корпорация российский учебник

# Готовим учеников 5—6 классов изучать курс геометрии 7—11 классов

Г.К.Муравин, кандидат педагогических наук,
почетный работник образования, ветеран труда,
автор УМК по математике для 1–11 классов

14 января 2019, г. Москва

# Вступление

Геометрия всегда представляла большие трудности в обучении школьников, чем арифметика и алгебра. Причиной этому, на мой взгляд, является необходимость в процессе обучения геометрии развивать **образное мышление и воображение** школьников, без которых невозможно овладеть умением решать задачи.

Этот процесс не сводится к привычному для большинства учителей разучиванию с учениками относительно небольшого числа доказательств теорем и применению этих теорем к некоторому набору стандартных задач, решение которых можно организовать **«по образцу»**.

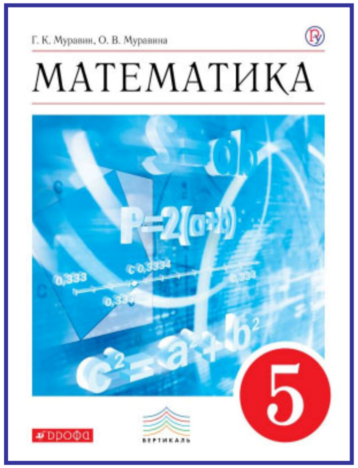
Попытка заставить школьников запомнить доказательства теорем и решения типовых задач **закрепощает их мышление,** и в большинстве случаев, не позволяет применить имеющиеся знания в ситуации даже слегка  измененной по сравнению с разученной.

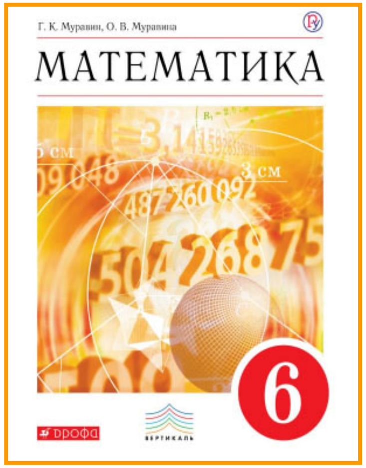
Так, например, к катастрофическим результатам приводит изменение ориентации фигур или использование других буквенных обозначений.

Понимание неэффективности изучения геометрии привело к парадоксальному результату – существенному снижению уровня требований к геометрическим знаниям на различных итоговых проверках. Так, в ЕГЭ попадают задачи из курса начальной школы.

В то же время ни содержание курса геометрии 7–11 классов, ни **методы обучения ему практически не меняются уже много лет**, и, трудно рассчитывать на позитивные перемены, по крайней мере, в ближайшей перспективе.

Естественно возникла **идея более раннего формирования** у школьников **геометрических представлений**. Эта идея воплощена в учебниках математики для 5 и 6 классов Муравина Г.К. и Муравиной О.В.



Геометрический материал курса 5-6 классов знакомит школьников с **основными понятиями геометрии**, которые будут активно использоваться в систематическом курсе, где они изучаются на более высоком уровне строгости. Знакомство с основными геометрическими фигурами, стереометрическими телами и их свойствами в 5 и 6 классах носит преимущественно **эмпирический характер**.

Например, к понятию **равенства фигур** приводят практические задания по наложению одной фигуры на другую.

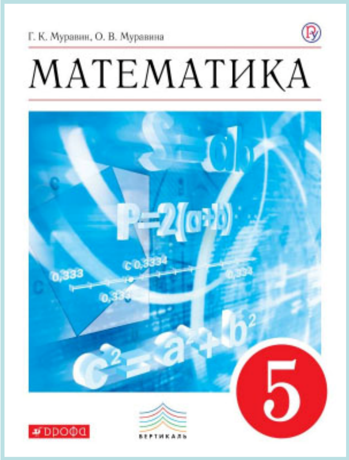
На уроках математики школьники учатся использовать угольники, циркуль и транспортир, а также тренируются в выполнении **геометрических построений от руки** и **оценке геометрических величин на глаз**.

