



корпорация

российский  
учебник





корпорация  
| российский  
учебник

# ОБЪЁМЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

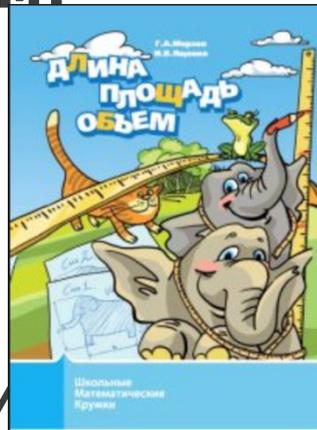
# Определение объёма

**Объём можно определить как функцию  $V$  на множестве многогранников, удовлетворяющую следующим аксиомам:**

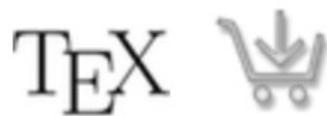
- $V$  сохраняется при движениях;
- $V$  удовлетворяет принципу Кавальери;
- Если внутренности многогранников  $M$  и  $N$  пересекаются, то

$$V(M \cup N) = V(M) + V(N);$$

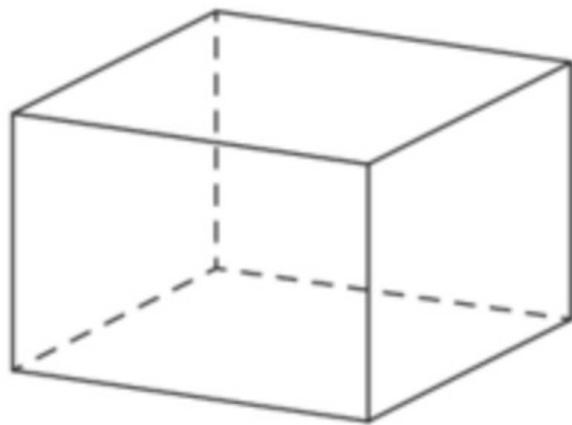
- Объём прямоугольного параллелепипеда  $V$



№ 27079. [похожие задачи](#)

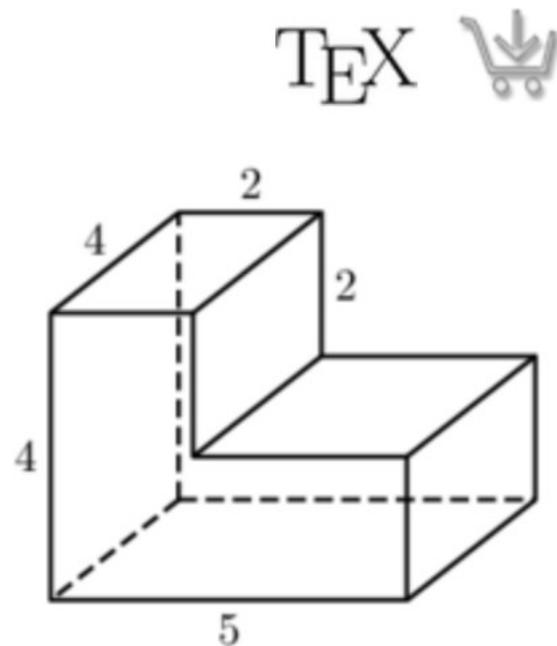


Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2 и 6. Объём параллелепипеда равен 48. Найдите третье ребро параллелепипеда, выходящее из той же вершины.



№ 27187. [похожие задачи](#)

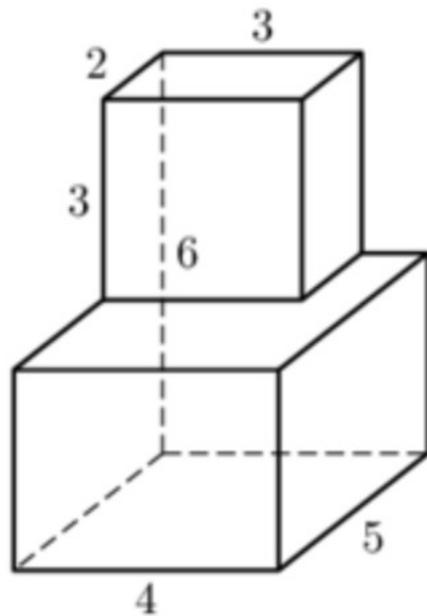
Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



№ 27210. [похожие задачи](#)

TEX 

Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.





