



к о р п о р а ц и я

российский
учебник



LECTA

Великая МОНОТОННОСТЬ

[illegible]

Почти все математические открытия имеют в основе очень простую идею. Учебники часто скрывают этот факт.

У.У. Сойер «Прелюдия к математике»

Великая монотонность

 ЛЕСТА

МАГАЗИН

УЧИТЕЛЮ

ЕЩЕ ▾

АКТИВИРОВАТЬ КОД

 1

 Портфель

 Алексей Д.

НАЙТИ

ВЫБЕРИТЕ КЛАСС:

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

МАГАЗИН

5 УЧЕБНИКОВ
БЕСПЛАТНО

ДОСТУП К ЭФУ
ДЛЯ ШКОЛ

СЕРВИСЫ ДЛЯ
УЧИТЕЛЕЙ

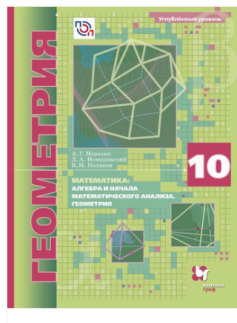
КУРСЫ

НОВОСТИ

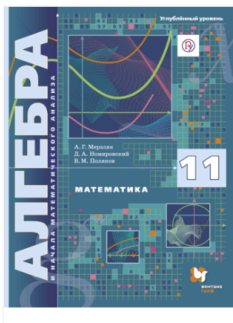
У платформы ЛЕСТА новый адрес

С 1 сентября 2018 года все электронные учебники и

Портфель учителя



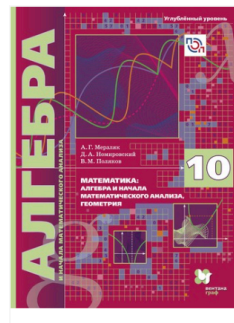
Учебное пособие.
Математика: алгебра и
начала
математического
анализа, геометрия.
Геометрия.



Учебное пособие.
Алгебра и начала
математического
анализа. Углубленный
уровень. 11 класс



Алгебра и начала
математического
анализа. Базовый
уровень. 11 класс.
Учебное пособие.



Учебное пособие.
Математика: алгебра и
начала
математического
анализа, геометрия.
Алгебра и начала



Алгебра и начала
математического
анализа. Углублённый
уровень. 10 класс



Геометрия.
Углубленный уровень.
10 класс

ВЕЛИКАЯ
МОНОТОННОСТЬ



Реализм; фатализм; флегма.
Великая плоская монотонность;
бескрайняя пустота реальности.
Как же совладать с реальностью?
Как же добывают, в плоской-то
стране, бодрящий напиток
приподнятых чувств? Может
быть...так? Если вы в состоянии
увидеть в плоских этих Фенах –
этой *территории* – *ничто* –
ИДЕЮ, ... вы в состоянии
перехитрить реальность.

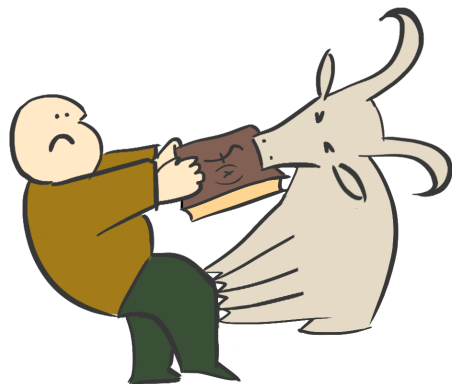
Грэм Свифт «Земля воды»

ИЛЛЮСТРАЦИИ: ПАНОВ Г.А.

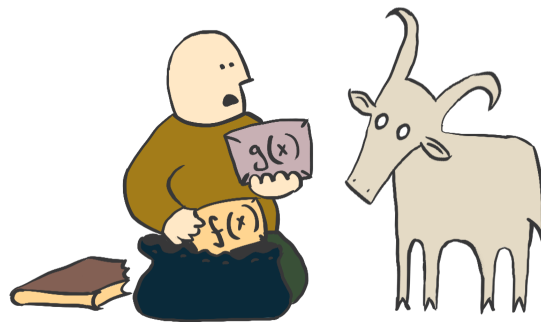
Великая монотонность



ЕДИНСТВЕННОСТЬ



РАСКРЫТИЕ МОДУЛЕЙ



ПРИМЕРЫ И КОНСТРУКЦИИ



ЗАМЕНА МНОЖИТЕЛЕЙ



Великая монотонность



Функция $y = f(x)$ называется **возрастающей на некотором промежутке**, если для любых двух значений x_1 и x_2 из этого промежутка из неравенства $x_1 < x_2$ следует неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.

