Организация профильного обучения средствами УМК по математике

Г.К.Муравин, кандидат педагогических наук,
почетный работник образования, ветеран труда,
автор УМК по математике для 1–11 классов

О.В.Муравина, кандидат педагогических наук,
доцент, профессор кафедры математического
образования Института развития образовательных
технологий, автор УМК по математике для 1–11 классов

27 февраля 2018, Москва

Вопросы учителей математики Алтайского края к вебинару

1. В чем преимущества УМК Г.К.Муравина, О.В.Муравиной в 10-11 классах перед другими УМК в изложении теоретического материала и подборе заданий для различных уровней подготовки учащихся?
2. Как авторы учебников алгебры и начал математического анализа оценивают доступность изложения материала в учебниках 10-11 классов?
3. Какие возможности есть у учителя, чтобы выстроить индивидуальные образовательные траектории по учебникам алгебры и начала математического анализа?
4. Как выстраивается развивающая линия обучения в УМК Г.К.Муравина, О.В.Муравиной в старших классах?

Понятие профильного обучения

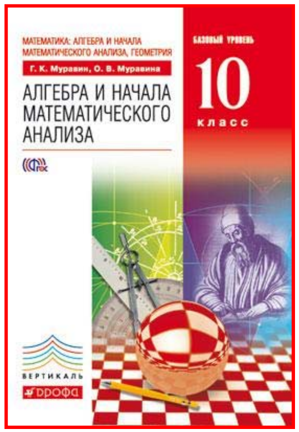
- **Профильное обучение** – система организации среднего образования, при которой в старших классах обучение проходит по разным программам или профилям с преобладанием тех или иных предметов.
- С 2003 г. в нескольких регионах РФ проходил эксперимент по введению профильного обучения.
- До 2010 года по Федеральной целевой программе развития образования планировался повсеместный переход на профильное образование в старшей школе по всей России.

Цели профильного обучения

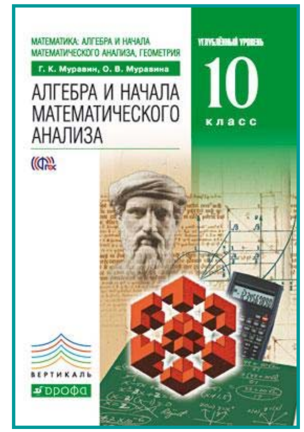
- Профильное обучение направлено на реализацию **личностно-ориентированного учебного процесса**. При этом существенно расширяются возможности выстраивания учеником **индивидуальной образовательной траектории**.
- Переход к профильному обучению преследует следующие основные **цели**:
- Обеспечить углубленное изучение отдельных предметов программы полного общего образования.
- Создать условия для существенной дифференциации содержания обучения старшеклассников с широкими и гибкими возможностями построения школьниками индивидуальных образовательных программ.
- Способствовать установлению равного доступа к полноценному образованию разным категориям обучающихся в соответствии с их способностями, индивидуальными склонностями и потребностями.
- Расширить возможности социализации учащихся, обеспечить преемственность между общим и профессиональным образованием, более эффективно подготовить выпускников школы к освоению программ высшего профессионального образования.

УМК по алгебре и началам математического анализа для 10-11 классов

Рабочие программы



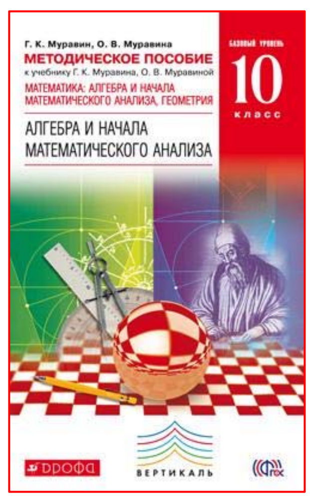
Учебники

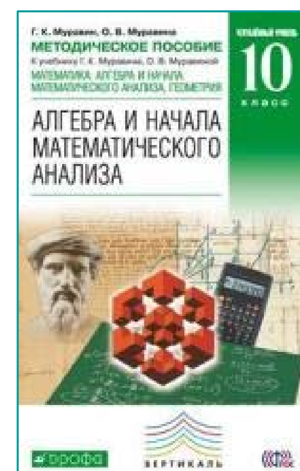


Электронные приложения

drofa-ventana.ru

Методические пособия





Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень. 10 класс. Учебник

и Описание Состав УМК

Книга доступна в форме:

Печатная Электронная

562 ₽ есть в наличии

Купить в My-shop

Загрузить электронное

Автор

Серия

Класс

Предмет

Издательство

Содержание

Введение

Глава 1. Функции и графики

Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень. 10 класс. Учебник

ки Описание Состав УМК

Книга доступна в форме:

Печатная Электронная

149 ₽ есть в наличии

Купить в LECTA

149 ₽ есть в наличии Купить в .pdf

Загрузить электронное приложение

Давайте вместе сделаем учебную продукци

Автор	Муравин Г.К., Муравина О.В.
Серия	Линия УМК Г.К. Муравина, К.С. Муравина, О.В. Муравиной. Ал начала математического анализа (10-11) (баз.)
Класс	10 класс
Предмет	Алгебра
Издательство	ДРОФА

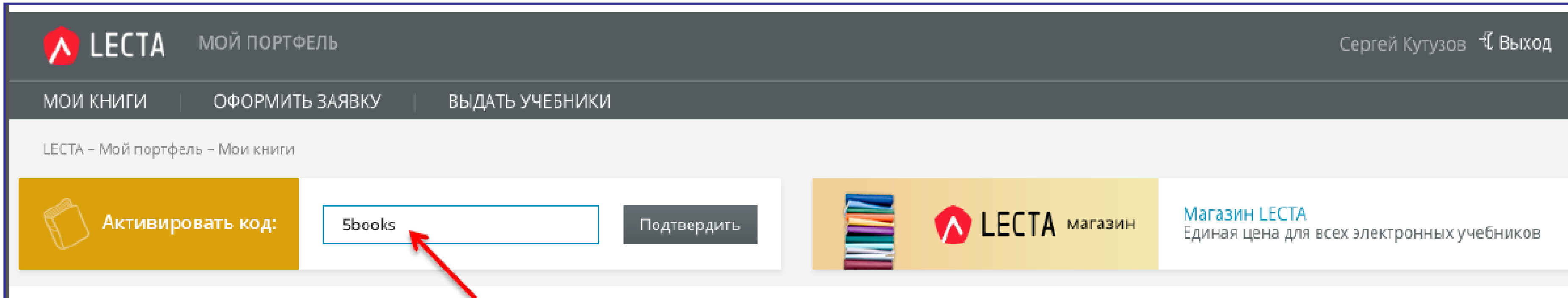
Содержание

Введение

Глава 1. Функции и графики

Электронные приложения

Бесплатный доступ к 5 любым ЭФУ на платформе LECTA



1. Зарегистрироваться на сайте https://lecta.ru
2. Подтвердить регистрацию и выполнить вход, используя свой логин и пароль
3. Активировать код **5books**
4. Выбрать учебники, нажав кнопку «выбрать» и «подтвердить»
5. Выбранные учебники доступны в Вашем портфеле. Для начала работы с учебником нажмите на обложку ЭФУ

Теперь Вы можете скачать приложение, войти под своим логином и паролем, скачать выбранные учебники и работать с ними без подключения к интернету

Концепция построения УМК по математике для 1-11 классов

Девиз "*Легко учить, интересно учиться!*"

Главные цели обучения

Развитие личности школьника средствами математики, подготовка его к продолжению обучения и к самореализации в современном обществе.

Основные принципы обучения

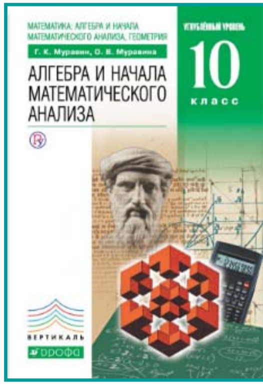
Принципы развивающего обучения
Принцип преемственности
Принцип опережающего формирования ориентировочной основы деятельности
Принцип разделения трудностей
Принцип укрупнения дидактических единиц

ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ УЧЕБНИКОВ АЛГЕБРЫ И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

– организация базового и углубленного изучения алгебры и начал математического анализа;
– реализация федерального государственного образовательного стандарта по математике на ступени среднего (полного) общего образования;
– подготовка выпускников к итоговой аттестации.

В 10 классе завершается линия элементарной математики.
В 11 классе изучаются элементы математического анализа.

Содержание учебников



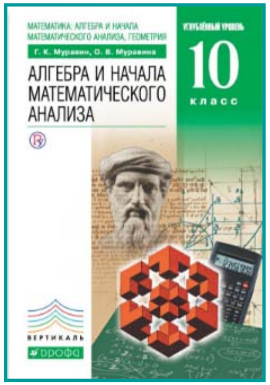
Содержание материала учебника в 10 классе

Глава 1. Функции и графики
Глава 2. Степени и корни
Глава 3. Показательная и логарифмическая функции
Глава 4. Тригонометрические функции
Глава 5. Вероятность и комбинаторика
Глава 6. Повторение

Содержание материала учебника в 11 классе

Глава 1. Непрерывность и пределы функции
Глава 2. Производная функции
Глава 3. Техника дифференцирования
Глава 4. Интеграл и первообразная
Глава 5. Уравнения, неравенства и их системы
Глава 6. Вероятность и статистика
Глава 7. Комплексные числа

Содержание учебников



Оглавление

Содержание учебников

МАТЕМАТИКА: АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА, ГЕОМЕТРИЯ

Г. К. Муравин, О. В. Муравина

АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ

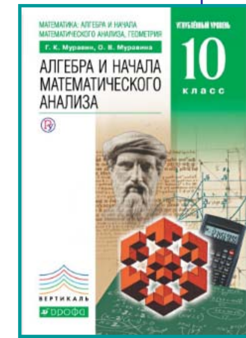
11 класс

Оглавление

Только в учебнике углублённого уровня

Особенности содержания углубленного курса

Дополнительный материал в 10 классе



– Графическое решение неравенств с двумя переменными (п.4).
– Решение степенных, показательных, логарифмических, тригонометрических уравнений и неравенств с параметром, уравнений с модулем (п.5-26).
– Расширение и сужение ОДЗ при решении уравнений и неравенств. Знаки равносильности и следования (п.30).

Дополнительный материал в 11 классе

– Функция Дирихле и функция Римана. Односторонняя непрерывность (п.1).
– Кванторы общности и существования. Функция, ограниченная сверху; функция, ограниченная снизу (п.2).
– Определение непрерывности и предел функции на языке $\varepsilon - \delta$. Запись математических утверждений с кванторами общности и существования (п.3).
– Метод математической индукции. Выведение производной степени (п.7).
– Определение числа *e* графическим способом и через предел последовательности (п.9).
– Дифференциальное уравнение гармонических колебаний (п.11).
– Формула объема тела вращения (конуса, шара, цилиндра). Объем пирамиды через составление интегральных сумм (п.12).
– Целые корни многочлена с целыми коэффициентами. Теорема Безу и схема Горнера. Уравнения, неравенства и их системы. Задания с параметрами (Глава 5).
– Комплексные числа. Геометрическое представление комплексного числа. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа (Глава 6).

