

13. а) Решите уравнение  $(2\sin^2(\pi + x) - 3\sin x + 1) \cdot \sqrt{\operatorname{tg} x} = 0$ .

б) Укажите корни из промежутка  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

14. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  все рёбра равны 5. На его ребре  $BB_1$  отмечена точка  $K$  так, что  $KB = 4$ . Через точки  $K$  и  $C_1$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная прямой  $BD_1$ .

а) Докажите, что  $A_1 P : PB_1 = 3 : 1$ , где  $P$  – точка пересечения плоскости  $\alpha$  с ребром  $A_1 B_1$ .

б) Найдите угол наклона плоскости  $\alpha$  к плоскости грани  $BB_1 C_1 C$ .

15. Решите неравенство  $x^3 + 8x^2 + \frac{50x^2 + x - 7}{x - 7} \leq 1$ .

16. Дана равнобедренная трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Окружность с центром  $O$ , построенная на боковой стороне  $AB$ , как на диаметре, касается боковой стороны  $CD$  и второй раз пересекает большее основание  $AD$  в точке  $H$ , точка  $Q$  – середина  $CD$ .

а) Докажите, что четырехугольник  $DQOH$  – параллелограмм.

б) Найдите  $AD$ , если  $\angle BAD = 60^\circ$  и  $BC = 2$ .

17. Предприятие производит телевизоры и является прибыльным. Известно, что при изготовлении  $n$  телевизоров в месяц расходы предприятия на выпуск одного телевизора

составляет не менее  $\frac{40500}{n} + 270 - \left| 90 - \frac{40500}{n} \right|$  тыс. руб., а цена реализации каждого

телевизора при этом не превосходит  $540 - \frac{3}{10}n$  тыс. руб. Определить ежемесячный объём

производства, при котором может быть получена наибольшая из возможных в данных условиях ежемесячная прибыль.

18. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\left| |x - a| + 2x \right| + 4x = 8|x + 1|$$

не имеет ни одного корня.

19. На доске записан ряд натуральных чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  (где  $n \geq 7$ ). Сумма каждых семи из них меньше 15, а сумма всех чисел из данного ряда равна 100.

а) Может ли на доске быть записано 35 чисел?

б) Может ли на доске быть записано 50 чисел?

в) Какое наименьшее количество чисел может быть в ряду?

