



корпорация

российский  
учебник

## Рациональные приемы вычислений

Г.К.Муравин, кандидат педагогических наук,  
почетный работник образования, ветеран труда,  
автор УМК по математике для 1–11 классов

О.В.Муравина, кандидат педагогических наук,  
доцент, профессор кафедры математического  
образования Института развития образовательных  
технологий, автор УМК по математике для 1-11 классов

27 ноября 2017, Москва



КОМПАНИИ, ВОШЕДШИЕ В КОРПОРАЦИЮ  
«РОССИЙСКИЙ УЧЕБНИК»



# Приемы рациональных вычислений в УМК по математике для 5-11 классов





корпорация

российский  
учебник

123308, Москва, ул. Зорге, д. 1  
(495) 795-0535, 795-0545, [info@rosuchebnik.ru](mailto:info@rosuchebnik.ru)  
[rosuchebnik.ru](http://rosuchebnik.ru) | [росучебник.рф](http://росучебник.рф)

## Нужна методическая поддержка?

Методический центр 8-800-2000-550 (звонок бесплатный), [metod@rosuchebnik.ru](mailto:metod@rosuchebnik.ru)

## Хотите купить?



Официальный интернет-магазин  
учебной литературы  
[book24.ru](http://book24.ru)

Отдел продаж  
[sales@rosuchebnik.ru](mailto:sales@rosuchebnik.ru)



Магазин  
электронных учебников  
[lecta.ru](http://lecta.ru)

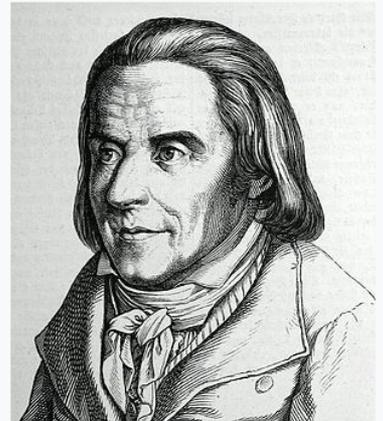
## Хотите продолжить общение?

 [youtube.com/user/drofapublishing](https://youtube.com/user/drofapublishing)  [vk.com/ros.uchebnik](https://vk.com/ros.uchebnik)  
 [www.fb.com/rosuchebnik](https://www.fb.com/rosuchebnik)  [www.ok.ru/rosuchebnik](https://www.ok.ru/rosuchebnik)

## Остались вопросы?

Служба поддержки 8-800-700-64-83 (звонок бесплатный), [help@rosuchebnik.ru](mailto:help@rosuchebnik.ru)

Иоганн Генрих Песталоцци



# Цитаты великих математиков

Счет и вычисления - основа порядка в голове.  
(Песталоцци)

Задача заключается не в том, чтобы учить математике,  
а в том, чтобы при посредстве математики  
дисциплинировать ум.

(М.В. Остроградский)

Михаил Васильевич Остроградский

Михаиль Васильевич Остроградский



Вильгельм Шрадер



Правильному применению методов можно научиться  
только применяя их на разнообразных примерах.

(В. Шрадер)

# Понятие «рациональность вычислений»

- **Рациональность вычислений** – это выбор тех вычислительных операций из возможных, выполнение которых легче других и быстрее приводит к результату арифметического действия.
- Применение рациональных вычислений развивает вариативность мышления, показывает ценность знаний, которые при этом используются.

# Рациональные приемы вычислений

- **Свойства действий с нулем и единицей.**
- **Свойства арифметических действий.**
- **Выделение равных компонентов.**
- **Дополнение до круглых чисел.**
- **Умножение на 5, 25, 50, 125, ... .**
- **Деление на 5, 25, 50, 125, ... .**
- **Возведение в квадрат чисел, оканчивающихся на 5.**
- **Умножение на 11.**
- **Приемы сравнения обыкновенных дробей.**
- **Формулы сокращенного умножения.**
- **Свойства корней.**

# Применение рациональных приемов

- При устных вычислениях;
- при вычислении значений числовых выражений;
- при вычислении значений буквенных выражений;
- при упрощении буквенных выражений;
- при решении уравнений;
- при решении задач.

# Приемы устных вычислений

5 класс

2. Найдите сумму:

- 1)  $305 + 19$ ;      3)  $45\ 034 + 964$ ;      5)  $3,7 + 1,07$ ;  
2)  $1234 + 56$ ;      4)  $0,23 + 0,7$ ;      6)  $1,3 + 0,69$ .

3. Найдите сумму:

- 1)  $\frac{5}{11} + \frac{6}{11}$ ;      2)  $\frac{1}{7} + \frac{1}{5}$ ;      3)  $7\frac{2}{3} + 2\frac{5}{6}$ .

4. Найдите разность:

- 1)  $1000 - 138$ ;      3)  $213 - 89$ ;      5)  $3,15 - 0,9$ ;  
2)  $2345 - 2222$ ;      4)  $1 - 0,63$ ;      6)  $9,2 - 3,15$ .

5. Найдите разность:

- 1)  $1 - \frac{3}{4}$ ;      2)  $\frac{11}{13} - \frac{5}{13}$ ;      3)  $8\frac{2}{3} - 3\frac{4}{5}$ .

2. Вычислите:

- 1)  $125 \cdot 20$ ;      6)  $0,12 : 10$ ;  
2)  $37 \cdot 20$ ;      7)  $0,5 \cdot 0,9$ ;  
3)  $369 : 3$ ;      8)  $230 : 100$ ;  
4)  $6000 : 15$ ;      9)  $8,6 : 2$ ;  
5)  $6900 : 230$ ;      10)  $0,36 : 18$ .

3. Найдите значение выражения:

- 1)  $\frac{7}{12} \cdot 10$ ;      4)  $\frac{2}{3} : \frac{5}{7}$ ;  
2)  $2\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{19}$ ;      5)  $\frac{6}{11} : \frac{3}{10}$ ;  
3)  $\frac{12}{19} : 6$ ;      6)  $\frac{9}{10} : 6$ .

5. Вычислите:

- 1)  $235 \cdot 10$ ;      7)  $500 \cdot 0,01$ ;  
2)  $3400 : 100$ ;      8)  $2,5 \cdot 100$ ;  
3)  $0,029 \cdot 100$ ;      9)  $0,2 \cdot 0,1$ ;  
4)  $3,51 : 10$ ;      10)  $341 : 0,01$ ;  
5)  $\frac{5}{11} : 10$ ;      11)  $\frac{3}{7} \cdot 10$ ;  
6)  $\frac{7}{10} \cdot 100$ ;      12)  $3\frac{1}{3} \cdot 0,1$ .

6 класс

1. Поставьте вместо многоточия знак «+» или «-», чтобы равенство было верным:

- 1)  $12 \dots (-4) = 8$ ;      4)  $-12 \dots (-7) = -5$ ;  
2)  $9 \dots (-7) = 16$ ;      5)  $-17 \dots 17 = 0$ ;  
3)  $-8 \dots (-8) = -16$ ;      6)  $16 \dots (-20) = -4$ .

2. Вычислите:

- 1)  $-8 - (-13)$ ;      5)  $24 - 70$ ;  
2)  $5 - 18$ ;      6)  $64 - (-29)$ ;  
3)  $-12 - 13$ ;      7)  $39 + 66$ ;  
4)  $-45 - 57$ ;      8)  $-27 + (-49)$ .

# Свойства на форзацах учебников

## Законы арифметических действий

Переместительный закон сложения

$$a + b = b + a$$

Переместительный закон умножения

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Сочетательный закон сложения

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Сочетательный закон умножения

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Распределительный закон умножения относительно сложения

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

Распределительный закон умножения относительно вычитания

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$

## Свойства нуля и единицы

$$a + 0 = a, \quad a - 0 = a, \quad a - a = 0$$

$$a \cdot 1 = a, \quad a : 1 = a, \quad a : a = 1, \quad a \neq 0$$

$$a \cdot 0 = 0, \quad 0 : a = 0, \quad a \neq 0$$

## Законы арифметических действий

### • ЗАКОНЫ СЛОЖЕНИЯ •

$$a + b = b + a \quad (a + b) + c = a + (b + c)$$

### • ЗАКОНЫ УМНОЖЕНИЯ •

$$a \cdot b = b \cdot a \quad (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c \quad (a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$

### • ЗАКОНЫ ДЕЛЕНИЯ •

$$(a + b) : c = a : c + b : c \quad (a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b = (b : c) \cdot a$$

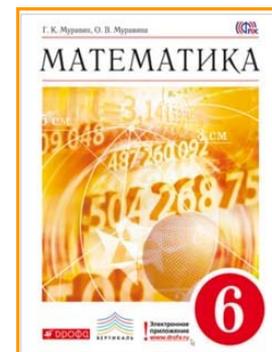
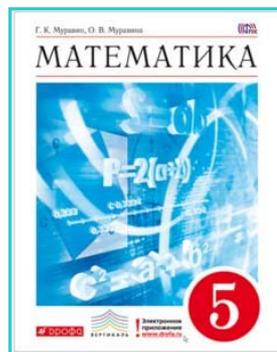
$$(a - b) : c = a : c - b : c \quad a : (b \cdot c) = (a : b) : c = (a : c) : b$$

### • СВОЙСТВА НУЛЯ И ЕДИНИЦЫ •

$$a + 0 = a \quad a - 0 = a \quad a - a = 0$$

$$a \cdot 0 = 0 \quad a \cdot 1 = a \quad a : 1 = a$$

$$a : a = 1 \quad 0 : a = 0 \quad (a \neq 0)$$



# Свойства действий с нулем и единицей

5 класс

302. 1) Сформулируйте свойства действий с нулём.