Теоретический материал учебников

Глава 1

ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ

Вы уже знакомы с понятием функции из курса алгебры. Однако и в различных разделах математики, и в разных школьных учебниках определение функции даётся по-разному. Мы будем использовать одно из самых простых определений этого важнейшего математического понятия. С этим определением, а также с некоторыми связанными с понятием функции обозначениями и математическими терминами вы познакомитесь в первом пункте главы. Во втором пункте вы встретитесь с некоторыми уже знакомыми вам функциями и графиками, в третьем речь пойдёт о важных свойствах функций, часто применяемых при решении уравнений и неравенств, а в четвёртом — об основных преобразованиях графиков.

1. Понятие функции

В окружающем нас мире многие величины взаимосвязаны, например, количество букв на странице этого учебника зависит от номера страницы, время разморозки в СВЧ-печи зависит в основном от массы продукта, а площадь квадрата — от длины его стороны. Во всех трёх случаях каждому *допустимому* (возможному) значению второй из величин соответствует одно значение первой. Понятно, что в первом примере за номер страницы учебника можно взять любое натуральное число, не большее 285, во втором примере масса продукта ограничена рабочим объёмом печи, а длина стороны квадрата из третьего примера, конечно, положительна.

Мы привели здесь простые примеры зависимостей между двумя величинами. Однако на практике всё несколько сложнее. Так, например, время разморозки зависит не только от массы продукта, но и от его формы, и от мощности микроволнового излучения.

В математике обычно отвлекаются (абстрагируются) от физической природы величин и рассматривают зависимости между числовыми переменными.

Переменную y называют **функцией** переменной x, если каждому допустимому значению x соответствует единственное значение y.
Переменную x называют **аргументом** функции y.

Правило, по которому для каждого допустимого значения x находят соответствующее ему значение функции, обозначают какой-либо буквой. Так, например, чтобы указать, что значения y получают из значений x по правилу f, пишут:

$$y = f(x).$$

Множество допустимых значений аргумента называют **областью определения функции** и обозначают $D(f)$ или $D(y)$.
Множество, которое составляют все значения функции, называют **областью значений функции** и обозначают $E(f)$ или $E(y)$.

Пример 1. Найти область определения функции $y = \frac{4}{x}$ и вычислить значения функции при x, равном: 2, $\frac{3}{4}$, −6.

Решение. На аргумент x формула $y = \frac{4}{x}$ накладывает единственное ограничение: $x \neq 0$, поэтому областью определения данной функции является объединение двух числовых промежутков (интервалов): $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

Значение функции, которое соответствует, например, $x = 2$, обозначают $y(2)$:

$$y(2) = \frac{4}{2} = 2, \qquad y\left(\frac{3}{4}\right) = 4 : \frac{3}{4} = \frac{4 \cdot 4}{3} = \frac{16}{3}, \qquad y(-6) = \frac{4}{-6} = -\frac{2}{3}.$$

Ответ: $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$; $y(2) = 2$, $y\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{16}{3}$, $y(-6) = -\frac{2}{3}$.

Примечание 1. В этом примере правило, по которому по значению аргумента находят значение функции, было представлено выражением $\frac{4}{x}$. Такой способ задания функции называют ***аналитическим***. Этим способом задано большинство функций, которые встретятся вам на страницах этого учебника.

Другая ситуация с областью определения возникает, если, например, буквами x и y обозначены длины сторон в сантиметрах прямоугольника, имеющего площадь 4 см^2. Тогда в силу положительности длин область определения функции $y = \frac{4}{x}$ представит собой числовой интервал $(0; +\infty)$.

Примечание 2. Знак «$\cup$», который использовался для ***объединения*** промежутков, в математике объединяет любые множества, например: $\{1; 2; 3\} \cup \{3; 4\} = \{1; 2; 3; 4\}$.

Перевернув знак объединения, получим математический символ для ***пересечения*** множеств: $\{1; 2; 3\} \cap \{3; 4\} = \{3\}$. Если повернуть знак объединения «$\cup$» на 90°, то получим знак, который показывает, что все элементы одного из множеств являются элементами другого, например: $\{1; 2; 3\} \subset \{1; 2; 3; 4\}$. Как говорят в таких случаях, первое множество является ***подмножеством*** второго, или второе множество ***включает в себя*** первое.

Пример 2. Функция $y = f(x)$ (рис. 1) задана *графически*. Найти: 1) $D(f)$; 2) $f(-1)$; 3) значения аргумента, при которых значение функции равно 2; 4) нули функции; 5) наибольшее и наименьшее значения функции.

Решение. 1) Область определения этой функции — числовой промежуток $[-3; 6]$;

2) $f(-1) \approx -0{,}7$;

3) $f(x) = 2$ при $x \approx -2{,}9$, $x \approx 0{,}4$ и $x \approx 1{,}7$;

4) нули функции, т. е. значения x, при которых $f(x) = 0$:

$x \approx -2{,}3$, $x \approx -0{,}4$ и $x \approx 2{,}7$;

5) наибольшее значение функции: $\max f(x) = f(1) = 4{,}5$, наименьшее значение функции: $\min f(x) = f(6) = -3$.

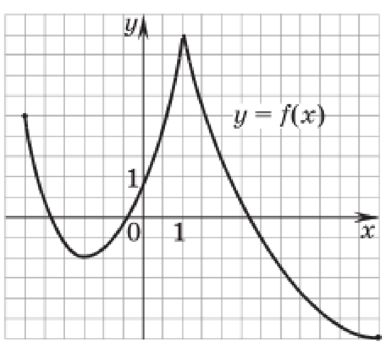


Рис. 1

Пример 3. На рисунке 2 изображён график функции $x = f(y)$, аргументом которой является переменная y. Является ли это множество точек координатной плоскости графиком функции y?

Решение. Чтобы некоторое множество точек координатной плоскости представляло собой график функции y, все эти точки должны иметь разные абсциссы — *любая прямая, перпендикулярная оси абсцисс, или имеет единственную точку, или не имеет ни одной общей точки с графиком функции y*. На рисунке вы видите, что ось ординат (прямая $x = 0$) пересекает данную кривую в двух точках, значит, эта кривая не является графиком функции y.

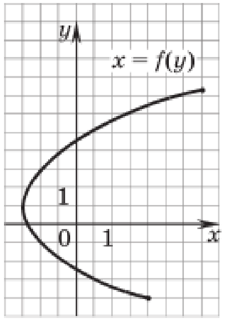


Рис. 2

Упражнения

1. Является ли y функцией x, если y — это:
1) дата, а x — температура воздуха в конкретном городе в 10 ч;
2) дата, а x — количество автомобилей, выпущенных за данные сутки заводом АВТОВАЗ;
3) атмосферное давление в данной точке земной поверхности, x — конкретное время суток?

2. Является ли y функцией x, если y — это площадь прямоугольника, а x его: 1) диагональ; 2) периметр; 3) отношение длин его сторон? Объясните свой ответ.

3. Является ли y функцией x, если y — это число десятых в десятичной записи числа x? Является ли x функцией y?

4.° Является ли y функцией x, если y — это двузначное число, а x — сумма его цифр? Является ли x функцией y?

5.° В книге 300 страниц. Петя каждый день прочитывает по 50 страниц этой книги. Обозначив буквой y количество непрочитанных Петей страниц, а буквой x — число дней, когда Петя читает данную книгу:
1) задайте аналитически функцию y;
2) укажите её естественную и реальную области определения.

6. Дана функция:

1) $f(x) = 2x + 3$; 3) $f(x) = x^2 + 3x + 4$;
2) $f(x) = -4x + 5$; 4) $f(x) = x^2 + 7x - 4$.

Найдите: а) $f(3)$; б) значения x, при которых $f(x) = 4$.

7. Правило f, задающее функцию $y = f(x)$, ставит в соответствие каждому двузначному числу x сумму его цифр y.

Найдите: 1) $D(f)$; 2) $f(17)$, $f(35)$, $f(59)$;
3) при каких значениях x функция $f(x)$ принимает значение, равное 3;
4) наибольшее и наименьшее значения функции;
5)* какое значение функции соответствует наибольшему количеству значений аргумента.

8. По каждому из графиков функций, изображённых на рисунках 3—8, найдите: 1) $D(f)$; 2) $E(f)$; 3) $f(-2)$;

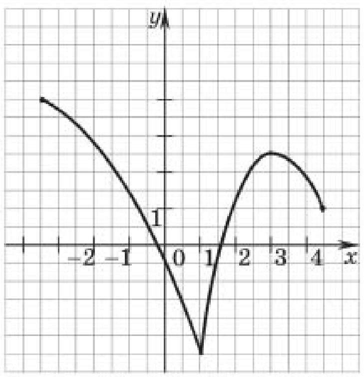


Рис. 3

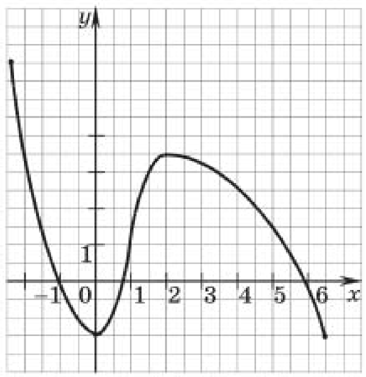


Рис. 4

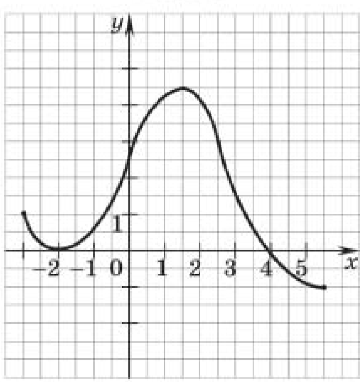


Рис. 5

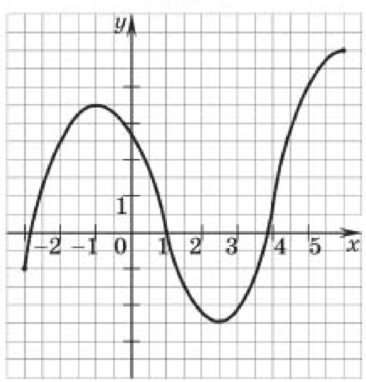


Рис. 6

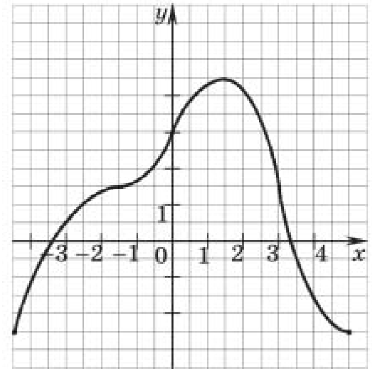


Рис. 7

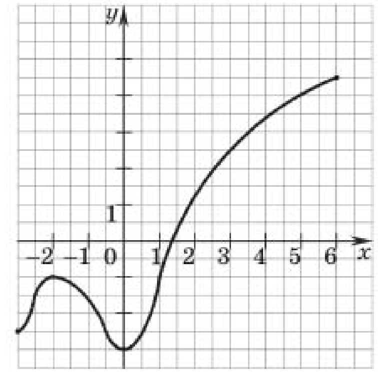


Рис. 8

4) при каком значении аргумента значение функции равно 3;
5) нули функции;
6) наибольшее и наименьшее значения функции.

