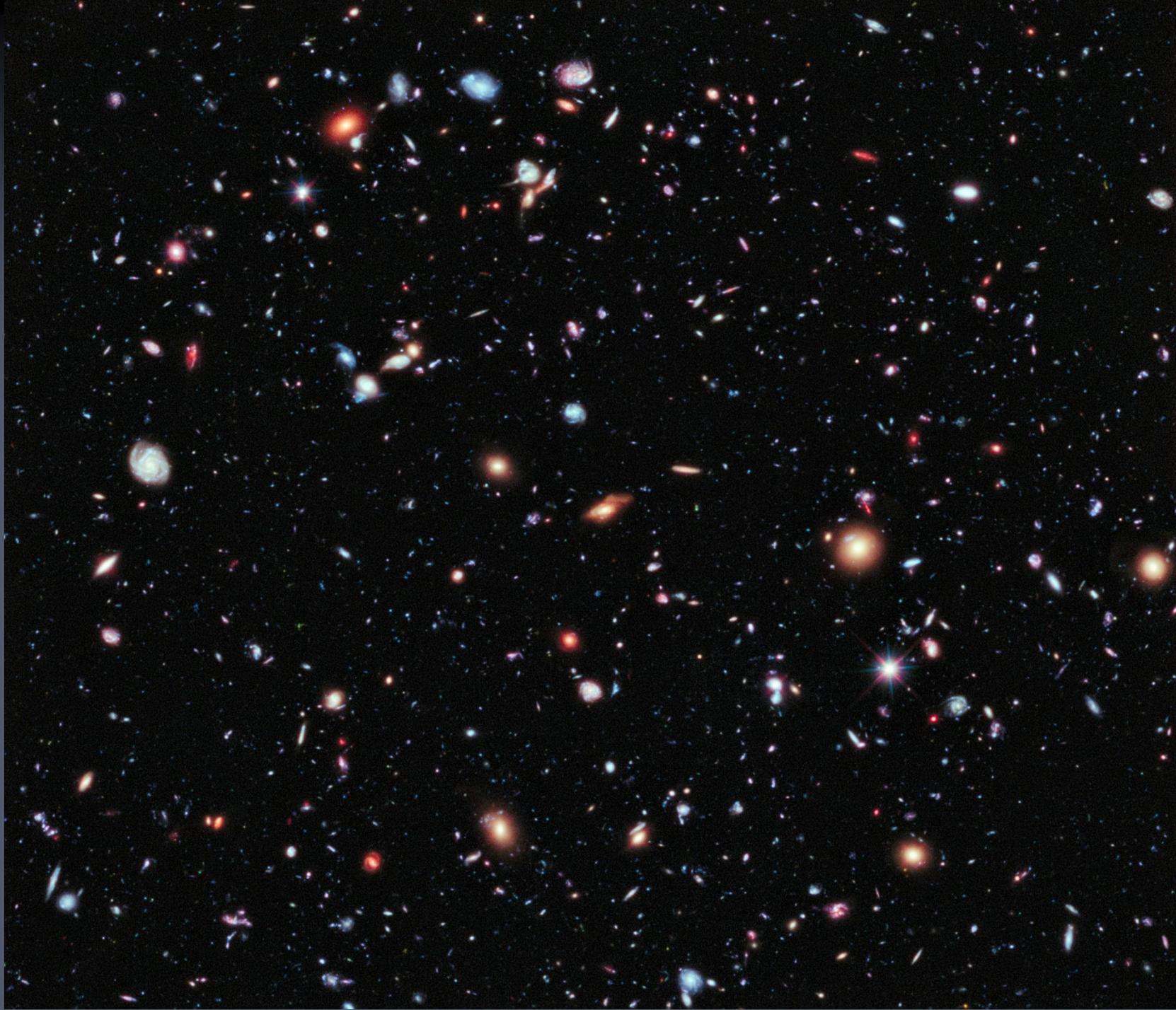


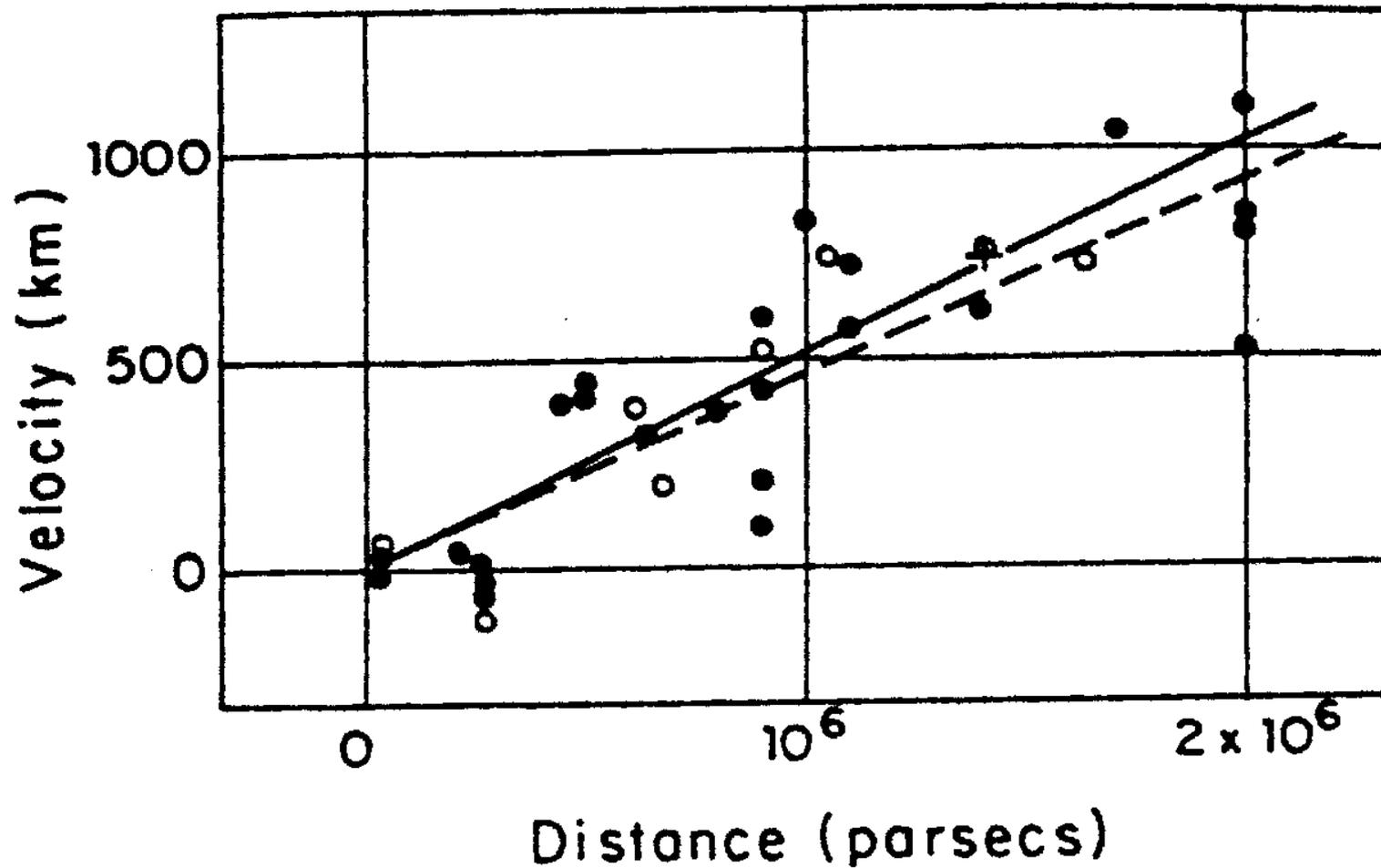
# Космология - 2

Сергей Попов  
(ГАИШ МГУ)