2) Найдите устно значение выражения:

- а)  $(4572 + 17\,478) \cdot 3 \cdot 0$ ;      д)  $(789 - 788) \cdot 1$ ;  
 б)  $0 : (45 \cdot 37 + 58 - 579)$ ;      е)  $(1000 - 999) : (1 + 0)$ ;  
 в)  $7856 \cdot 0 + (6439 - 6439)$ ;      ж)  $676 \cdot 1 : 676$ ;  
 г)  $325 \cdot 967 - 967 \cdot 325$ ;      з)  $(567 \cdot 45) : (45 \cdot 567)$ .

3) ● Как вы объясните полученные результаты?  104

4) ● В каких случаях значение выражения равно нулю?

## Свойства действий с нулём

Сложение и вычитание

$$a + 0 = a \text{ и } 0 + a = a$$

$$0 + 0 = 0 \text{ и } 0 - 0 = 0$$

$$a - a = 0 \text{ и } a - 0 = a$$

Умножение и деление

$$a \cdot 0 = 0 \text{ и } 0 \cdot a = 0$$

$$0 \cdot 0 = 0$$

$$0 : a = 0, \text{ где } a \neq 0$$

3 класс

1. Одинаковы ли корни уравнений?

$$638 \cdot x = 0 : 17 \quad x \cdot 327 = 0 \cdot 85$$

$$x : 345 = 11 \cdot 0 \quad x : 124 = 909 - 909$$

17. Подбери корни уравнений.

$$x \cdot x = x + x$$

$$x \cdot x = x - x$$

$$x \cdot (x + 2) = x : 3$$

$$x : x = x \cdot x$$

351. 1) Прочитайте и решите уравнение: 

- а)  $x + 16 = 32$ ;      г)  $0 \cdot x = 5$ ;      ж)  $(25 - 25) : z = 1$ ;  
 б)  $y - 83 = 100$ ;      д)  $z \cdot 23 = 46$ ;      з)  $x : 15 = 45$ ;  
 в)  $0 : z = 0$ ;      е)  $25 : y = 25$ ;      и)  $(13 - 13) : y = 0$ .

2) Назовите уравнения, которые:

- а) имеют один корень;  
 б) не имеют корней;  
 в) имеют более одного корня.

6 класс

512●. Для каких значений  $x$  верно равенство:

1)  $x = x^2$ ;      3)  $x^2 = x^3$ ;      5)  $|x| + x = 0$ ;

2)  $x = x^3$ ;      4)  $-x = x$ ;      6)  $|x| - x = 0$ ?

912●. Угадайте неизвестное число:  325

- 1)  $23 \cdot x = 23 : x$ ;      2)  $x + x = x \cdot x$ ;      3)  $2 \cdot x = x : 10$ .

913●. При каком значении буквы верно равенство:

- 1)  $x + 100 = 100$ ;      3)  $73 - a = 73$ ;      5)  $c - c = 0$ ;  
 2)  $87 - a = 87$ ;      4)  $b + 0 = 0$ ;      6)  $b + b = 0$ ?

854. Выясните, какие выражения равны нулю, а какие — не имеют смысла:

1)  $((4,4 : 2 - 1,8) \cdot 0,75 - 0,3) : (5,7 \cdot 10)$ ;

2)  $(3,75 : 0,5 + 4,5) : (2,4 : 0,6 - 4)$ ;

3)  $(3,1 : 2 + 5,3) \cdot (8,5 : 5 \cdot 0,2 - 0,34)$ ;

4)  $(14,4 : 3,6 + 15,9) : (6,7 \cdot 3 - 20,1)$ .

# Свойства арифметических действий

2. Вычисли, используя переместительные свойства сложения и умножения.

$$\begin{array}{cccc} 5 + 19 & 7 + 53 & 12 + 78 & 9 + 85 \\ 2 \cdot 38 & 7 \cdot 14 & 6 \cdot 16 & 9 \cdot 11 \end{array}$$

3 класс

Переместительное свойство сложения

От перемены мест слагаемых сумма не меняется.  
 $7 + 13 = 13 + 7$   
 $a + b = b + a$

Переместительное свойство умножения

От перемены мест множителей произведение не меняется.  
 $2 \cdot 5 = 5 \cdot 2$   
 $a \cdot b = b \cdot a$

4. Вычисли удобным способом, используя сочетательное свойство.

$$\begin{array}{cc} 27 + (13 + 59) & 5 + 76 + 15 \\ (42 + 19) + 31 & 66 + 18 + 2 \\ (5 \cdot 5) \cdot 4 & 5 \cdot (9 \cdot 2) \end{array}$$

Сочетательное свойство сложения

Слагаемые можно объединять в группы любым способом.  
 $8 + (12 + 37) = (8 + 12) + 37$   
 $a + (b + c) = (a + b) + c$

Сочетательное свойство умножения

Множители можно объединять в группы любым способом.  
 $2 \cdot (5 \cdot 7) = (2 \cdot 5) \cdot 7$   
 $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

5 класс

$$\begin{aligned} 1) & 336 + 478 + 164 + 122 = \\ & = (336 + 164) + (478 + 122) = \\ & = 500 + 600 = 1100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) & 67,4 + 49,63 - 4,63 - 2,4 = \\ & = (67,4 - 2,4) + (49,63 - 4,63) = \\ & = 65 + 45 = 110 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) & 125 + 503 + 15 + 475 = \\ & = 503 + (125 + 15 + 475) = \\ & = 503 + 615 = 1118 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) & 63 \cdot 16 + 16 \cdot 37 = \\ & = 16 \cdot (63 + 37) = 16 \cdot 100 = 1600 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5) & 0,69 \cdot 14 - 0,19 \cdot 14 = \\ & = 14 \cdot (0,69 - 0,19) = 14 \cdot 0,5 = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6) & 56 \cdot 13 + 5,6 \cdot 70 = 56 \cdot 13 + 56 \cdot 7 = \\ & = 56 \cdot (13 + 7) = 56 \cdot 20 = 1120 \end{aligned}$$

# Свойства арифметических действий

5 класс

6 класс

543●. Выполните сложение рационально:  208

$$1) 4\frac{7}{45} + 11\frac{4}{13} + 8\frac{5}{26} + 10\frac{2}{5};$$

$$2) 3\frac{1}{7} + 5\frac{4}{9} + 13\frac{6}{7} + 3\frac{5}{11} + 10\frac{5}{9} + 11\frac{6}{11} + \frac{4}{7}.$$

$$1) 4\frac{7}{45} + 11\frac{4}{13} + 8\frac{5}{26} + 10\frac{2}{5} = 4\frac{7}{45} + 10\frac{2}{5} + 11\frac{4}{13} + 8\frac{5}{26} =$$

$$= 4 + 10 + 11 + 8 + \frac{7}{45} + \frac{2}{5} + \frac{4}{13} + \frac{5}{26} = 33 + \frac{7+18}{45} + \frac{8+5}{26} =$$

$$= 33 + \frac{25}{45} + \frac{13}{26} = 33 + \frac{5}{9} + \frac{1}{2} = 33 + \frac{19}{18} = 34\frac{1}{18}$$

$$2) 3\frac{1}{7} + 5\frac{4}{9} + 13\frac{6}{7} + 3\frac{5}{11} + 10\frac{5}{9} + 11\frac{6}{11} + \frac{4}{7} =$$

$$= 3\frac{1}{7} + 13\frac{6}{7} + \frac{4}{7} + 5\frac{4}{9} + 10\frac{5}{9} + 3\frac{5}{11} + 11\frac{6}{11} =$$

$$= 3 + 13 + 5 + 10 + 3 + 11 + \frac{7}{7} + \frac{4}{7} + \frac{9}{9} + \frac{11}{11} = 48\frac{4}{7}$$

Переместительный и сочетательный законы сложения сохраняют силу и при действиях с отрицательными числами.

$$a + b = b + a,$$
$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

472. Вычислите устно рациональным способом:

1)  $27 + 5 - 27$ ;

4)  $-71 + 22 + 71$ ;

2)  $-28 + 4 + 24$ ;

5)  $-4,53 + 4,2 + 0,33$ ;

3)  $100 - 23 - 77$ ;

6)  $3,54 - 2,74 + 2,2$ .  128

## Устная работа

3. Вычислите рационально:

1)  $3,45 + 8,9 - 7,45$ ;

2)  $-56,8 + 1,67 + 56,8$ ;

3)  $11 + 12 + 13 + 17 - 13 - 12 - 11$ ;

4)  $-3,7 + 5,64 - 6,3 + 4,36$ .