Функция $y = f(x)$ называется **убывающей на некотором промежутке**, если для любых двух значений x_1 и x_2 из этого промежутка из неравенства $x_1 < x_2$ следует неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.

Возрастающие и убывающие функции называют **монотонными**, а промежутки возрастания и убывания называют **промежутками монотонности**.

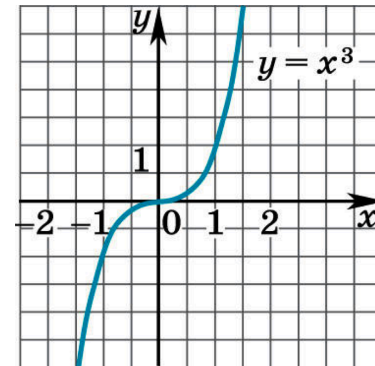
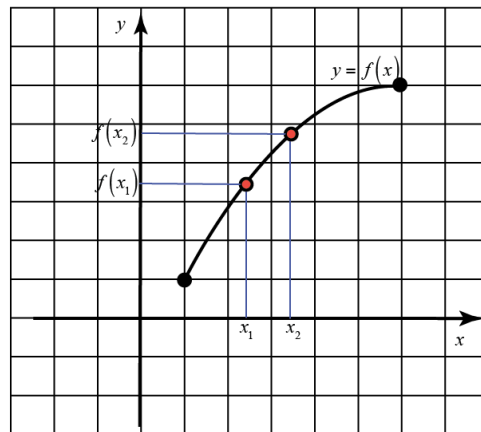


