ЕДИНСТВО ПОДХОДОВ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ О КОЛЕБАНИЯХ

Грачев А.В.

Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, кафедра общей физики

grachev_av61@list.ru

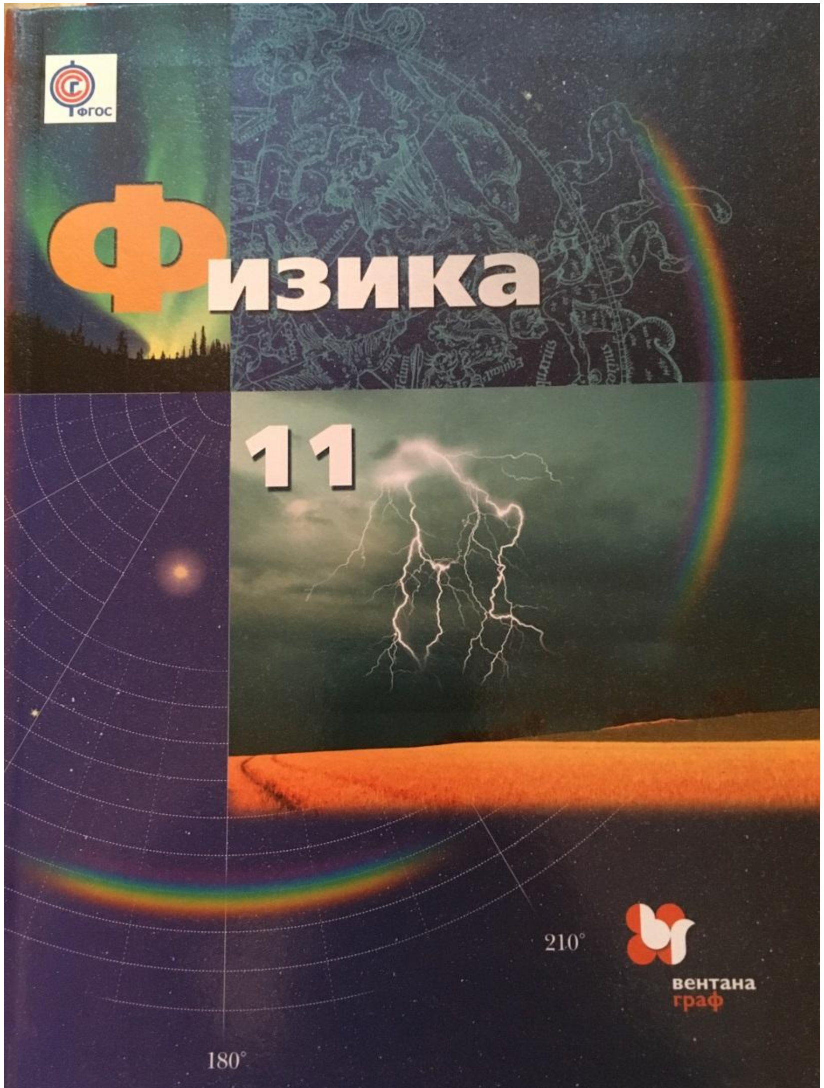
Как достичь успеха в изучении физики?

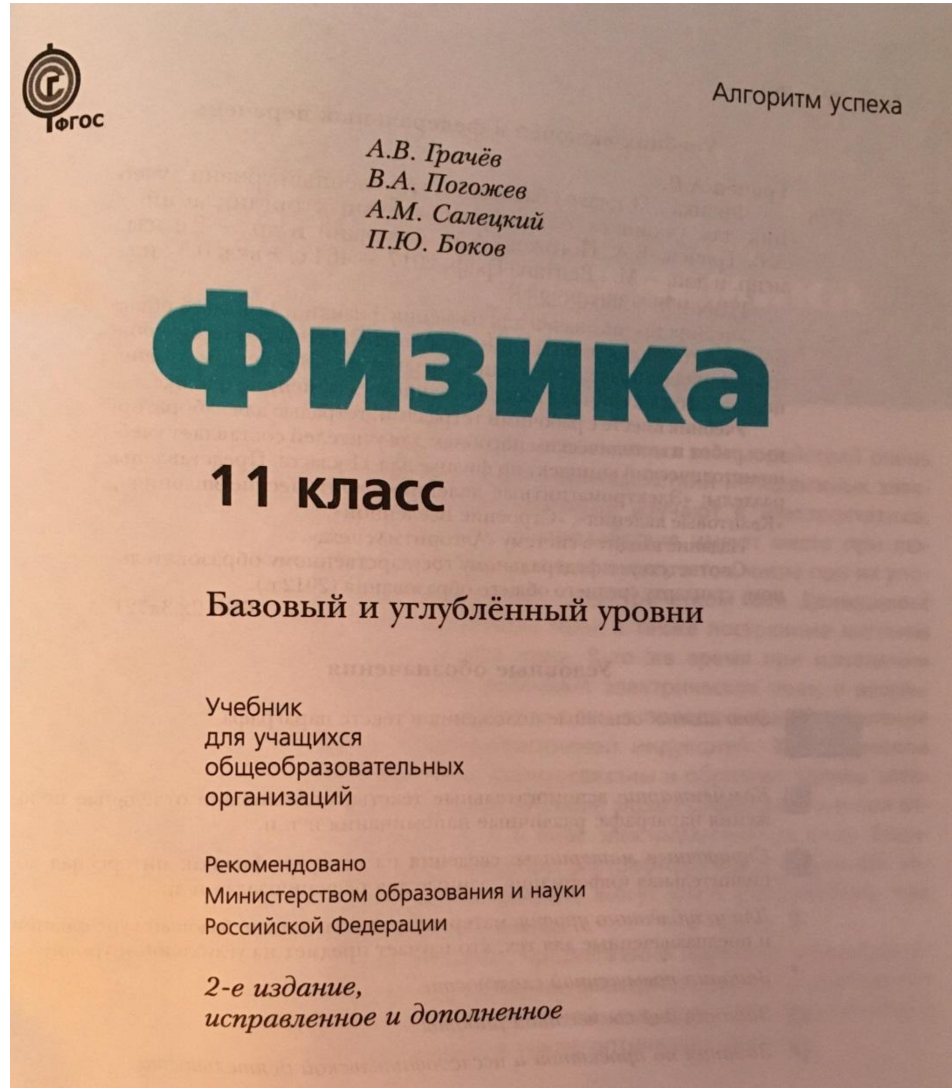
Либо учить

Либо понимать

Выбор за Вами

Есть УМК по физике, который поможет Вашим ученикам ее понимать




ФГОС

Алгоритм успеха

А.В. Грачёв
В.А. Погожев
А.М. Салецкий
П.Ю. Боков

Физика

11 класс

Базовый и углублённый уровни

Учебник
для учащихся
общеобразовательных
организаций

Рекомендовано
Министерством образования и науки
Российской Федерации

2-е издание,
исправленное и дополненное

Решение задач о гармонических механических колебаниях

Динамический способ

При колебаниях тела массой m вдоль оси X ИСО, начало которой совмещено с положением равновесия, в отсутствие сил трения проекция возвращающей силы $\vec{F}$ противоположна по знаку и пропорциональна его смещению x:

$$F = -k \cdot x.$$

Второй закон Ньютона в проекции на ось X:

$$-k \cdot x = m \cdot a_x = m \cdot \ddot{x}$$

Энергетический способ

Потенциальная энергия системы равна взятой с обратным знаком работе возвращающей силы: $П = \dfrac{k \cdot x^2}{2}$.