# Свойства арифметических действий

**15.** Как удобнее вычесть число из суммы в каждом случае?

$$(39 + 47) - 19 \qquad (38 + 56) - 26$$

$$(55 + 35) - 25 \qquad (47 + 53) - 37$$

$$(37 + 34) - 31 \qquad (44 + 47) - 43$$

Какой способ вычисления использовался?

1)  $(a + b) - c = a - c + b$ ;

2)  $(a + b) - c = a + b - c$ ;

3)  $(a + b) - c = a + (b - c)$ .

**16.** Как удобнее вычесть сумму из числа в каждом случае?

$$56 - (26 + 30) \qquad 94 - (54 + 20)$$

$$72 - (30 + 40) \qquad 87 - (39 + 17)$$

$$65 - (18 + 45) \qquad 56 - (24 + 26)$$

Какой способ вычисления использовался?

1)  $a - (b + c) = a - b - c$ ;

2)  $a - (b + c) = a - c - b$ .

**3 класс**

**300.** Сформулируйте свойство:

1)  $(a + b) - c = a + (b - c)$  или  $(a + b) - c = (a - c) + b$ ;

2)  $a - (b + c) = a - b - c$ .

**301.** Вычислите устно, называя законы арифметических действий:

 109

1)  $236 + 548 + 764$ ;

7)  $25 \cdot 123 \cdot 2$ ;

2)  $648 + 1698 + 302$ ;

8)  $5 \cdot 17 \cdot 8$ ;

3)  $(364 + 785) - 585$ ;

9)  $(100 + 3) \cdot 4$ ;

4)  $(867 + 499) - 767$ ;

10)  $(100 - 1) \cdot 4$ ;

5)  $256 \cdot 54 + 744 \cdot 54$ ;

11)  $(333 + 999) : 3$ ;

6)  $83 \cdot 686 - 83 \cdot 586$ ;

12)  $(967 - 467) : 5$ .

**5 класс**

# Свойства арифметических действий

4 класс

3. Объясни приёмы умножения на числа, оканчивающиеся нулями. В каком случае удобно вычислять устно, а в каком — письменно?

$$321 \cdot 20 = 321 \cdot (2 \cdot 10) = (321 \cdot 2) \cdot 10$$

$$142 \cdot 300 = 142 \cdot (3 \cdot 100) = (142 \cdot 3) \cdot 100$$

$$\begin{array}{r} *321 \\ 20 \\ \hline 6420 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \phantom{*}746 \\ \phantom{*} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \\ \phantom{*} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \\ \phantom{*} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \\ \hline 373000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} *2938 \\ 30 \\ \hline 88140 \end{array}$$

Переместительный закон  
умножения

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Сочетательный закон  
умножения

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

4 класс

4. Зная, что  $7 \cdot 11 \cdot 13 = 1001$ , вычисли:
- а)  $9 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$ ;                      в)  $7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 34$ ;  
б)  $13 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 11$ ;                      г)  $11 \cdot 69 \cdot 13 \cdot 7$ .

2. Вычисли устно удобным способом.

$$547 \cdot 2 \cdot 5$$

$$429 \cdot 38 - 28 \cdot 429$$

$$25 \cdot 457 \cdot 4$$

$$716 \cdot 62 + 716 \cdot 38$$

$$19 \cdot 125 \cdot 8$$

$$102 \cdot 293 - 293 \cdot 2$$

$$37 \cdot 3 \cdot 900$$

$$157 + 3500 + 1343$$

3. Выполни умножение устно.

$$320 \cdot 300$$

$$345 \cdot 2000$$

$$900 \cdot 7001$$

6 класс

851. Вычислите рационально:

1)  $4 \cdot 3,18 \cdot 2,5$ ;

2)  $0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,25$ ;

3)  $30,5 \cdot 20,3 - 30,5 \cdot 0,3$ ;

4)  $\bullet 2,4 \cdot 4,8 + 0,26 \cdot 48$ ;

5)  $\bullet 4,9 \cdot 6,8 + 5,1 \cdot 6,8 + 4,9 \cdot 1,2 + 5,1 \cdot 1,2$ ;

6)  $\bullet 7,7 \cdot 9,9 + 2,3 \cdot 9,9 - 7,7 \cdot 0,29 - 2,3 \cdot 0,29$ .

# Свойства арифметических действий

8. Вычисли удобным способом.

3 класс

$$(10 + 7) \cdot 3 \quad (18 - 17) \cdot 9 \quad (12 + 8) \cdot 4$$

$$(20 + 4) \cdot 2 \quad (13 - 10) \cdot 7 \quad (20 - 3) \cdot 4$$

Распределительное  
свойство умножения  
относительно сложения

Распределительное  
свойство умножения  
относительно вычитания

$$(10 + 5) \cdot 4 = 10 \cdot 4 + 5 \cdot 4$$

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

$$(10 - 5) \cdot 4 = 10 \cdot 4 - 5 \cdot 4$$

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$

4 класс

17. Вычисли удобным способом.

$$7 \cdot 55 + 7 \cdot 45 + 3 \cdot 55 + 3 \cdot 4$$

$$8 \cdot 3 + 9 \cdot 34 + 8 \cdot 7 + 9 \cdot 66$$

$$432 : 2 - 232 : 2 + 184 \cdot 9 + 16 \cdot 9$$

13. Объясни устный приём умножения на двузначное число.

$$23 \cdot 14 = 23 \cdot (10 + 4) = 23 \cdot 10 + 23 \cdot 4$$

$$31 \cdot 42 = 31 \cdot (40 + 2) = 31 \cdot 40 + 31 \cdot 2$$

$$214 \cdot 26 = 214 \cdot (20 + 6) = 214 \cdot 20 + 214 \cdot 6$$

6 класс

753. Вычислите рационально:

$$1) 2\frac{1}{3} \cdot 3 - 1\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{3}; \quad 4) 2 + 3\frac{1}{7} \cdot 1\frac{1}{3} - 2\frac{1}{7} \cdot 1\frac{1}{3};$$

$$2) \frac{1}{3} - \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3}; \quad 5) 3\frac{3}{4} \cdot 4\frac{1}{2} : 6\frac{3}{4};$$

$$3) \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{7} + \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{3}; \quad 6) \left(\frac{3}{7} + \frac{3}{14} - \frac{6}{35}\right) : \frac{3}{7}.$$

511. Вычислите рациональным способом:

$$1) 3,2 \cdot 2 + 2,8 \cdot 11 + 3,2 \cdot 5 - 2,8 \cdot 4;$$

$$2) (-7,3) \cdot (-0,13) + 7,3 \cdot 0,02 + 2,7 \cdot 0,03 + 2,7 \cdot 0,12;$$

$$3) \left(\frac{3}{5} - \frac{7}{15}\right) \cdot 30 - 8 \cdot (-0,5);$$

$$4) -\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{5}{14}\right) \cdot \left(-\frac{3}{8}\right) \cdot \frac{7}{5};$$

$$5) 2\frac{3}{5} \cdot (-0,2) \cdot \left(-\frac{5}{13}\right) \cdot (-0,5).$$

6 класс

202. Вычислите устно, применяя свойства арифметических действий:

$$1) 1,48 \cdot 32,6 + 1,48 \cdot 67,4;$$

$$2) 13,7 \cdot 6,12 + 3,88 \cdot 13,7;$$

$$3) 23,4 \cdot 72,7 - 62,7 \cdot 23,4;$$

$$4) 169 \cdot 0,58 - 0,57 \cdot 169;$$

$$5) \textcircled{0} 1,4 \cdot 47 + 14 \cdot 5,3;$$

$$6) \textcircled{0} 0,77 \cdot 39 + 0,61 \cdot 77;$$

$$7) \textcircled{0} 12 \cdot 0,37 - 32 \cdot 0,12;$$

$$8) \textcircled{0} 246 \cdot 0,37 + 130 \cdot 0,246.$$



7 класс

330. 1) Вычислите рациональным способом:

$$а) 34 \cdot 3,4 + 6,6 \cdot 34; \quad в) \frac{8}{7} \cdot \frac{11}{13} + \frac{11}{13} \cdot \frac{6}{7};$$

$$б) 123 \cdot 89 - 89 \cdot 23; \quad г) \frac{13}{17} \cdot \frac{11}{8} - \frac{3}{8} \cdot \frac{13}{17}.$$

2) Какими свойствами арифметических действий вы воспользовались?

# Свойства арифметических действий

7 класс

353. 1) Решите уравнение:

а)  $23 \cdot 12 + 23 \cdot 18 = x$ ;      в)  $25x + 46x = 213$ ;  
 б)  $(35 + 25) \cdot x = 300$ ;      г)  $56x - 27x = 232$ .

2) Какими свойствами арифметических действий вы воспользовались?