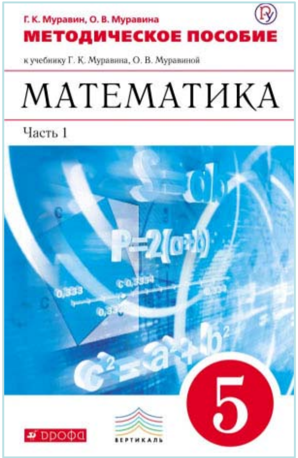
Этот этап формирования основных геометрических представлений и ощущений очень важен для развития школьников. В то же время учитель должен помнить, что речь идет о **формировании *представлений*,** а не об отработке ***навыков*** **геометрической деятельности**, что потребовало бы существенно больше времени и упражнений.

В учебнике представлены не все геометрические задачи, которые предстоит решать пятиклассникам, — часть задач, особенно те, в которых ученики проводят построения на готовых чертежах, помещены в рабочую тетрадь.

Обширный дополнительный материал для учителя по изучению геометрического материала представлен в методическом пособии.

Рассмотрим несколько примеров эмпирического подхода к формированию геометрических представлений.

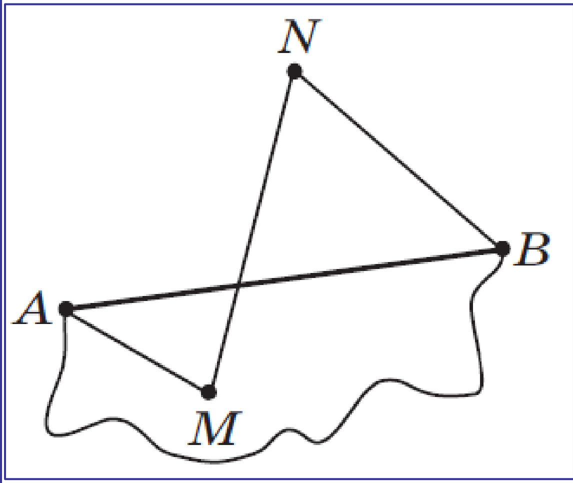