# Бонавентура Франческо Кавальери

(1598 — 30 ноября 1647)

— итальянский математик, яркий и влиятельный представитель «геометрии неделимых», ученик Галилея.

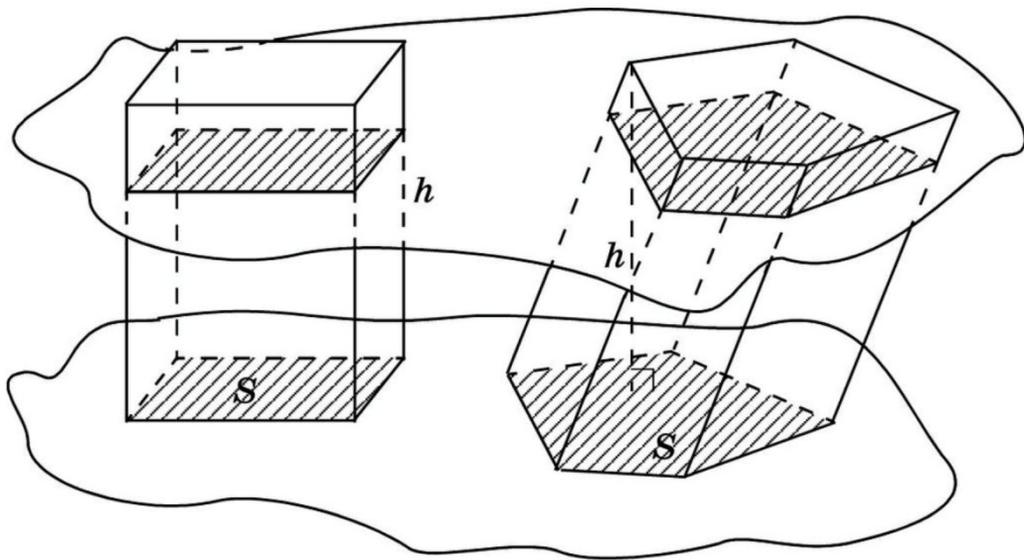
Выдвинутые им принципы и методы позволили ещё до открытия математического анализа успешно решить множество задач аналитического характера.



## Принцип Кавальери

Если при пересечении двух тел плоскостями, параллельными одной и той же плоскости, в сечениях этих тел любой из плоскостей получаются фигуры, площади которых относятся как  $m : n$ , то объёмы данных тел относятся как  $m : n$ .