5 класс

688. Упростите выражение:

1)  $0,57y + 42,39y + 49,43y + 6,02y + 8,61y$ ;  
 2)  $3,9 \cdot 4,4a - 3,4a + 3,9 \cdot 5,6a - 5,6a$ .  247

Решение.

$$\begin{aligned} 1) & 0,57y + 42,39y + 49,43y + 6,02y + 8,61y = \\ & = (0,57y + 49,43y) + (42,39y + 8,61y) + 6,02y = \\ & = 50y + 51y + 6,02y = 107,02y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) & 3,9 \cdot 4,4a - 3,4a + 3,9 \cdot 5,6a - 5,6a = \\ & = 3,9(4,4a + 5,6a) - (3,4a + 5,6a) = \\ & = 3,9 \cdot 10a - 9a = 39a - 9a = 30a \end{aligned}$$

783. Решите уравнение:

1)  $\frac{1}{3}(2x + 3) - \frac{3}{4}(4x - 1) = 2$ ;

2)  $0,3x - 0,2 = 0,6x + 0,3$ ;

3)  $5\frac{3}{8} : 0,5z = 0,75 : 2$ ;

4)  $2,5y - 0,4(2y + 3) = 3 - 1,5\left(\frac{2}{3}y - 1\right)$ .

454. Найдите значение выражения:

1)  $5!$ ;      5)  $\frac{6!}{5!}$ ;      9)  $\frac{7! + 6! + 5!}{8! - 7!}$ ;  
 2)  $3! + 4!$ ;      6)  $\frac{100!}{98!}$ ;      10)  $\frac{17! - 16 \cdot 16! - 15 \cdot 15!}{14!}$ ;  
 3)  $5! - 4!$ ;      7)  $\frac{6!}{4! \cdot 2!}$ ;      11)  $\frac{9! + 2 \cdot 9! + 3 \cdot 9!}{10!}$ ;  
 4)  $2! \cdot 4!$ ;      8)  $\frac{50!}{47! \cdot 3!}$ ;      12)  $\frac{101! \cdot 100 + 100! \cdot 101}{101! - 100!}$ .

 **Пример 1.** Преобразовать в многочлен стандартного вида выражение

$$(3a^2 - 5a + 7) + (-2a^2 + 7a - 9) - (a^2 + 8a - 5).$$

Решение. Применяя правило раскрытия скобок, перед которыми стоит знак «+» или знак «-», и приводя подобные члены, получаем:

$$\begin{aligned} & (3a^2 - 5a + 7) + (-2a^2 + 7a - 9) - (a^2 + 8a - 5) = \\ & = \underline{3a^2} - \underline{5a} + 7 - \underline{2a^2} + \underline{7a} - 9 - \underline{a^2} - \underline{8a} + 5 = -6a + 3. \end{aligned}$$

294. Выясните, сколько корней имеет уравнение:

1)  $3(1 - 2x) - 2(3x - 4) = 3(5 - 4x)$ ;

2)  $5(2x - 3) - 7(x - 2) + 7 = 3(3x - 5) + x$ ;

3)  $2(7 - x) - 3(4x - 5) - 8 = 7(3 - 2x)$ .

8 класс

84. Вычислите:

1)  $\frac{10! + 8!}{8!}$ ;      3)  $\frac{50!}{48!} - \frac{30!}{28!}$ ;      5)  $\frac{A_5^3 - A_5^2}{P_2} + \frac{P_5}{P_2}$ ;

2)  $\frac{7! - 5!}{4!}$ ;      4)  $\frac{100!}{99!} - \frac{99!}{98!}$ ;      6)  $\frac{A_5^2}{P_2} + \frac{A_{10}^5}{7P_5}$ .

# Свойства арифметических действий

$$(a + b)c = ac + bc$$

546●. Два поезда отправились одновременно навстречу друг другу от двух станций, расстояние между которыми один поезд проходит за 24 мин, другой — за 36 мин. На какую часть этого расстояния сблизятся поезда за первые 6 мин?

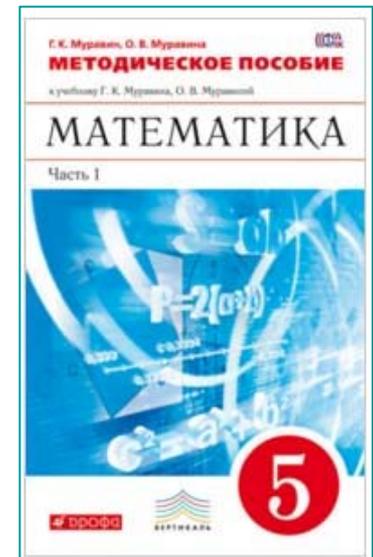
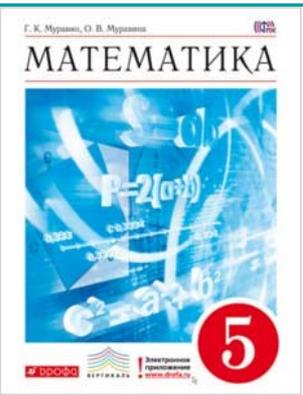
В задаче № 546 можно сначала найти, какие части расстояния между станциями проходят поезда за 1 мин, затем — какую часть расстояния они проходят вместе за 1 мин, и, наконец, найти, какую часть расстояния поезда проходят за 6 мин. Соответствующая запись решения будет выглядеть так:

$$\left(\frac{1}{24} + \frac{1}{36}\right) \cdot 6 = \frac{6}{24} + \frac{6}{36} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3+2}{12} = \frac{5}{12}.$$

Ответ:  $\frac{5}{12}$  расстояния.

Однако можно воспользоваться тем, что достаточно легко сразу найти, какие части расстояния между станциями поезда проходят за 6 мин:

$\frac{6}{24} + \frac{6}{36} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{3+2}{12} = \frac{5}{12}$ . При решении задачи следует подчеркнуть целесообразность сокращения дробей, которое упростило вычисление их суммы.



# Свойства арифметических действий

3 класс

11. Вычисли удобным способом.

$$\begin{array}{ll} (60 + 9) : 3 & (72 - 60) : 6 \\ (40 + 12) : 2 & (63 - 56) : 7 \\ (15 + 35) : 5 & (88 - 24) : 8 \\ (80 + 20) : 4 & (81 - 18) : 9 \end{array}$$

Распределительное  
свойство деления  
относительно сложения

Распределительное  
свойство деления  
относительно вычитания

$$\begin{array}{l} (40 + 8) : 4 = 40 : 4 + 8 : 4 \\ (a + b) : c = a : c + b : c \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (40 - 8) : 4 = 40 : 4 - 8 : 4 \\ (a - b) : c = a : c - b : c \end{array}$$

5 класс

304. Проверьте данные равенства при  $a = 472$ ,  $b = 118$  и  $c = 2$ :  
а)  $a : c + b : c = (a + b) : c$ ;    в)  $a \cdot b : c = a : c \cdot b = b : c \cdot a$ ;  
б)  $a : c - b : c = (a - b) : c$ ;    г)  $a : b : c = a : (b \cdot c)$ .

742. 1) Верны ли равенства:

а)  $a : c + b : c = (a + b) : c$ ;    в)  $a \cdot b : c = a : c \cdot b = b : c \cdot a$ ;  
б)  $a : c - b : c = (a - b) : c$ ;    г)  $a : b : c = a : (b \cdot c)$ ?

2) Проверьте данные равенства при  $a = 4,2$ ,  $b = 4$  и  $c = 2$ .

7 класс

14. Вычисли удобным способом.

$$\begin{array}{ll} 23 + 32 + 17 & (16 + 14) \cdot 3 \\ (70 - 21) : 7 & (98 - 42) : 14 \\ (40 + 16) : 4 & (3 \cdot 5) \cdot 2 \cdot 2 \\ (20 + 5) \cdot 2 & (60 + 12) : 6 \\ (75 - 15) : 5 & 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \\ 54 + 25 + 15 & 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \end{array}$$

7. 1) Вычислите наиболее простым способом:

а)  $(0,72 + 0,54) : 9 - 0,7 \cdot 0,2$ ;  
б)  $\left(\frac{2}{3} - \frac{5}{6}\right) \cdot 6 - (2,71 + 7,29) \cdot 0,3$ ;  
в)  $56,43 - 8,987 - (6,43 - 8,987)$ ;  
г)  $\frac{2}{11} \cdot 0,25 \cdot 121 \cdot 40 \cdot \frac{1}{5}$ ;  
д)  $1,4 \cdot 47 - 14 \cdot 5,7$ ;  
е)  $246 \cdot 0,37 + 130 \cdot 0,246$ .

2) Какими свойствами арифметических действий вы воспользовались при вычислениях?