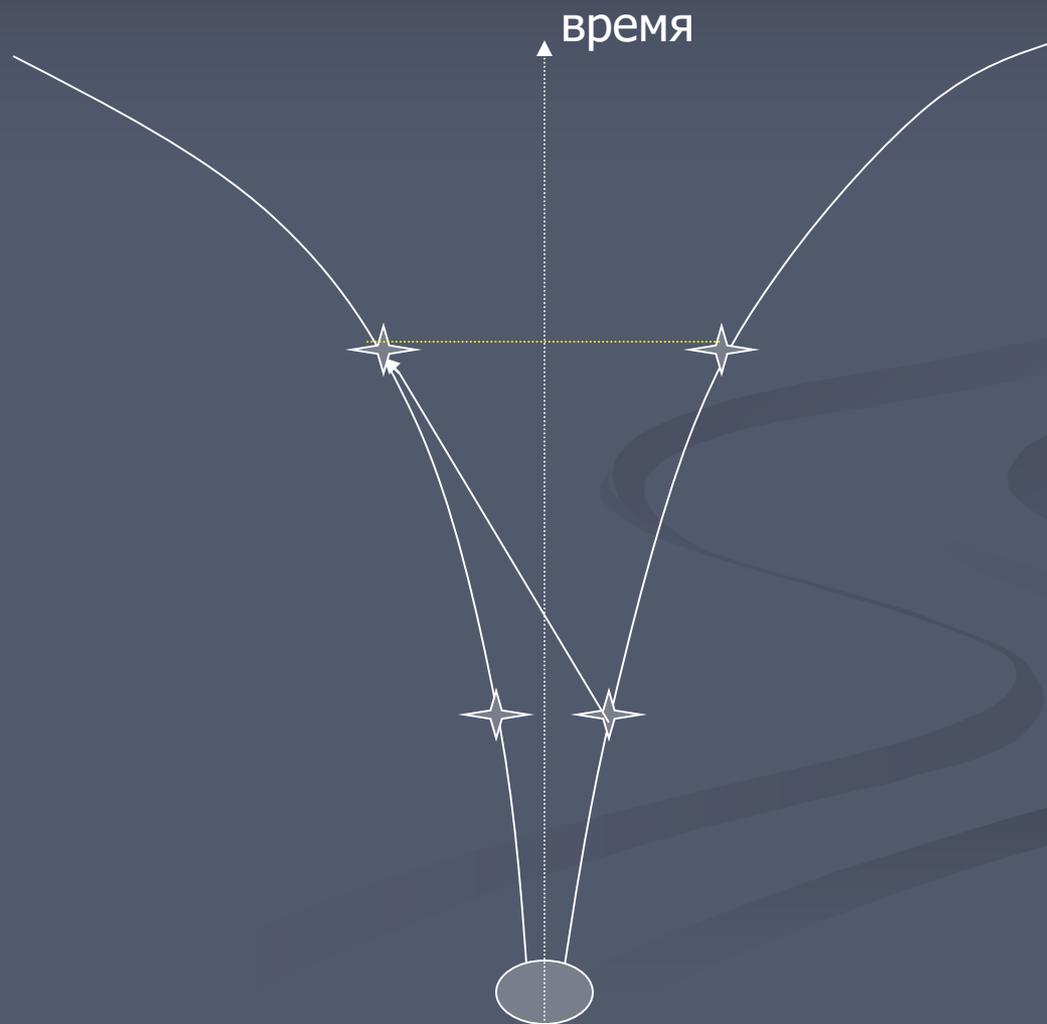


# Расширение вселенной

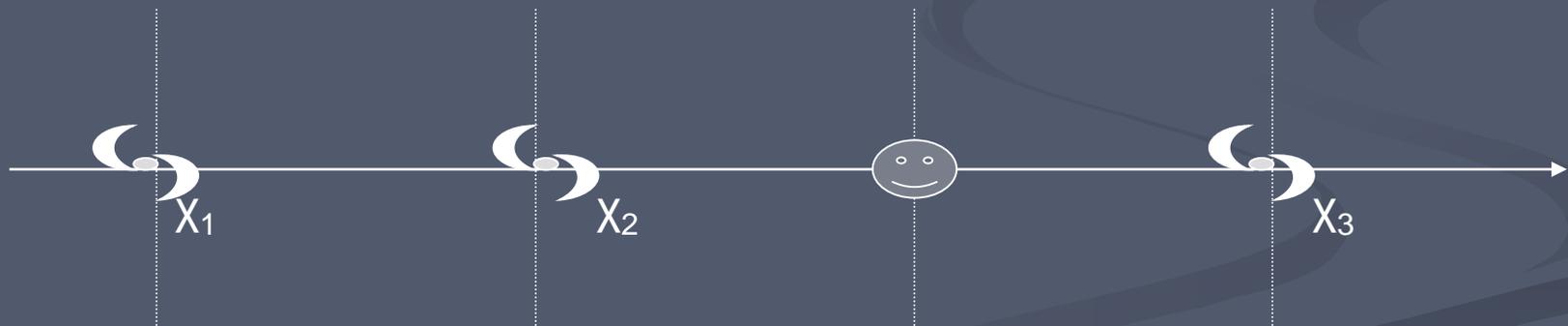
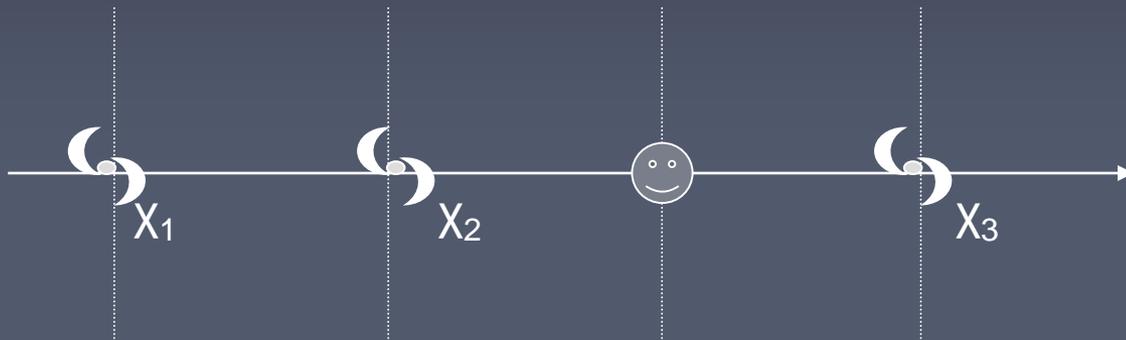


Хаббл 1929 г.