Кинетическая энергия системы:

$$K = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{m \cdot \dot{x}^2}{2}.$$

Механическая энергия системы постоянна:

$$П + K = \frac{k \cdot x^2}{2} + \frac{m \cdot \dot{x}^2}{2} = \text{const}.$$

После *взятия производной* получаем: $k \cdot x + m \cdot \ddot{x} = 0$

Уравнение гармонических колебаний: $\ddot{x} + \dfrac{k}{m} \cdot x = 0$ или $\ddot{x} + \omega^2 \cdot x = 0$, где $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ — циклическая частота

Решение уравнения гармонических колебаний: $x(t) = x_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$, где x_m — амплитуда, $(\omega \cdot t + \varphi)$ — фаза, φ_0 — начальная фаза колебаний

Зависимости от времени t проекций на ось X скорости, ускорения, потенциальной, кинетической и механической энергий при гармонических колебаниях:

$$v_x(t) = -x_m \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = -v_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi),$$

$$a_x(t) = -x_m \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) = -a_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi),$$

$$П(t) = \frac{k \cdot x^2(t)}{2} = \frac{k \cdot x_m^2}{2} \cdot \cos^2(\omega \cdot t + \varphi), \qquad K(t) = \frac{m \cdot v_x^2(t)}{2} = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot x_m^2}{2} \cdot \sin^2(\omega \cdot t + \varphi),$$

$$E(t) = П(t) + K(t) = \frac{k \cdot x_m^2}{2} \cdot \left[\cos^2(\omega \cdot t + \varphi) + \sin^2(\omega \cdot t + \varphi)\right] = \frac{k \cdot x_m^2}{2} = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot x_m^2}{2} = \text{const}$$

Решение задач о свободных гармонических электромагнитных колебаниях двумя способами

Пусть заряд пластины конденсатора равен q, сила тока в контуре равна I и потери энергии в контуре пренебрежимо малы.

Тогда

напряжение между пластинами конденсатора равно ЭДС самоиндукции катушки:

$$\frac{q}{C} = -L \cdot \dot{I}.$$

Так как $\dot{I} = \ddot{q}$, то $\frac{q}{C} = -L \cdot \ddot{q}$

энергия электрического поля конденсатора $W_{эл} = \frac{q^2}{2C}$, энергия магнитного поля катушки $W_м = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{L \cdot \dot{q}^2}{2}$, электромагнитная энергия контура $W = W_м + W_{эл} = \frac{q^2}{2C} + \frac{L \cdot \dot{q}^2}{2} = \text{const}$.

После взятия производной по времени от этого выражения получаем: $L \cdot \ddot{q} + \frac{q}{C} = 0$

Уравнение гармонических электромагнитных колебаний: $\ddot{q} + \frac{q}{L \cdot C} = 0$ или $\ddot{q} + \omega^2 \cdot q = 0$,

где $\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$ – циклическая частота

Решение уравнения гармонических электромагнитных колебаний (зависимость заряда пластины конденсатора от времени): $q(t) = q_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$, где q_m – амплитуда заряда

Зависимости от времени силы тока, электрической, магнитной и электромагнитной энергий при гармонических электромагнитных колебаниях: $I(t) = -q_m \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = -I_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$,

$$W_{эл} = \frac{q^2(t)}{2C} = \frac{q_m^2}{2C} \cdot \cos^2(\omega \cdot t + \varphi), \qquad W_м = \frac{L \cdot I^2(t)}{2} = \frac{L \cdot I_m^2}{2} \cdot \sin^2(\omega \cdot t + \varphi),$$

$$W = W_{эл} + W_м = \frac{q_m^2}{2C} \cdot \left[\cos^2(\omega \cdot t + \varphi) + \sin^2(\omega \cdot t + \varphi)\right] = \frac{q_m^2}{2C} = \frac{L \cdot I_m^2}{2} = \text{const}$$

- $$\boldsymbol{x}(\boldsymbol{t}) \rightarrow \boldsymbol{q}(\boldsymbol{t})$$

$$\boldsymbol{v}(\boldsymbol{t}) = \dot{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{t}) \rightarrow \boldsymbol{I}(\boldsymbol{t}) = \dot{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{t})$$

$$\boldsymbol{a}(\boldsymbol{t}) = \dot{\boldsymbol{v}}(\boldsymbol{t}) \rightarrow \dot{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{t}) = \ddot{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{t})$$

$$-kx = ma = m\ddot{x}$$

$$\frac{q}{C} = -L\dot{I} = -L\ddot{q}$$

$$k \rightarrow \frac{1}{C}$$

$$m \rightarrow L$$

$$\frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = const = \frac{kx_m^2}{2} = \frac{mv_m^2}{2}$$

$$\frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = const = \frac{q_m^2}{2C} = \frac{LI_m^2}{2}$$

Графический подход (свободные колебания)

характерные точки $\frac{T}{4}$, $\frac{T}{2}$, $\frac{3}{4}T$ и T.

При $t = 0$ энергия электрического поля максимальна, а энергия магнитного поля равна нулю. Поэтому энергия всей системы равна:

$$W = W_{\text{эл}} + W_{\text{магн}} = \frac{q_m^2}{2C} + 0 = \frac{q_m^2}{2C}. \quad (1)$$

В промежутке времени от $t = 0$ до $\frac{T}{4}$ заряд q конденсатора уменьшается от q_m до нуля. Напротив, модуль силы тока за это время нарастает от 0 до I_m. Обратим внимание на то, что сила тока в течение этого промежутка времени отрицательна. Такой ток уменьшает заряд q пластины конденсатора. При этом энергия электрического поля уменьшается, а энергия магнитного поля тока увеличивается.

В момент $\frac{T}{4}$ заряд конденсатора становится равным нулю, а модуль

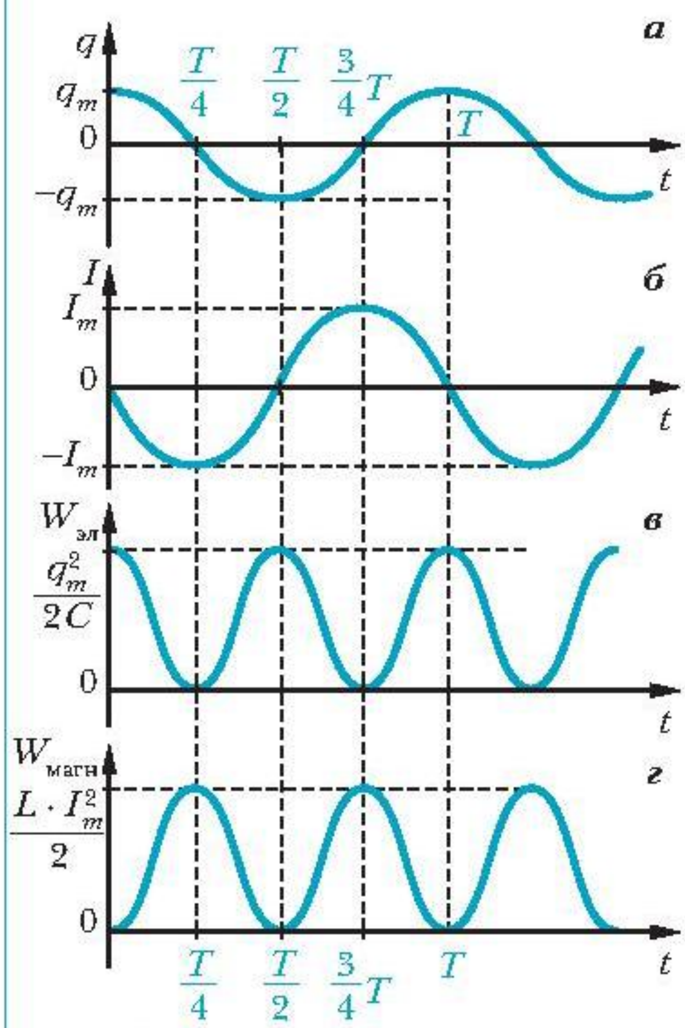


Рис. 139

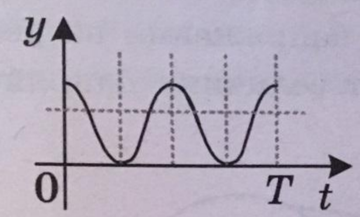
18. В идеальном колебательном контуре происходят электромагнитные колебания. В момент $t = 0$ заряд конденсатора максимален, а сила тока равна нулю. T — период колебаний. Графики А и Б представляют изменения физических величин, характеризующих электромагнитные колебания в контуре.

Установите соответствие между графиками и физическими величинами, зависимости которых от времени эти графики могут представлять.