Рис. 28



российский
учебник

LECTA



ГОМИНСКИЙ
МЕЖДУНАРОДНЫЙ
САЛОН ОБРАЗОВАНИЯ
UFA INTERNATIONAL
EDUCATION FAIR

Великая монотонность



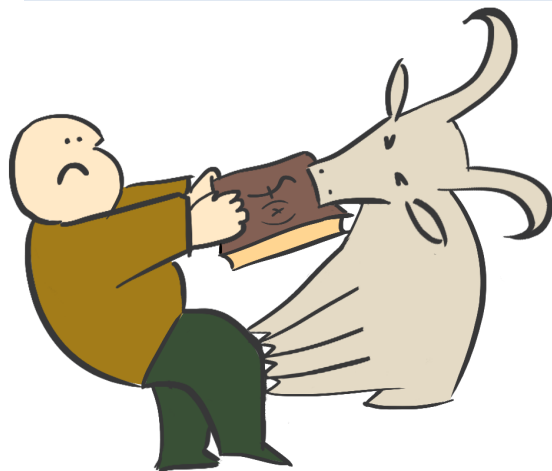
Непрерывность и монотонность функций	
Глава 4	Оглавление
Введение	26. Ряды
Глава 5. Элементы теории вероятностей и комбинаторики	27. Повторение
Глава 6. Непрерывность	28. Повторение
Глава 7. Монотонность	29. Повторение
Глава 8. Непрерывность	30. Повторение
Глава 9. Непрерывность	31. Повторение
Глава 10. Непрерывность	32. Повторение
Глава 11. Непрерывность	33. Повторение
Глава 12. Непрерывность	34. Повторение
Глава 13. Непрерывность	35. Повторение
Глава 14. Непрерывность	36. Повторение
Глава 15. Непрерывность	37. Повторение
Глава 16. Непрерывность	38. Повторение
Глава 17. Непрерывность	39. Повторение
Глава 18. Непрерывность	40. Повторение
Глава 19. Непрерывность	41. Повторение
Глава 20. Непрерывность	42. Повторение
Глава 21. Непрерывность	43. Повторение
Глава 22. Непрерывность	44. Повторение
Глава 23. Непрерывность	45. Повторение
Глава 24. Непрерывность	46. Повторение
Глава 25. Непрерывность	47. Повторение
Глава 26. Непрерывность	48. Повторение
Глава 27. Непрерывность	49. Повторение
Глава 28. Непрерывность	50. Повторение
Глава 29. Непрерывность	51. Повторение
Глава 30. Непрерывность	52. Повторение
Глава 31. Непрерывность	53. Повторение
Глава 32. Непрерывность	54. Повторение
Глава 33. Непрерывность	55. Повторение
Глава 34. Непрерывность	56. Повторение
Глава 35. Непрерывность	57. Повторение
Глава 36. Непрерывность	58. Повторение
Глава 37. Непрерывность	59. Повторение
Глава 38. Непрерывность	60. Повторение
Глава 39. Непрерывность	61. Повторение
Глава 40. Непрерывность	62. Повторение
Глава 41. Непрерывность	63. Повторение
Глава 42. Непрерывность	64. Повторение
Глава 43. Непрерывность	65. Повторение
Глава 44. Непрерывность	66. Повторение
Глава 45. Непрерывность	67. Повторение
Глава 46. Непрерывность	68. Повторение
Глава 47. Непрерывность	69. Повторение
Глава 48. Непрерывность	70. Повторение
Глава 49. Непрерывность	71. Повторение
Глава 50. Непрерывность	72. Повторение
Глава 51. Непрерывность	73. Повторение
Глава 52. Непрерывность	74. Повторение
Глава 53. Непрерывность	75. Повторение
Глава 54. Непрерывность	76. Повторение
Глава 55. Непрерывность	77. Повторение
Глава 56. Непрерывность	78. Повторение
Глава 57. Непрерывность	79. Повторение
Глава 58. Непрерывность	80. Повторение
Глава 59. Непрерывность	81. Повторение
Глава 60. Непрерывность	82. Повторение
Глава 61. Непрерывность	83. Повторение
Глава 62. Непрерывность	84. Повторение
Глава 63. Непрерывность	85. Повторение
Глава 64. Непрерывность	86. Повторение
Глава 65. Непрерывность	87. Повторение
Глава 66. Непрерывность	88. Повторение
Глава 67. Непрерывность	89. Повторение
Глава 68. Непрерывность	90. Повторение
Глава 69. Непрерывность	91. Повторение
Глава 70. Непрерывность	92. Повторение
Глава 71. Непрерывность	93. Повторение
Глава 72. Непрерывность	94. Повторение
Глава 73. Непрерывность	95. Повторение
Глава 74. Непрерывность	96. Повторение
Глава 75. Непрерывность	97. Повторение
Глава 76. Непрерывность	98. Повторение
Глава 77. Непрерывность	99. Повторение
Глава 78. Непрерывность	100. Повторение
Глава 79. Непрерывность	101. Повторение
Глава 80. Непрерывность	102. Повторение
Глава 81. Непрерывность	103. Повторение
Глава 82. Непрерывность	104. Повторение
Глава 83. Непрерывность	105. Повторение
Глава 84. Непрерывность	106. Повторение
Глава 85. Непрерывность	107. Повторение
Глава 86. Непрерывность	108. Повторение
Глава 87. Непрерывность	109. Повторение
Глава 88. Непрерывность	110. Повторение
Глава 89. Непрерывность	111. Повторение
Глава 90. Непрерывность	112. Повторение
Глава 91. Непрерывность	113. Повторение
Глава 92. Непрерывность	114. Повторение
Глава 93. Непрерывность	115. Повторение
Глава 94. Непрерывность	116. Повторение
Глава 95. Непрерывность	117. Повторение
Глава 96. Непрерывность	118. Повторение
Глава 97. Непрерывность	119. Повторение
Глава 98. Непрерывность	120. Повторение
Глава 99. Непрерывность	121. Повторение
Глава 100. Непрерывность	122. Повторение

60. Докажите, что если $y = f(x)$ — возрастающая функция, то функция $y = -f(x)$ — функция убывающая.
61. Докажите, что если возрастающая функция $y = f(x)$ принимает на промежутке L только положительные значения, то функция $y = \frac{1}{f(x)}$ на этом промежутке убывает.
62. Докажите утверждение: «Если $f(a) < g(a)$ и $f(b) > g(b)$, где функция $y = f(x)$ непрерывна и возрастает на $[a; b]$, а функция $y = g(x)$ на этом промежутке непрерывна и убывает, то уравнение $f(x) = g(x)$ имеет на $(a; b)$ единственный корень».
63. Докажите, что уравнение $f(x) = g(x)$, где $y = f(x)$ возрастающая, а $y = g(x)$ убывающая функции, либо не имеет корней, либо имеет единственный корень.