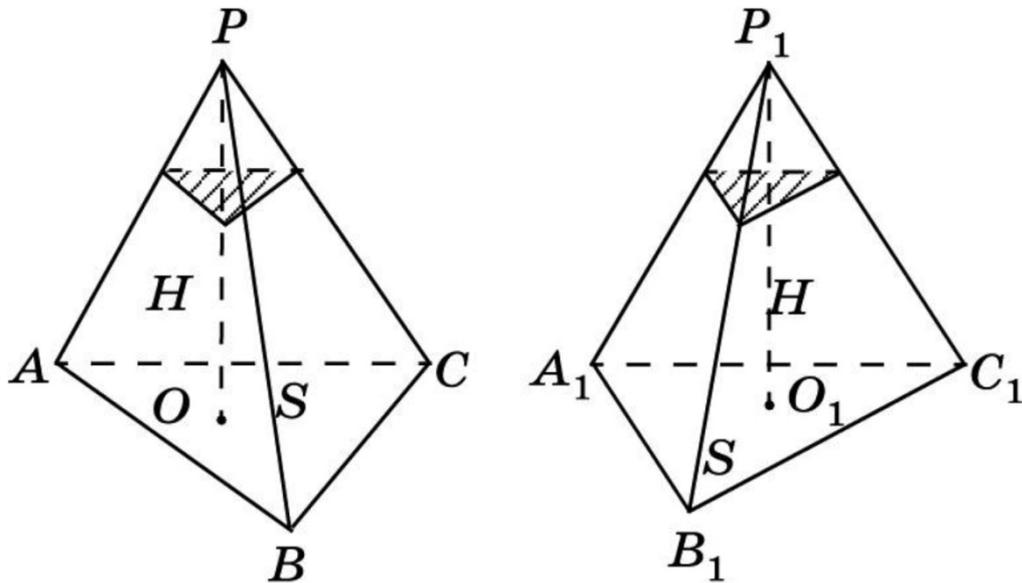
# Объём призмы



$$V = S_{OCH} \times h$$

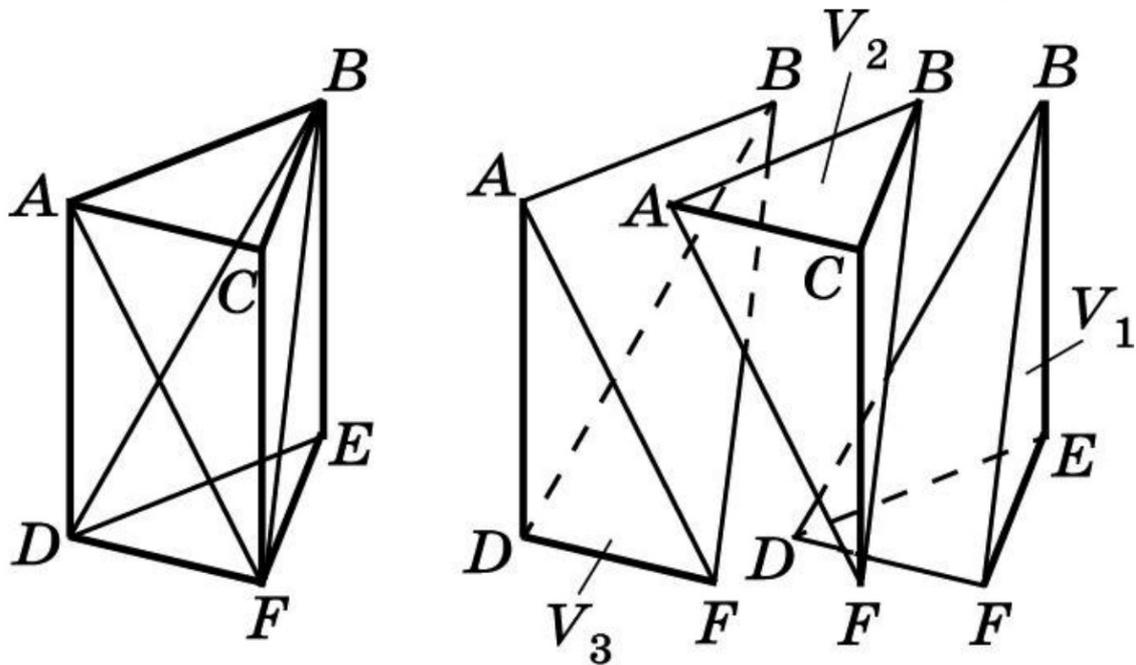
# Объём пирамиды

**Лемма.** Две треугольные пирамиды с равновеликими основаниями и равными высотами равновелики.



# Объём пирамиды

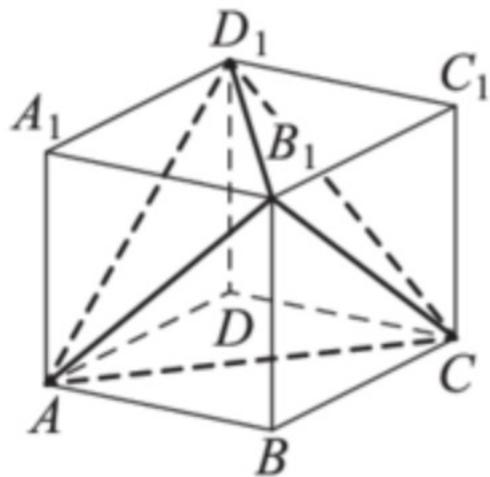
Объём любой треугольной пирамиды равен одной трети произведения площади основания на высоту.



№ 27209. [похожие задачи](#)

TEX 

Объём параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 4,5. Найдите объём треугольной пирамиды  $AD_1 CB_1$ .

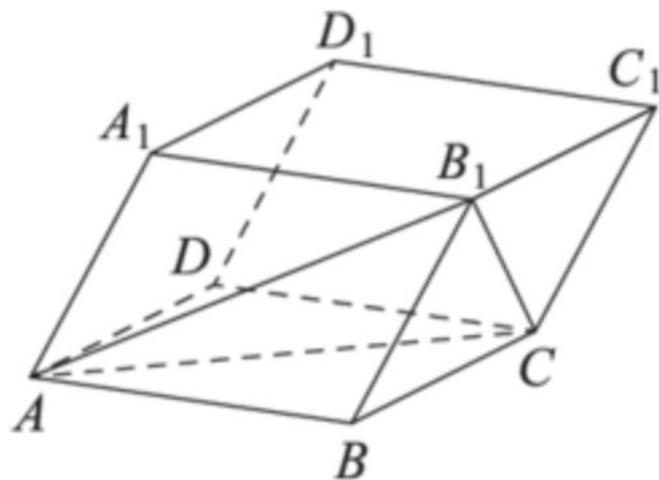


№ 27182. [похожие задачи](#)