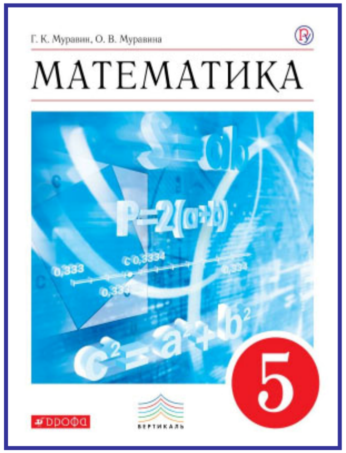





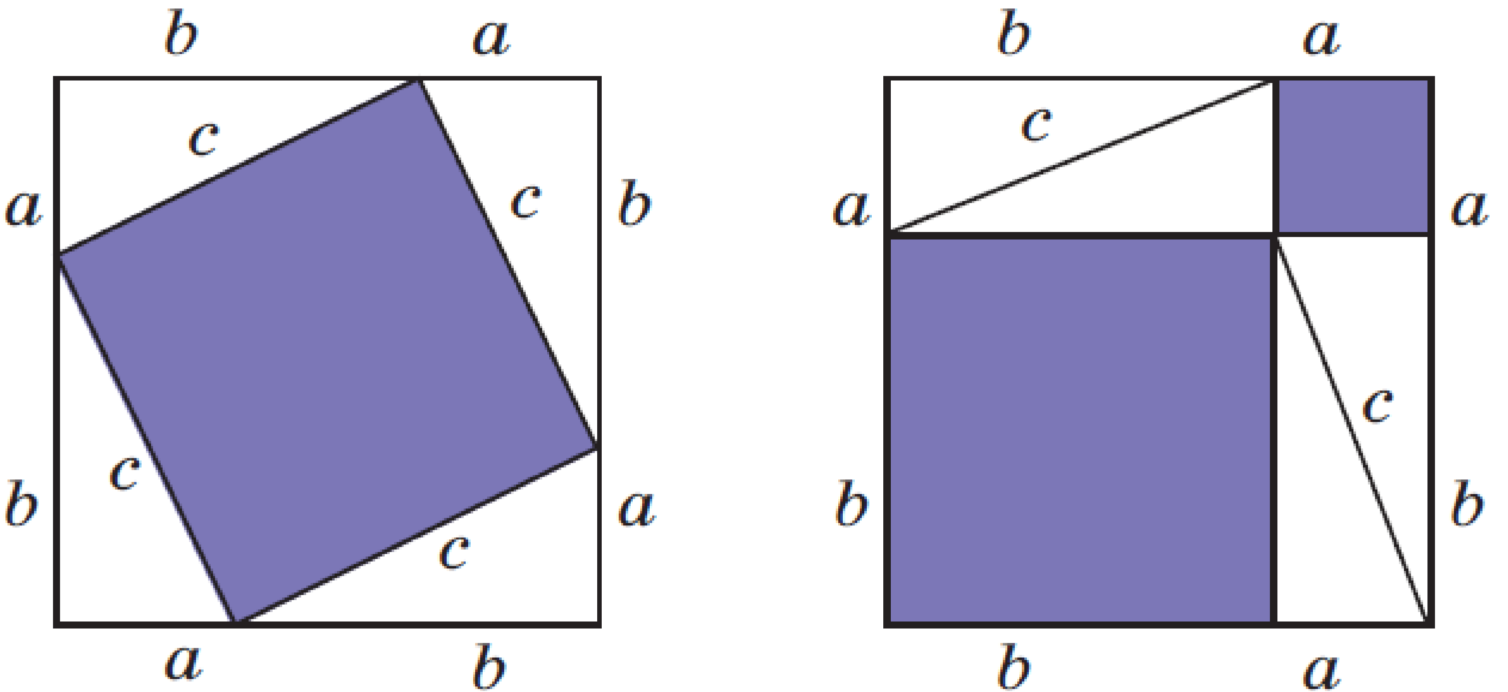
Включение **элементов движения** при рассмотрении кратчайшего расстояния между двумя точками приводит к понятию **длины отрезка**, **определению взаимного расположения трёх точек на плоскости**. Изображая точки по данным длинам, соединяющих их отрезков, школьники формулируют **неравенство треугольника**.

Похожие рассуждения позволяют убедиться, что изменение длины гипотенузы при сохранении длин катетов приводит к деформации прямого угла. Отсюда следует, что только у прямоугольного треугольника сумма квадратов двух сторон равна квадрату третьей стороны.



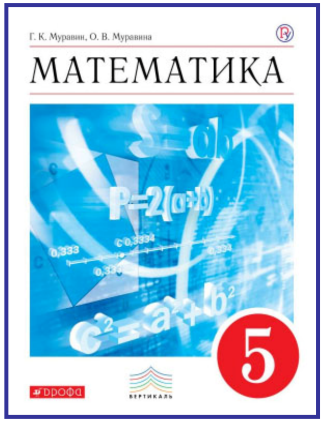



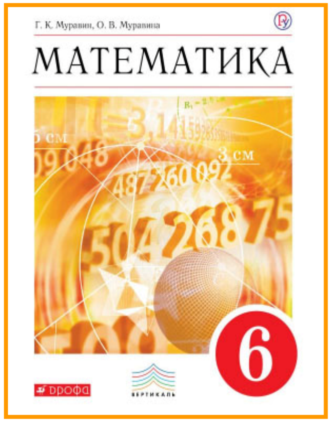
# Понятно, что сама теорема Пифагора доказывается с помощью площадей.

