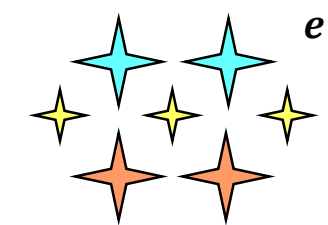
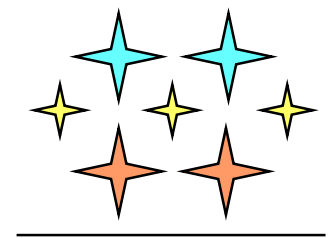
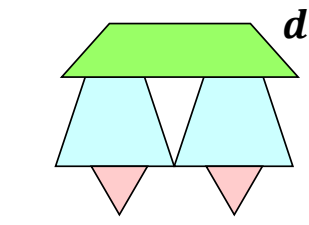
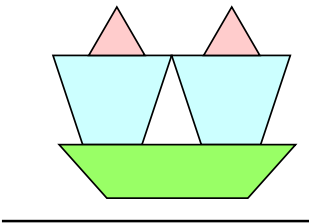
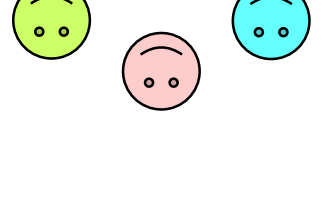
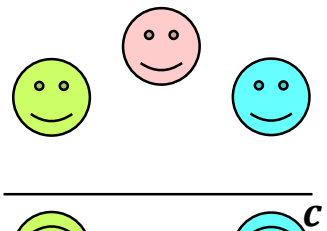
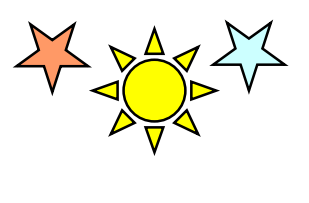
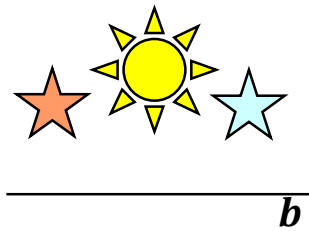
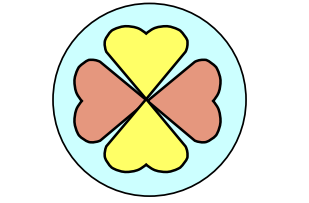
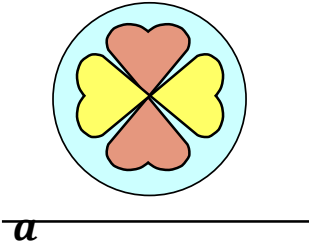
Совпадут ли фигуры, если согнуть рисунок справа относительно *прямой b*?





# Система Занкова: новое время, новые задачи, новый уровень

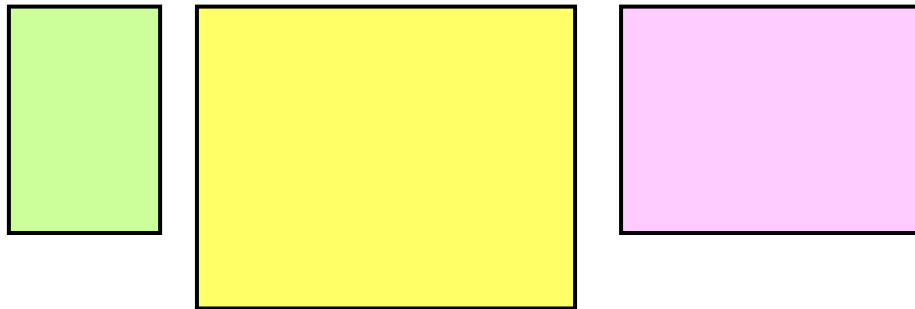
2) На каких рисунках фигуры симметричны относительно данной прямой? При ответе обращай внимание на форму и на цвет фигур.





## ЧТО ТАКОЕ ОБЪЁМ?

1) Найди площадь каждого прямоугольника.