# Особенности в космологии

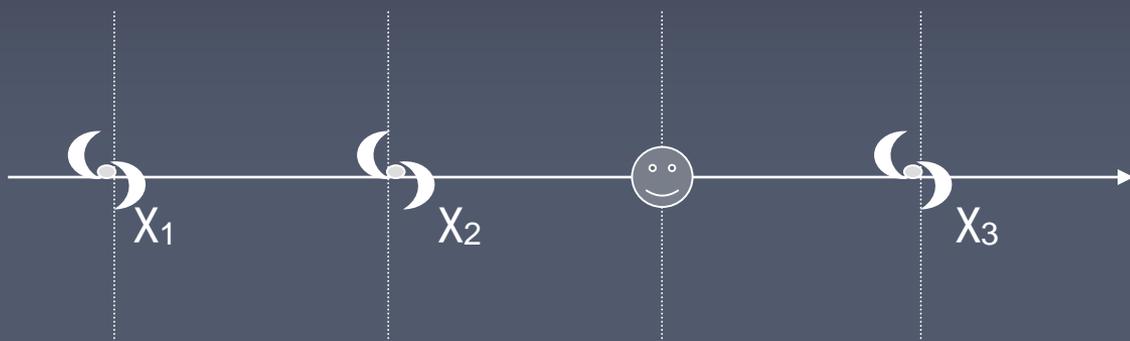


# Сопутствующее расстояние

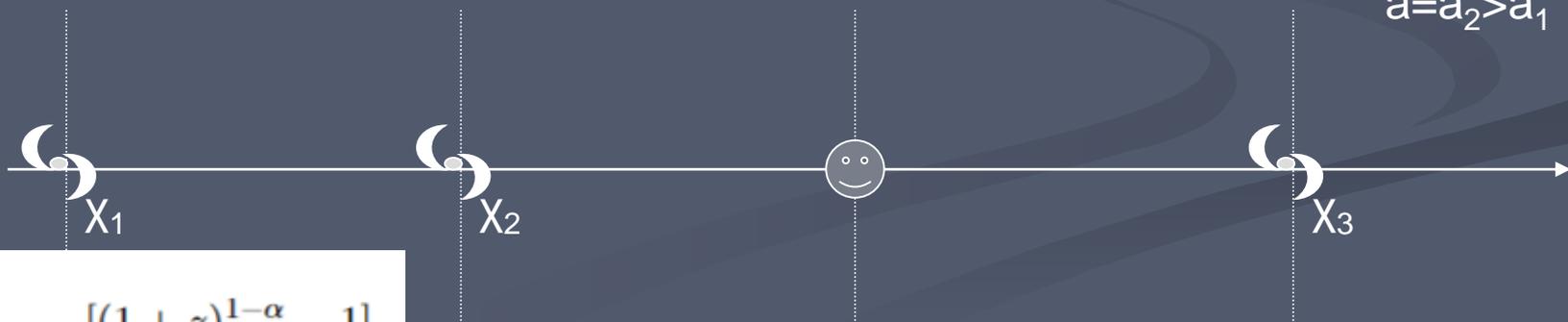


# Собственное расстояние

$$d = a\chi$$



$t = t_1$   
 $a = a_1$   
 $a$  – масштабный фактор



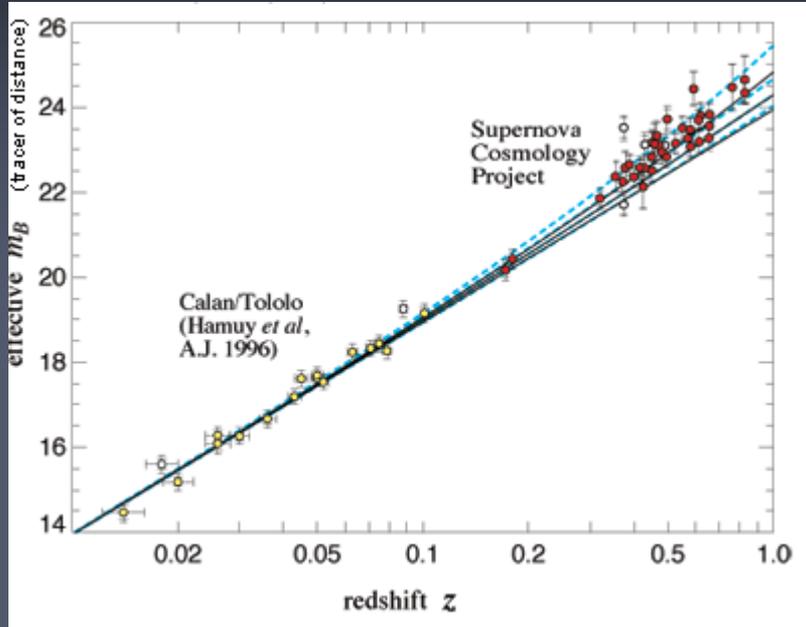
$t = t_2 > t_1$   
 $a = a_2 > a_1$

$$d = \frac{c}{(1 - \alpha)H_0} [(1 + z)^{1-\alpha} - 1].$$

$d \sim z$  при  $z \approx 0$

# Закон Хаббла

Perlmutter et al., 1999



$$v = H d$$

H – постоянная Хаббла.

$$72 \pm 2 \text{ км/с/Мпк}$$

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a(t)^2 dl^2.$$

$$H = \dot{a}/a$$

$$a^2(t) dl^2 = d\ell^2$$

$$d\ell = a(t) dl$$

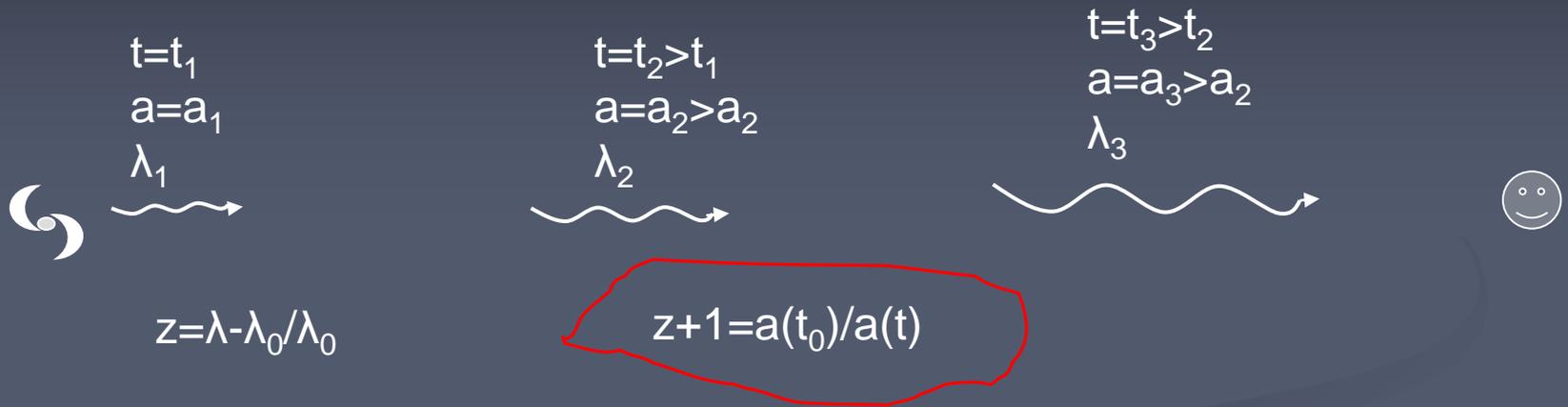
$$d = a(t) \int dl = a\chi$$

$$v = dd/dt = (da/dt)\chi = [(da/dt)/a](a\chi) = Hd$$

Релят. материя:	$\rho_r(z) = \rho_r(0)(1+z)^4,$	} $\Rightarrow$
Нерелят. материя:	$\rho_m(z) = \rho_m(0)(1+z)^3,$	
Кривизна:	$\rho_c(z) = \rho_c(0)(1+z)^2,$	
Вакуум:	$\rho_\Lambda(z) = const$	

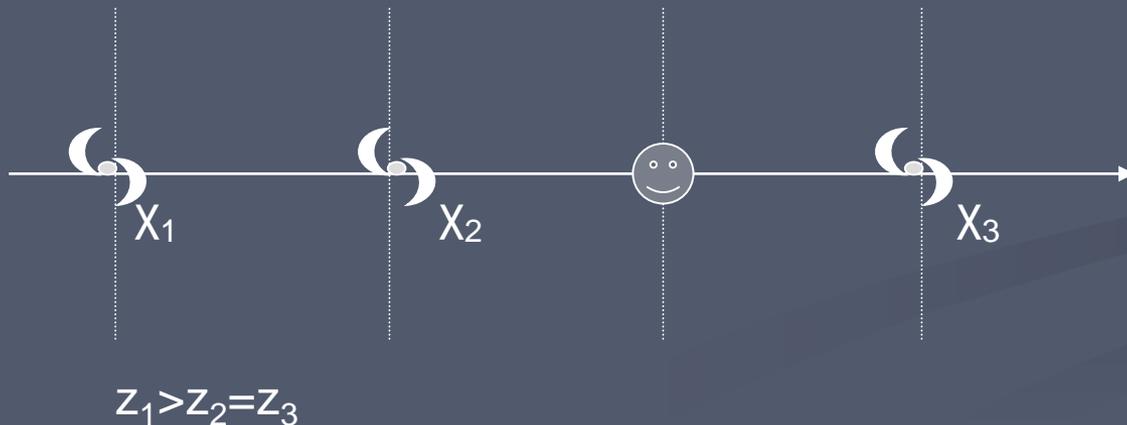
$$H^2(z) = H_0^2 \left( \Omega_r (1+z)^4 + \Omega_m (1+z)^3 + \Omega_c (1+z)^2 + \Omega_\Lambda \right)$$

# Красное смещение



Это нельзя объяснить только эффектом Доплера!