9. Найдите область определения функции:

1) $y = 3x^2 - 5x + 1$; 4) $y = \dfrac{1}{(x-1)(x+2)}$;

2) $y = x^2 + \dfrac{3}{x} - 5$; 5) $y = \dfrac{1}{x^2 - 4}$;

3) $y = \dfrac{1}{(x-1)^2}$; 6) $y = \dfrac{1}{x^2 - 3x + 2}$.

10. 1) Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt{x} + 2$; д) $y = \sqrt{(x+2)(x-2)}$;

б) $y = \sqrt{x-3}$; е) $y = \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x+2}$

в) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x-4}}$; ж) $y = \sqrt{x+5} + \sqrt{x+3}$;

г) $y = \dfrac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x+3}}$; з) $y = \dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}}$.

2) С помощью калькулятора вычислите с точностью до сотых значения функций при x, равном $\sqrt{2}$, если это возможно.

11. На графике показано изменение температуры воздуха в некотором населённом пункте на протяжении трёх суток, начиная с 0 часов субботы. На оси абсцисс

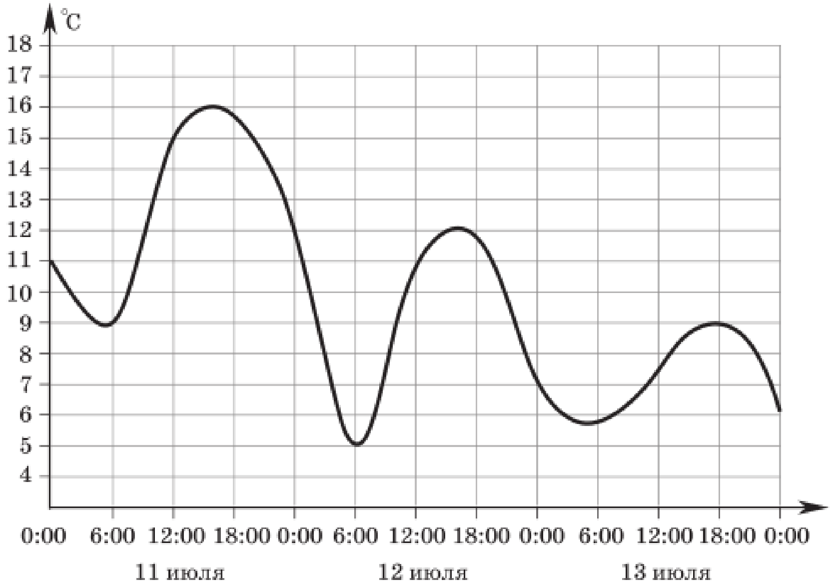


Рис. 9

отмечается время суток в часах, на оси ординат — значение температуры в градусах Цельсия (рис. 9).

1) Когда была самая высокая, а когда самая низкая температура?

2) Какая температура воздуха была в воскресенье в 12 ч?

3) Сколько раз в течение трёх дней температура была 9 °C?

4) Определите наименьшую температуру воздуха в ночь с субботы на воскресенье.

12. Из квадрата со стороной 10 см вырезаны квадратики со стороной x см, и из полученной фигуры сделана открытая коробка (рис. 10). Выразите объём V (см^3) этой

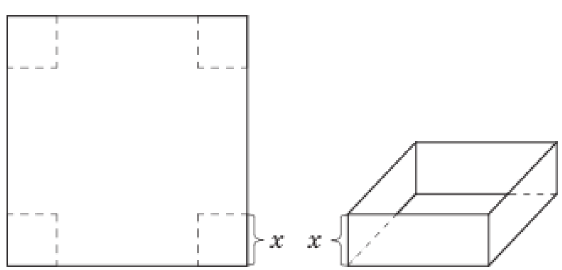


Рис. 10

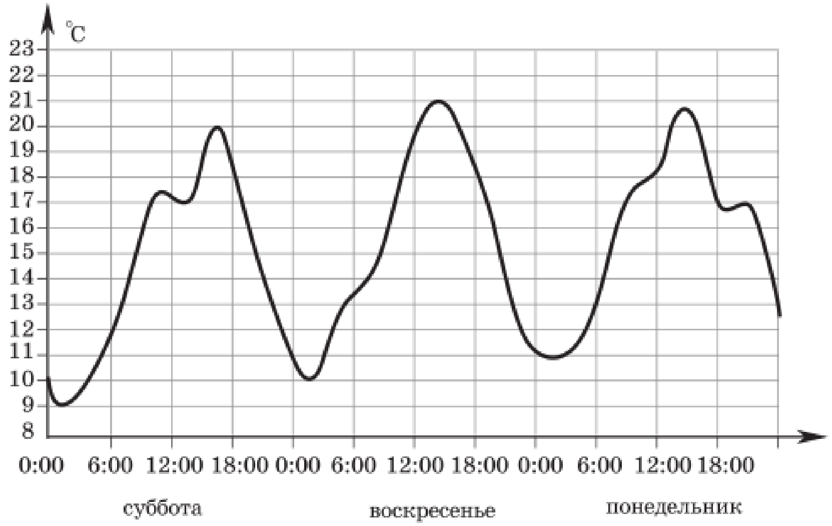


Рис. 11

коробки через x. Укажите область определения функции $y = V(x)$.

13. Постройте график какой-нибудь функции $f(x)$, для которой выполняются условия:

1) $D(f) = [-1; 5]$, $E(f) = [-3; 3]$;

2) $D(f) = [-3; 2]$, $E(f) = [-2; 4]$.

14. На графике (рис. 11) показано изменение температуры воздуха в некотором населённом пункте на протяжении трёх суток, начиная с 0 часов субботы. На оси абсцисс отмечается время суток в часах, на оси ординат — значение температуры в градусах Цельсия.

1) Когда была самая высокая, а когда самая низкая температура?

2) Какая температура воздуха была в воскресенье в 12 ч?

3) Сколько раз в течение трёх дней температура достигала 17 °C?

4) Определите наименьшую температуру воздуха в ночь с воскресенья на понедельник.

15. В математике за некоторыми числовыми множествами закреплены стандартные обозначения: $\boldsymbol{N}$ — множество натуральных чисел, $\boldsymbol{Z}$ — множество целых чисел, $\boldsymbol{Q}$ — множество рациональных чисел, $\boldsymbol{R}$ — множество действительных чисел, $\boldsymbol{R}_+$ — множество положительных действительных чисел.

Вставьте вместо многоточия один из знаков «$\cap$», «$\cup$», «$\subset$» так, чтобы получилось верное утверждение:
1) $N \ldots Q$; 2) $N \ldots R_+$; 3) $N \ldots Z = N$; 4) $R_+ \ldots Z = N$.

! Контрольные вопросы и задания

1. В каких случаях одна переменная является функцией другой?
2. Что такое естественная область определения функции?
3. Приведите пример функции, нуль которой больше, чем $f(0)$.
4. Найдите $D(y)$ и $y(3)$, если $y = \dfrac{\sqrt{x}}{x-1}$.

Маркировка заданий учебника

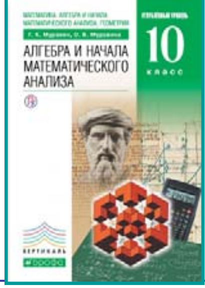
3. Является ли y функцией x, если y — это число десятых в десятичной записи числа x? Является ли x функцией y?

4. Является ли y функцией x, если y — это двузначное число, а x — сумма его цифр? Является ли x функцией y?

7. Правило f, задающее функцию $y = f(x)$, ставит в соответствие каждому двузначному числу x сумму его цифр y.
Найдите: 1) $D(f)$; 2) $f(17)$, $f(35)$, $f(59)$;
3) при каких значениях x функция $f(x)$ принимает значение, равное 3;
4) наибольшее и наименьшее значения функции;
5) какое значение функции соответствует наибольшему количеству значений аргумента.

158. Процент инфляции показывает, на сколько процентов (в среднем) выросли цены.
1) Выразите процент инфляции за x месяцев, если ежемесячная инфляция составляла 3%.
2) Вычислите с помощью калькулятора годовой процент инфляции.

№ 3 – стандартное задание, таких заданий в учебниках около 50%;
№ 4 – стандартное задание повышенной сложности – 25%;
№ 7 (1-4) – нестандартные задания, но решение доступно для всех учащихся, – 20%;
№ 7 (5) – нестандартное задание повышенной трудности – около 5%;
№ 158 – задание выполняется с помощью калькулятора.



Дополнительный материал

▼ **Пример 2.** Задать линейную функцию, график которой проходит через точки $(x_1; y_1)$ и $(x_2; y_2)$.

Р е ш е н и е. Любая линейная функция задаётся уравнением $y = kx + l$. Подстановка в это уравнение координат первой точки приводит к уравнению общего вида прямых, проходящих через точку $(x_1; y_1)$: $\begin{cases} y = kx + l, \\ y_1 = kx_1 + l, \end{cases}$ $\quad y - y_1 = k(x - x_1)$.

▼ Для тех, кто из курса геометрии знаком с понятием гомотетии, заметим, что график функции $y = ax^2$ получается из графика функции $y = x^2$ с помощью гомотетии с центром в начале координат и коэффициентом $\frac{1}{a}$ (рис. 33). Отсюда, в частности, следует, что все параболы подобны. △

2. Переход от графика функции $y = ax^2$ к графику функции $y = ax^2 + bx + c$ можно осуществить с помощью двух переносов параллельно осям координат. Сначала выделим квадрат двучлена из выражения $ax^2 + bx + c$:

$$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a} =$$
$$= a(x - x_0)^2 + y_0,$$

где $x_0 = -\frac{b}{2a}$ и $y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a}$.

Затем с помощью переноса на x_0, параллельно оси абсцисс, из графика функции $y = ax^2$ получим график функции $y = a(x - x_0)^2$, и, наконец, перенеся получившийся график параллельно оси ординат на y_0, придём к графику функции

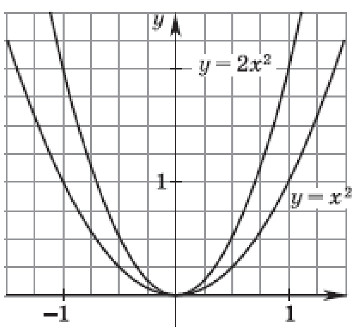


Рис. 33

▼ **Пример 4.** Изобразить множество точек координатной плоскости, координаты которых удовлетворяют неравенству $\dfrac{y^2 - x^2 + 2|x| - 1}{4 - x^2 - y} \geqslant 0$.

Р е ш е н и е. Будем решать эту задачу способом, напоминающим метод интервалов. Сначала отметим точки, координаты которых обращают в нуль числитель и знаменатель данной дроби:

$$y^2 - x^2 + 2|x| - 1 = 0, \quad y^2 = (|x| - 1)^2,$$
$$y = |x| - 1$$

или

$$y = -|x| + 1, \; 4 - x^2 - y = 0,$$
$$y = 4 - x^2.$$

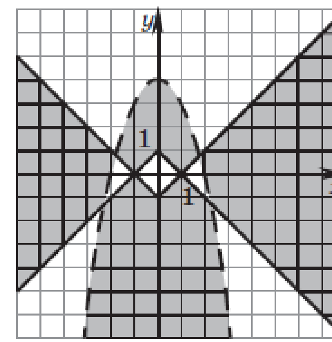


Рис. 38

Построенные линии разделили координатную плоскость на 10 областей, для координат точек каждой из которых дробь сохраняет знак (рис. 38). Остаётся определить знак дроби в каждой из областей или определить его в одной из областей и учесть, что при пересечении любой из линий дробь изменяет свой знак. Так, например, для точки $(0; 5)$ значение дроби отрицательно, следовательно, соответствующая область в искомое множество не входит, а соседние с ней входят — их следует закрасить.