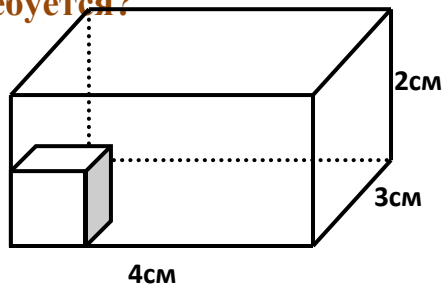
Какое действие тебе пришлось для этого выполнить? С какими числами?

2) Представь, что розовый прямоугольник нужно замостить такими квадратами. Сколько квадратов для этого потребуется?



1 см

3) Представь, что нижнюю грань параллелепипеда замостили такими кубами. Сколько кубов для этого потребуется?



1 см

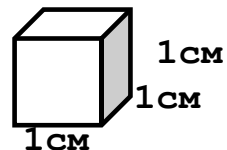
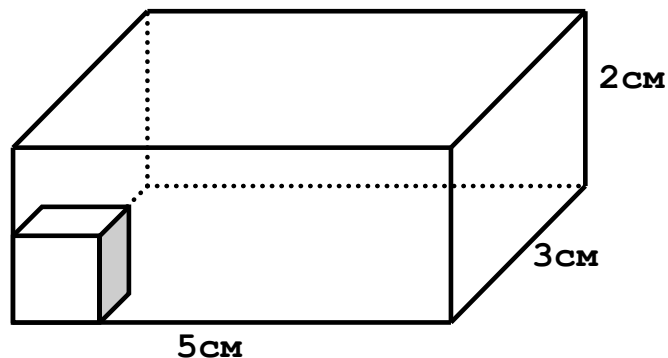
1 см

4) Сколько потребуется кубов с ребром в  $1 \text{ см}^3$ , чтобы полностью заполнить данный параллелепипед?



## ФОРМУЛА ОБЪЕМА

1) Чему равны длины рёбер данного параллелепипеда?



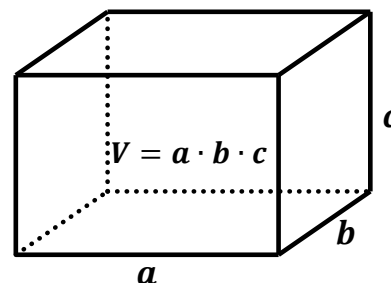
Чему равна площадь нижней грани этого параллелепипеда? Каким действием ты нашёл (нашла) эту площадь?

Сколькими кубами с ребром 1 см можно полностью заполнить данный параллелепипед? Чему равен объём этого параллелепипеда?

2) Подумай, как зная длины ребёр параллелепипеда, можно найти его объём.

Обрати внимание на равенство на рисунке. Это формула объёма параллелепипеда. Объясни смысл этой формулы.

Выполни те действия с числами 5, 3, 2, которые позволят найти объём предыдущего параллелепипеда.





## **ЗАЧЕМ ТАК ВАЖНО, ЧТОБЫ УЧАЩИЕСЯ САМИ ОТКРЫВАЛИ НОВЫЕ ЗНАНИЯ?**

Учитель должен поставить себя на место ученика; он должен понять источник затруднений, постараться понять, что происходит в голове ученика, и задать вопрос и указать шаг, до которого учащийся мог бы додуматься самостоятельно.

Если учащемуся не представилось возможности еще на школьной скамье испытать перемежающиеся эмоции, возникающие в борьбе за решение, в его математическом образовании оказывается роковой пробел.

Дьёрдь Пойа (1887-1985)



## ФРАГМЕНТ УРОКА

На экране появляются уравнения  $x + 5 = 8$  и  $x + 6 = 9$ .

**Учитель:** Посмотрите на экран. Что вы можете сказать про записи на экране?

**Дети:** Это два уравнения.

- В обоих уравнениях неизвестно первое слагаемое.
- Мне кажется, у этих уравнений будут одинаковые корни.
- Да, у обоих уравнений корень равен трем.

**Учитель:** Как вы узнали, что у обоих уравнений одинаковые корни?

**Дети:** Мы их решили.

- Они решаются очень просто. Можно я покажу?