# Выделение равных компонентов

5 класс

928●. Вычислите рациональным способом:

$$1) 96 \cdot \frac{7}{125} + 97 \cdot \frac{11}{125} - \frac{2}{125} - 192 \cdot \frac{9}{125};$$

$$2) 3\frac{12}{19} \cdot 4\frac{3}{23} + 1\frac{4}{19} \cdot 5\frac{7}{23} - 1\frac{8}{19}.$$

$$\begin{aligned} 1) & 96 \cdot \frac{7}{125} + 97 \cdot \frac{11}{125} - \frac{2}{125} - 192 \cdot \frac{9}{125} = \\ & = 96 \cdot \frac{9}{125} - 96 \cdot \frac{2}{125} + 97 \cdot \frac{9}{125} + 97 \cdot \frac{2}{125} - \frac{2}{125} - 192 \cdot \frac{9}{125} = \\ & = \frac{9}{125} \cdot (96 + 97 - 192) + \frac{2}{125} \cdot (-96 + 97 - 1) = \frac{9}{125} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) & 3\frac{12}{19} \cdot 4\frac{3}{23} + 1\frac{4}{19} \cdot 5\frac{7}{23} - 1\frac{8}{19} = \frac{69}{19} \cdot \frac{95}{23} + \frac{23}{19} \cdot \frac{122}{23} - \frac{27}{19} = \\ & = 15 + 5 = 20 \end{aligned}$$

# Прием дополнения до круглых чисел

**24.** Вычисли устно, используя приём дополнения до круглых чисел.

$$291 + 184 \quad 1\,823 + 5\,987$$

$$582 + 658 \quad 2\,935 + 765$$

**Образец.**

$$\begin{aligned} 4\,986 + 1\,973 &= 5\,000 + 2\,000 - 14 - 27 = \\ &= 7\,000 - 41 = 6\,959. \end{aligned}$$

**4 класс**

**12.** 1) Объясни устный приём умножения.

$$\begin{aligned} 123 \cdot 98 &= 123 \cdot (100 - 2) = 123 \cdot 100 - 123 \cdot 2 = \\ &= 12\,300 - 246 = 12\,054 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 325 \cdot 102 &= 325 \cdot (100 + 2) = 325 \cdot 100 + 325 \cdot 2 = \\ &= 32\,500 + 650 = 33\,150 \end{aligned}$$

2) примени этот приём для вычислений.

$$312 \cdot 105, \quad 118 \cdot 97, \quad 124 \cdot 203, \quad 205 \cdot 198.$$

**5 класс**

$$1) \quad 3578 + 6784 = (3578 + 22) + (6784 - 22) = 3600 + 6762 = 10\,362$$

$$2) \quad 6,98 + 4,2 = (4,2 + 5,8) + (6,98 - 5,8) = 10 + 1,18 = 11,18.$$

# Прием дополнения до круглых чисел

4 класс

Свойство: если уменьшаемое и вычитаемое уменьшить или увеличить на одно и то же число, то разность не изменится.

**23.** 1) Объясни устный приём вычитания чисел.

$$138 - 9 = 139 - 10 = 129$$

$$8\,475 - 96 = 8\,479 - 100 = 8\,379$$

$$7\,842 - 190 = 7\,852 - 200 = 7\,652$$

2) Примени этот приём для вычислений.

$$1\,872 - 9 \qquad 2\,306 - 18$$

$$3\,546 - 97 \qquad 4\,273 - 196$$

5 класс

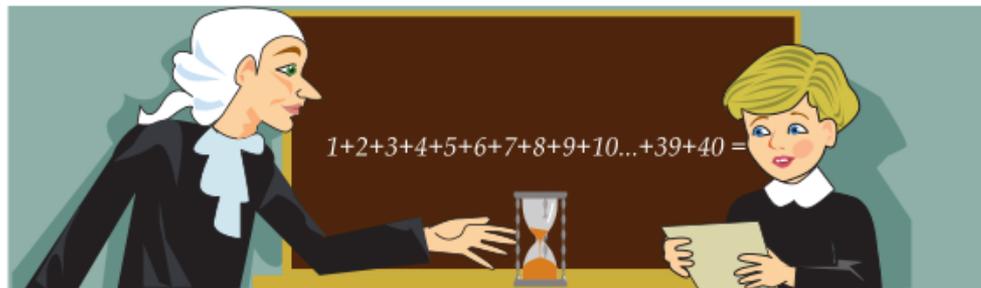
$$1) \quad 684 - 78 = (684 + 22) - (78 + 22) = 706 - 100 = 606$$

$$2) \quad 6,84 - 0,78 = (6,84 + 0,22) - (0,78 + 0,22) = 7,06 - 1 = 6,06$$

# Прием сложения Гаусса

**1.** Когда известному немецкому математику К. Ф. Гауссу (1777—1855) исполнилось 9 лет, учитель попросил учеников на уроке найти сумму всех натуральных чисел от 1 до 40. Гаусс удивил учителя тем, что ему потребовалась 1 мин для получения правильного ответа. Сколько минут потребуется тебе, чтобы найти эту сумму?

4 класс



2 класс

2 класс

Найдите закономерность в записи результатов умножения на 6.

$1 \cdot 6 = 6$	
$2 \cdot 6 = 12$	
$3 \cdot 6 = 18$	
$4 \cdot 6 = 24$	
$5 \cdot 6 = 30$	
$6 \cdot 6 = 36$	
$7 \cdot 6 = 42$	
$8 \cdot 6 = 48$	
$9 \cdot 6 = 54$	
$10 \cdot 6 = 60$	

Сумма произведений, равноотстоящих от концов таблицы умножения на 6, равна 66.

$$2 \cdot 6 + 9 \cdot 6 = 12 + 54 = 66$$

Если первый множитель чётное число, то количество единиц в произведении равно этому числу.

$$\begin{aligned} 2 \cdot 6 &= 12 \\ 4 \cdot 6 &= 24 \\ 6 \cdot 6 &= 36 \\ 8 \cdot 6 &= 48 \end{aligned}$$

Найдите закономерность в записи результатов умножения на 7.

$1 \cdot 7 = 7$	
$2 \cdot 7 = 14$	
$3 \cdot 7 = 21$	
$4 \cdot 7 = 28$	
$5 \cdot 7 = 35$	
$6 \cdot 7 = 42$	
$7 \cdot 7 = 49$	
$8 \cdot 7 = 56$	
$9 \cdot 7 = 63$	
$10 \cdot 7 = 70$	

Сумма произведений, равноотстоящих от концов таблицы умножения на 7, равна 77.

$$2 \cdot 7 + 9 \cdot 7 = 14 + 63 = 77$$

# Прием сложения Гаусса

## Задачи на смекалку

5 класс

222. Однажды, когда знаменитому немецкому математику Карлу Гауссу (1777—1855) было 10 лет, его школьный учитель предложил классу найти сумму чисел от 1 до 100. Как только учитель закончил диктовать задание, у Гаусса уже был готов ответ:  $101 \cdot 50 = 5050$ . Как рассуждал Гаусс?

Попробуйте и вы быстро вычислить:

- 1)  $1 + 2 + 3 + \dots + 97 + 98 + 99$ ;
- 2)  $1 + 3 + 5 + \dots + 995 + 997 + 999$ ;
- 3)  $99 - 97 + 95 - 93 + 91 - 89 + \dots + 7 - 5 + 3 - 1$ .

6 класс

479●. Найдите значение выражения рациональным способом:

- 1)  $(-8) + (-6) + (-4) + (-2) + 0 + 2 + 4 + 6 + 8$ ;
- 2)  $(-50) + (-49) + (-48) + \dots + 48 + 49 + 50$ ;
- 3)  $-1 + 2 - 3 + 4 - \dots - 9 + 10 - 11$ ;
- 4)  $-1 + 2 - 3 + 4 - \dots - 99 + 100$ ;
- 5)  $1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 9 + (-10)$ ;
- 6)  $1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 99 - 100$ ;
- 7)  $2 - 4 + 6 - 8 + \dots + 98 - 100$ ;
- 8)  $-2 + 4 - 6 + 8 - \dots - 98 + 100$ .

№ 222. Гаусс, складывая числа от 1 до 100, рассуждал следующим образом. Если сгруппировать слагаемые, одинаково отстоящие от концов суммы, то получится в каждой скобке число 101, а таких скобок будет 50, следовательно, сумма равна 5050.

$$1 + 2 + 3 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100 = (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + \dots + (49 + 52) + (50 + 51) = 101 \cdot 50.$$

(1). Эта сумма отличается от суммы Гаусса только одним членом 100. Вычтем его из известного результата:  $1 + 2 + 3 + \dots + 97 + 98 + 99 = 5050 - 100 = 4950$ .

Можно поступать аналогично решению Гаусса:  $1 + 2 + 3 + \dots + 97 + 98 + 99 = 100 \cdot 49 + 50 = 4950$ .

(2).  $1 + 3 + 5 + \dots + 995 + 997 + 999 = (1 + 999) + (3 + 997) + (5 + 995) + \dots + (499 + 501) = 1000 \cdot 250 = 250\,000$ .

(3).  $99 - 97 + 95 - 93 + 91 - 89 + \dots + 7 - 5 + 3 - 1 = (99 - 97) + (95 - 93) + (91 - 89) + \dots + (7 - 5) + (3 - 1) = 2 \cdot 25 = 50$ .

В № 479

рациональный способ в заданиях 1) и 2) заметить суммы противоположных слагаемых, в заданиях 3) и 4) при сложении первого числа со вторым, третьего с четвертым и т. д. получаются суммы, равные числу 1. В заданиях 5) и 6) аналогичные суммы равны  $-1$ , в задании 7) они равны  $-2$ , в задании 8) суммы равны 2, но можно заметить, что значение выражения 8) противоположно найденному ранее значению выражения 7).