TEX



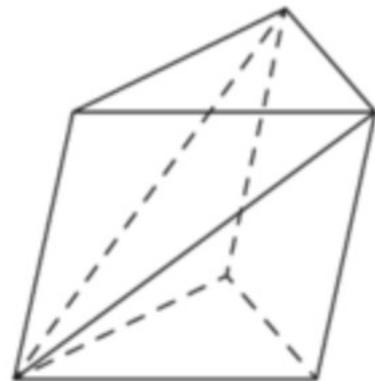
Объём параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 12. Найдите объём треугольной пирамиды  $ABCB_1$ .



№ 27112. [похожие задачи](#)

TEX 

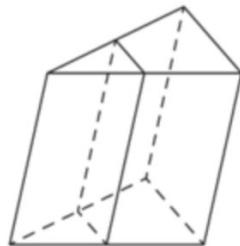
От треугольной призмы, объём которой равен 6, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через сторону одного основания и противоположную вершину другого основания. Найдите объём оставшейся части.



№ 27106. [похожие задачи](#)

Через среднюю линию основания треугольной призмы, объём которой равен 32, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём отсеченной треугольной призмы.

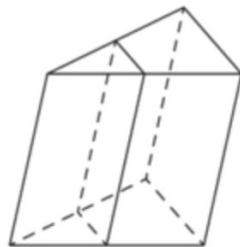
TEX 



№ 27107. [похожие задачи](#)

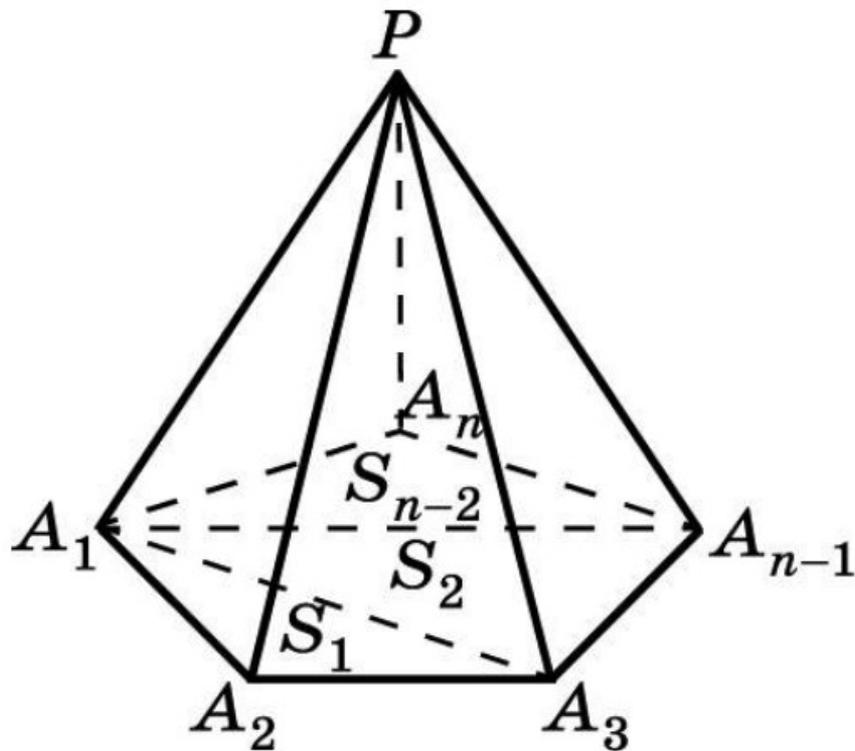
Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Объём отсеченной треугольной призмы равен 5. Найдите объём исходной призмы.