П р и м е ч а н и е. Точки, в которых числитель дроби обращается в нуль, входят в искомое множество и изображаются сплошными линиями, а точки, в которых знаменатель обращается в нуль, — штриховыми. △

Интерактивы в ЭФУ

8. **Найдите область определения функции y:**

1) $y = 2x^2 - 7x + 9$;
2) $y = x^3 + \frac{5}{x} - 7$;
3) $y = \frac{1}{x^2 - 4}$;
4) $y = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$;
5) $y = \frac{1}{x^4 - 5x^2 + 4}$;
6) $y = \frac{1}{x^4 - 8x^2 - 9}$;
7) $y = \frac{1}{x - |x|}$;
8) $y = \frac{1}{x + |x|}$.

Понятие функции

Найдите область значений функции

$y = \frac{1}{\sqrt{x}}$

1 2 3

- $[1; +\infty)$
- $(-\infty; 0)$
- $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
- $(0; +\infty)$

11. **На графике (рис. 9) показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток, начиная с 0 часов 11 июля. На оси абсцисс отмечается время суток, на оси ординат — значение температуры в градусах.**
1) Когда была самая высокая, а когда самая низкая температура?
2) Какая температура воздуха была 12 июля в 18 ч?
3) Сколько раз в течение трёх дней температура достигала 12 °C?
4) Определите по графику, до какой наибольшей температуры прогрелся воздух 13 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Чтение графиков

Пользуясь графиком, ответьте на вопросы. (картинка)

1 2 3 4 5

На рисунке изображён график значений атмосферного давления в некотором городе за 3 дня. По горизонтали указаны дни недели, по вертикали – значения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба.

1) Какое наибольшее значение атмосферного давления было во вторник?

Ответ: 755 мм рт. ст.

2) Какое наибольшее значение атмосферного давления было в среду?

Ответ: 756 мм рт. ст.

3) Какое наибольшее значение атмосферного давления было за указанные три дня?

Ответ: 761 мм рт. ст.

4) Какое наименьшее значение атмосферного давления было за указанные три дня?

Ответ: 753 мм рт. ст.

Формулировки заданий

360. Какое из следующих выражений имеет значение $\frac{1}{\sqrt{3}}$:

1) $\sin 23° \cos 37° - \cos 23° \sin 37°$;
2) $\sin 54° \cos 24° - \cos 54° \sin 24°$;
3) $\frac{\operatorname{tg} 18° + \operatorname{tg} 12°}{1 - \operatorname{tg} 18° \operatorname{tg} 12°}$?

361. Верно ли, что значение данного выражения равно 1:
1) $\sin 126° \cos 36° - \cos 126° \sin 36°$;
2) $\cos 152° \cos 28° - \sin 152° \sin 28°$;
3) $\frac{\operatorname{tg} 14° + \operatorname{tg} 31°}{1 - \operatorname{tg} 14° \operatorname{tg} 31°}$?

383. 1) Докажите тождество

$$\cos 20° \cos 40° \cos 60° \cos 80° = \frac{1}{16}.$$

2) Попытайтесь придумать аналогичные тождества.

395. 1) Упростите выражение:
а) $\sin\alpha(\cos\alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha + \cos 7\alpha)$;
б) $\sin\alpha(\cos 2\alpha + \cos 4\alpha + \cos 6\alpha + \cos 8\alpha)$;
в) $\sin 2\alpha(\cos\alpha + \cos 5\alpha + \cos 9\alpha + \cos 13\alpha)$.
2) В чём особенность аргументов косинусов, стоящих в скобке? Какая связь между аргументами косинусов, стоящих в скобках, и аргументом синуса за скобками? Сравните закономерности, полученные в данном и предыдущем заданиях, и сделайте общий вывод.

396. 1) Вычислите, используя закономерности, найденные в двух предыдущих заданиях:
а) $\sin 10°(\sin 10° + \sin 30° + \sin 50°)$;
б) $\sin 20°(\cos 10° + \cos 50° + \cos 90° + \cos 130°)$;
в) $\sin 30°(\sin 10° + \sin 70° + \sin 130°)$.
2) Составьте самостоятельно несколько примеров, используя данные закономерности.

402. 1) Решите однородное уравнение:
а) $\sin x + \cos x = 0$;
б) $\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x\cos x = 0$;
в) $\sin^2 x + \sin x\cos x - 2\cos^2 x = 0$;
г) $\sin^2 x\cos^2 x - 3\cos^4 x = 0$.
2) Выделите особенности данных уравнений.
3) Какими ещё способами вы можете решить данные уравнения?

405. 1) Решите уравнение с помощью разложения на множители:
а) $(\cos x - 1)^2 = \cos^2 x - 1$;
б) $\cos x - \cos 2x = 1$;
в) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$;
г) $\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x = 0$.
2) Укажите, в каком задании при разложении на множители вы использовали: способ группировки, вынесение за скобки, формулы сокращённого умножения.

410. Определите, если возможно, тип уравнения. Наметьте план решения и выполните его.
1) $\sin^2 2x + 2\cos^2 2x = \frac{7}{4}$;
2) $3\cos^2 x + 4\sin x = 4$;
3) $\sin 2x - \sin x = 2\cos x - 1$;
4) $\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x\cos x = 0$;
5) $\sin^3 x\cos x - \sin x\cos^3 x = \frac{1}{4}$;
6) $\cos x + \sqrt{3}\sin x = 1$;
7) $\sin(x + \pi) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$;

Упражнения

176. Какие из фигур на рисунке 88 являются криволинейными трапециями?

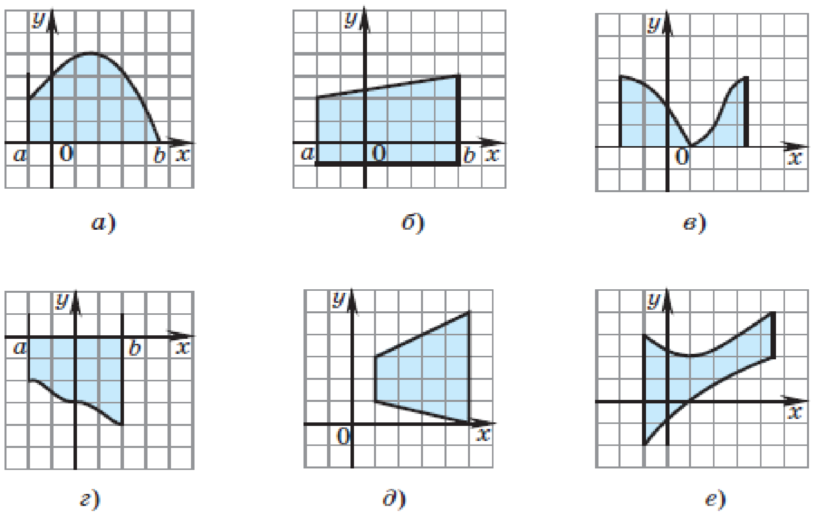


Рис. 88

177. В каких случаях полученная в результате преобразования фигура по-прежнему будет криволинейной трапецией, если криволинейная трапеция:
1) сдвигается:
а) влево; в) вниз;
б) вправо; г) вверх;
2) растягивается в k раз:
а) от оси абсцисс;
б) от оси ординат?
Изменится ли её площадь?

178. Выразите с помощью интеграла площадь S фигуры, ограниченной графиками функций $y = f(x)$, $y = g(x)$ и прямыми $x = a$ и $x = b$ (рис. 89). Как вы думаете, почему на рисунке не изображена ось абсцисс?

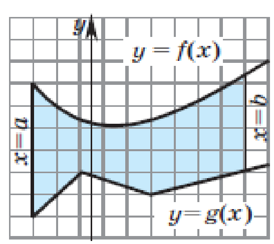


Рис. 89

179. Запишите площадь заштрихованных фигур с помощью интегралов (рис. 90).

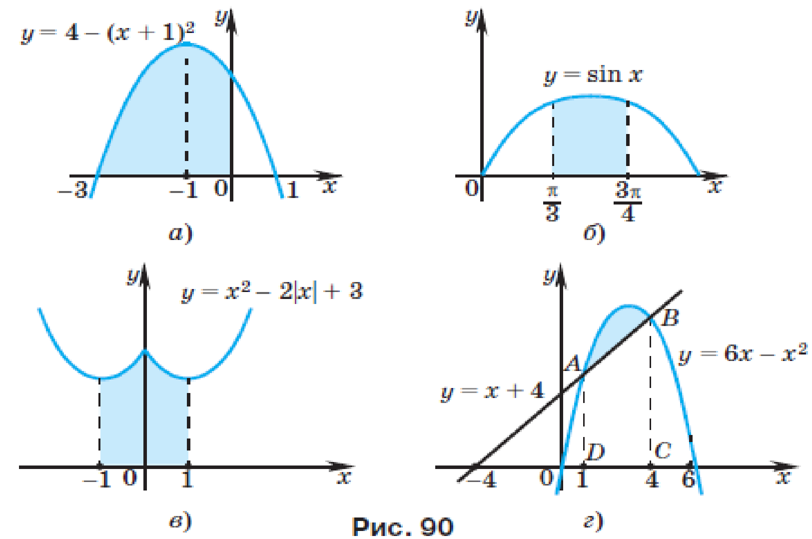


Рис. 90

180. Изобразите фигуру, площадь которой равна:

1) $\int\limits_{-2}^{0} (-x^3)\,dx$; 3) $\int\limits_{1}^{4} dx$;

2) $\int\limits_{0}^{\pi} \cos x\,dx$; 4) $\int\limits_{1}^{e} \ln x\,dx$.

181. Запишите формулы для вычисления площадей фигур на рисунке 91 с помощью интегралов.

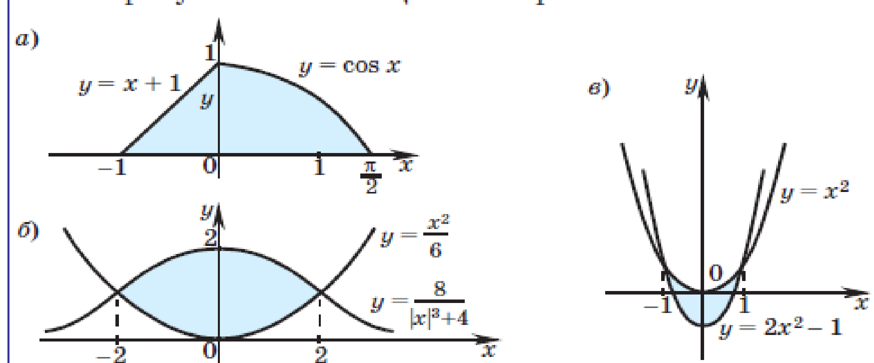


Рис. 91

182. Выразите площади фигур, изображённых на рисунке 92 через интегралы.