**Учитель:** Я уверен, что вы без труда решите эти простые уравнения – ведь мы их решали еще во втором классе, не так ли? Но у меня к вам другой вопрос: как можно, не решая этих уравнений, доказать, что у них одинаковые корни?

**Дети:** У них числа близкие – 5 и 6, а после знака равенства 8 и 9...

- Дело в том, что 6 на 1 больше, чем 5, а 9 на 1 больше, чем 8.
- Я вспомнила одно свойство равенств – мы им уже пользовались...



**Учитель:** Какое это свойство, Таня?

**Таня:** Равенство останется верным, если к обеим его частям прибавить одно и то же число.

*Все с этим согласны.*

**Учитель:** Какое же число прибавили к обеим частям уравнения?

*Все считают, что прибавили число 1.*

**Учитель:** А теперь у меня к вам следующий вопрос. Внимание на экран. На экране появляются уравнения.

$$y + 14 = 20$$

$$y + 16 = 22$$

$$25 + z = 36$$

$$21 + z = 32$$

**Учитель:** Какое задание вы могли бы придумать к уравнениям в рамке?

**Дети:** Решить их.

- Подумать, будут ли равны их корни.

**Учитель:** Я предлагаю, прежде чем мы решим эти уравнения, ответить на последний вопрос: будут ли равны их корни?

*Спустя минуту многие дети поднимают руки. Учитель дает им по очереди слово.*



**Дети:** У первых двух уравнений корни будут одинаковые.

- Они равны шести.

- А это потому, что к обеим частям мы прибавили число 2.

*Все соглашаются.*

**Учитель:** А как насчет уравнений в рамке справа?

*Дети единодушны в том, что и у уравнений в рамке справа также будут одинаковые корни, т.к. из обеих частей вычли одно и то же число 4.*

**Учитель:** А теперь начинается самое главное: я предлагаю вам подумать, как можно решить такое уравнение.

*На экране появляется уравнение  $2 \cdot x = x + 7$ .*

**Учитель:** Но, прежде, к вам вопрос: что для себя нового вы нашли в этом уравнении?

**Дети:** В уравнении два раза записан икс.

- Икс записан и справа и слева от знака «равно».

- Я не знаю, как решать такие уравнения, но мне кажется, что его корень равен семи.

- Я мне кажется – не семи, а четырнадцати.



**Учитель:** Чтобы разрешить наши споры – что нужно? Конечно, нужно научиться решать такие уравнения – ведь не всегда можно просто угадать корень. И, как всегда, думать будем вместе, а я, если нужно, буду вам только помогать.

**Дети:** Я думаю, здесь что-то связано со свойствами равенств, о которых мы говорили в начале урока – ведь не зря мы о них говорили.

- Не знаю, чем нам помогут свойства равенств.

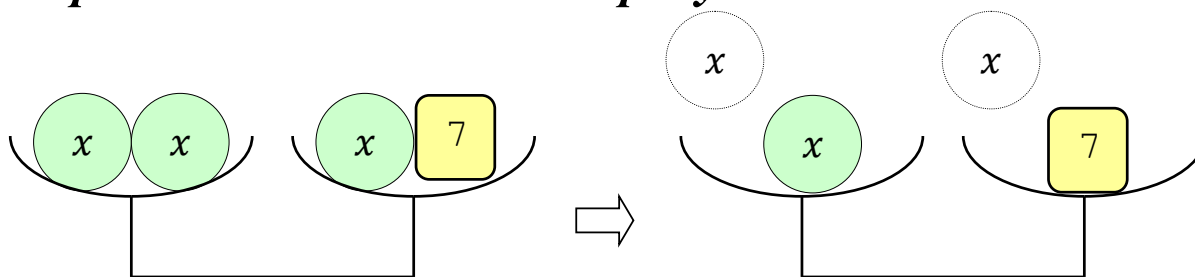
- Я отняла от обеих частей уравнения число 7 – вот что получилось.

*С разрешения учителя записывает на доске:  $2 \cdot x - 7 = x$ .*

- Такое же непонятное уравнение получилось...