Это нельзя объяснить только гравитационным красным смещением!



$z$  – как  $\chi$ :  
растет для более далеких,  
потому что наша вселенная  
всегда расширялась

# Космологическое красное смещение

## а) Вблизи

$v \sim d \sim z$  Похоже на доплер! Почему?

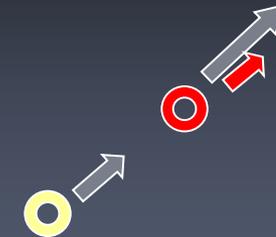
- Закон Хаббла.

Пространство расширяется везде одинаково.

Скорость пропорциональна расстоянию.

- Темп расширения меняется медленно.

Поэтому для близких галактик он примерно одинаков.

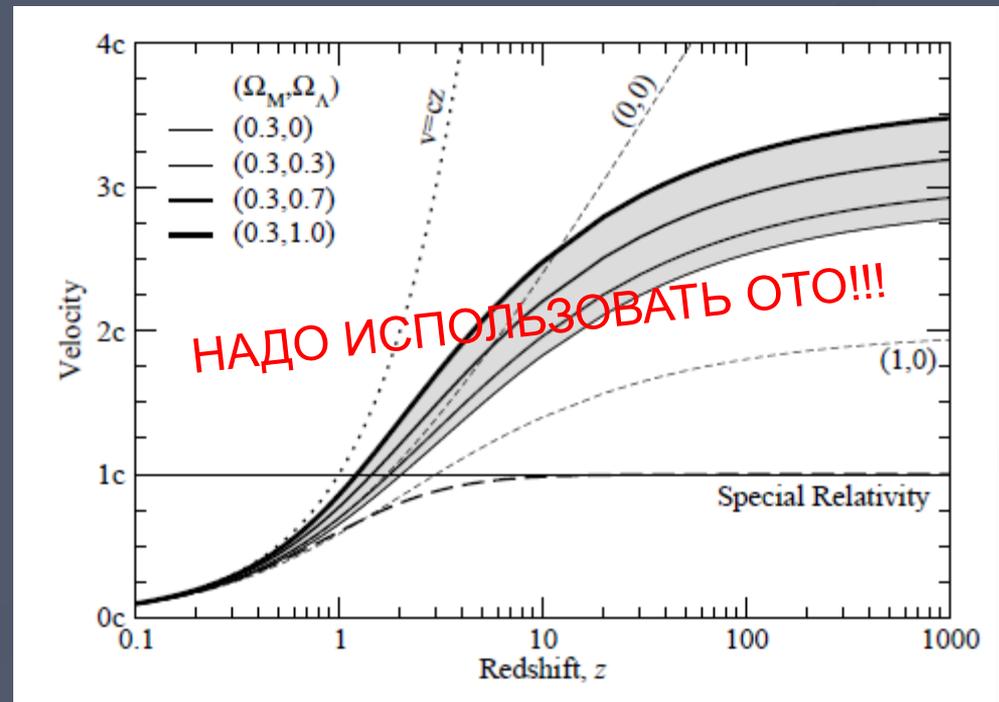


## б) Вдали

Важно понимать, что вдали скорость расширения нельзя вычислить по красному смещению, используя релятивистский эффект доплера.

$$\text{GR} \quad v_{\text{rec}}(t, z) = \frac{c}{R_0} \dot{R}(t) \int_0^z \frac{dz'}{H(z')},$$

~~$$\text{SR} \quad v_{\text{pec}}(z) = c \frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1}.$$~~



# Формулы для расширения - 1

Разные среды:

- Вещество (пыль,  $p=0$ )
- Излучение ( $p \sim \Gamma^4$ )
- Космологическая постоянная ( $p = -\rho c^2$ )

$$p = w\rho c^2,$$

$$a \sim t^{1/\alpha},$$

$$\alpha = 3(w + 1)/2.$$

$$H = \dot{a}/a = 1/(\alpha t)$$

- Пыль  $\alpha = 3/2$
- Излучение  $\alpha = 2$
- Косм. пост.  $\alpha = 0$

$$1 + z(t) = a(t_0)/a(t),$$

$$H = H_0(1+z)^\alpha$$

Для света ( $ds^2=0$ ):

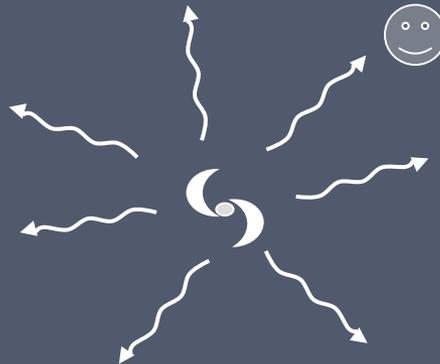
$$\chi = \frac{c}{a(t_0)H_0} \int_0^z \frac{dz}{H(z)} = \frac{c}{a(t_0)H_0} \frac{1}{1-\alpha} [(1+z)^{1-\alpha} - 1].$$

$$H^2(z) = H_0^2 \left( \Omega_r (1+z)^4 + \Omega_m (1+z)^3 + \Omega_c (1+z)^2 + \Omega_\Lambda \right)$$

# Фотометрическое расстояние



Поток=светимость/площадь  
площадь= $4\pi d_{\text{ph}}^2$



$$d_{\text{ph}} = (L/4\pi f)^{1/2} = a^2(t_0) \frac{\chi}{a(t_{\text{em}})},$$

Важно существование «стандартных свечей».  
Например, это сверхновые типа Ia.