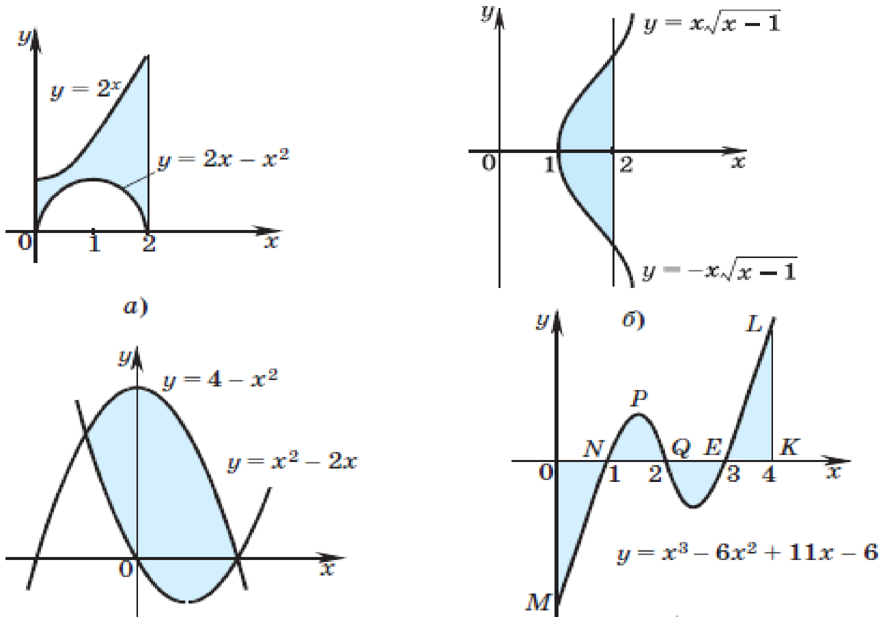


Рис. 92

183. Изобразите фигуру, ограниченную линиями:

1) $y = x^2 - 1$, $y = 0$;
2) $y = 1 - x^2$, $x = -3$, $x = 2$, $y = 0$;
3) $y = 2x^2 - 4x + 1$, $y = 6 - 2x - x^2$;
4) $y = 2^x$, $y = \sqrt{18 - x}$, $y = 0$, $x = -1$

и выразите её площадь через интеграл.

184. Выразите через интегралы объёмы тел, образованных вращением заштрихованных на рисунке 93 фигур вокруг оси абсцисс.

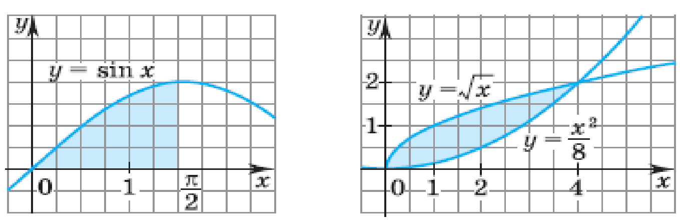


Рис. 93

Контрольные вопросы и задания

1. Что такое интегральная сумма, интеграл, границы интегрирования?
2. Какие условия должны выполняться, чтобы площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$, можно было выразить интегралом $\int_a^b (f(x) - g(x))\,dx$?
3. Выразите с помощью интегралов объёмы конусов, которые получаются в результате вращения прямоугольного треугольника с катетами 1 и 2 сначала вокруг меньшего, а затем вокруг большего катета.

13. Первообразная

Будем рассматривать площадь фигуры под кривой $y = f(x)$ как функцию $S(x)$. Действительно, каждому значению x из промежутка $(a; b]$ (рис. 94) соответствует площадь криволинейной трапеции $AXYD$. Приращению Δx (рис. 95) соответствует приращение ΔS — площадь заштрихованной криволинейной трапеции, которую при стремлении Δx к нулю можно заменить площадью прямоугольника, равной $f(x)\,\Delta x$.

Приращение функции при этом превратится в её дифференциал: $dS = f(x)\,dx$. Значит, $S'(x) = f(x)$.

Оказалось, что функция $S(x)$ имеет производную, равную функции $f(x)$, график которой ограничивает криволинейную трапецию сверху.

В математике для таких функций используют специальный термин.

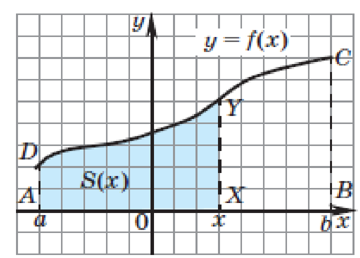


Рис. 94

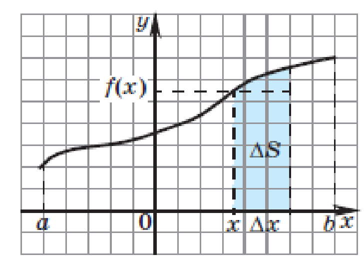


Рис. 95

Усиленная прикладная направленность курса

26. Для одного из предприятий-монополистов зависимость объёма спроса на продукцию q (единиц в месяц) от её цены p (тыс. р.) задаётся формулой: $q = 260 - 20p$. Определите максимальный уровень цены p (в тыс. р.), при котором значение выручки предприятия за месяц $r = qp$ составит не менее 720 тыс. р.

112. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры: $P = \delta S T^4$, где $\delta = 5{,}7 \cdot 10^{-8}$ — числовой коэффициент, площадь измеряется в квадратных метрах, температура — в градусах Кельвина, а мощность — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S = \frac{1}{16} \cdot 10^{16}$ м^2, а излучаемая ею мощность P не менее $46{,}17 \cdot 10^{17}$. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды.

113. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на большие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, сила Архимеда, действующая на аппарат, будет определяться по формуле: $F_A = \rho g l^3$, где l — линейный размер аппарата (длина ребра куба), $\rho = 1000$ кг/м^3 — плотность воды, а $g = 9{,}8$ Н/кг — ускорение свободного падения. Каковы могут быть максимальные линейные размеры аппарата (в м), чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении не будет превосходить 2 116 800 Н?

426. В 1838 г. изобретателем электрического телеграфа американцем Морзе для передачи телеграмм была придумана специальная азбука. Каждая буква азбуки Морзе записывается в виде последовательности точек и тире. Объясните, почему в азбуке Морзе буква «е» передаётся одной точкой, а буква «э» набором из пяти символов «..—..»?

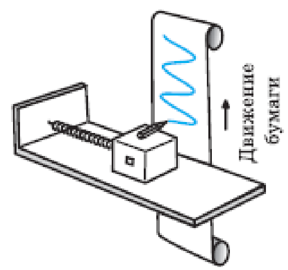


Рис. 91

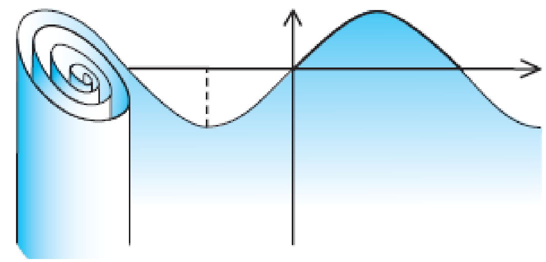


Рис. 92

Полученная кривая называется ***синусоидой***. Это первый график тригонометрических функций, который был опубликован уже в 30-х годах XVII в.

Синусоида — один из самых популярных графиков в физике. С ней непосредственно связано практически любое колебание. На рисунке 91 вы видите, что физический маятник на движущейся с постоянной скоростью бумажной ленте вычерчивает синусоиду.

Синусоиду образует и край срезанного наискось рулона бумаги (рис. 92).

Поверхность волн, как показано на рисунке 93, иногда напоминает синусоиду. Наверное, поэтому часть синусоиды длиной, равной периоду (например, на промежутке от 0 до 2π), называют волной синусоиды.

Усиленная прикладная направленность курса

10 класс

11 класс

Такие зависимости довольно широко распространены в окружающем нас мире. Приведём три примера из биологии, физики и экономики, приводящих к показательной функции.

Биология. В питательной среде бактерия кишечной палочки делится каждые 20 мин. Понятно, что общее число бактерий за каждый час увеличивается в 8 раз. Если в начале процесса была одна бактерия, то через x ч число N станет равным 8^x:

$$N(x) = 8^x.$$

Физика. Время, за которое распадается половина массы радиоактивного вещества, называют его периодом полураспада. У цезия-137, являющегося основным компонентом радиоактивного заражения местности после Чернобыльской катастрофы, период полураспада 30 лет. Значит, от начальной массы m_0 цезия через x лет останется $m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{30}}$:

$$m(x) = m_0 \cdot \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{30}}\right)^x.$$

Экономика. Если ежемесячно на банковский вклад, равный s_0 р., начисляется $p\%$, то через x месяцев вклад s станет равным $s_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^x$:

$$s(x) = s_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^x.$$

Найдём, например, на сколько процентов возрастёт банковский вклад за год, если ежемесячно банк начисляет на него 2%.

1. Сначала найдём, каким станет вклад через 12 месяцев:

$$s(12) = s_0 \cdot (1 + 0{,}02)^{12} = s_0 \cdot 1{,}02^{12} \approx 1{,}27 s_0.$$

2. Выясним, на сколько вырос вклад за год:

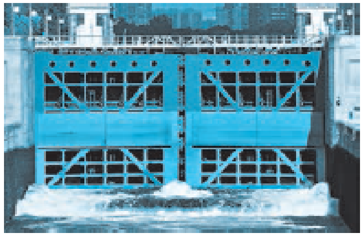
$$s(12) - s_0 = 1{,}27 s_0 - s_0 = 0{,}27 s_0.$$

3. Определим, сколько процентов от начального вклада составляет этот прирост:

$$\frac{s(12) - s_0}{s_0} \cdot 100\% = \frac{0{,}27 s_0}{s_0} \cdot 100\% = 27\%.$$

209. Скорость поезда, идущего под уклон, изменялась по закону $v(t) = 15 + 0{,}2t$ (м/с). Вычислите длину уклона, зная, что поезд прошёл его за 20 с.

210. Найдите давление воды на квадратный створ шлюза, полностью заполненного водой, если сторона квадрата равна 10 м.



211. Колонна представляет собой правильную четырёхугольную призму высотой 50 м, сторона основания которой равна 10 м. Найдите работу (в джоулях), затраченную при возведении колонны, если плотность составляющих её блоков равна a кг/м³.

229. Известно, что 5% всех мужчин и 0,25% всех женщин — дальтоники[1]. Если наугад выбранное лицо окажется дальтоником, то какова вероятность, что это мужчина? (Считать, что количество мужчин и женщин одинаково.)

233. Играющему в «Поле чудес» предлагают выбрать из трёх ящичков один, в котором лежит приз. После того как играющий сделал свой выбор, ведущий, который знает, в каком ящичке находится приз, показывает, что один из оставшихся двух ящичков пустой. Играющему предоставляется возможность изменить свой первоначальный выбор. Следует ли ему воспользоваться этой возможностью?

Усиленная линия геометрических задач

10 класс

65. В прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см вписан прямоугольник (рис. 36). Обозначив буквой x длину его стороны в сантиметрах, параллельной меньшему катету, выразите площадь S (см^2) прямоугольника. Укажите область определения и область значений функции $y = S(x)$.