а) Сумма возрастающих (убывающих) функций — функция, возрастающая (соответственно, убывающая) на их общей области определения.

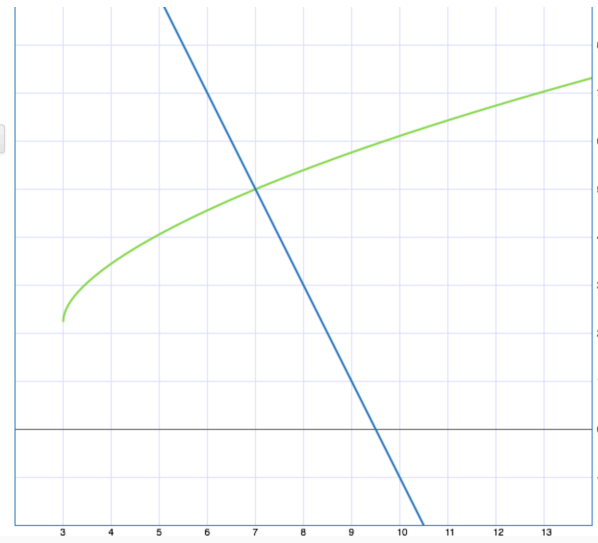
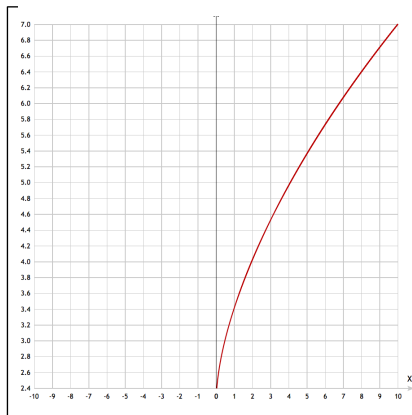
б) Разность возрастающей и убывающей (убывающей и возрастающей) функций — функция, возрастающая (соответственно, убывающая) на их общей области определения.

ЕДИНСТВЕННОСТЬ



64. Решите уравнение: 

1) $\sqrt{x} + \sqrt{x+5} = 5;$



65. С помощью доказанного в № 63 утверждения решите уравнение: 

1) $\sqrt{x-3} + \sqrt{x+2} = 19 - 2x;$

Великая монотонность

НОЯБРЬ/ДЕКАБРЬ
ISSN 0130-2221
2002 · №6
КВАНТ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ И СТУДЕНТОВ

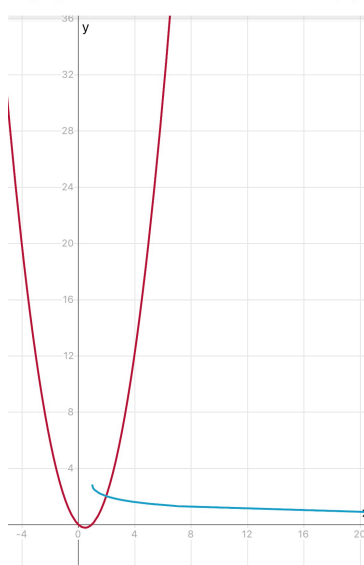


Монотонные
функции
в конкурсных
задачах

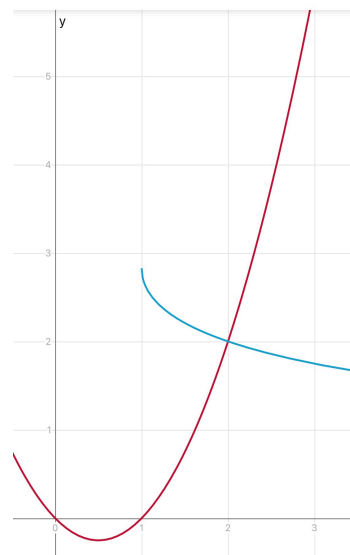
А.ЕГОРОВ, Ж.РАББОТ

$$x^2 - x = \sqrt{x+7} - \sqrt{x-1}$$

График



График



Великая монотонность

НОЯБРЬ/ДЕКАБРЬ
ISSN 0130-2221
2002 · №6
КВАНТ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ И СТУДЕНТОВ