# Угловое расстояние

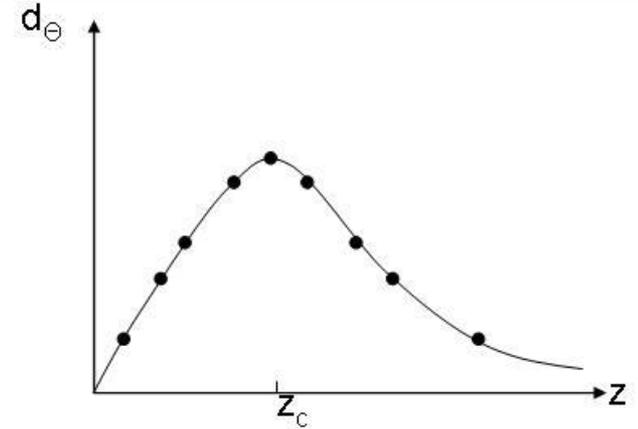
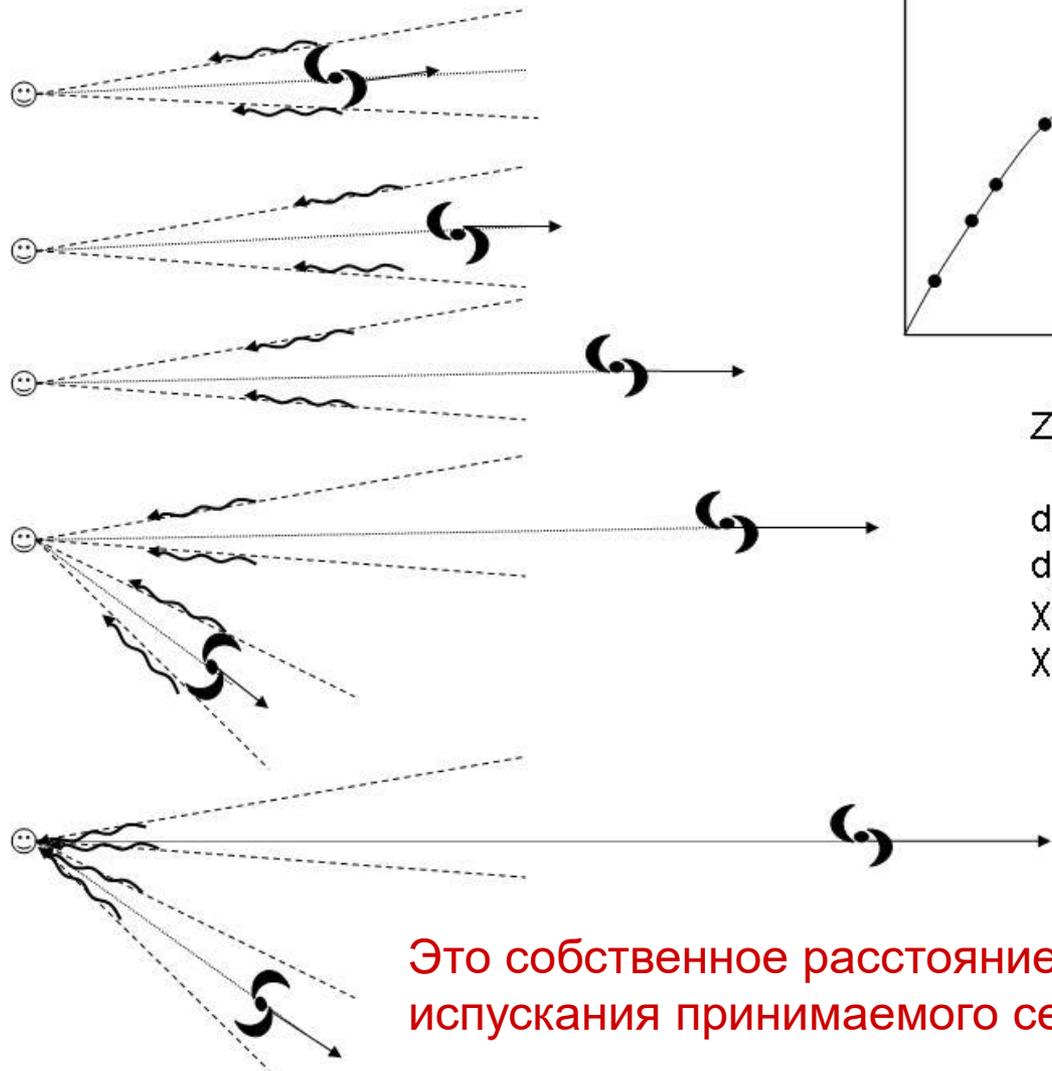
Размер  $s$