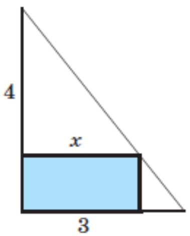


Рис. 36

11 класс

141. При каких размерах прямоугольный параллелепипед с квадратным основанием и площадью полной поверхности S имеет наибольший объём?

142. Из прямоугольной полосы жести шириной 4 дм требуется изготовить жёлоб прямоугольного сечения. Определите наибольшую площадь поперечного сечения жёлоба.

143. В прямоугольный треугольник с гипотенузой 24 см и углом 60° вписан прямоугольник, основание которого лежит на гипотенузе, а две вершины на катетах. Какими должны быть длины сторон прямоугольника, чтобы он имел наибольшую площадь?

144. Среди равнобедренных треугольников с данной боковой стороной a укажите треугольник наибольшей площади.

145. Найдите высоту и радиус основания цилиндра, имеющего наибольшую боковую поверхность из всех цилиндров, вписанных в конус с радиусом основания R и высотой H.

146. Найдите радиус основания цилиндра, имеющего наибольший объём из всех цилиндров, вписанных в шар радиуса R.

151. Нужно огородить проволочной сеткой длиной a прямоугольный участок, прилегающий к стене. Найдите размеры участка, при которых его площадь будет наибольшей.

152. Требуется изготовить из жести открытый цилиндрический сосуд вместимостью 2 л. Какой должна быть высота сосуда, чтобы расход жести был наименьшим?

153. Какими должны быть размеры цилиндрической консервной банки для того, чтобы она имела максимальный объём при расходе S м^2 жести на её изготовление?

204. Выведите формулу объёма прямого кругового конуса с радиусом основания R и высотой H.

205. Докажите, что объём шара радиуса R равен $\frac{4}{3}\pi R^3$.

206. Найдите размеры прямого кругового конуса наибольшего объёма, который вписан в сферу радиуса R.

207. Какой наибольший объём может быть у тела, образованного вращением равнобедренного треугольника с периметром $2p$ вокруг своего основания?

208. Найдите отношение высоты конуса к радиусу его основания, зная, что у него самый большой объём из возможных при его площади боковой поверхности.

Структура учебников 10-11 классов

В конце пункта

! Контрольные вопросы и задания

1. Какие две системы называют равносильными? Какие преобразования системы заведомо переводят её в равносильную?
2. Можно ли использовать знаки следования или равносильности при переходе к системе с новыми переменными?
3. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2^x + 2^y = 12, \\ x + y = 5. \end{cases}$

В конце главы

Вопросы для самооценки

1. Оцените результаты изучения этой главы. Довольны ли вы ими?
2. Что нового вы узнали в этой главе?
3. Как могут пригодиться вам эти знания в повседневной жизни?
4. Какие задания в этой главе были для вас самыми трудными? Почему?
5. Использовали ли вы при выполнении заданий дополнительные источники: справочники, пособия, интернет-ресурсы?
6. Обращались ли вы за помощью к одноклассникам, родителям, учителю?
7. Проверяли ли вы свои знания и умения по контрольным вопросам и заданиям к пункту?
8. Пользовались ли вы разделами «Ответы», «Советы» и «Решения», предметным указателем?

ТЕМЫ ПРОЕКТОВ

1. Метод математической индукции.
2. Задачи на максимум и минимум алгебраического, тригонометрического и геометрического содержания.
3. Несобственный интеграл. Понятие о несобственном интеграле. Вычисление несобственного интеграла. Нахождение площади неограниченной области.
4. Естественно-научные приложения закона больших чисел, в том числе законов Менделя.
5. Формула Кардано. Кубические корни из единицы. Метод Кардано решения кубического уравнения. Решение уравнений третьей и четвёртой степеней.
6. Возвратные уравнения. Уравнения, сводящиеся к квадратным и кубическим с помощью разнообразных замен переменных. Решение задач.
7. Комплексные корни из единицы. Алгебраическая и геометрическая характеристики корней из единицы. Первообразные корни. Функция Эйлера и ее свойства.

ДОМАШНИЕ КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Контрольная работа № 1 (к п. 1—4) (90 мин)

I уровень

1. Является ли y функцией x, если:

1) y — число учеников вашего класса, посетивших урок математики, а x — число учеников вашего класса, подготовившихся к этому уроку;

2) y — число учеников вашего класса, посетивших школу, а x — соответствующее число сентября;

3) x — натуральное число, а y — число, квадрат которого равен x;

4) x — натуральное число, а y — квадрат числа x?

Является ли в этих примерах x функцией y?

2. Функция $y = f(x)$ задана своим графиком (рис. 120). Найдите по графику:

1) область определения функции;

2) область значений функции;

3) промежутки возрастания и убывания;

4) значение x, при котором значение функции равно 3;

5) $f(-2)$;

6) нули функции;

7) наибольшее и наименьшее значение функции.

Задаёт ли этот график x как функцию y?

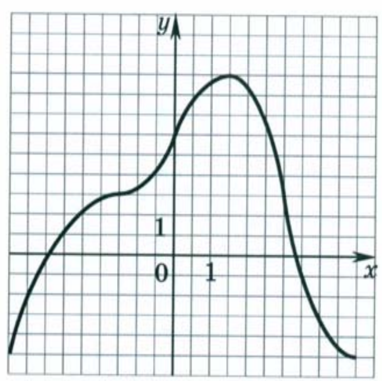


Рис. 120

3. Постройте график какой-нибудь непрерывной функции $y = f(x)$, если:

$D(f) = (-4; 3]$, её наибольшее значение равно 3, а наименьшее -2, функция убывает на промежутке $(-4; 1]$, а возрастает на промежутке $[1; 3]$.

4. Найдите область определения функции:

1) $y = \sqrt{\dfrac{x^3 - x}{x^2 + 2x - 3}}$; 2) $y = \sqrt{1 - x} + \sqrt{x + 3}$.

5. Разрывна ли кусочно-заданная функция

$$y = \begin{cases} x^2, & \text{при } x \leqslant 1, \\ 2 - x, & \text{при } x > 1? \end{cases}$$

Постройте её график.

6. С помощью каких преобразований из графика функции $y = \dfrac{1}{x}$ можно получить график дробно-линейной функции $y = \dfrac{2x - 1}{x + 1}$? Постройте её график.

II уровень

7. Определите с помощью графика, сколько корней имеет уравнение $\sqrt{1 - x} - x^2 - x + 1 = 0$.

8. Решите уравнение $\sqrt{x + 6} + \sqrt{x - 5} = 11$.

III уровень

9. Найдите наибольшее значение функции

$$y = \frac{1}{\sqrt{2x^2 + 6x + 9}}.$$

10. Постройте график функции $y = x^2 - 2|x| + 4$.

Структура учебников 10-11 классов

ОТВЕТЫ

Глава 1

Функции и графики

2. 1)—3) Нет.

3. y является функцией x, так как каждому числу x соответствует единственная цифра в разряде десятых; x не является функцией y, так как одну и ту же цифру в разряде десятых могут иметь разные числа.

4. y не является функцией x, так как одна и та же сумма цифр может быть у разных двузначных чисел, например сумма 7 у чисел 25 и 34; x является функцией y, так как каждому двузначному числу соответствует единственная сумма цифр.

5. 1) $y = 300 - 50x$. 2) Естественная область определения этой функции — множество действительных чисел, а реальная — натуральные числа от 1 до 6 включительно.

6. 1) а) 9; б) 0,5; 2) а) -7; б) 0,25; 3) а) 22; б) 0 и -3; 4) а) 26; б) 1 и -8.

7. 1) $D(f) = \{10; 11; \ldots; 98; 99\}$; 2) $f(17) = 8$, $f(35) = 8$, $f(59) = 14$; 3) $f(x) = 3$ при $x = 30$, $x = 21$ и $x = 12$; 4) $\max f(x) = f(99) = 18$, $\min f(x) = f(10) = 1$; 5) 9 и 10.

8. Ответы приближённые. Рис. 3: 1) $D(f) = [-3,5; 4,5]$; 3) $f(-2) = 2,8$; 4) $f(-2,2) = 3$; 5) $f(-0,25) = f(1,7) = 0$; 6) $\max f(x) = 4$, $\min f(x) = -3$; рис. 4: 1) $D(f) = [-2,4; 6,5]$; 3) $f(-2) = 3,2$; 4) $f(-1,9) = f(1,5) = f(3,5) = 3$; 5) $f(-1) = f(0,8) = f(5,8) = 0$; 6) $\max f(x) = 6$, $\min f(x) = -1,5$; рис. 5: 1) $D(f) = [-3; 5,5]$; 3) $f(-2) = 0$; 4) $f(0,2) = f(2,5) = 3$; 5) $f(-2) = f(3,9) = 0$; 6) $\max f(x) = 4,5$, $\min f(x) = -1$; рис. 6: 1) $D(f) = [-3; 6]$; 3) $f(-2) = 2,5$; 4) $f(-1,7) = f(-0,2) = f(4,6) = 3$; 5) $f(-2,8) = f(1) = f(3,8) = 0$; 6) $\max f(x) = 5$, $\min f(x) = -2,5$; рис. 7: 1) $D(f) = [-4,5; 5]$; 3) $f(-2) = 1,4$; 4) $f(0) = f(2,6) = 3$; 5) $f(-3,5) = f(3,3) = 0$; 6) $\max f(x) = 4,5$, $\min f(x) = -2,5$; рис. 8: 1) $D(f) = [-3; 6]$; 2) $f(-2) = -1$; 4) $f(3,5) = 3$; 5) $f(1,3) = 0$; 6) $\max f(x) = 4,5$, $\min f(x) = -3$.

СОВЕТЫ

Глава 1

Функции и графики

7. Подумайте, сколькими способами можно выбрать первую цифру двузначного числа.

18. Подумайте, какие целые (натуральные) значения x следует брать, чтобы значения y тоже оказались целыми (натуральными).

23. 3) Представьте себе, как расположена прямая по отношению к оси абсцисс.

24. Подумайте, каково в… данной функции и функции…

29. Не нужно вычислять… дения координат точек.

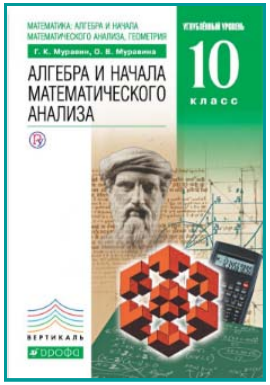
30. 2) Должны быть равн…

34. 1), 2) Можно примен… строить график. В 3) предс… мый график и запишите отве…

37. 4) Перед тем как при… ного уравнения, попробуйте… тов.

43. Найдите значения ле… данного отрезка и воспольз… функции.

44. 2), 4). При решении н… ветствующей функции вкл… При изображении этих нулей… изображать не «пустым», а ч…



РЕШЕНИЯ

Глава 1

Функции и графики

13. Высота коробки равна x, а в основании её квадрат со стороной $10 - 2x$. По формуле объёма прямоугольного параллелепипеда имеем $V = x(10 - 2x)^2 = x(2(5 - x))^2 = 4x(5 - x)^2$.