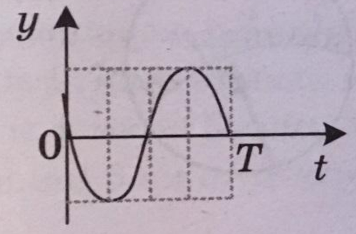
К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца и запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами

ГРАФИКИ

А)



Б)



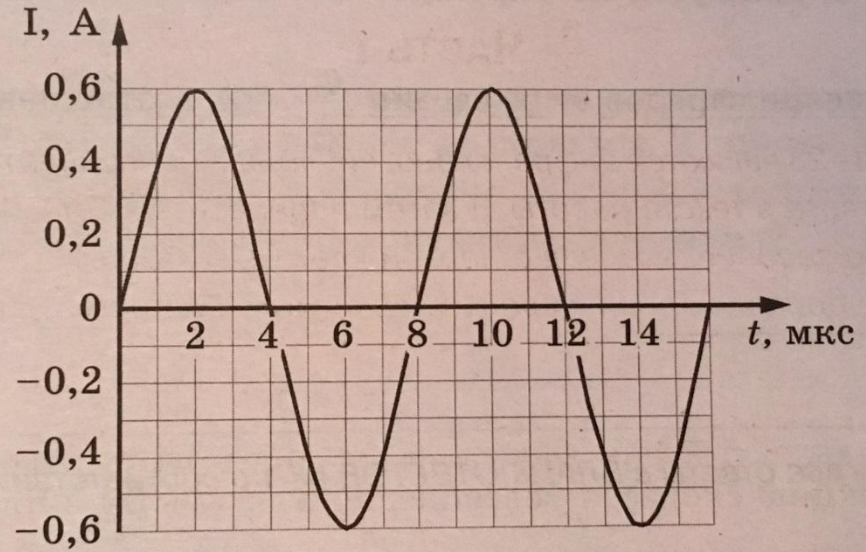
ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

1) энергия заряженного конденсатора
2) энергия катушки с током
3) сила тока в контуре
4) заряд на обкладке конденсатора

Ответ:

А	Б

30. Сила тока в идеальном колебательном контуре меняется со временем так, как показано на рисунке. Определите заряд конденсатора в момент времени t = 3 мкс.

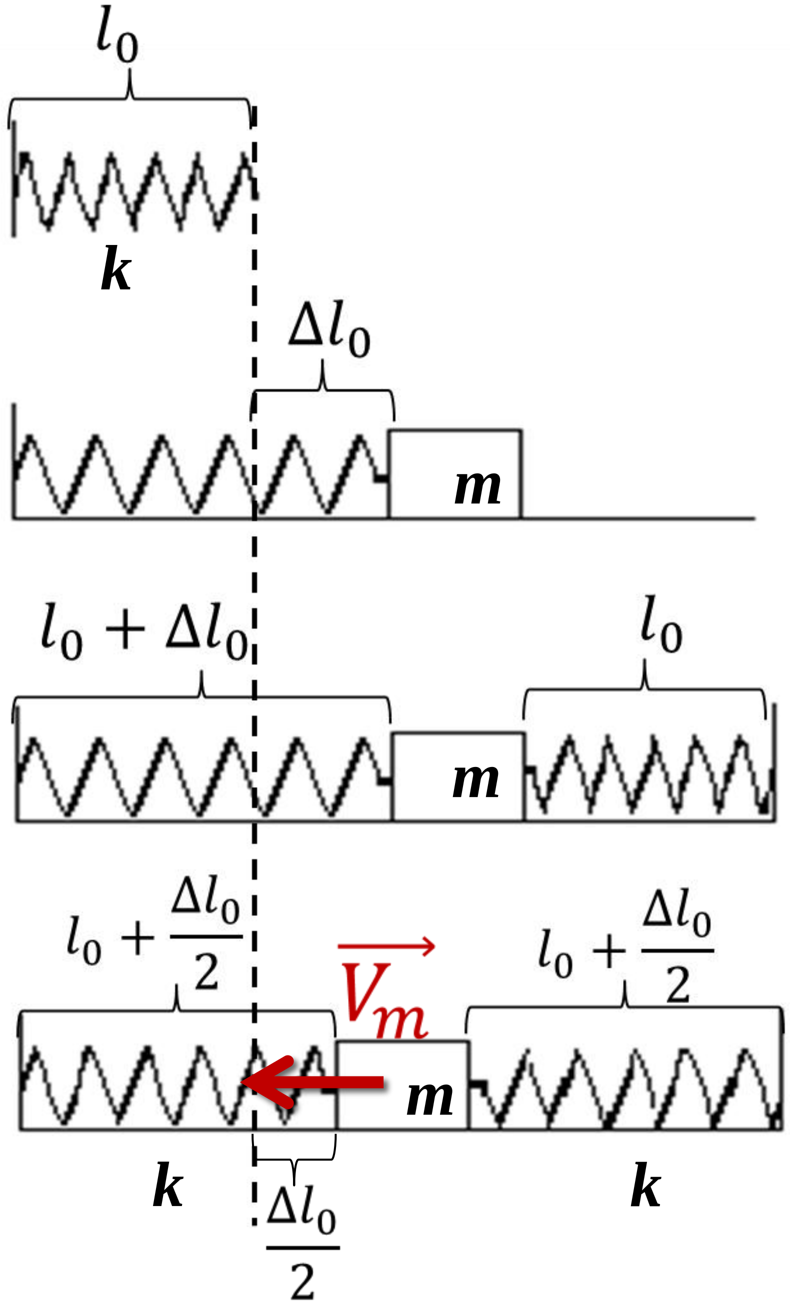


$$П_{\mathbf{0}} + К_{\mathbf{0}} + А_{\boldsymbol{ex}} + А_{тр} = П_{К} + К_{К}$$

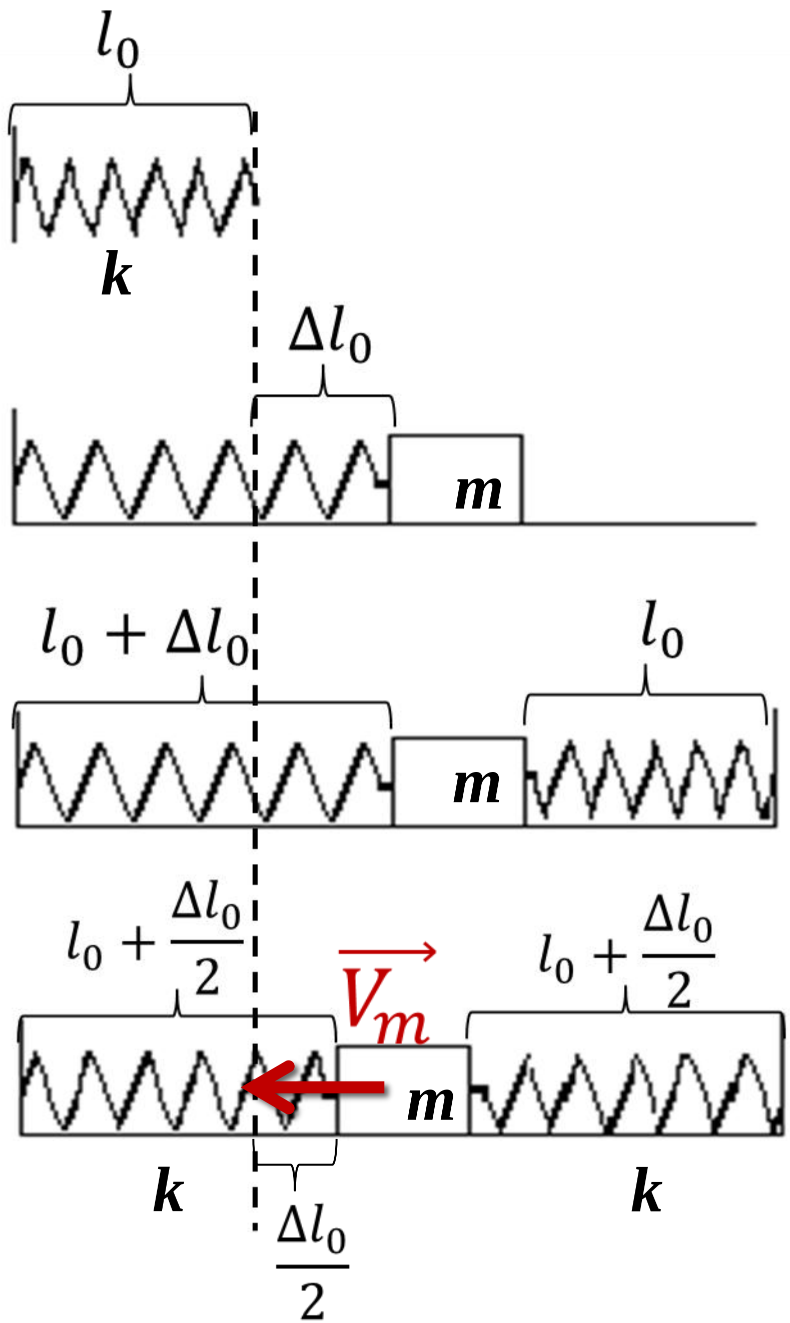
Устанавливаются вынужденные колебания

если $А_{\boldsymbol{ex}} + А_{тр} = \mathbf{0}$, то $\boldsymbol{\frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = const}$