$\alpha$



$$d = s / \operatorname{tg} \alpha$$



$$z_c: v_{em} = c$$

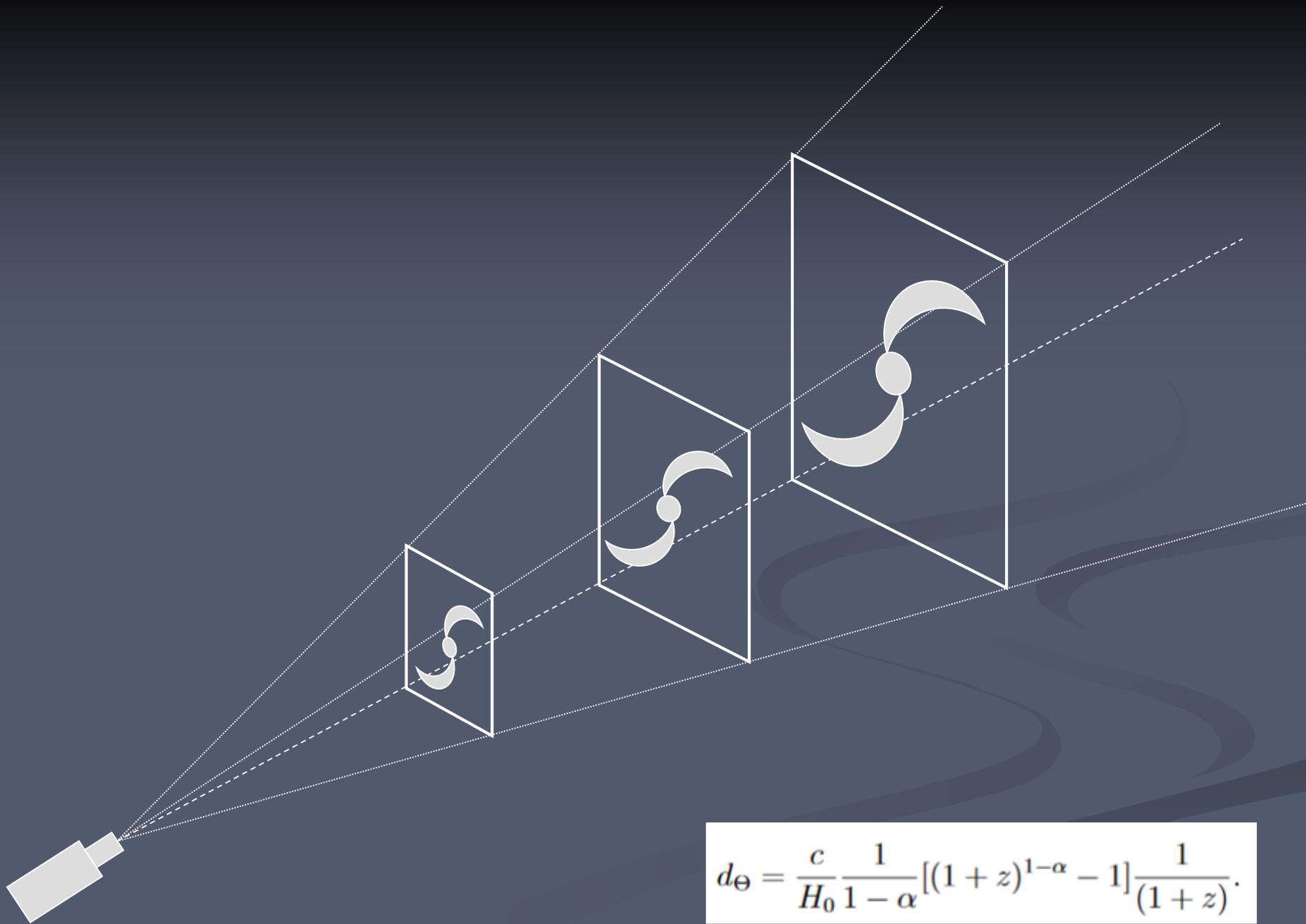
$$d_{\theta 1} = d_{\theta 2}$$

$$d_{em1} = d_{em2}$$

$$\chi_1 a(t_{em1}) = \chi_2 a(t_{em2})$$

$$\chi_1 > \chi_2, a(t_{em1}) < a(t_{em2})$$

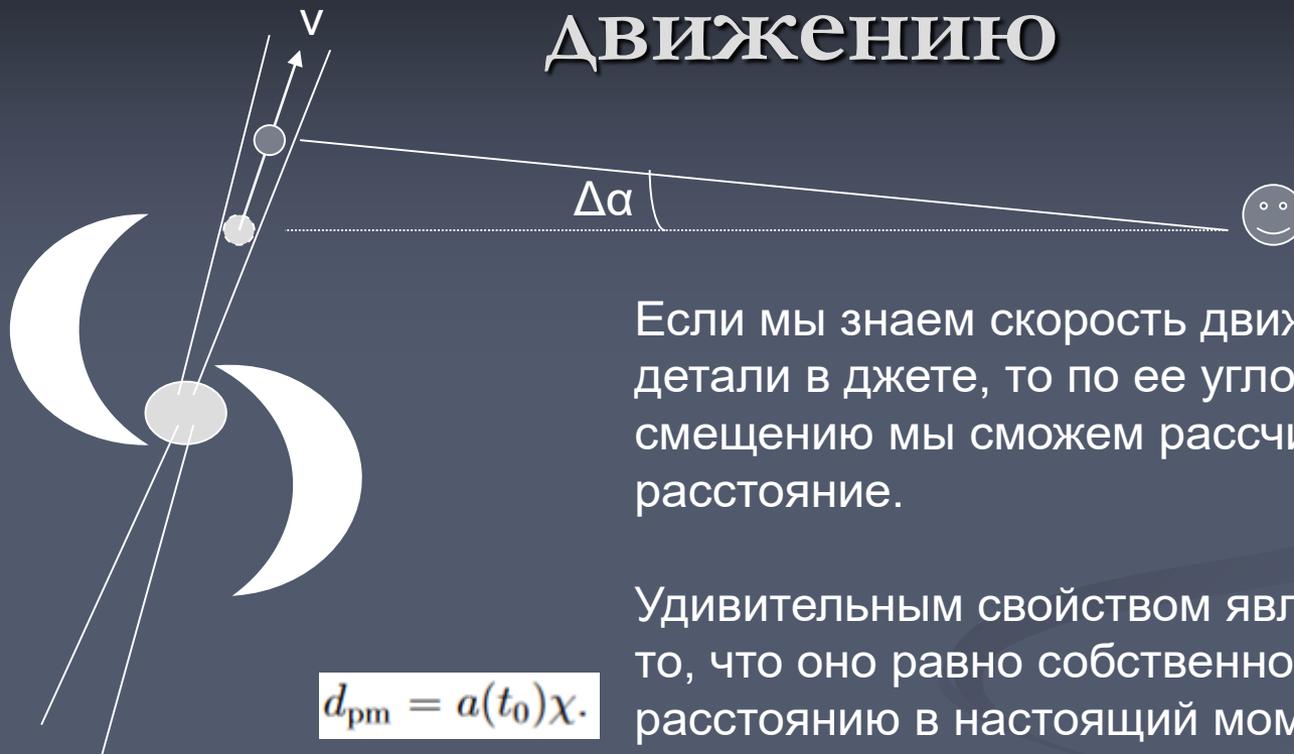
Это собственное расстояние на момент испускания принимаемого сейчас излучения!



$$d_{\Theta} = \frac{c}{H_0} \frac{1}{1-\alpha} [(1+z)^{1-\alpha} - 1] \frac{1}{(1+z)}.$$

# Расстояние по собственному

## ДВИЖЕНИЮ



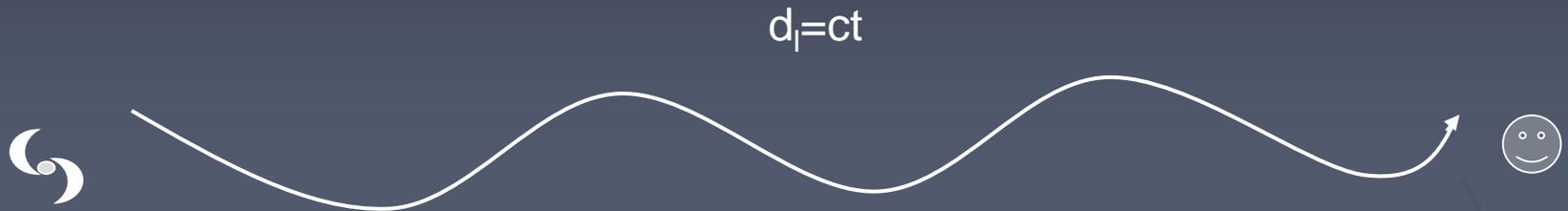
Если мы знаем скорость движения детали в джете, то по ее угловому смещению мы сможем рассчитать расстояние.

Удивительным свойством является то, что оно равно собственному расстоянию в настоящий момент времени.

К сожалению, мы не знаем примера «стандартной скорости».

$$d_{pm} = a(t_0)\chi.$$

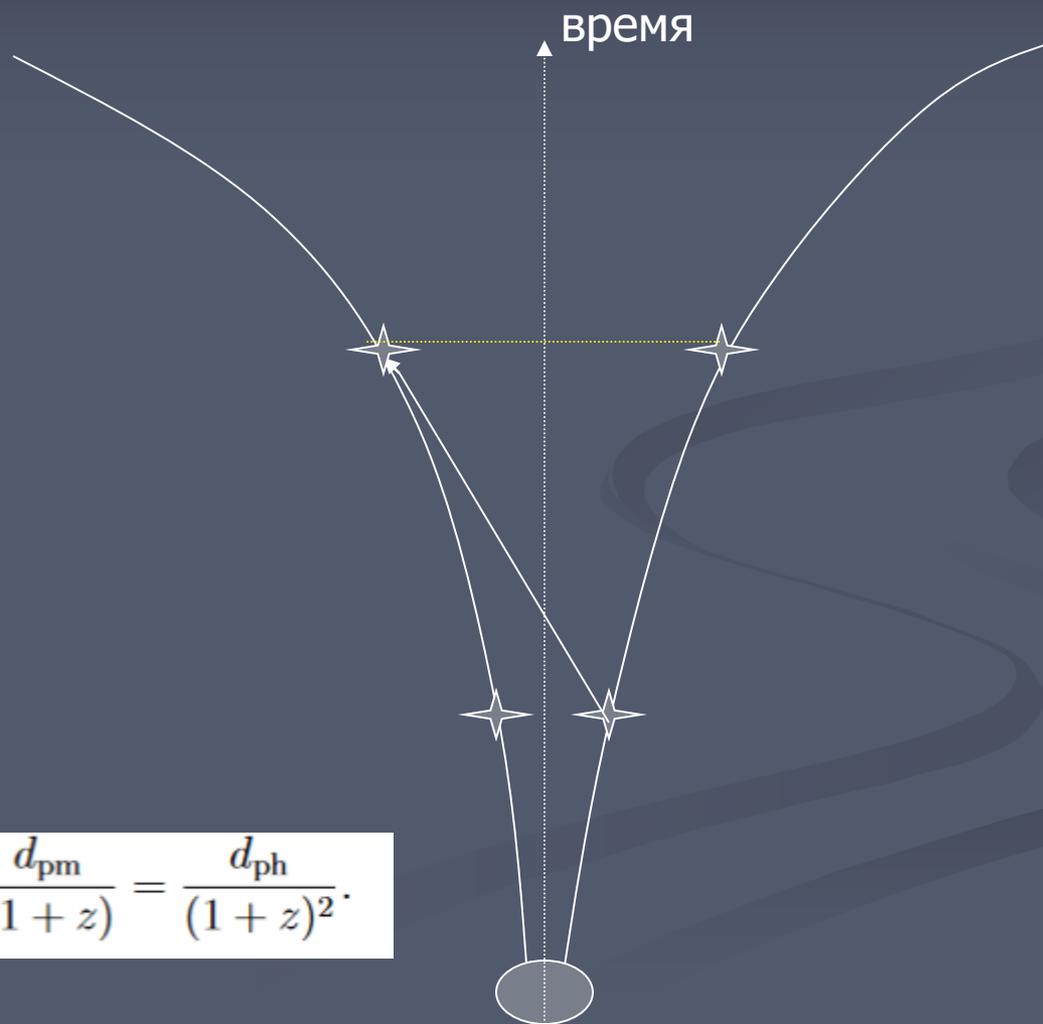
# Время путешествия фотона



(именно об этом расстоянии чаще всего говорят в новостях:  
«открыта далекая галактика, свет от которой шел к нам  
10 миллиардов лет»)