**Учитель:** Чувствую, что нужна моя помощь: давайте снова посмотрим на экран.

*На экране появляется такой рисунок:*







**Учитель:** Как вам кажется, имеет ли этот рисунок какое-то отношение к нашему уравнению?

**Дети:** Рисунок слева – это нарисованное уравнение.

- Зеленый круг – это неизвестное «икс», он похож на арбуз.
- Их два в уравнении – и поэтому на весах два таких арбуза.
- А справа один «икс» и еще гиря – это число 7.
- Весы в равновесии – значит равенство верное.

**Учитель:** Посмотрите внимательно на рисунок справа. Чем он отличается от рисунка слева?

**Дети:** Там арбузов меньше.

- Их сняли с весов.

**Учитель:** Скажите точнее.

**Дети:** С правой и с левой чаши весов сняли по одному кругу.

- И равновесие не нарушилось, потому что круги одинаковые.

**Учитель:** И вы еще не догадались, как нужно решить наше уравнение? Посмотрите на него внимательнее!

*Снова на экране появляется уравнение  $2 \cdot x = x + 7$ .*



**Дети:** Так это те же весы с арбузами!

- Я знаю, что надо сделать: нужно слева и справа «снять» по одному иксу.

**Учитель:** Коля, выразиись точнее: ведь снять можно арбузы, а числа...

**Коля:** Я имел в виду вычесть – ведь это все равно, что снять – их станет меньше.

**Учитель:** А что же мы должны вычесть?

**Коля:** Надо вычесть по одному иксу.

**Учитель:** И что тогда получится?

*Многие поднимают руки. Учитель вызывает двоих учеников – оба пишут  $x = 7$ .*

**Дети:** Так это и есть решение нашего уравнения!

- А я раньше говорил, что корень уравнения равен семи.

- Но сейчас мы решили уравнение...

**Учитель:** Да, мы уравнение решили, и снова нам помогли в этом весы.

**Дети:** Мы части использовали весы, когда решали уравнения...

**Учитель:** Сейчас мы решим еще несколько похожих уравнений. Но перед этим я хочу вас спросить: всем ли понятно, как мы их решали? Может быть, у кого-то из вас есть свои мысли, которыми вы хотели бы поделиться?



*Одна девочка подняла руку. Учитель дает ей слово.*

**Наташа:** А я сделала к уравнению свой рисунок – это не весы, а совсем другое. Можно, я покажу?

**Учитель:** Покажи, Наташа.

*Наташа рисует такие же весы, но вместо кругов у нее воробьи.*

**Учитель:** Наташа, разъясни свой рисунок.

**Наташа:** У меня на первом рисунке все так же, как с арбузами, но только это не арбузы, а воробушки. А на втором рисунке по одному воробушку улетели – ведь арбузы летать не умеют.

**Учитель:** Вам нравится образ, который придумала Наташа?

**Дети:** Мне нравится, тем более что Наташа очень хорошо рисует.

- Получаются уравнения с улетающими неизвестными...

- Это уравнения с «улетающими иксами» - давайте их так назовем.

*Такое название всем понравилось.*

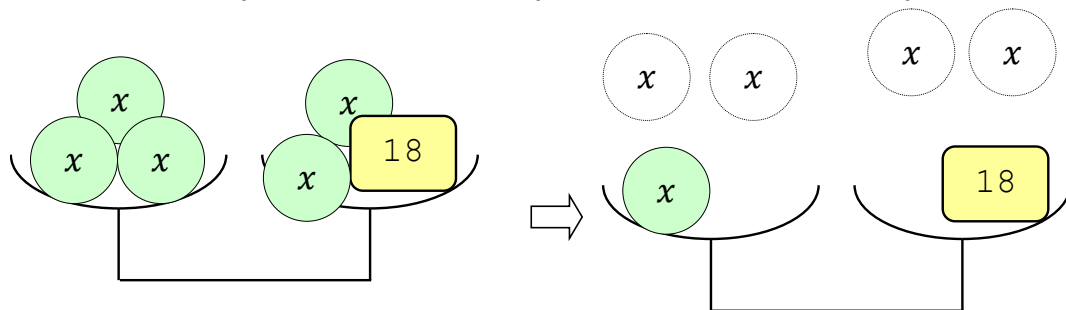
**Учитель:** Что ж, я не против такого названия, если оно поможет вам решить уравнения. И сейчас мы это проверим. Я предлагаю вам решить вот такие уравнения.