# Прием сложения Гаусса

292. Нарисуйте куб и пронумеруйте его вершины числами от 1 до 8 так, чтобы сумма номеров вершин каждой из шести граней оказалась одинаковой.

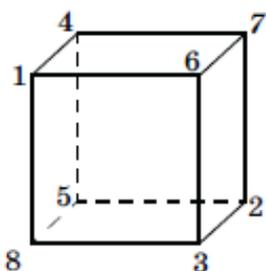


Рис. 37

№ 292. На рисунке 37 показано, как следует занумеровать вершины куба, чтобы сумма номеров на всех гранях была равной 18.

Сумма всех чисел от 1 до 8 равна  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 9 \cdot 4 = 36$ . У куба 6 граней. Каждое число попадает на 3 грани, значит, сумма чисел на всех

6 гранях  $36 \cdot 3$ . Сумма чисел на одной грани должна быть в 6 раз меньше, т. е.  $36 \cdot 3 : 6 = 18$ . По вертикальным ребрам будем расставлять числа так, чтобы их сумма была равной 9:

$$1 + 8 = 2 + 7 = 3 + 6 = 4 + 5.$$

337. Число  $x$  равно сумме первых 20 натуральных чисел, а число  $y$  равно сумме первых 10 натуральных чисел. На сколько число  $x$  больше, чем число  $y$ ?

№ 337. Заметим, что  $x = y + 11 + 12 + \dots + 19 + 20$ . Тогда  $x - y = 11 + 12 + \dots + 19 + 20 = (11 + 20) + (12 + 19) + \dots + (15 + 16) = 31 \cdot 5 = 155$ .

Ответ: на 155.

Г. К. Муравин, О. В. Муравина  
МАТЕМАТИКА



Г. К. Муравин, О. В. Муравина  
МАТЕМАТИКА



213. Делится ли на 2006 сумма чисел  $1 + 2 + 3 + \dots + 2006$ ?

№ 213. Сгруппируем слагаемые попарно так, чтобы сумма в каждой скобке была равна  $2006$ :  $1 + 2 + 3 + \dots + 2005 + 2006 = (1 + 2005) + (2 + 2004) + (3 + 2003) + \dots + (1002 + 1004) + 1003 + 2006 = 2006 \cdot 1003 + 1003$ . Первое слагаемое делится на 2006, а второе — нет. Ответ: данная сумма не делится на 2006.

# Прием умножения на 5, 25, 50, 125, ...

5 класс

587●. Ниже приведены примеры умножения на 5, на 25, на 50, на 125:

$$38 \cdot 5 = 38 \cdot 10 : 2 = 380 : 2 = 190;$$

$$97 \cdot 25 = 97 \cdot 100 : 4 = 9700 : 4 = 2425;$$

$$59 \cdot 50 = 59 \cdot 100 : 2 = 5900 : 2 = 2950;$$

$$83 \cdot 125 = 83 \cdot 1000 : 8 = 83\,000 : 8 = 10\,375.$$

1) Объясните приёмы умножения на 5, на 25, на 50, на 125.

2) Вычислите устно:

а)  $87 \cdot 5$ ;

д)  $758 \cdot 5$ ;

и)  $43 \cdot 5 + 23 \cdot 5$ ;

б)  $79 \cdot 25$ ;

е)  $25 \cdot 345$ ;

к)  $25 \cdot 34 + 38 \cdot 25$ ;

в)  $65 \cdot 50$ ;

ж)  $125 \cdot 50$ ;

л)  $153 \cdot 50 - 29 \cdot 50$ ;

г)  $94 \cdot 125$ ;

з)  $24 \cdot 125$ ;

м)  $2 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 25$ .

$$1) 1,6 \cdot 2,5 = 1,6 \cdot (10 : 4) = 16 : 4 = 4$$

$$2) 2,4 \cdot 50 = 2,4 \cdot (100 : 2) = 240 : 2 = 120$$

$$3) 0,8 \cdot 125 = 0,8 \cdot (1000 : 8) = 100$$

# Прием деления на 5, 25, 50, 125, ...

5 класс

611●. *Приёмы быстрого деления на 5, 25 и 50.* Ниже приведены **п р и м е р ы** вычислений:

$$95 : 5 = 95 \cdot 2 : 10 = 190 : 10 = 19;$$

$$275 : 25 = 275 \cdot 4 : 100 = 1100 : 100 = 11;$$

$$1150 : 50 = 1150 \cdot 2 : 100 = 2300 : 100 = 23.$$

1) Объясните приёмы деления на 5, на 25 и на 50.

2) Используя приёмы деления на 5, на 25 и на 50, найдите значения выражений:

а)  $695 : 5$ ;

г)  $995 : 5$ ;

ж)  $185 : 5$ ;

б)  $325 : 25$ ;

д)  $600 : 25$ ;

з)  $1525 : 25$ ;

в)  $3050 : 50$ ;

е)  $1700 : 50$ ;

и)  $1050 : 50$ .

744●. 1) Увеличьте каждое из чисел в 5 раз:  269, 272

а) 3,7;

г) 102,23;

б) 0,56;

д) 0,0061;

в) 0,023;

е) 50 078,2.

2) Уменьшите каждое из чисел в 5 раз:

а) 25,5;

б) 1;

в) 1,2;

г) 0,001;

д) 34,3;

е) 3,1.

# Правила возведения в квадрат чисел, содержащих 5

5 класс

## Правило возведения в квадрат числа, оканчивающегося цифрой 5

Число десятков умножают на следующее за ним натуральное число и приписывают к результату 25.

Например,  $75^2 = 5625$ , так как  $7 \cdot 8 = 56$ ;  $105^2 = 11\ 025$ , так как  $10 \cdot 11 = 110$ .

235. Устно вычислите: 1)  $85^2$ ; 2)  $995^2$ ; 3)  $205^2$ ; 4)  $3005^2$ .

897<sup>o</sup>. Найдите значение выражения:

1)  $43 \cdot 42 - 41^2$ ;

3)  $35^2 - 34 \cdot 32$ ;

5)  $(12 + 18)^2 : 12$ ;

2)  $43 \cdot 41 - 41^2$ ;

4)  $35^2 - 32 \cdot 35$ ;

6)  $(12 + 12^2) : 12$ .

## Правило возведения в квадрат двузначного числа, в котором 5 десятков

К 25 прибавить цифру в разряде единиц и к результату приписать справа квадрат числа единиц так, чтобы получилось четырехзначное число.

Правило основано на тождестве  $(50 + a)^2 = 100 \cdot (25 + a) + a^2$ .

1)  $51^2 = 2610$

а)  $25 + 1 = 26$ , пишем 26;

б)  $1^2 = 1$ , приписываем 01.

2)  $58^2 = 3364$

а)  $25 + 8 = 33$ ;

б)  $8^2 = 64$ .

7 класс

# Прием умножения на 11

3 класс

3 класс

**24.** Приём умножения двузначного числа на 11.

Чтобы умножить 43 на 11, между числами 4 и 3 надо написать их сумму:  $4 + 3 = 7$ . Такой приём умножения двузначного числа на 11 вытекает из письменного приёма умножения на 11.



1) Выполни умножение устно.

$$\begin{array}{ccc} 51 \cdot 11 & 24 \cdot 11 & 14 \cdot 11 \\ 35 \cdot 11 & 72 \cdot 11 & 63 \cdot 11 \end{array}$$

2) Подумай, как умножить на 11 двузначное число, сумма цифр которого больше 9.

3) Выполни умножение устно.

$$\begin{array}{ccc} 76 \cdot 11 & 11 \cdot 84 & 47 \cdot 11 \\ 11 \cdot 58 & 68 \cdot 11 & 11 \cdot 29 \end{array}$$

**12.** Размеры прямоугольного ящика 9 дм, 7 дм и 11 дм. Найди его объём.

Решение.  $9 \cdot 7 \cdot 11 = 63 \cdot 11 = 693$  (дм<sup>3</sup>)

Ответ: 693 дм<sup>3</sup>.

**1.** Вычисли устно, зная, что  $37 \cdot 3 = 111$ .

$$\begin{array}{cc} 3 \cdot 3 \cdot 37 \cdot 3 & 2 \cdot 37 \cdot 5 \cdot 3 \\ 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 37 & 25 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 37 \end{array}$$

**26.** Объясни приём устного умножения чисел.

$$\begin{array}{l} 37 \cdot 27 = 37 \cdot 3 \cdot 9 = 111 \cdot 9 = 999 \\ 23 \cdot 55 = 23 \cdot 5 \cdot 11 = 115 \cdot 11 = \\ = 1150 + 115 = 1265 \end{array}$$

2) примени этот приём для вычислений.

$$\begin{array}{ccc} 75 \cdot 8 & 35 \cdot 44 & 46 \cdot 15 \\ 18 \cdot 35 & 37 \cdot 24 & 23 \cdot 66 \end{array}$$

5 класс

**333.** Какие цифры нужно поставить вместо букв А и В, чтобы получилось верное равенство  $AB \cdot A \cdot B = BBB$ ? 111

**№ 333.** В равенстве  $AB \cdot A \cdot B = BBB$  правую часть можно записать иначе,  $BBB = B \cdot 111$ ,  $111 = 3 \cdot 37$ ,  $AB \cdot A \cdot B = B \cdot 3 \cdot 37$ . Очевидно, что  $A = 3$ ,  $B = 7$ , т. е. получаем, что  $37 \cdot 3 \cdot 7 = 777$ .