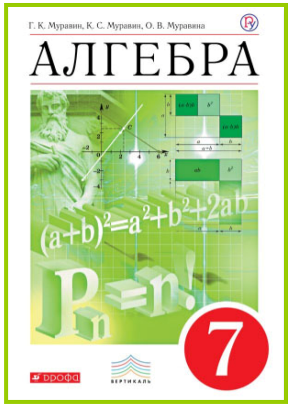



С **прямоугольником** ученики знакомятся ещё в начальной школе, все они знают, что его углы прямые, стороны параллельны, а площадь равна произведению длины и ширины. Последнее, в частности используется для иллюстрации переместительного свойства умножения чисел.

При этом **площадь прямоугольника** фигурирует во многих задачах курса математики 5, 6 классов и алгебры 7 класса, в то время как в геометрии до 8 класса авторы учебников делают вид, что ученики о площадях ничего не знают.



**144.** Отрезки $AC$ и $BD$, соединяющие противоположные вершины прямоугольника (рис. 45), называют ***диагоналями*** прямоугольника. Вырежьте из бумаги прямоугольник, проведите его диагональ и разрежьте прямоугольник по диагонали.

Наложите получившиеся у вас прямоугольные треугольники друг на друга и проверьте, равны ли они.

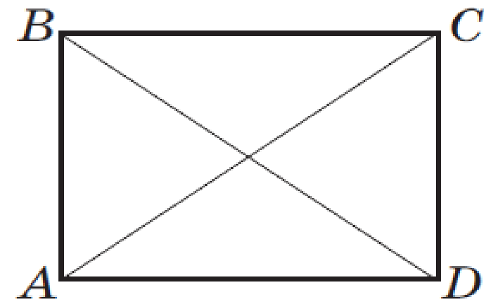
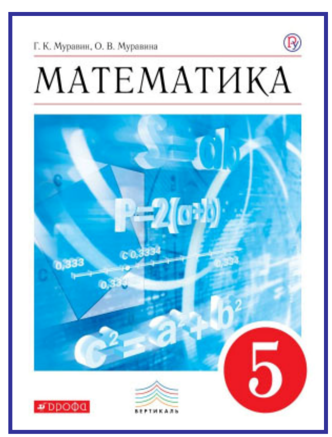



**Рис. 45**



**183.** 1) В прямоугольнике $ABCD$ (рис. 70) проведена диагональ $AC$. Отметьте дужками равные острые углы треугольников $ABC$ и $ADC$. 59

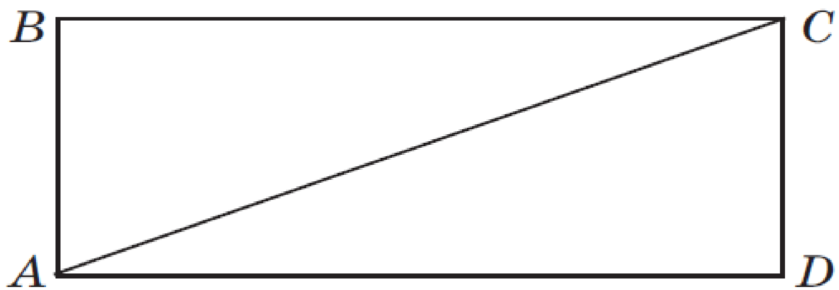



Рис. 70


**Можно здесь сказать и о сумме углов треугольника – сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90°, а произвольный треугольник разрезается на 2 прямоугольных.**

2) Достройте прямоугольник $ABCD$, зная, что две его стороны лежат на параллельных прямых $a$ и $b$ (рис. 71, $a$).