Монотонные
функции
в конкурсных
задачах

А.ЕГОРОВ, Ж.РАББОТ

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}} + x = \frac{24}{5}$$

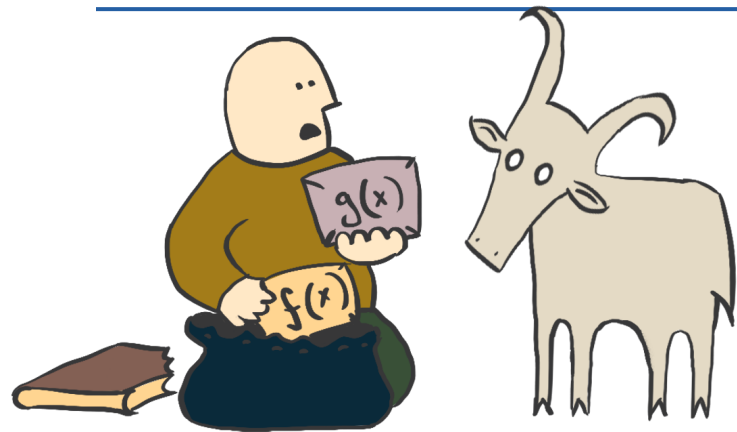


$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}} + x;$$

$$f(x) = \frac{1}{\frac{1}{x} \cdot \sqrt{x^2 + 9}} + x, x > 0;$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{9}{x^2}}} + x, x > 0$$

РАСКРЫТИЕ МОДУЛЕЙ



*Когда в записи функции
присутствует
сумма двух и более выражений,
содержащих знак
модуля!*

$$f(x) = 2|x - 1| + 3|x + 2| - 4|x| + 10x$$

$$f(x) = 2|x - 1| + 3|x + 2| - 4|x| + 10|x + 1|$$

Великая монотонность



Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$||x - a| + 2x| + 4x = 8|x + 1|$$

не имеет ни одного корня.

Найдите все целые отрицательные значения параметра a , при каждом из которых существует такое действительное $b > a$, что неравенство

$$21b \geq 6|a + b| - 3|b - 2| - |a - b| - 9|a^2 - b + 2| + 16$$

не выполнено.



Великая монотонность

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\left| x - a \right| + 2x + 4x = 8 \left| x + 1 \right|$$

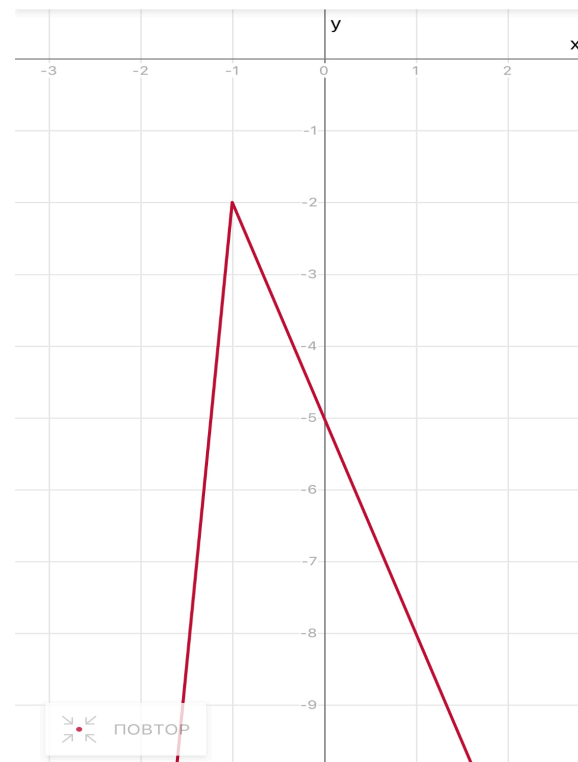
не имеет ни одного корня.

$$f(x) = \left| x - a \right| + 2x + 4x - 8 \left| x + 1 \right|$$

$$f(-1) = \left| a + 1 \right| - 2 - 4$$

$$f(-1) < 0$$

$$\left| a + 1 \right| - 2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -7 < a < 5$$