На экране появляются записи:

$$2 \cdot x = x + 13 \quad 3 \cdot x = 8 + x \quad 4 \cdot x = x + 15$$

$$2 \cdot x = 17 + x \quad 3 \cdot x = x + 18 \quad 3 \cdot x = 2 \cdot x + 7$$



**Учитель:** Как вы думаете, к какому уравнению сделан рисунок?

*Дети без труда находят нужное уравнение.*

**Учитель:** Давайте сначала решим уравнения из первого столбика. А в остальных уравнениях вас ждут сюрпризы...

**Дети:** А мы их не боимся.

- А можно я сделаю свой рисунок к уравнению?

- А можно я решу их без рисунка?

**Учитель:** Конечно, можно. Решайте так, как удобно каждому из вас. А после или на следующем уроке мы обсудим ваши решения и выберем самые интересные.

**Дети:** И самые красивые рисунки тоже?

**Учитель:** Конечно!

*Дети приступают к решению предложенных уравнений.*

7



## **ЗАЧЕМ ТАК ВАЖНО, ЧТОБЫ УЧАЩИЕСЯ САМИ ОТКРЫВАЛИ НОВЫЕ ЗНАНИЯ?**

**Я ничему не учу своих учеников, я лишь создаю условия, в которых они сами научатся.**

**Альберт Эйнштейн (1879-1955)**

**Если ученик в школе не научился сам ничего творить, то и в жизни он всегда будет только подражать, копировать...**  
**Л.Н. Толстой (1828-1910)**

# АКЦИЯ «БУДУЩЕЕ НАЧИНАЕТСЯ ВЧЕРА»

посвященная 60-летию  
системы развивающего  
обучения Л.В. Занкова

2017 год

*«Система развивающего обучения развивает обучение!»*

## Участники акции:

- педагоги-занковцы;
- родители, чьи дети обучаются или обучались по системе Л.В. Занкова;
- ученики-занковцы разных лет.

## Акция проводится в номинациях:

- «История в реальном времени»
- «Делай то, во что веришь»
- «Золотая коллекция»
- «Друзья и соратники по всему миру»

## Условия акции на сайте

[zankov.ru](http://zankov.ru)

[drofa-ventana.ru](http://drofa-ventana.ru)



СИСТЕМЕ РАЗВИВАЮЩЕГО  
ОБУЧЕНИЯ Л.В. ЗАНКОВА — 60 ЛЕТ  
2017 год

Юбилейные мероприятия



2017

- **Межрегиональные конференции  
Межрегиональные Занковские  
педагогические чтения**

- **Дальневосточный биеннале  
высокого педагогического  
мастерства**

Хабаровск 21-22 апреля

- **Всероссийский  
педагогический форум  
развивающего обучения**

Белгород 21-22 сентября

- **Слет педагогов Сибири**  
Красноярск 13-14 октября

- Нальчик 14 марта
- Смоленск 7 апреля
- Барнаул 14-15 апреля
- Саратов 16-17 мая
- Рязань 28 сентября





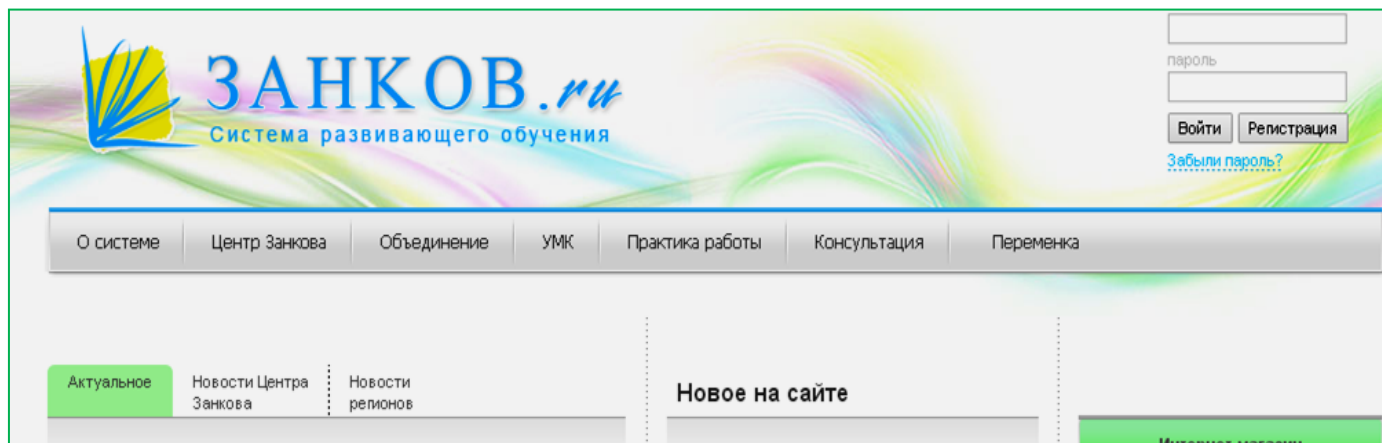
# XV Всероссийский интеллектуальный марафон учеников-занковцев г. Казань 27-29 марта 2017г.