если $А_{ист} = \boldsymbol{Q}_{Дж}$, то $\boldsymbol{\frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = const}$



l_0
k
Δl_0
m
$l_0 + \Delta l_0$
l_0
m
$l_0 + \dfrac{\Delta l_0}{2}$
$\overrightarrow{V_m}$
$l_0 + \dfrac{\Delta l_0}{2}$
m
k
$\dfrac{\Delta l_0}{2}$
k

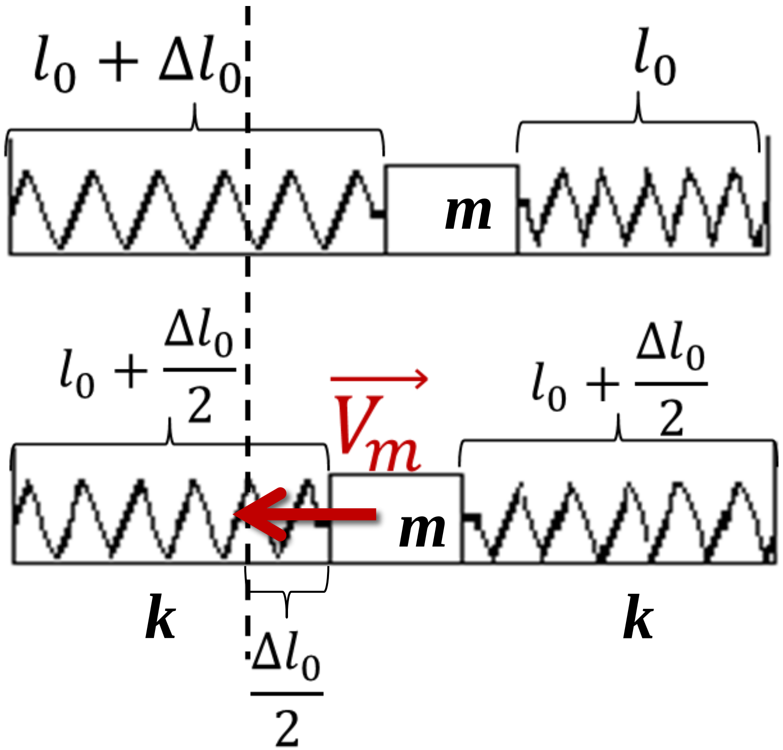


$$\frac{k\Delta l_0^2}{2} - 2\frac{k\left(\frac{\Delta l_0}{2}\right)^2}{2} = \frac{mV_m^2}{2}$$

$$\Pi_{max} - \Pi_{min} = \frac{mV_m^2}{2} =$$

$$= \frac{kx_m^2}{2}$$

$$(x_m = \frac{\Delta l_0}{2})$$



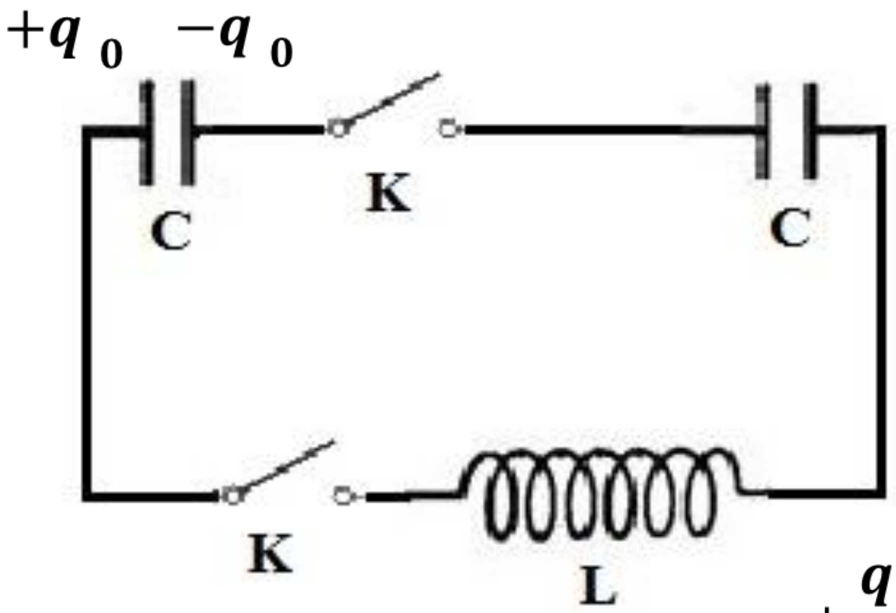
$$\frac{k\Delta l_0^2}{2} - 2\,\frac{k\left(\frac{\Delta l_0}{2}\right)^2}{2} = \frac{mV_m^2}{2}$$