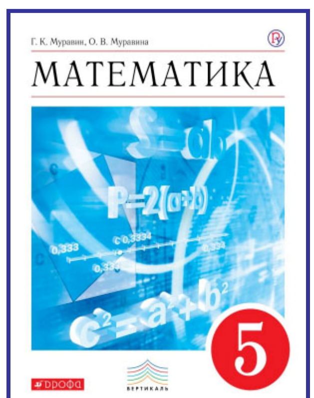

а) б)

**Рис. 71**

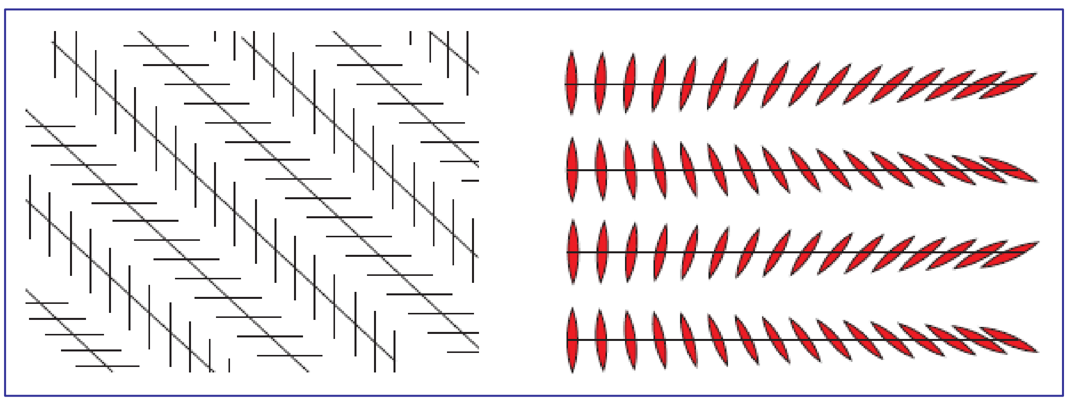
3) Параллельные прямые $m$ и $n$ пересечены прямой $l$ (рис. 71, *б*). 60, 61

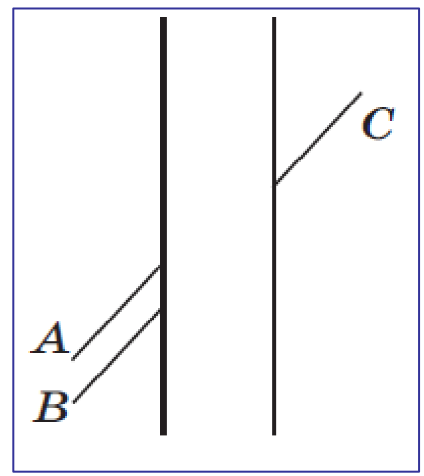
а) Выпишите углы, равные углам *1* и *2*.

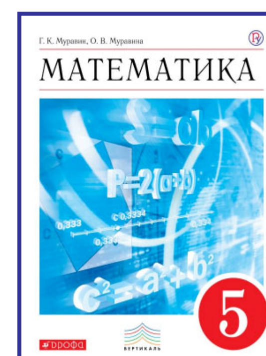
б) Выпишите углы, которые в сумме с углом *2* дают 180°.



Рассматривая взаимное расположение двух прямых на плоскости, формируем понятие параллельности. При этом важным является практическая невозможность сделать вывод о том, что прямые параллельны «на глаз». Убедиться в этом помогают оптические иллюзии.





**Вернёмся к разрезанному по диагонали прямоугольнику, и, зная что площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов, решим следующую задачу.**