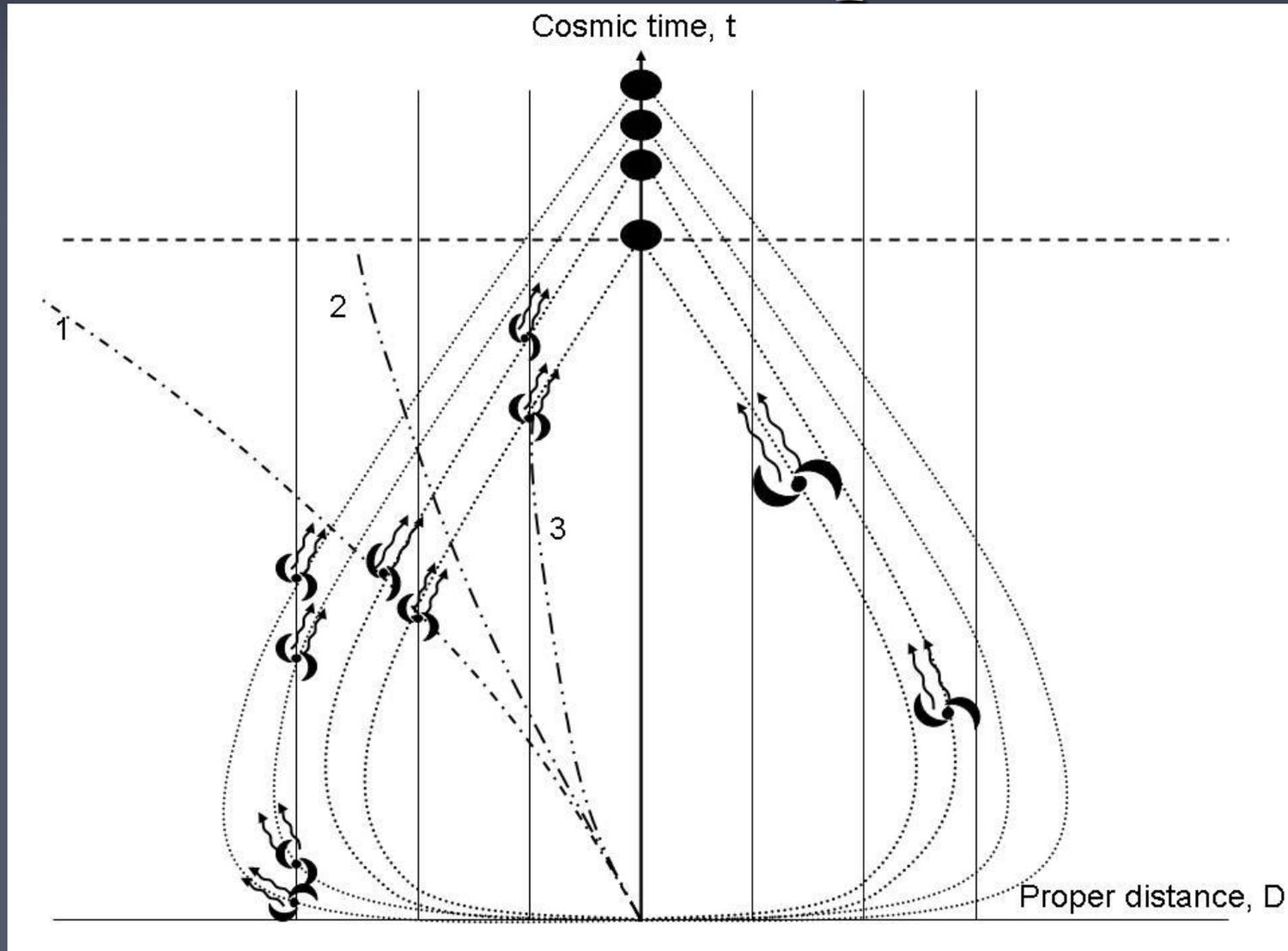
Но пока свет шел – вселенная расширялась!  
Поэтому, если свет идет из точки А в точку Б,  
то на момент прибытия расстояние между А и Б  
будет больше чем просто произведение  $ct$ !

# Особенности в космологии



$$d_{\Theta} = a(t_{\text{em}})\chi = \frac{d_{\text{pm}}}{(1+z)} = \frac{d_{\text{ph}}}{(1+z)^2}.$$

# СМОТРИМ ВДОЛЬ СВЕТОВОГО КОНУСА, А ДВИЖЕМСЯ ПО МИРОВЫМ ЛИНИЯМ



# Формулы для расширения - 2

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3},$$

$$\rho = \rho_m(a) = \frac{\rho_{m0}}{a^3},$$

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G};$$

$$\Omega_m \equiv \frac{\rho_{m0}}{\rho_c} = \frac{8\pi G}{3H_0^2}\rho_{m0};$$

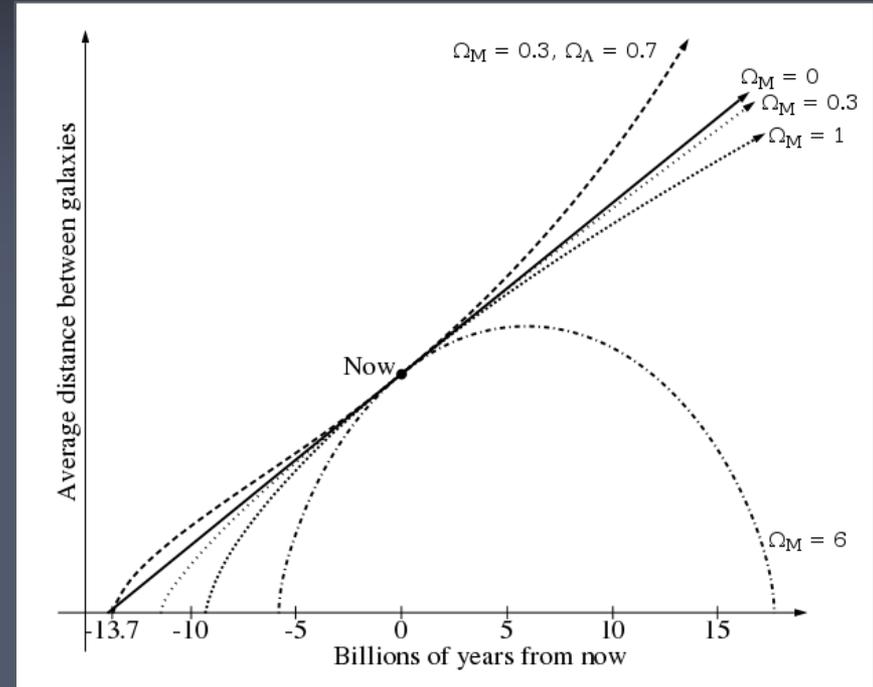
Кривизна:  $k = -1, 0, 1$

$$dl^2 = \frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(\sin^2\theta d\varphi^2 + d\theta^2)$$

$$\Omega_k \equiv \frac{-kc^2}{(a_0 H_0)^2}$$

$$\Omega_\Lambda \equiv \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2},$$

$$H^2(z) = H_0^2 (\Omega_M(1+z)^3 + \Omega_k(1+z)^2 + \Omega_\Lambda).$$



Параметр замедления  $q$

$$q = - \left( 1 + \frac{\dot{H}}{H^2} \right).$$

$$q=0 \quad t=1/H$$

$$q=1/2 \quad t=(2/3H)$$

Сейчас  $q < 0$ .

# Космологический калькулятор

Enter values, hit a button

<input type="text" value="70"/>	$H_0$
<input type="text" value="0.3"/>	$\Omega_{\text{M}}$
<input type="text" value="1.5"/>	$z$
<input type="button" value="Open"/>	<input type="button" value="Flat"/>
<input type="text" value="0.7"/>	$\Omega_{\text{vac}}$
<input type="button" value="General"/>	

**Open** sets  $\Omega_{\text{vac}} = 0$  giving an open Universe  
[if you entered  $\Omega_{\text{M}} < 1$ ]

**Flat** sets  $\Omega_{\text{vac}} = 1 - \Omega_{\text{M}}$  giving a flat Universe.

**General** uses the  $\Omega_{\text{vac}}$  that you entered.

For  $H_0 = 70$ ,  $\Omega_{\text{M}} = 0.300$ ,  $\Omega_{\text{vac}} = 0.700$ ,  $z = 1.500$

- It is now 13.462 Gyr since the Big Bang.
- The age at redshift  $z$  was 4.197 Gyr.
- The [light travel time](#) was 9.266 Gyr.
- The [comoving radial distance](#), which goes into Hubble's law, is 4363.4 Mpc or 14.232 Gly.
- The comoving volume within redshift  $z$  is 347.985 Gpc<sup>3</sup>.
- The [angular size distance  \$D\_A\$](#)  is 1745.3 Mpc or 5.6926 Gly.
- This gives a scale of 8.462 kpc".
- The [luminosity distance  \$D\_L\$](#)  is 10908.4 Mpc or 35.579 Gly.