**25.** 1) Проверь на калькуляторе, верно ли, что:

$$\begin{array}{l} 12\,345\,679 \cdot 9 = 111\,111\,111, \\ 12\,345\,679 \cdot 18 = 222\,222\,222. \end{array}$$

2) Чему равны произведения:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 12\,345\,679 \cdot 27; & \text{в) } 12\,345\,679 \cdot 36; \\ \text{б) } 12\,345\,679 \cdot 54; & \text{г) } 12\,345\,679 \cdot 81; \end{array}$$

4 класс

# Приемы сравнения обыкновенных дробей

5 класс

522. Сравните числа:

- 1)  $1$  и  $\frac{1}{2}$ ;    3)  $\frac{9}{10}$  и  $1$ ;    5)  $\frac{98}{100}$  и  $1$ ;    7)  $\frac{5}{5}$  и  $\frac{6}{5}$ ;  
2)  $\frac{3}{2}$  и  $1$ ;    4)  $\frac{3}{4}$  и  $1$ ;    6)  $\frac{11}{10}$  и  $\frac{999}{1000}$ ;    8)  $\frac{101}{100}$  и  $1$ .

523●. 1) Сравните дроби  $\frac{7}{8}$ ,  $\frac{8}{9}$ ,  $\frac{9}{10}$  с единицей и узнайте, какая из дробей наибольшая.

2) Сравните дроби  $\frac{99}{100}$ ,  $\frac{100}{101}$ ,  $\frac{101}{102}$  с единицей и узнайте, какая из дробей наименьшая.

3) Сравните дроби  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{10}{11}$ ,  $\frac{20}{21}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{99}{100}$ ,  $\frac{9}{10}$  с единицей и расположите их в порядке убывания. 📖 194

524●. 1) Сравните дроби  $\frac{5}{12}$ ,  $\frac{9}{20}$ ,  $\frac{7}{16}$  с дробью  $\frac{1}{2}$  и узнайте, какая из дробей наибольшая.

2) Сравните дроби  $\frac{8}{14}$ ,  $\frac{11}{20}$ ,  $\frac{5}{8}$  с дробью  $\frac{1}{2}$  и узнайте, какая из дробей наименьшая. 📖 195

525●. 1) Не приводя дроби к общему знаменателю, сравните:

- а)  $\frac{2}{3}$  и  $\frac{3}{4}$ ;    б)  $\frac{8}{15}$  и  $\frac{3}{7}$ ;    в)  $\frac{19}{60}$  и  $\frac{29}{90}$ .

2) Составьте ещё несколько пар дробей, которые можно сравнить без приведения их к общему знаменателю.

Комментарии к заданиям учебника

С № 524 работа организуется так же, как и с № 523. Чтобы сравнить дроби с  $\frac{1}{2}$  достаточно узнать, как они расположены на координатном луче по отношению к  $\frac{1}{2}$ , по одну или по разные стороны, ближе или дальше. При этом в задании 1 дробь  $\frac{1}{2}$  каждый раз приводится к соответствующему знаменателю. Так, сравнивая дроби  $\frac{5}{12}$  и  $\frac{1}{2}$ , заменяем  $\frac{1}{2}$  на  $\frac{6}{12}$ . Видим, что  $\frac{5}{12}$  стоит левее от  $\frac{1}{2}$  на  $\frac{1}{12}$ . Представляя  $\frac{1}{2}$  как  $\frac{10}{20}$ , замечаем, что  $\frac{9}{20}$  стоит левее от  $\frac{1}{2}$  на  $\frac{1}{20}$ . Представляя  $\frac{1}{2}$  как  $\frac{8}{16}$ , замечаем, что  $\frac{7}{16}$  стоит левее от  $\frac{1}{2}$  на  $\frac{1}{16}$ . Правее всех будет изображаться дробь  $\frac{9}{20}$ , значит, она и является наибольшей.

В задании 2 все три дроби стоят правее  $\frac{1}{2}$  соответственно на  $\frac{1}{14}$ ,  $\frac{1}{20}$  и  $\frac{1}{8}$ . Понятно, что левее всех на координатном луче будет изображаться  $\frac{11}{20}$ . Значит, эта дробь наименьшая из данных трех дробей.

# Приемы сравнения обыкновенных дробей

5 класс

525<sup>•</sup>. 1) Не приводя дроби к общему знаменателю, сравните:

а)  $\frac{2}{3}$  и  $\frac{3}{4}$ ;    б)  $\frac{8}{15}$  и  $\frac{3}{7}$ ;    в)  $\frac{19}{60}$  и  $\frac{29}{90}$ .

2) Составьте ещё несколько пар дробей, которые можно сравнить без приведения их к общему знаменателю.

В № 525 (1) задания выполняются фронтально. Сначала вырабатывается план сравнения каждой пары дробей, затем школьники стараются его самостоятельно реализовать, и, наконец, решение проверяется.

(1а). Сравнивая дроби  $\frac{2}{3}$  и  $\frac{3}{4}$  с единицей, получаем, что дробь  $\frac{2}{3}$  меньше единицы на  $\frac{1}{3}$ , а дробь  $\frac{3}{4}$  на  $\frac{1}{4}$ , так как  $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$ , то  $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$ .

(1б).  $\frac{8}{15} > \frac{8}{16}$ , а  $\frac{3}{7} < \frac{3}{6}$ . Первая дробь изображается правее, вторая — левее, чем  $\frac{1}{2}$ . Значит,  $\frac{8}{15} > \frac{3}{7}$ .

(1в). Данные дроби естественно сравнивать с  $\frac{1}{3}$ . Первая дробь стоит левее  $\frac{1}{3}$  на  $\frac{1}{60}$ , а вторая — на  $\frac{1}{90}$ . Значит, вторая дробь изображается правее, чем первая, и  $\frac{19}{60} < \frac{29}{90}$ .

529. 1) Денис решил контрольную работу за  $\frac{3}{5}$  ч, а Максим — за  $\frac{7}{12}$  ч. Кто из них быстрее решил контрольную работу?

2) За неделю брат прочитал  $\frac{5}{12}$  книги, а сестра —  $\frac{11}{20}$  этой же книги. Кто прочитал больше страниц — сестра или брат?

3) Возраст дочери составляет  $\frac{8}{15}$ , а возраст сына —  $\frac{3}{5}$  возраста отца. Кто старше — сын или дочь?

4)<sup>\*</sup> Первый баскетболист бросил мяч в корзину 70 раз и попал 50 раз, второй из 60 бросков попал 45 раз. Кто из баскетболистов чаще попадает в корзину?



530. 1)<sup>\*</sup> Транспортный налог на автомобили одного года выпуска тем больше, чем больше мощность автомобиля. В семьях Кати и Оли, проживающих в Москве, одинаковый доход и по одному автомобилю одного и того же года выпуска. Транспортный налог в семье Кати составляет  $\frac{3}{55}$ , а в семье Оли  $\frac{5}{91}$  семейного бюджета. В какой семье автомобиль мощнее?

2) Транспортный налог на автомобили одинаковой мощности тем меньше, чем раньше был выпущен автомобиль. В семьях Кати и Оли, проживающих в Москве, одинаковый доход и по одному автомобилю одной и той же мощности. Транспортный налог в семье Кати составляет  $\frac{4}{67}$ , а в семье Оли  $\frac{6}{101}$  семейного бюджета. Какой из этих автомобилей был выпущен раньше?

24.<sup>○</sup> Определите, какая из дробей больше: 24

1)  $\frac{89}{112}$  и  $\frac{74}{97}$ , сравнивая их с единицей;

2)  $\frac{22}{45}$  и  $\frac{36}{70}$ , сравнивая их с  $\frac{1}{2}$ ;

3)  $\frac{7 \cdot 15 \cdot 48}{25 \cdot 49 \cdot 24}$  и  $\frac{8 \cdot 81 \cdot 59}{59 \cdot 45 \cdot 16}$ , предварительно их сократив.

7 класс

# Формулы сокращенного умножения

7 класс

**373.** Вычислите с помощью формул сокращённого умножения:

- 1)  $(100 + 1)^2$ ;
- 2)  $(80 - 1)^2$ ;
- 3)  $10,01^2$ ;
- 4)  $9,98^2$ ;
- 5)  $99 \cdot 101$ ;
- 6)  $201 \cdot 199$ ;
- 7)  $126^2 - 74^2$ ;
- 8)  $356^2 - 144^2$ ;
- 9)  $37^2 + 2 \cdot 37 \cdot 63 + 63^2$ ;
- 10)  $83^2 + 33^2 - 83 \cdot 66$ ;
- 11)  $19,32 + 2 \cdot 19,3 \cdot 30,7 + 30,7^2$ ;
- 12)  $31,82 - 2 \cdot 3,18 \cdot 218 + 21,82$ .