**425.** Найдите площади фигур, изображённых на рисунке 124.

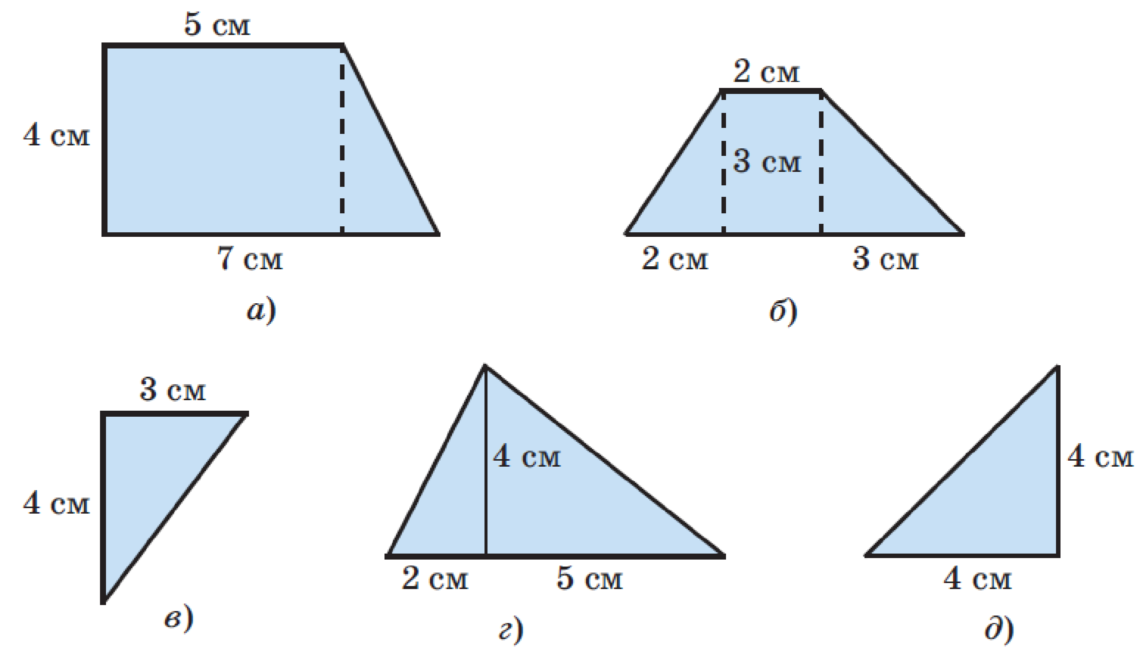
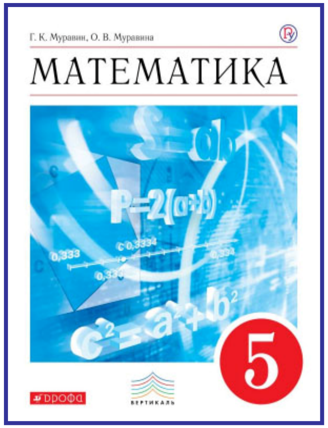
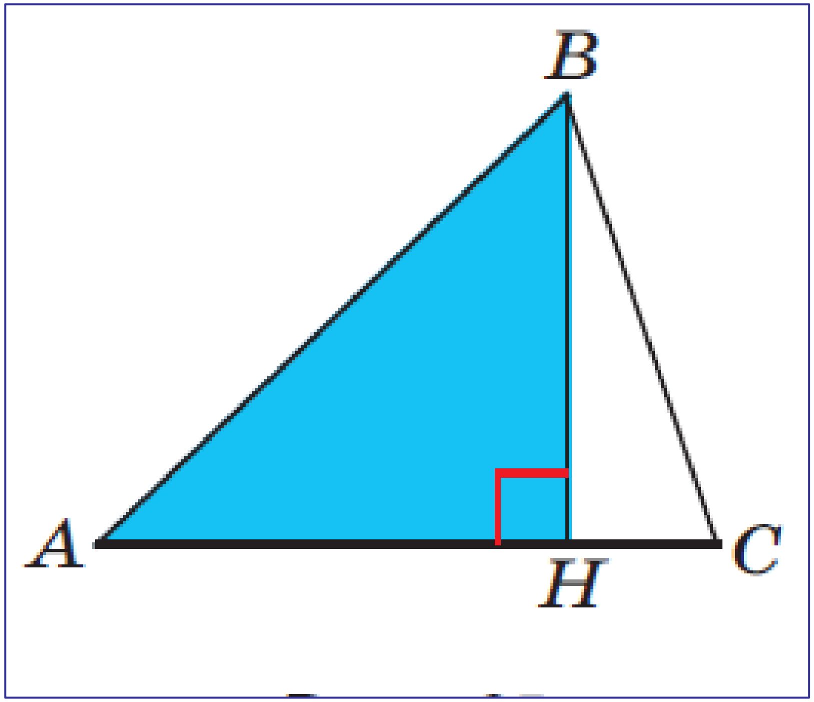