# ПРИГЛАШАЕМ НА ВСЕРОССИЙСКУЮ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКУЮ КОНФЕРЕНЦИЮ

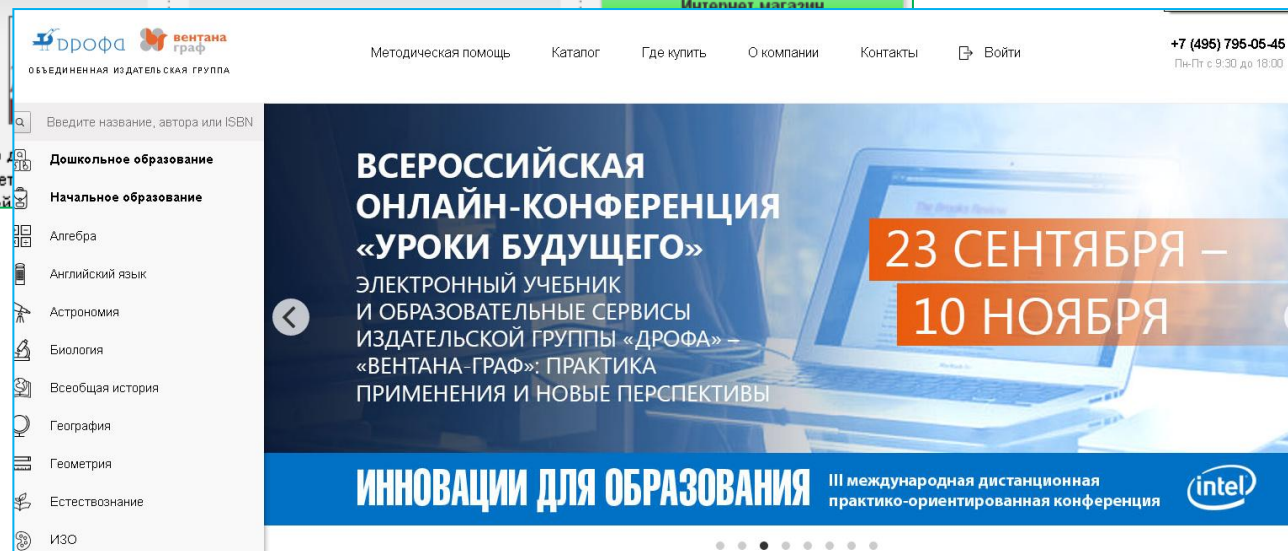


Москва, 23-24 ноября 2017

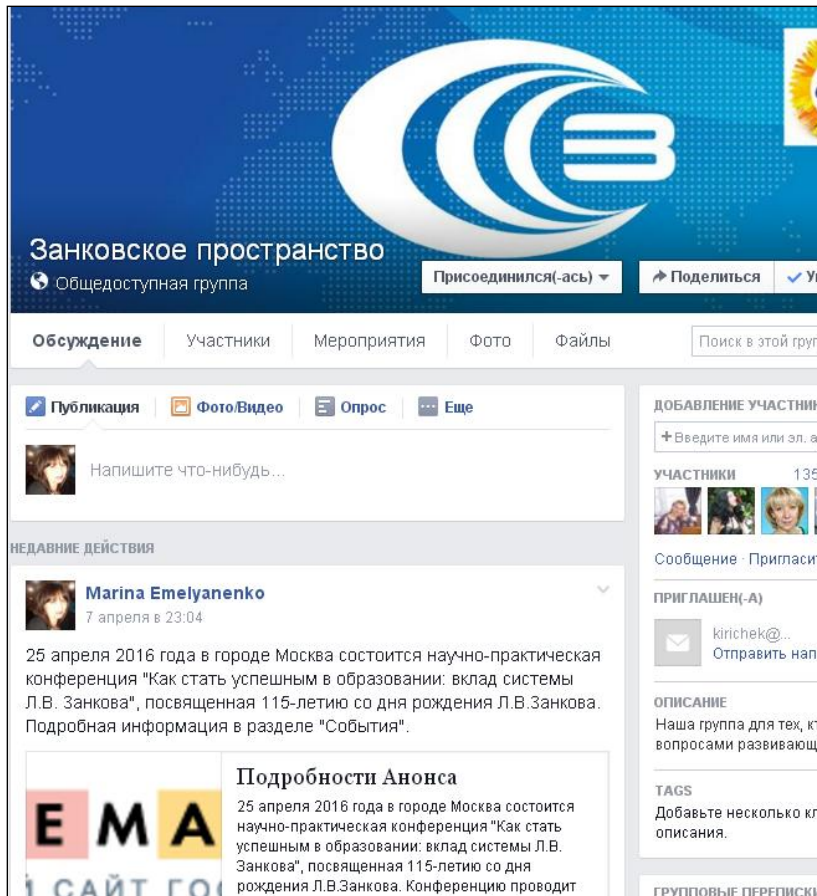
## ИНФОРМАЦИОННАЯ ПОДДЕРЖКА: САЙТЫ [WWW.ZANKOV.RU](http://WWW.ZANKOV.RU) , [WWW.DROFA-VENTANA.RU](http://WWW.DROFA-VENTANA.RU)



Регистрация на сайте позволяет получить более расширенный доступ к материалам сайта



## Мы в социальных сетях – группа «Занковское пространство»



**Занковское пространство**  
Общедоступная группа

Присоединился(-ась) | Поделиться | ...

Обсуждение | Участники | Мероприятия | Фото | Файлы | Поиск в этой группе

Публикация | Фото/Видео | Опрос | Еще

Напишите что-нибудь...