TEX 

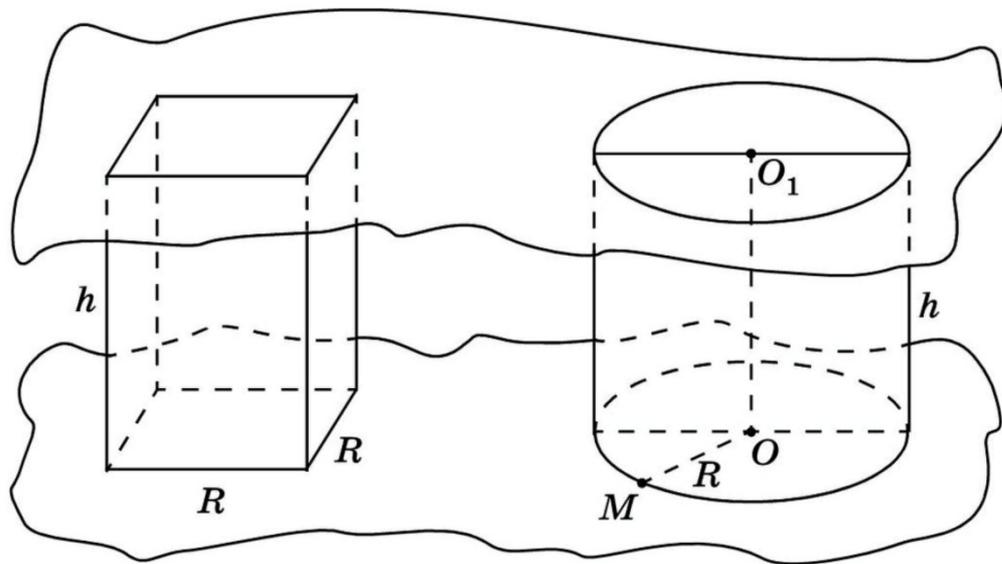


# Объём пирамиды

**Объём любой пирамиды равен одной трети произведения площади основания на высоту.**

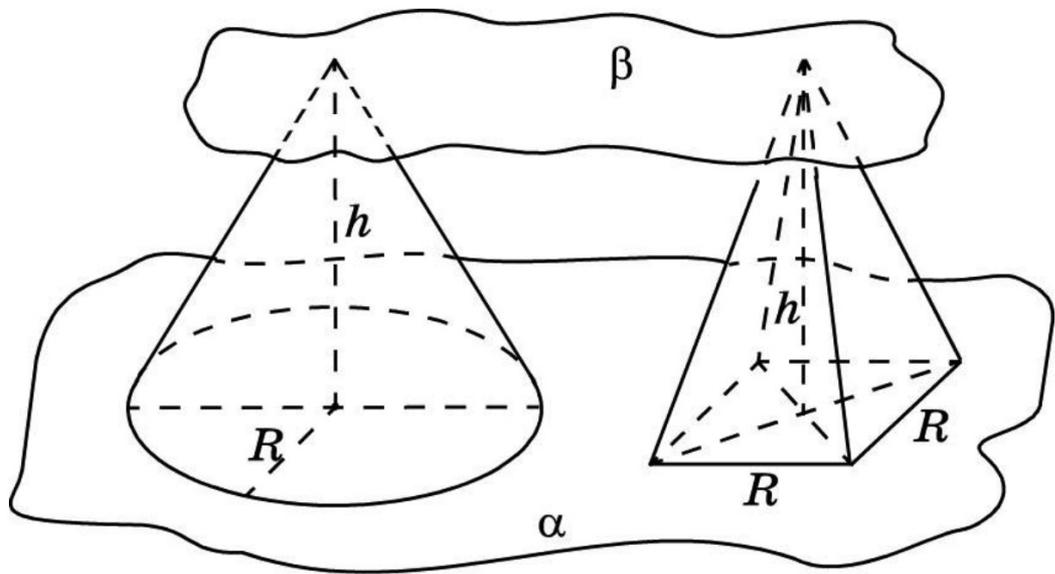


## Объём цилиндра

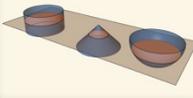
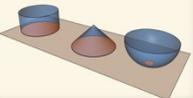
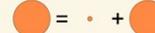
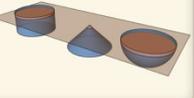


$$V = \pi \times R^2 \times h$$

# Объём конуса



$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h$$

$V_0 = \frac{2}{3} V_1$  $S_0 = \frac{2}{3} S_1$		
Шар и цилиндр	Фигуры	Взвешивание
		
Взвешивание	Взвешивание	Равновесие
		
Равновесие	Равновесие	Цилиндр, конус, шар
 	 	 
Равенство площадей	Равенство площадей	Равенство площадей



$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$$