51. Возможность отсутствия корней можно проиллюстрировать примером. А для доказательства единственности заметим, что из условия $x_1 > x_0$, где $f(x_0) = g(x_0)$, следует, что $f(x_1) > f(x_0) = g(x_0) > g(x_1)$, а из условия $x_1 < x_0$ следует, что $f(x_1) < f(x_0) = g(x_0) < g(x_1)$. Значит, при $x_1 \neq x_0$ $f(x_1) \neq g(x_1)$, т. е. x_0 — единственный корень, что и требовалось доказать.

63. 3) Большему положительному значению подкоренного выражения соответствует меньшее значение функции y. Своё наибольшее значение подкоренное выражение принимает при $x = \dfrac{-1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)} = 2$. Это значение принадлежит промежутку $[-1; 3]$ и равно 4. Значит, наименьшее значение $y(2) = \dfrac{6}{\sqrt{4}} = 3$. Чем дальше x от числа 2, тем меньше значение подкоренного выражения. На указанном промежутке самая удалённая от 2 точка — это левый конец промежутка. Значение подкоренного выражения при $x = -1$, наименьшее на указанном промежутке, равно $\frac{7}{4}$. Значит, наибольшее значение

$$y(-1) = \frac{6}{\sqrt{7/4}} = \frac{12}{\sqrt{7}}.$$

Структура учебников 10-11 классов

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

СПИСОК ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСОВ

Босс В. Интуиция и математика. — М.: Книжный «ЛИБРОКОМ», 2012.
Вилейтнер Г. Хрестоматия по истории математики. Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010.
Виленкин Н. Я., Шибасов Л. П., Шибасова З. Ф. За стра ми учебника математики: Арифметика. Алгебра: по для учащихся 10—11 кл. — М.: Просвещение, 2008.
Гашков С. Б. Занимательная компьютерная арифметик тематика и искусство счёта на компьютерах и без н М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012.
Громов А. И., Савчин В. И. Математика для поступаю вузы: Учебное пособие. — М.: РУДН, 2008.
Клайн М. Математика. Утрата определённости. — М.: 1984.
Клайн М. Математика. Поиск истины. — М.: Мир, 198
Колмогоров А. Н. Математика — наука и профессия. ЛКИ, 2008.
Крамор В. С. Задачи на составление уравнений и мето решения. — М.: Оникс, Мир и Образование, 2009.
Лурье М. В. Тригонометрия. Техника решения задач. УНЦ ДО, 2006.
Мерзляк А. Г., Полонский В. Б., Якир М. С. Алгебраич тренажёр: Пособие для школьников и абитуриент М., Илекса, 2007.
Моденов В. П. Математика для школьников и абиту тов. — М.: ИКИ; Наука, Физматлит, 2002.

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Корни квадратного уравнения

$ax^2 + bx + c = 0\ (a \neq 0)$	$x_{1;\,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
$ax^2 + 2kx + c = 0\ (a \neq 0)$	$x_{1;\,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$
$ax^2 + bx + c = 0\ (a \neq 0)\ \boldsymbol{a + b + c = 0}$	$x_1 = 1,\ x_2 = \frac{c}{a}$
$ax^2 + bx + c = 0\ (a \neq 0)\ \boldsymbol{a - b + c = 0}$	$x_1 = -1,\ x_2 = -\frac{c}{a}$
Формулы Виета	
$x^2 + px + q = 0$	$x_1 + x_2 = -p,\ x_1 \cdot x_2 = q$

Разложение квадратного трёхчлена на множители

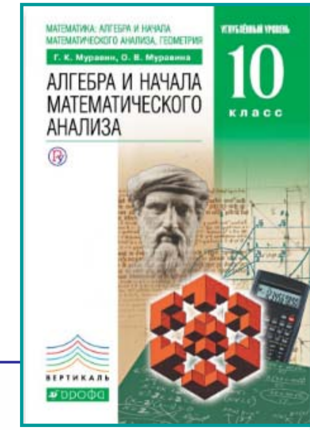
$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Координаты вершины параболы — графика квадратного трёхчлена $y = ax^2 + bx + c$

$$x_0 = -\frac{b}{2a}, \quad y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Разложение на множители многочлена n-й степени, имеющего корень x_1 (следствие из теоремы Безу)

$$P_n(x) = (x - x_1)P_{n-1}(x)$$



Методические пособия

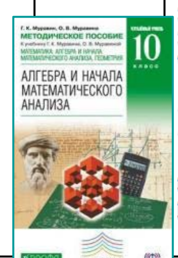
Содержание

10 класс (102 ч)

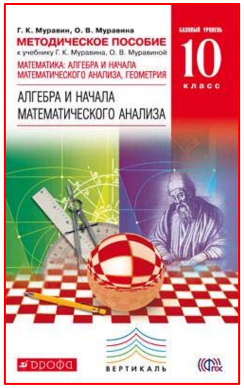
Содержание материала учебника	Количество часов	Характеристика основных видов учебной деятельности учащихся
Глава 1. Функции и графики	**17**	
1. Понятие функции Функция переменной x, аргумент функции. Область определения и область значений функции. Способы задания функции. Объединение и пересечение множеств. Знаки $\cap$ и $\cup$. Обозначение числовых множеств	3	Вычислять значения функции с помощью микрокалькулятора. Определять, находить и записывать функцию, область определения и область значения функции. Записывать множества с помощью знаков объединения и пересечения множеств. Задавать функцию с помощью таблицы, графика и формулы. Строить график линейной функции. Записывать функциональные зависимости к текстовой задаче с практическим и геометрическим содержанием. Записывать обозначения основных числовых множеств. Приводить примеры реальных явлений (процессов), количественные характеристики которых описываются с помощью функций. Использовать готовые компьютерные программы для иллюстрации зависимостей. Описывать свойства функции с опорой на ее график. Перечислять свойства

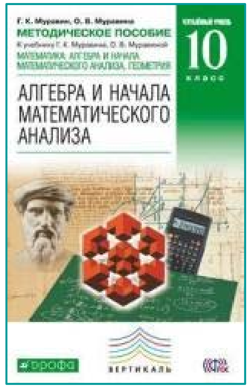
10 класс (136 ч)

Содержание материала учебника	Количество часов	Характеристика основных видов учебной деятельности учащихся
Глава 1. Функции и графики	**20**	
1. Понятие функции Функция переменной x, аргумент функции. Область определения и область значений функции. Способы задания функции. Объединение и пересечение множеств. Знаки $\cap$ и $\cup$. Обозначение числовых множеств	3	Вычислять значения функции с помощью микрокалькулятора. Определять, находить и записывать функцию, область определения и область значения функции. Записывать множества с помощью знаков объединения и пересечения множеств. Задавать функцию с помощью таблицы, графика и формулы. Строить график линейной функции. Записывать функциональные зависимости к текстовой задаче с практическим и геометрическим содержанием. Записывать обозначения основных числовых множеств. Приводить примеры реальных явлений (процессов), количественные характеристики которых описываются с помощью функций. Использовать готовые компьютерные программы для иллюстрации зависимостей. Описывать свойства функции с опорой на ее график. Перечислять свойства функции и иллюстрировать их с помощью графика



Методические пособия





Самостоятельная работа

Вариант 1

Задание 1. Найдите область определения функции:

а) $y = \dfrac{\sqrt{x+3}}{x^2-25}$; б) $y = \dfrac{3}{\sqrt{17x^2-11x-6}}$.

Задание 2. № 14 (4, а, б).

Вариант 2

Задание 1. Найдите область определения функции:

а) $y = \dfrac{\sqrt{3-x}}{36-x^2}$; б) $y = \dfrac{5x}{\sqrt{19x^2+11x-8}}$.

Задание 2. № 14 (3, а, б).

Ответы к самостоятельной работе

Вариант 1. **1.** а) $[-3;\ 5) \cup (5;\ +\infty)$; б) $\left(-\infty; \frac{6}{17}\right) \cup (1;$ $+\infty)$. **2.** а) $[-2; -1]$; б) $[0,5; 1]$.

Вариант 2. **1.** а) $(-\infty;\ -6) \cup (6;\ 3]$; б) $(-\infty;\ -1) \cup$ $\cup \left(\frac{8}{19}; +\infty\right)$. **2.** а) $[-2; 1]$; б) $[-0,5; 1]$.

ЗАЧЕТ ПО ТЕМЕ «ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ И ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИИ»

Задания для письменной части зачета

Вариант 1	Вариант 2
1. Вычислите:	
$\log_3 21 + \log_3 2 - \log_3 14$	$\log_{25} 33 - \log_{25} 55 - \log_{25} 15$
2. Решите уравнение:	
а) $2^x + 2^{x+3} = 9$; б) $\lg^2 x - 4\lg x - 5 = 0$	а) $5^x + 5^{x+2} = 26$; б) $\log_3^2 x - 3\log_3 x - 4 = 0$
3. Решите неравенство:	

Тест

1. Найдите значение выражения $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}} - \sqrt[3]{0,027} + \dfrac{2}{\sqrt{\frac{1}{4}}}$.

Ответы: а) 6,25; б) 4,6; в) 5,3; г) 5,2.

2. Решите уравнение $2\sqrt[4]{x-1} = 0,2$.

Ответы: а) 2,01; б) 1,0001; в) 1,1; г) 0,001.

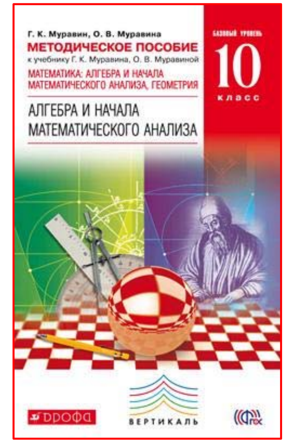
3. Выразите радиус R шара из формулы объема шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

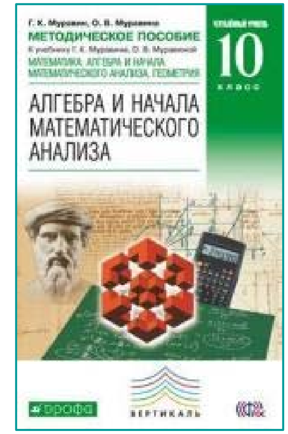
Ответы: а) $\sqrt[3]{\dfrac{3V}{4\pi}}$; б) $\sqrt[3]{\dfrac{3\pi}{4V}}$; в) $\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{3V}{\pi}}$; г) $\sqrt[3]{\dfrac{4\pi}{3V}}$.

4. Упростите выражение $\dfrac{\sqrt[4]{a^2 \cdot \sqrt[3]{a}}}{\sqrt{a}}$.

Ответы: а) $\sqrt[7]{a^3}$; б) $\sqrt[6]{a}$; в) $\sqrt[12]{a}$; г) $\sqrt[6]{a^7}$.

Аудиторные контрольные работы находятся в методических рекомендациях и построены по структуре ЕГЭ





Вариант 1.

I *уровень*. В заданиях 1–5 укажите номер ответа, который вы считаете верным.

1. Укажите область значений функции $y = \frac{x^2-1}{x^2}$.

Ответы: 1) $(-\infty; 0)$; 2) $(-\infty; 1)$; 3) $(0; +\infty)$; 4) $(1; +\infty)$.