 193, 194

8 класс

**29.** Вычислите наиболее простым способом:

- 1)  $\frac{59^3 - 41^3}{18} + 59 \cdot 41$ ;
- 2)  $\left( \frac{97^3 + 83^3}{180} - 97 \cdot 83 \right) : (35^2 - 28^2)$ ;
- 3)  $(36,5^2 - 27,5^2) : \left( \frac{57^3 + 33^3}{90} - 57 \cdot 33 \right)$ ;
- 4)  $\frac{77^3 - 69^3}{70^2 - 62^2} - \frac{77^3 + 41^3}{125^2 - 49} - \frac{1}{2}$ .

**415.** Вычислите:

- 1)  $\frac{518^2 - 482^2}{360}$ ;
- 2)  $\frac{228 \cdot 13}{764^2 - 536^2}$ ;
- 3)  $\frac{52^2 - 48^2}{92^2 - 2 \cdot 92 \cdot 88 + 88^2}$ ;
- 4)  $\frac{23^6 \cdot 22^2 \cdot 24}{23^8 - 23^6}$ ;
- 5)  $\frac{25^5 - 25^4 \cdot 4}{5^8 - 5^7 + 5^6}$ ;
- 6)  $\frac{7^{11} - 7^{10} - 7^9}{67 \cdot 49^4 - 26 \cdot 7^8}$ .

**52.** Найдите значение числового выражения:  30

- 1)  $\frac{9^{30}}{3^{59}}$ ;
- 2)  $\frac{8^{40}}{2^{121}}$ ;
- 3)  $\frac{18^6}{6^7 \cdot 3^5}$ ;
- 4)  $\frac{24^{12}}{6^{11} \cdot 2^{24}}$ ;
- 5)  $\frac{57^3 + 57^2 \cdot 225 + 171 \cdot 75^2 + 75^3}{83^2 + 49^2 + 166 \cdot 49}$ ;
- 6)  $\frac{157^3 - 98^3}{157 \cdot 98 + 98^2 + 157^2}$ .

# Нахождение НОД двух чисел

Мы искали наибольший общий делитель чисел 153 и 187, однако точно так же для любых двух натуральных чисел  $n$  и  $m$  таких, что  $n > m$ ,

$$\text{НОД}(n; m) = \text{НОД}(n - m; m).$$

205. Пользуясь свойством делимости разности, найдите наибольший общий делитель чисел:

- 1) 70 и 42;      3) 579 и 582;      5) 482 и 484;  
2) 100 и 85;    4) 378 и 270;      6) 1001 и 998.

206. Сократите дробь:

- 1)  $\frac{90}{135}$ ;    2)  $\frac{42}{70}$ ;    3)  $\frac{56}{72}$ ;    4)  $\frac{84}{96}$ ;    5)  $\frac{65}{91}$ ;    6)  $\frac{45}{75}$ .

Решение. Разделим с остатком 52 338 на 276.

$$\begin{array}{r} 52338 \quad | \quad 276 \\ - 276 \phantom{00} \\ \hline 2473 \phantom{00} \\ - 2208 \phantom{00} \\ \hline 2658 \phantom{00} \\ - 2484 \phantom{00} \\ \hline 174 \end{array}$$

$$52\,338 = 276 \cdot 189 + 174,$$

52 338 – 276 · 189 = 174. Отсюда следует, что  $\text{НОД}(276; 52\,338) = \text{НОД}(276; 174)$ .

Продолжим последовательно упрощать задачу.

$$276 - 174 = 102, \text{ значит,}$$

$$\text{НОД}(276; 174) = \text{НОД}(174; 102).$$

$$174 - 102 = 72, \text{ значит,}$$

$$\text{НОД}(174; 102) = \text{НОД}(102; 72).$$

$$102 - 72 = 30, \text{ значит,}$$

$$\text{НОД}(102; 72) = \text{НОД}(72; 30).$$

$$72 - 30 \cdot 2 = 12, \text{ значит,}$$

$$\text{НОД}(72; 30) = \text{НОД}(30; 12).$$

$$30 - 12 \cdot 2 = 6, \text{ значит,}$$

$$\text{НОД}(30; 12) = \text{НОД}(12; 6).$$

$$12 = 6 \cdot 2, \text{ значит, } \text{НОД}(12; 6) = 6.$$

Ответ:  $\text{НОД}(276; 52\,338) = 6$ .

Рассмотренный приём поиска наибольшего общего делителя был разработан более 2000 лет назад великим древнегреческим математиком Евклидом.    44, 45

209•. 1) Найдите:

- а)  $\text{НОД}(378; 3850)$ ;      в)  $\text{НОД}(391; 1288)$ ;  
б)  $\text{НОД}(555; 703)$ ;      г)  $\text{НОД}(445; 5665)$ .

2) Сократите дробь:

- а)  $\frac{378}{3850}$ ;    в)  $\frac{391}{1288}$ ;    д)  $\frac{791}{1337}$ ;  
б)  $\frac{555}{703}$ ;    г)  $\frac{445}{5665}$ ;    е)  $\frac{712}{26\,760}$ .

# Свойства корней

8 класс

255. 1) Сформулируйте словами свойство  $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ .

2) Докажите данное свойство.

3) Вычислите:

а)  $\sqrt{81 \cdot 121}$ ;

д)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$ ;

б)  $\sqrt{0,64 \cdot 0,36}$ ;

е)  $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5}$ ;

в)  $\sqrt{225 \cdot 49}$ ;

ж)  $\sqrt{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt{0,2}$ ;

г)  $\sqrt{0,09 \cdot 0,25}$ ;

з)  $\sqrt{\frac{12}{5}} \cdot \sqrt{\frac{3}{5}}$ .  148

4) Чем отличаются выражения в столбцах?

256. Найдите значение выражения, представив подкоренное выражение в виде произведения квадратов:  152

1)  $\sqrt{32 \cdot 98}$ ;

3)  $\sqrt{0,03 \cdot 75}$ ;

2)  $\sqrt{162 \cdot 128}$ ;

4)  $\sqrt{0,12 \cdot 192}$

5)  $\sqrt{33 \cdot 15 \cdot 55}$ ;

8)  $\sqrt{40 \cdot 85 \cdot 34}$ ;

6)  $\sqrt{42 \cdot 35 \cdot 30}$ ;

9)  $\sqrt{(2^4 \cdot 5^4)^5}$ ;

7)  $\sqrt{63 \cdot 91 \cdot 52}$ ;

10)  $\sqrt{(3^4 \cdot 7^6)^3}$ .

257. Найдите значение выражения, представив произведение корней в виде корня:

1)  $\sqrt{3^9} \cdot \sqrt{3}$ ;

3)  $\sqrt{192} \cdot \sqrt{108}$ ;

2)  $\sqrt{2^5 \cdot 7} \cdot \sqrt{14}$ ;

4)  $\sqrt{250} \cdot \sqrt{40}$ .

258. 1) Сформулируйте словами свойство  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ .  153

2) Докажите, что данное свойство является тождеством.

3) Используя данное свойство, вычислите:

а)  $\sqrt{\frac{49}{81}}$ ;

в)  $\sqrt{\frac{63}{7}}$ ;

д)  $\sqrt{1 \frac{9}{16} \cdot 3 \frac{6}{25}}$ ;

ж)  $\sqrt{\frac{124}{31}}$ ;

б)  $\sqrt{\frac{20}{5}}$ ;

г)  $\sqrt{\frac{144}{169}}$ ;

е)  $\sqrt{3 \frac{1}{16} \cdot 1 \frac{11}{25}}$ ;

з)  $\sqrt{\frac{4,05}{5}}$ .

4) В каких выражениях используется свойство корня из частного, а в каких — свойство частного корней?  154

259. Найдите значение выражения:  155

1)  $\sqrt{\frac{49 \cdot 9}{625}}$ ;

3)  $\sqrt{\frac{(3^7 \cdot 8)^3}{32 \cdot 3^{17}}}$ ;

2)  $\sqrt{\frac{72 \cdot 162}{36}}$ ;

4)  $\sqrt{\frac{(125 \cdot 121)^{-10}}{25^{-13} \cdot 11^{-16}}}$ .

260. Вычислите:

1)  $\sqrt{313^2 - 312^2}$ ;

4)  $\sqrt{293^2 - 68^2}$ ;

2)  $\sqrt{73^2 - 48^2}$ ;

5)  $\sqrt{386,5^2 - 97,5^2}$ ;

3)  $\sqrt{160^2 - 96^2}$ ;

6)  $\sqrt{548,5^2 - 292,5^2}$ .



корпорация

**р**оссийский  
учебник

***Спасибо за внимание!***

**Муравин Георгий Константинович,  
Муравина Ольга Викторовна,  
E-mail: [olgamuravina@gmail.com](mailto:olgamuravina@gmail.com)  
Авторский сайт: [muravins.ru](http://muravins.ru)**