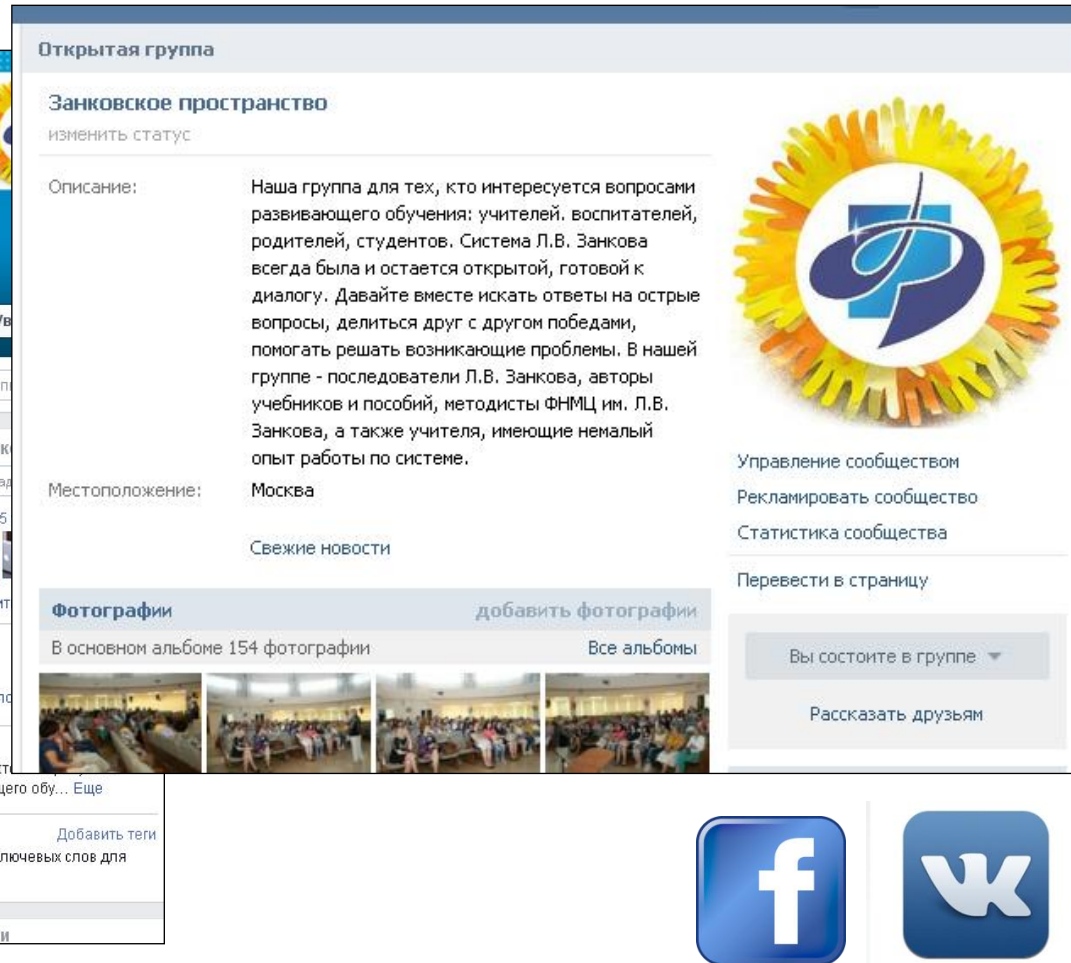
Недавние действия

**Marina Emelyanenko**  
7 апреля в 23:04

25 апреля 2016 года в городе Москва состоится научно-практическая конференция "Как стать успешным в образовании: вклад системы Л.В. Занкова", посвященная 115-летию со дня рождения Л.В. Занкова. Подробная информация в разделе "События".

**ЕМА**  
САЙТ ГО

**Подробности Анонса**  
25 апреля 2016 года в городе Москва состоится научно-практическая конференция "Как стать успешным в образовании: вклад системы Л.В. Занкова", посвященная 115-летию со дня рождения Л.В.Занкова. Конференцию проводит



Открытая группа

**Занковское пространство**  
изменить статус

Описание: Наша группа для тех, кто интересуется вопросами развивающего обучения: учителей, воспитателей, родителей, студентов. Система Л.В. Занкова всегда была и остается открытой, готовой к диалогу. Давайте вместе искать ответы на острые вопросы, делиться друг с другом победами, помогать решать возникающие проблемы. В нашей группе - последователи Л.В. Занкова, авторы учебников и пособий, методисты ФНМЦ им. Л.В. Занкова, а также учителя, имеющие немалый опыт работы по системе.

Местоположение: Москва

Свежие новости

Управление сообществом  
Рекламирывать сообщество  
Статистика сообщества

Перевести в страницу

Вы состоите в группе

Рассказать друзьям



**Фотографии** | добавить фотографии

В основном альбоме 154 фотографии | Все альбомы

ОПИСАНИЕ  
Наша группа для тех, кто интересуется вопросами развивающего обу... Еще

TAGS | Добавить теги  
Добавьте несколько ключевых слов для описания.

ГРУППОВЫЕ ПЕРЕПИСКИ



ОБЪЕДИНЕННАЯ  
ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА



Занковское пространство



# Благодарим за внимание!

Контакты для связи:  
125212, г. Москва, Головинское шоссе,  
д. 8, корп. 2а, комн. 314.  
ФГАОУ ДПО АПКИППРО.  
Тел. 8(495) 995-10-54,  
доб. 21-30, 21-21  
e-mail: [zankov@arkpro.ru](mailto:zankov@arkpro.ru);  
[fnmczankov@gmail.com](mailto:fnmczankov@gmail.com)  
Сайт: [www.zankov.ru](http://www.zankov.ru)