Великая монотонность



Темы и тесты				
1. Функция. Область определения, область значения	2. Основные свойства функции	3. График функции	4. Числовые функции и их свойства (обобщение)	5. Основные тригонометрические формулы
6. Преобразование тригонометрических выражений	7. Функции $y=\sin(x)$ и $y=\cos(x)$	8. Функции $y=\operatorname{tg}(x)$ и $y=\operatorname{ctg}(x)$	9. Тригонометрические функции (обобщение)	10. Арккосинус и арксинус
11. Арктангенс и аркотангенс	12. Простейшие уравнения и неравенства	13. Тригонометрические уравнения (обобщение)	14. Функции суммы и разности аргументов	15. Формулы двойного аргумента
16. Преобразование сумм триг. функций в произведения	17. Преобразование тригонометрических выражений	18. Триг. уравнения, системы ур-й, неравенства	19. Преобразование триг-х выражений (обобщение)	20. Предел последовательности.
21. Предел функции Производная	22. Вычисление производных	23. Уравнение касательной к графику	24. Производная: монотонность и экстремумы	25. Производная: наибольшее/ наименьшее значения
26. Производная (обобщение)	27. Итоговый тест по программе 10 класса			

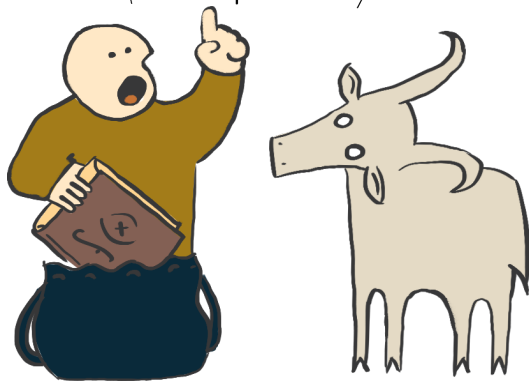
Выберите среди предложенных функций возрастающую на области определения, найдите для нее $f(-2)$ и запишите это значение в ответ.

$$a) f(x) = \frac{3}{1-x};$$

$$б) f(x) = 7x - 3;$$

$$в) f(x) = 2x^2 - 5x + 1.$$

$$\varphi(\varphi(x))$$



Решите уравнение $\sqrt{x+2} = x$

$$\sqrt{x+2} = x$$

$$\sqrt{\sqrt{x+2}+2} = x$$

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{x+2}+2}+2} = x$$

Если $f(x)$ монотонна, то

$$x = f(x) \Leftrightarrow x = f(f(x))$$

ЗАМЕНА МНОЖИТЕЛЕЙ

Функция $f(x)$ есть строго возрастающая тогда и только тогда, когда для любых двух значений t_1 и t_2 из области определения функции разность $(t_1 - t_2)$ совпадает по знаку с разностью $(f(t_1) - f(t_2))$, т. е.

$$f \nearrow \Leftrightarrow \left(t_1 - t_2 \overset{D(f)}{\Leftrightarrow} f(t_1) - f(t_2) \right)$$

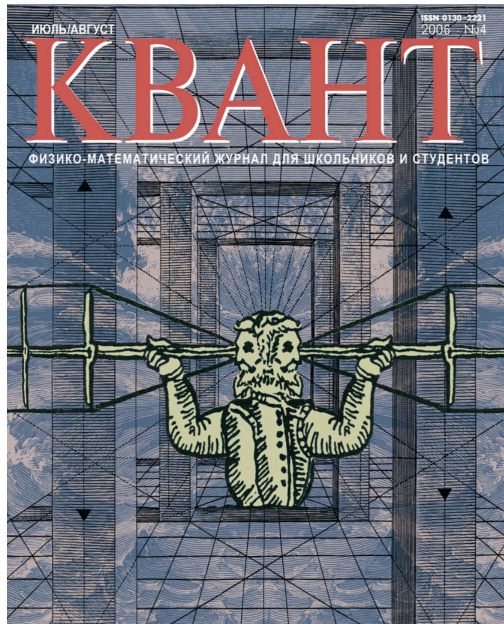
$$\sqrt{t_1} - \sqrt{t_2} \Leftrightarrow t_1 - t_2$$

$$|t_1| - |t_2| \Leftrightarrow t_1^2 - t_2^2$$

$$|t_1| - \sqrt{t_2} \Leftrightarrow t_1^2 - t_2$$

Журнал Квант 2006 №4 В. Голубев Метод замены множителей стр. 43-46





Решите неравенство

$$\frac{(|x-2|-4-x^2)(|x+4|-\sqrt{x^2-x-2})}{(|1-x|-4)(|3+x|-|x-5|)} > 0$$

$$\begin{cases} \frac{(|x-2|^2-(4+x^2)^2)(|x+4|^2-(\sqrt{x^2-x-2})^2)}{(|1-x|^2-4^2)(|3+x|^2-|x-5|^2)} > 0 \\ x^2-x-2 \geq 0 \end{cases}$$