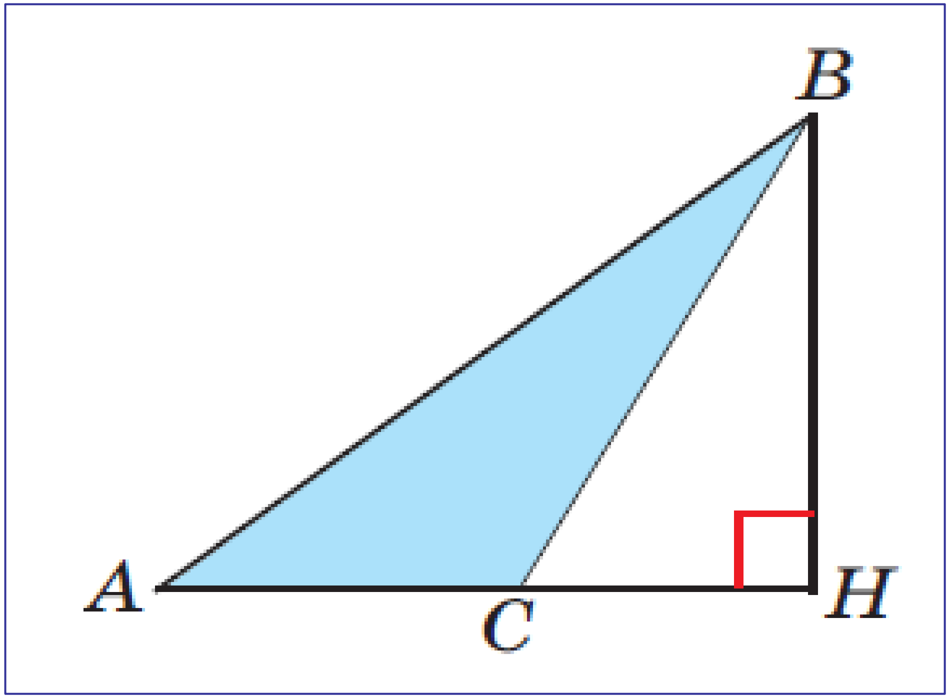

**Рис. 124**



# Теперь легко получить формулу для площади треугольника.

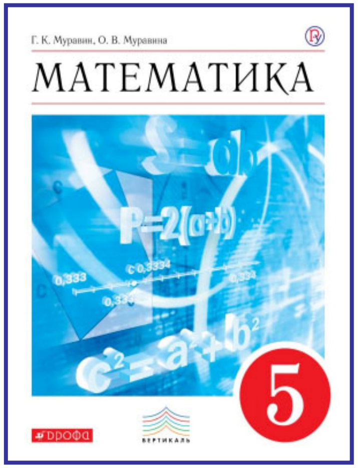

$$S = \frac{AC \cdot BH}{2}$$

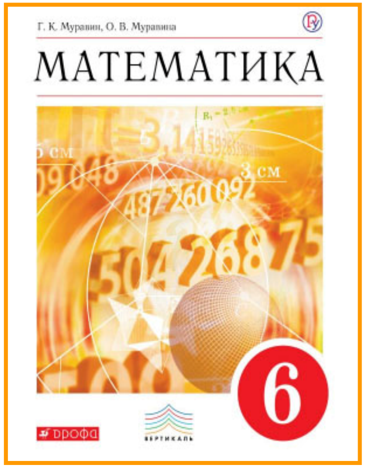


Геометрический материал в 5 и 6 классах взаимосвязан с сопутствующими темами.