$$\Pi_{max} - \Pi_{min} = \frac{mV_m^2}{2} =$$

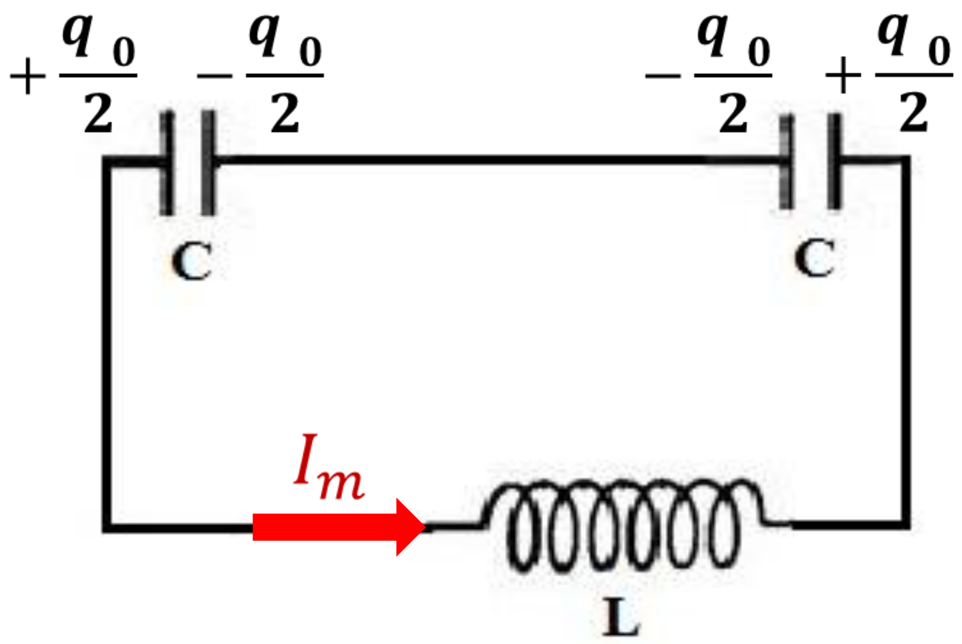
$$= \frac{kx_m^2}{2}$$

$$\left(x_m = \frac{\Delta l_0}{2}\right)$$

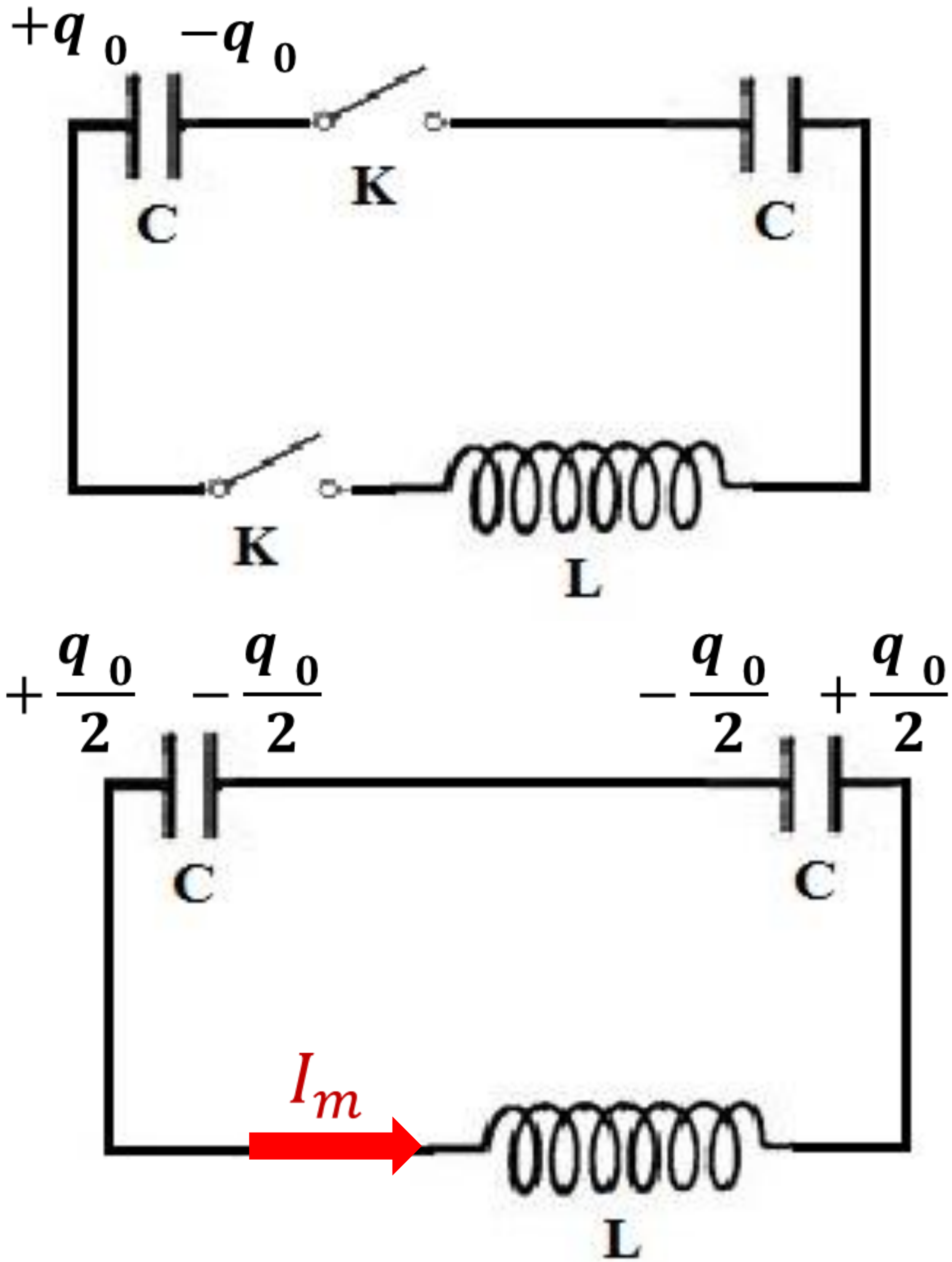
Если $\Pi_{min} = 0$, то $\frac{2kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{2kx_m^2}{2} = \frac{mV_m^2}{2}$



$+q_0$
$-q_0$
C
K
C
K
L

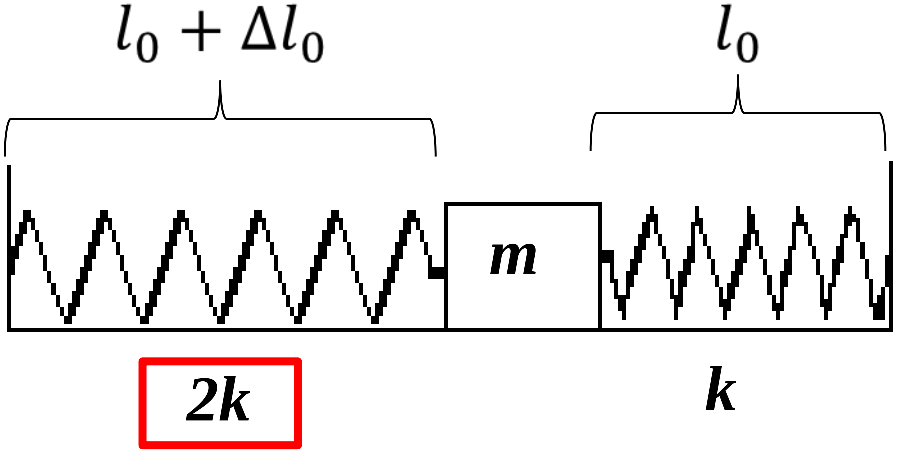


$+\frac{q_0}{2}$
$-\frac{q_0}{2}$
$-\frac{q_0}{2}$
$+\frac{q_0}{2}$
C
C
I_m
L



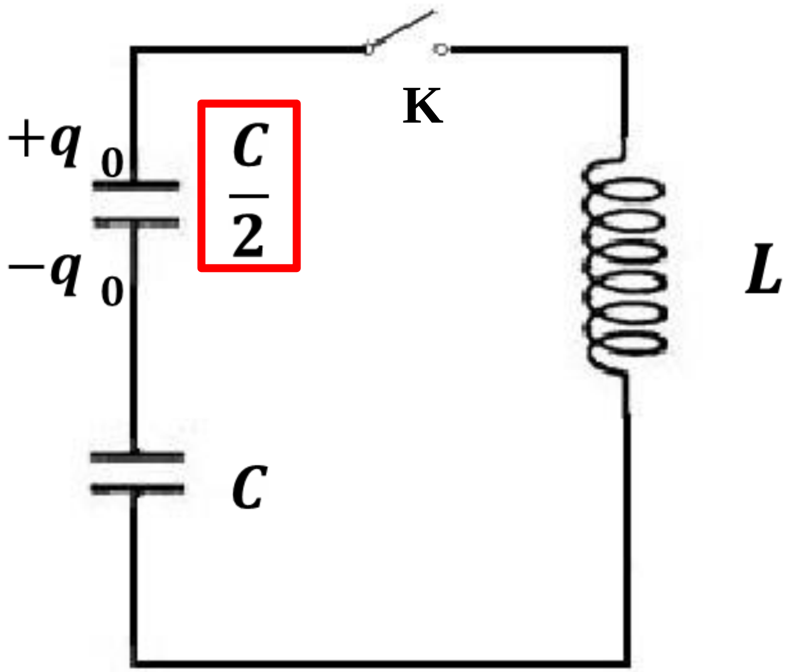
$$\frac{q_0^2}{2C} - 2\,\frac{\left(\frac{q_0}{2}\right)^2}{2C} = \frac{LI_m^2}{2}$$

$$W_{\text{эл}\,max} - W_{\text{эл}\,min} = \frac{LI_m^2}{2}$$



$$V_0 = 0, V_m = ?$$

По аналогии



$$I_0 = 0, I_m = ?$$

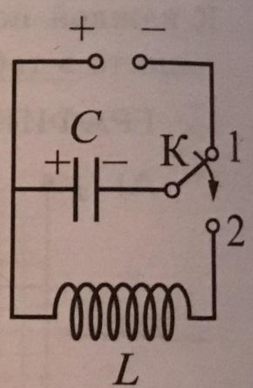
5. Груз массой 0,1 кг подвешен на невесомой нерастяжимой нити длиной 40 см. В результате небольшого толчка груз пришел в движение. В таблице приведена зависимость высоты груза h относительно положения равновесия от времени t. На основании данных, приведенных в таблице, выберите два верных утверждения о движении груза.

t, с	0	1	2	3	4	5	6	7	8
h, см	0	12	20	12	0	12	20	12	0

1) Период колебаний груза 4 с.
2) В момент времени 2 с скорость груза максимальна.
3) В промежуток времени от 1 до 5 с кинетическая энергия груза достигла минимального значения 2 раза.
4) В момент 6 с кинетическая энергия груза равна 0.
5) Максимальная скорость груза равна 2 м/с.