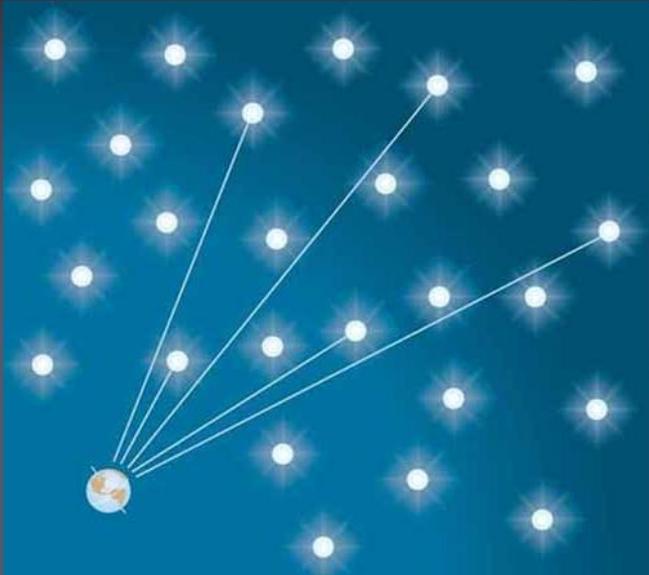
1 Gly = 1,000,000,000 light years or  $9.461 \cdot 10^{26}$  cm.

1 Gyr = 1,000,000,000 years.

1 Mpc = 1,000,000 parsecs =  $3.08568 \cdot 10^{24}$  cm, or 3,261,566 light years.

Чрезвычайно удобный инструмент, позволяющий рассчитывать разные расстояния для разных космологических параметров.

# Парадокс Ольберса



Мы смотрим в прошлое.

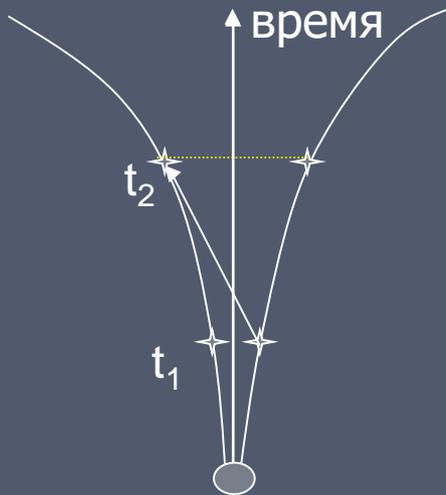
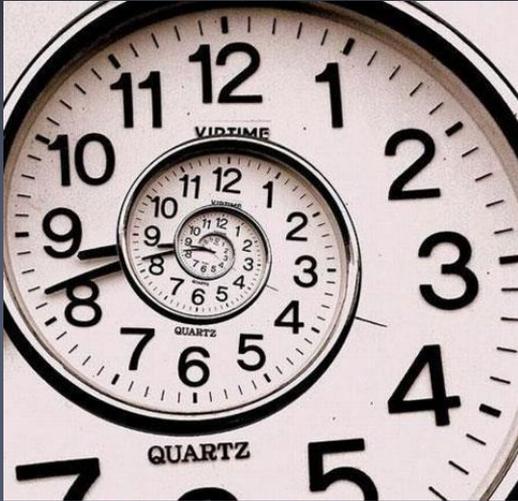
Темнота ночного неба объясняется конечным возрастом вселенной и расширением вселенной!

$$\left. \begin{array}{l} \text{Поток: } F \sim \frac{L}{d_l^2} \\ \text{Яркость: } I = \frac{F}{\Delta\Omega} \\ \text{Угл.} \\ \text{размер: } \Delta\Omega \sim \theta^2 \sim \frac{1}{d_a^2} \end{array} \right\} \Rightarrow F \sim L \left( \frac{d_a}{d_l} \right)^2 = \frac{1}{(1+z)^4}$$

# Cosmic time

«Часы Бога» - космическое  
время

«Сейчас» космическое время  
соответствует нашим часам.  
Но, на каком-нибудь далеком  
наблюдаемом объекте с точки  
зрения наших наблюдений  
часы идут медленнее.



# Взгляд бога

- Космическое время
- Охватываем взглядом сразу все (т.е., видим все, как будто скорость света равна бесконечности)
- Смотрим «со стороны»

Удобно для иллюстрации и иногда для расчетов. Но при этом не связывается напрямую с наблюдениями.



# Скорость расширения

У нас есть разные определения расстояний и как минимум два определения времени («космическое» и по часам наблюдателя), значит, мы можем определять скорости разными способами.

Скорость это всегда изменение расстояния за данный промежуток времени.

Разные скорости иллюстрируют разные аспекты расширения вселенной.

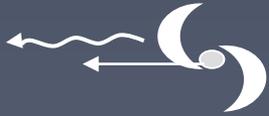
Важно, что скорость удаления далекой (и при этом наблюдаемой) галактики не связана ограничением  $v < c$ , т.к. локально галактика покоится.



# Что значит «быстрее света»?

$v$  – скорость удаления

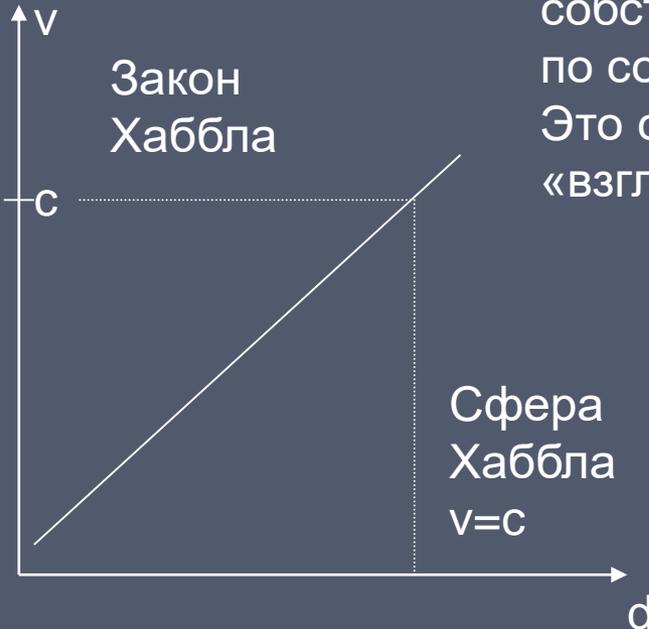
$v > c$



(скорости складываются по галилеевскому закону, не надо применять здесь релятивистский закон из СТО)

Свет же удаляется со скоростью  $v+c > v > c$

Речь идет о скорости изменения собственного расстояния по собственному времени. Это соответствует «взгляду бога».



# Что читать

1. «Сверхсветовое разбегание галактик и горизонты Вселенной: путаница в тонкостях» С. Попов. Сайт Астронет. <http://www.astronet.ru/db/msg/11948302>
2. «За горизонтом вселенских событий» С.Попов, А. Топоренский. Вокруг Света 2006 Март (<http://www.vokrugsveta.ru/vs/article/2557/>)
3. «Хаббловский поток в картине наблюдателя» А. Топоренский, С. Попов УФН 2014 г. N7 <http://www.ufn.ru>; arXiv: [1311.2472](https://arxiv.org/abs/1311.2472)
4. «Не боги расширение вселенной наблюдают» С. Попов, А. Топоренский Вселенная.Пространство. Время. 2014 февраль, март (см. также Астронет <http://www.astronet.ru/db/msg/1307314>)
5. «Куда смешается красное смещение?» С. Попов, А. Топоренский Вселенная.Пространство. Время. 2014 июль (см. также Астронет <http://www.astronet.ru/db/msg/1320286>)
6. «Cosmological redshift, recession velocities and acceleration measures in FRW cosmologies» А. Toporensky, S. Popov arXiv: 1503.05147