2. Решите неравенство $\frac{6}{x} + \frac{6}{x+1} \le 5$.

Ответы: 1) $-1<x\le 0{,}6$ и $0<x\le 2$; 2) $x\le -0{,}6$ и $x\ge 2$; 3) $x<-1$ и $-0{,}6\le x<0$ и $x\ge 2$.

3. Укажите функцию, область определения которой – промежуток $(-\infty; -2)$.

Ответы: 1) $f(x) = \sqrt{\frac{-3}{2+x}}$; 2) $h(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$; 3) $p(x) = \sqrt[4]{\frac{2-x}{4+x^2}}$.

4. Найдите наименьшее значение функции $y = 2x^2 - 8x + 3{,}1$.

Ответы: 1) 0; 2) –4; 3) –5,1; 4) –4,9.

5. Какая из функций, заданных графиком (рис.6.), воз промежутке $[a;b]$?

Ответы: 1); 2); 3); 4).

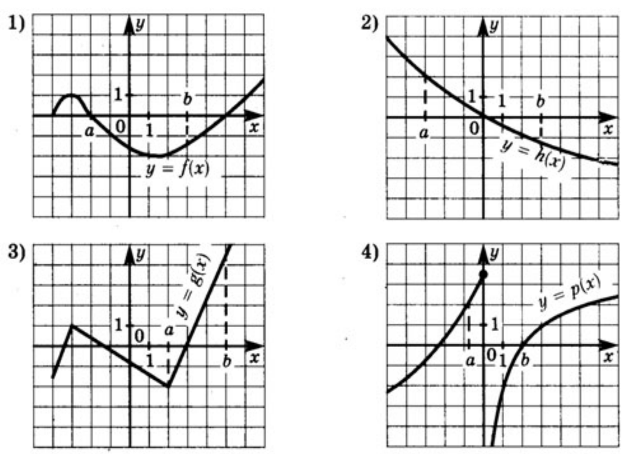


Рис.6.

II *уровень*

6. 1) Изобразите график какой-нибудь функции $y = f(x)$, непрерывной на отрезке $[1; 4]$ так, чтобы одновременно выполнялись условия:

а) $x = 3$ – нуль функции;

б) функция убывает на отрезке [1; 2] и возрастает на отрезке [2; 4].

2) Сколько корней имеет уравнение $f(x) = 0$ на отрезке [1; 4]?

3) В какой точке функция принимает свое наименьшее значение?

7. Запишите уравнение, задающее геометрической место точек, равноудаленных от точек $A(-2; 1)$ и $B(6; 3)$.

III *уровень*

8. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{1}{\sqrt{3 + x - \frac{1}{4}x^2}}$.

9. Постройте график функции $y = \left|4|x| - 3 - x^2\right|$.

Методические пособия

Предметные результаты обучения: вычислять значения функции с помощью микрокалькулятора; определять, находить и записывать функцию, область определения и область значения функции; записывать множества с помощью знаков объединения и пересечения множеств; задавать функцию с помощью таблицы, графика и формулы; строить график линейной функции; записывать функциональные зависимости к текстовой задаче с практическим и геометрическим содержанием; записывать обозначения основных числовых множеств.

Метапредметные результаты обучения: строить графики, считывать информацию с графиков функций и использовать ее в познавательной и социальной практике.

Устная работа

1. Является ли функция непрерывной на всем множестве действительных чисел?
2. Является ли функция разрывной? Укажите точки разрыва. Определена ли функция в точке разрыва?
3. Имеет ли график функции вертикальную, горизонтальную асимптоты?

№ 70 (1). Решение. График функции $y = x^n$ проходит через точку A (7; 343) при $n = 3$, так как $343 = 7^3$. *Ответ*: такое n существует.

В 11 классе в профильном варианте в связи со второй производной рассматривается понятие выпуклой и вогнутой функции. Но некоторые задачи, которые в профильном классе решают с помощью производных можно рассмотреть и на базовом уровне.

Задание. Сравнить значения выражений

$$\sqrt[100]{2018}+\sqrt[100]{2021} \text{ и } \sqrt[100]{2017}+\sqrt[100]{2022}.$$

Решение основано на наглядном представлении о том, что по мере удаления от начала координат равным приращениям аргумента выпуклой функции $y=\sqrt[100]{x}$ соответствуют все уменьшающиеся ее приращения:

$$\sqrt[100]{2018}-\sqrt[100]{2017}>\sqrt[100]{2022}-\sqrt[100]{2021}.$$

В профильном варианте упомянутое свойство выпуклой функции можно обосновать с помощью теоремы Лагранжа.

Затем проводится серия самостоятельных работ:

С1: № 9 (2), № 10 (1, б) → Проверка → фронтально № 10 (1, ж).

С2: № 10 (1. в, г) → Проверка.

ЗАЧЕТ ПО ТЕМЕ «ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ»

Инструкция к проведению зачета

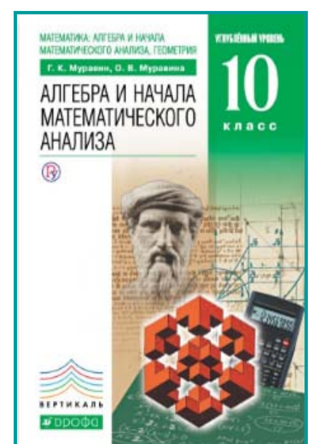
Зачет проводится по двум вариантам заданий, которые могут быть записаны на доске или на карточках. Ученики, первыми выполнившие все задания, подходят с работой к учителю. Учитель проверяет

Рабочие программы

СОДЕРЖАНИЕ

Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень. 10—11 классы

Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Углубленный уровень. 10—11 классы



Результативность обучения по УМК

В классе 17 человек, из них 6 человек сдавали профиль. Средний балл: база - 4, профиль - 72 (от 64 до 84). Учитывая, что состав класса в этом году сильным назвать нельзя, результат получился хорошим.
Лосева Н.Р. [ntlly@mail.ru]

В 11 классе было 17 человек. Сдали экзамен по математике все. На базовом уровне сдавали 7 человек. Сдали на "5"- 1 человек, на "4" - 4 человека, "3" - 2 человека. Профильный уровень сдавали 12 человек, высший балл - 68. Средний балл - 40.
Светлана Гудилина [stik879@bk.ru]

В моем классе 24 учащихся. Базовый уровень сдали 6 учащихся: одна "3", одна "4", четыре "5". Профильный уровень сдали 18 учащихся. Наименьший балл 27, а наибольший - 80. Средний балл по профильному уровню составляет 60 баллов. По УМК Муравиных продолжу работу в 9 классе на следующий учебный год.
Кундичева Л.А. [kundicheva56@mail.ru]

Большое спасибо за УМК!!! Я в этом году выпускаю класс, который с 5 класса учился по Вашим УМК, прекрасный класс, на районных олимпиадах им равных уже который год нет. Прекрасно работается по Вашим учебникам, самое главное, ребята не нуждаются в репетиторах.
Васецкая Татьяна [tat-dim@yandex.ru]

Краснодарский край, ст. Каневская. Средний балл 51,48, наибольший балл 74.
Дундукова Т. [dundukovata@yandex.ru]

Все мои ребята сдавали профиль, средний балл 51,34, в районе средний балл - 43, в области - 44,64, по России – 49,56.
Щербань С. [scherban.sweta@yandex.ru]

В чем преимущества УМК Г.К.Муравина, О.В.Муравиной в 10-11 классах перед другими УМК в изложении теоретического материала и подборе заданий для различных уровней подготовки учащихся?

- Обоснованная последовательность изучения материала.
- Разработанная эффективная методика изучения разного материала.
- Выстроенная система заданий в каждой теме (по принципу укрупнения дидактических единиц или разделения трудностей).
- В УМК реализовано развивающее обучение математике (постановка проблем, открытие нового знания, обучение на высоком уровне трудности, разнообразные формулировки заданий и др.).

Какие возможности есть у учителя, чтобы выстроить индивидуальные образовательные траектории по учебникам алгебры и начала математического анализа?

- Разделение материала на обязательный и дополнительный.
- Маркировка системы заданий.
- Интерактивы в ЭФУ.
- Контрольные вопросы и задания пункта.
- Раздел «Ответы. Советы. Решения».
- Уровневые домашние контрольные работы.
- Список дополнительной литературы и интернет-ресурсов.
- Темы проектов.
- Предметный указатель.
- Справочные материалы.

Авторский сайт: muravins.ru

Легко учить, интересно учиться!

Сайт авторов УМК по математике для 1-11 классов
Г.К.Муравина и О.В.Муравиной

Об авторах | Отзывы | Фотоальбом | Почта

Новости

Вебинары

Начальная школа

УМК по математике

Информация об учебниках

Документы

Главной целью сайта является оказание методической помощи учителям математики, работающим по нашим УМК.

На сайте вы можете:

- познакомиться с нами,
- нашими учебниками и другими пособиями УМК, а также с интересными и актуальными публикациями об образовании;
- изучить нормативные документы, регламентирующие деятельность учителя;
- задать любой вопрос, обсудить интересующую проблему преподавания математики.

Публикации

Рабочие программы

Конспекты уроков

Контрольные работы

Цифровые образовательные ресурсы

Вебинары

Смотрите вебинары по нашему УМК
для учителей начальных классов и для учителей математики
на сайте Корпорации "Российский учебник" ("ДРОФА"-"ВЕНТАНА")

26.03.2018. Проектная деятельность в обучении математике.
Докладчики: Муравин Г.К., Муравина О.В.

05.03.2018. Проектная деятельность в обучении математике младших школьников.
Докладчики: Муравин Г.К., Муравина О.В.

Конспекты уроков

Эта страничка сайта создана в помощь учителям начальных классов и учителям математики, работающих по нашему УМК.

На этой странице размещены конспекты открытых уроков учителей, работающих по нашему УМК.

Вы тоже можете прислать свои лучшие конспекты и поделиться своими наработками с коллегами.

Конспекты уроков можно скачать вместе с презентациями на сайте Корпорации "Российский учебник" (ДРОФА-ВЕНТАНА). **Посмотреть!**

1 класс

Тема "Двузначные числа до 20" (п. 45)

Презентация к уроку

Л. А. Петрова, учитель начальных классов МБОУ «Коротоякская СОШ», с.Коротояк

корпорация
российский учебник

123308, Москва, ул. Зорге, д. 1
(495) 795-0535, 795-0545, info@rosuchebnik.ru
rosuchebnik.ru | **росучебник.рф**

Нужна методическая поддержка?

Методический центр 8-800-2000-550 (звонок бесплатный), metod@rosuchebnik.ru

Хотите купить?

book 24
Официальный интернет-магазин учебной литературы
book24.ru

Отдел продаж
sales@rosuchebnik.ru

LECTA
Магазин электронных учебников
lecta.ru

Хотите продолжить общение?

youtube.com/user/drofapublishing
vk.com/ros.uchebnik
www.fb.com/rosuchebnik
www.ok.ru/rosuchebnik

Остались вопросы?

Служба поддержки 8-800-700-64-83 (звонок бесплатный), help@rosuchebnik.ru

корпорация
российский
учебник

Спасибо за внимание!

Муравин Георгий Константинович,
Муравина Ольга Викторовна,
E-mail: olgamuravina@gmail.com
Авторский сайт: muravins.ru