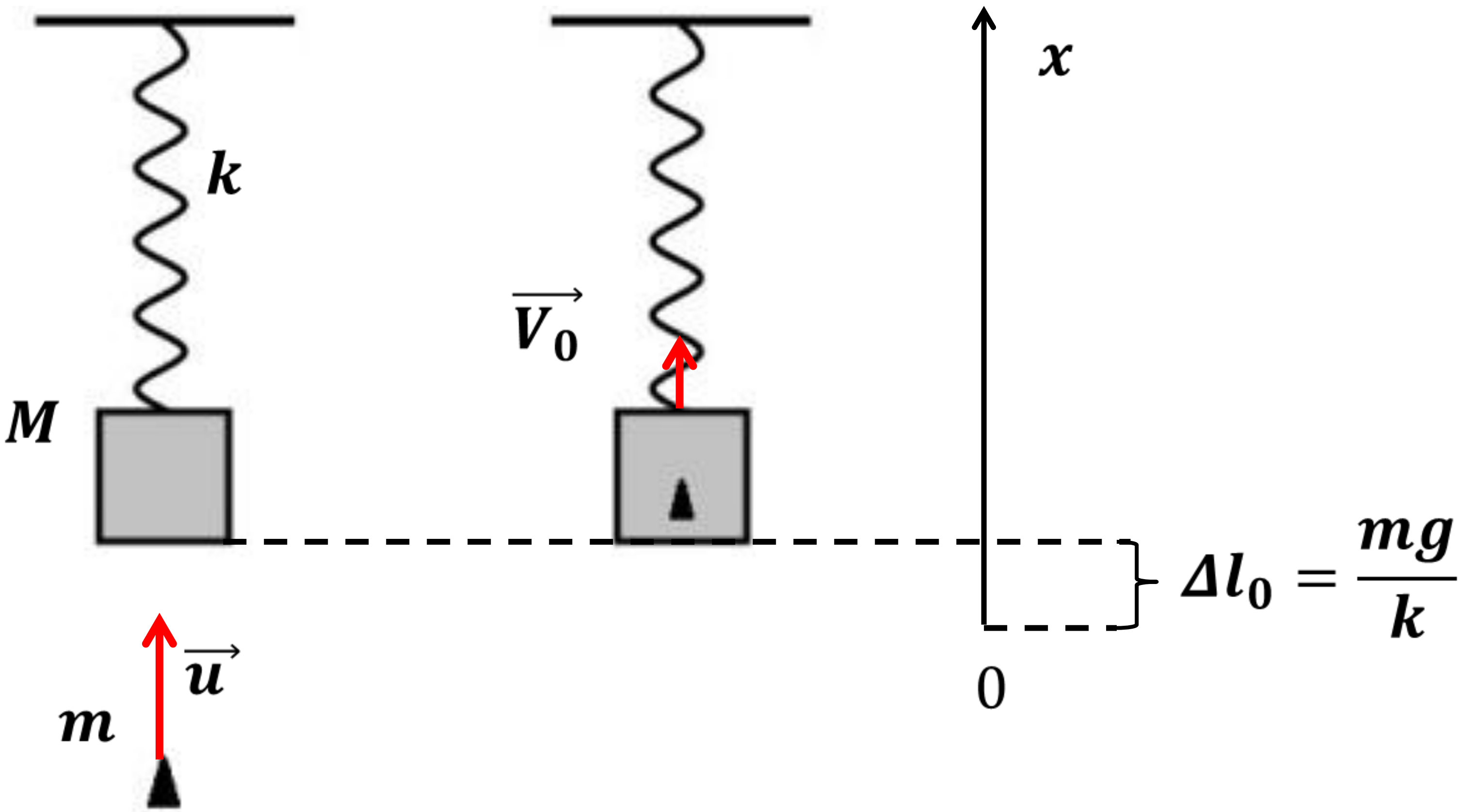
Ответ: | | |

16. Конденсатор колебательного контура длительное время подключен к источнику постоянного напряжения (см. рис.). В момент времени $t = 0$ переключатель К переводят из положения 1 в положение 2. Выберите два верных утверждения о процессах, которые будут происходить в контуре после переключения ключа в положение 2. Сопротивлением контура пренебречь.

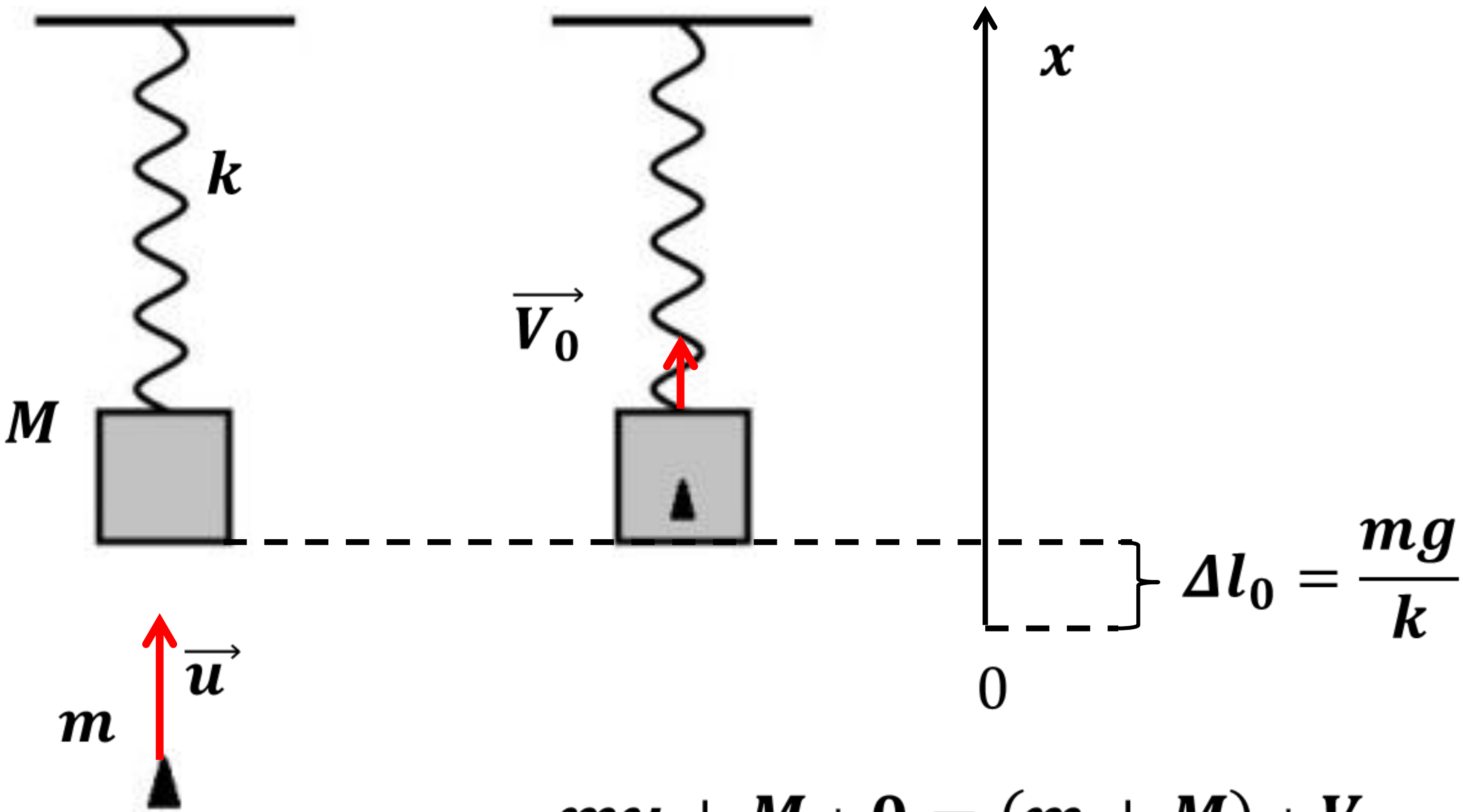


1) Сила тока через катушку будет постоянной.
2) В контуре начнутся электромагнитные колебания.
3) В контуре будет выделяться тепло.
4) Заряд на левой обкладке конденсатора сразу после переключения начнет уменьшаться.
5) Энергия конденсатора сразу после переключения ключа начнет увеличиваться.