ПРИМЕРЫ И КОНСТРУКЦИИ



Задача [109440](#) Темы: [[Смешанные уравнения и системы уравнений](#)]
[[Монотонность, ограниченность](#)]

Решите уравнение: $(x^3 - 2)(2^{\sin x} - 1) + (2^{x^3} - 4) \sin x = 0$.



[Прислать комментарий](#)

Задача [109565](#) Темы: [[Иррациональные уравнения](#)]
[[Монотонность и ограниченность](#)]
[[Монотонность, ограниченность](#)]

Автор: [Галочкин А.И.](#)

Докажите, что если $(x + \sqrt{x^2 + 1})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 1$, то $x + y = 0$.



[Прислать комментарий](#)

Задача [116558](#) Темы: [[Системы алгебраических нелинейных уравнений](#)]
[[Монотонность, ограниченность](#)]

Сложность: 4

Классы: 9,10

Автор: [Богданов И.И.](#)

Ненулевые числа a, b, c таковы, что каждые два из трёх уравнений $ax^{11} + bx^4 + c = 0$, $bx^{11} + cx^4 + a = 0$, $cx^{11} + ax^4 + b = 0$ имеют общий корень. Докажите, что все три уравнения имеют общий корень.

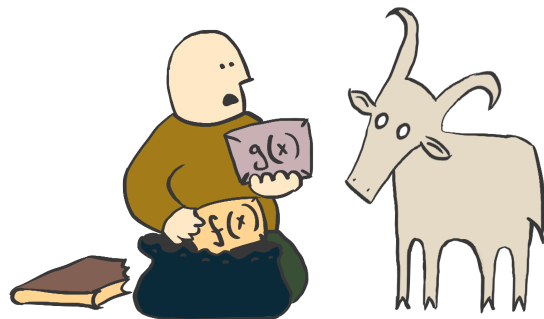


[Прислать комментарий](#)

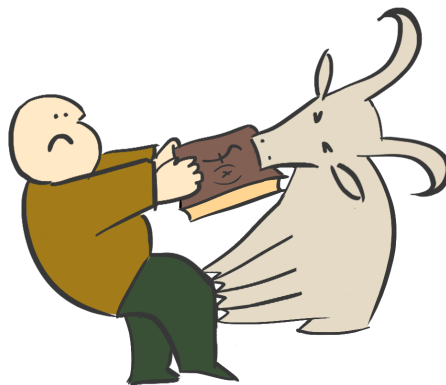
[Решение](#)

Великая монотонность

РАСКРЫТИЕ МОДУЛЕЙ



ЕДИНСТВЕННОСТЬ



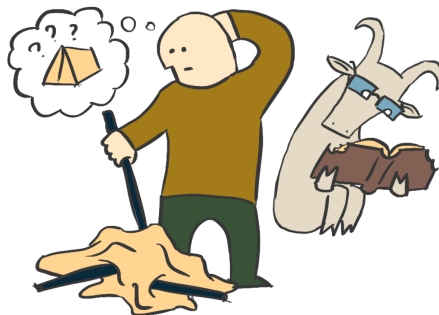
$\varphi(\varphi(x))$



ЗАМЕНА МНОЖИТЕЛЕЙ



ПРИМЕРЫ И КОНСТРУКЦИИ



ВЕЛИКАЯ
МОНОТОННОСТЬ



Реализм; фатализм; флегма.
Великая плоская монотонность;
бескрайняя пустота реальности.
Как же совладать с реальностью?
Как же добывают, в плоской-то
стране, бодрящий напиток
приподнятых чувств? Может
быть...так? Если вы в состоянии
увидеть в плоских этих Фенах –
этой *территории* – *ничто* –
ИДЕЮ, ... вы в состоянии
перехитрить реальность.

Грэм Свифт «Земля воды»

ИЛЛЮСТРАЦИИ: ПАНОВ Г.А.