Ответ: | | |

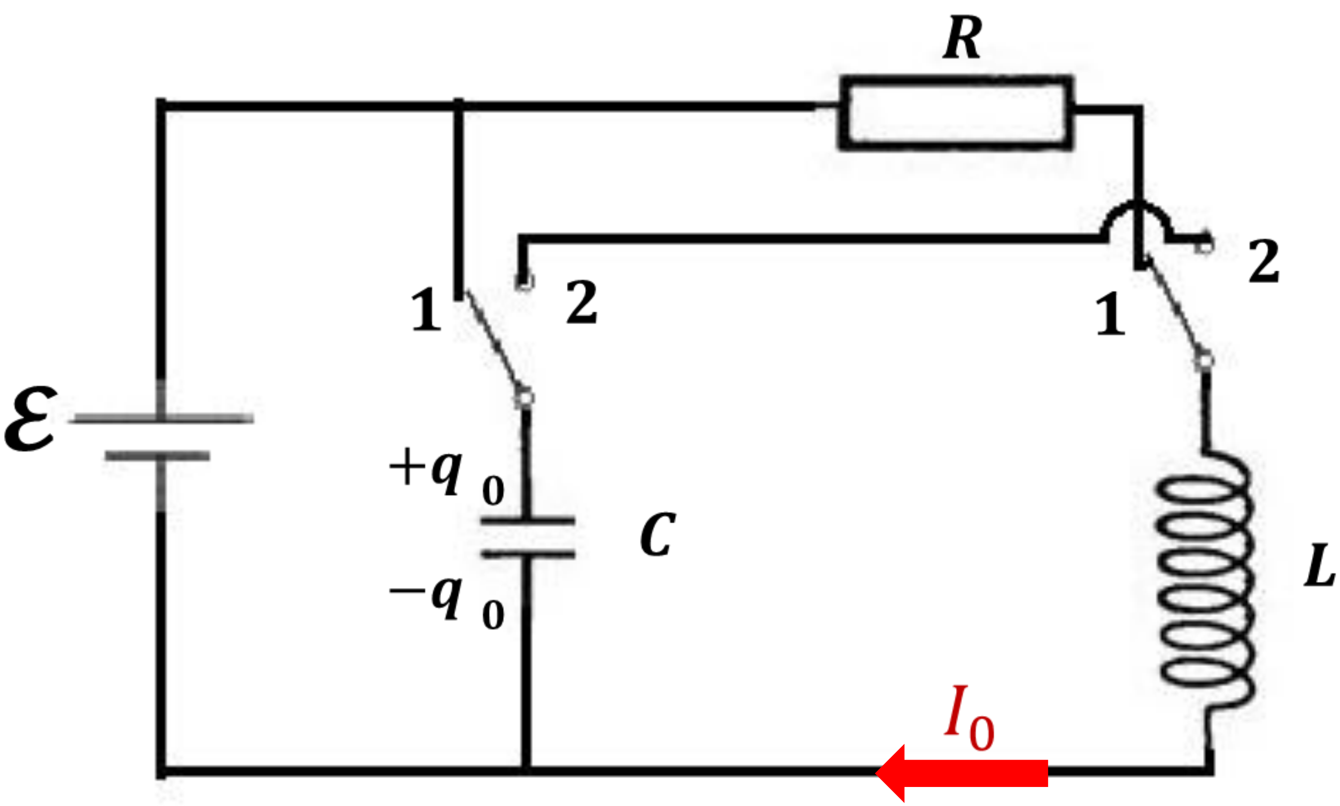


k
M
$\vec{V}_0$
$\vec{u}$
m
x
0
$\Delta l_0 = \frac{mg}{k}$

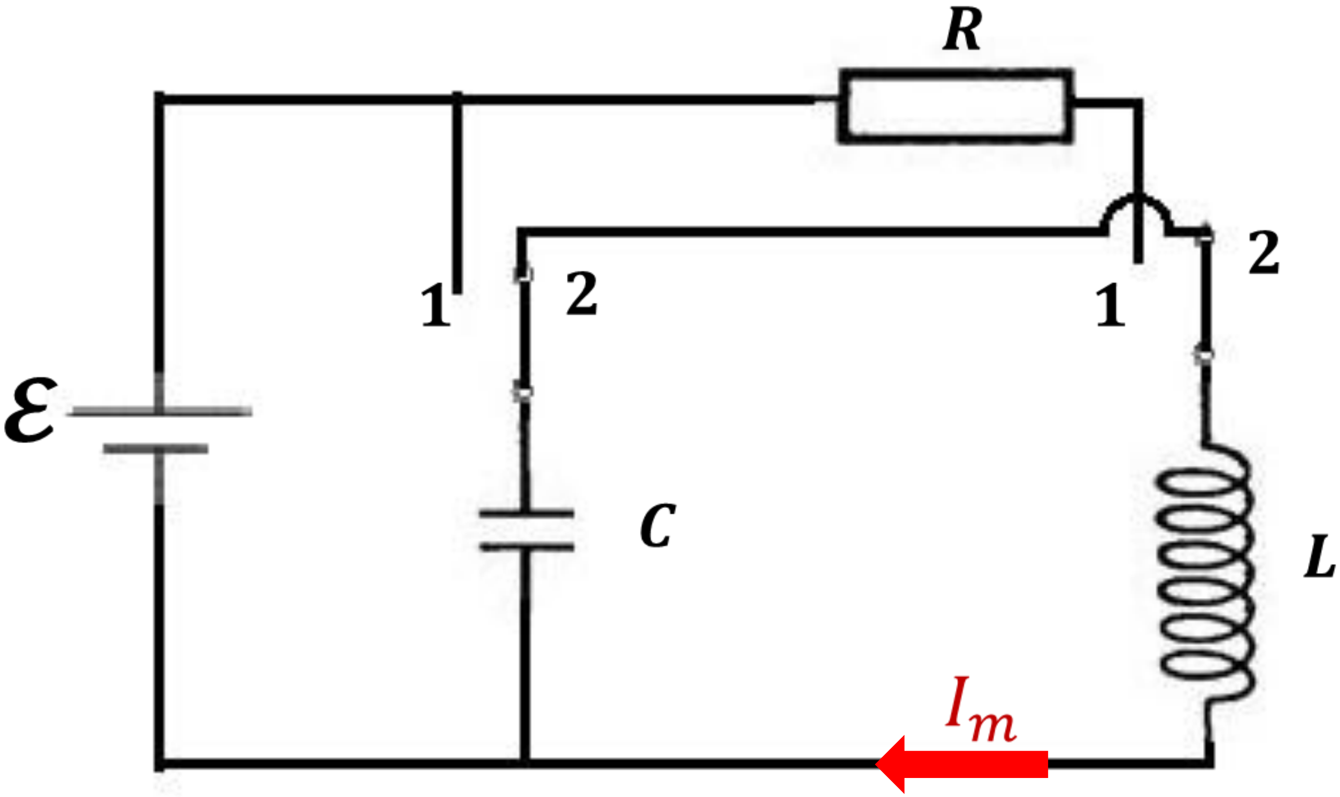


$$mu + M * 0 = (m + M) * V_0$$

$$\Pi_0 + К_0 = \frac{k\Delta l_0^2}{2} + \frac{(m + M)V_0^2}{2} = const = \frac{kx_m^2}{2} = \frac{(m + M)V_m^2}{2}$$

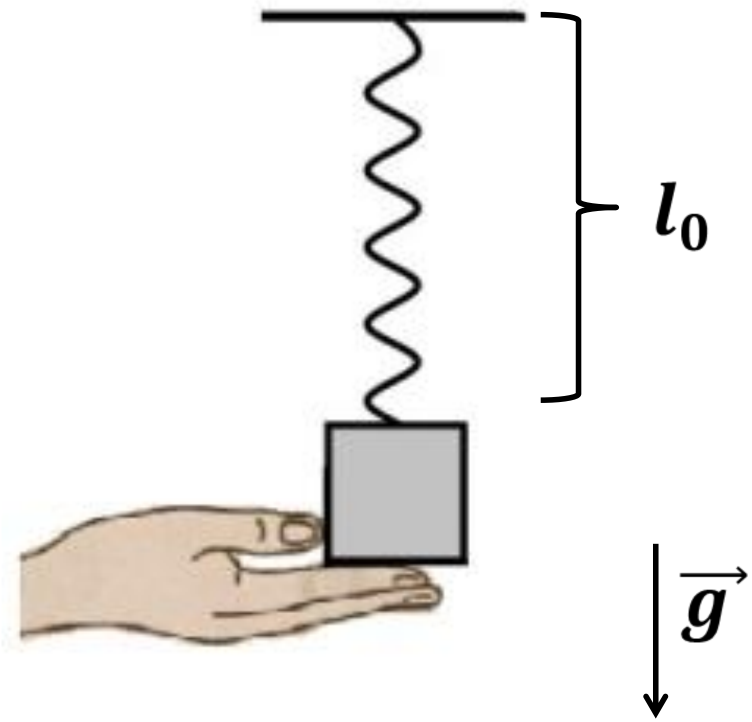


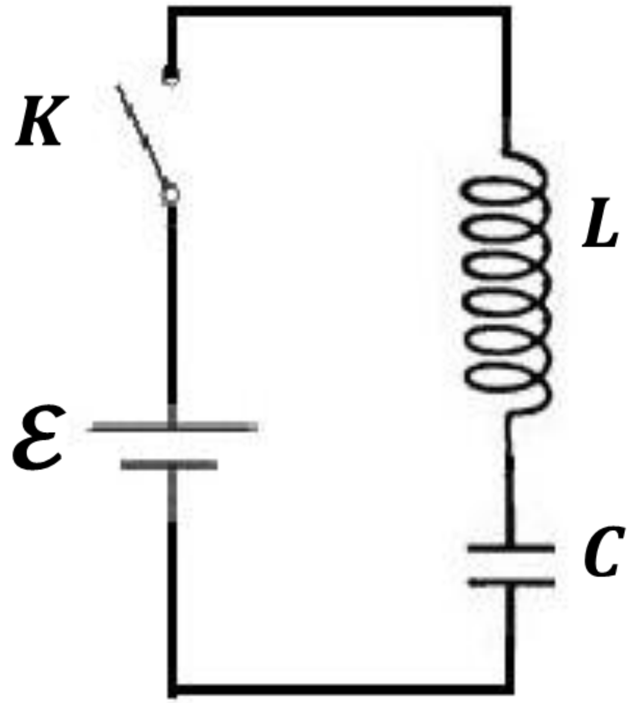
$$\mathcal{E} = \frac{q_0}{C} = I_0 R$$



$$\mathcal{E} = \frac{q_0}{C} = I_0 R$$

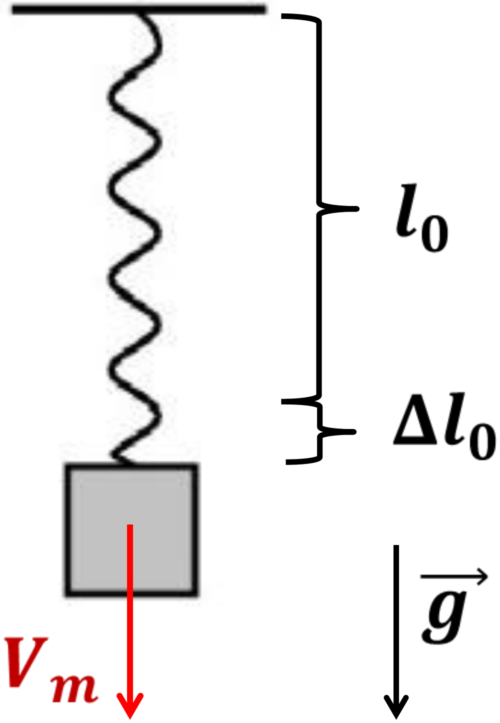
$$\frac{q_0^2}{2C} + \frac{LI_0^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2} = \frac{q_m^2}{2C}$$

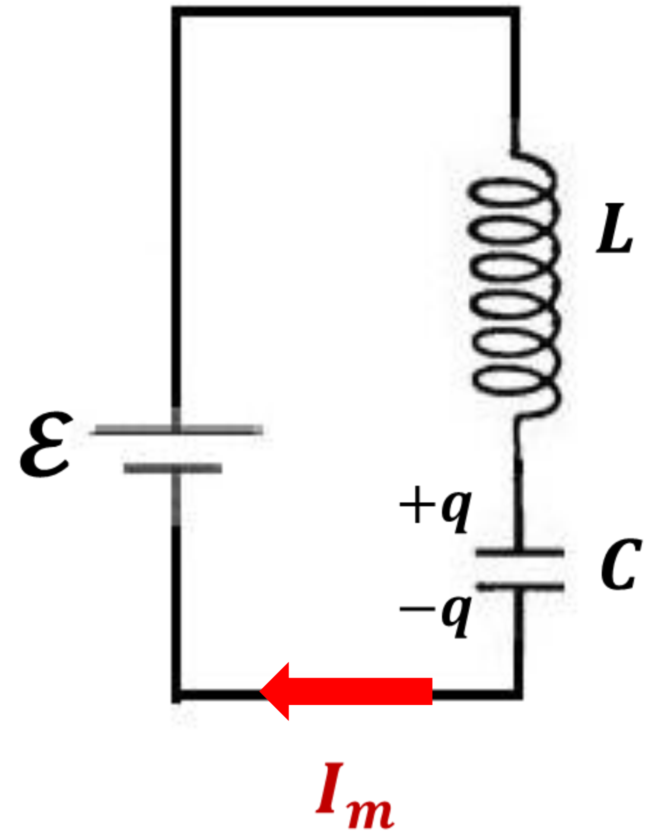




Отпускаем

Замыкаем



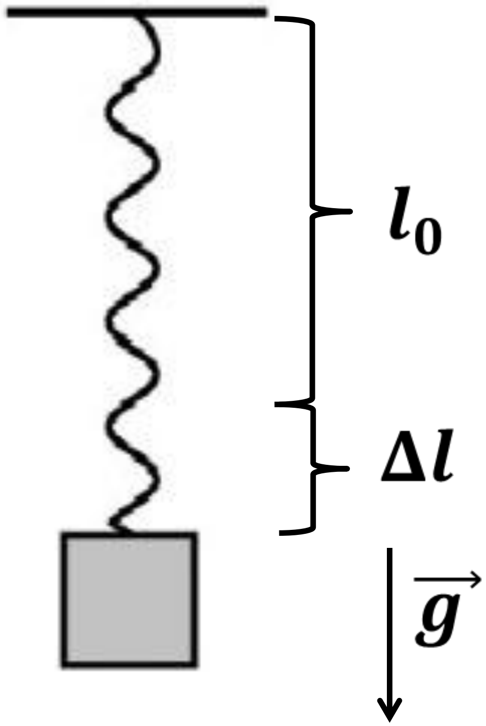


$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k}$$

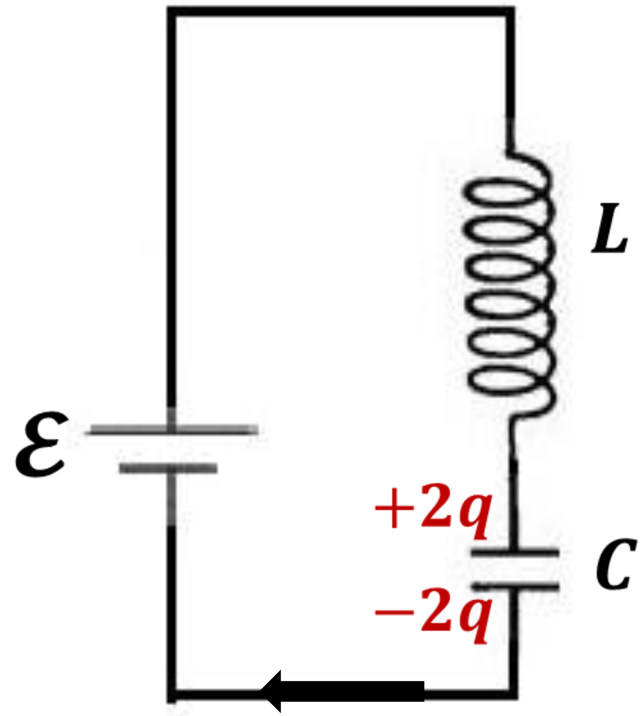
Положение равновесия!

$$\mathcal{E} = \frac{q}{C}$$

Положение равновесия!



$V = 0$



$I = 0$