Например, построение треугольников с операциями над множествами, а именно с пересечением множеств.



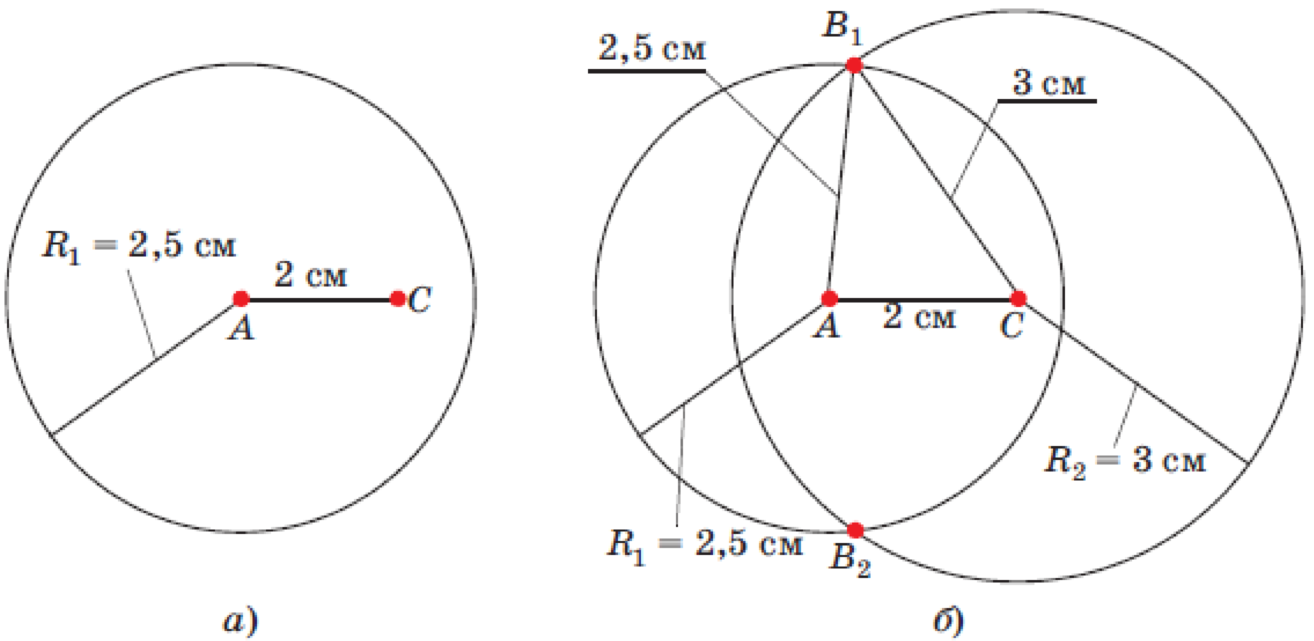


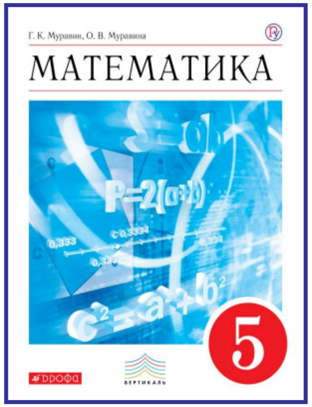

**Рис. 45**

**334.** Постройте треугольник со сторонами 3 см, 4 см и 5 см и объясните своё решение, используя термины «множество», «элемент множества», «пересечение множеств».

**335●.** На плоскости отмечены две точки. Сколько элементов может оказаться в множестве точек плоскости, удалённых от каждой из них на 2 см? Проиллюстрируйте каждый случай рисунком.

**336●.** Постройте треугольник $ABC$, у которого:

$$AC = 3 \text{ см}, \angle A = 60^\circ, \angle C = 40^\circ.$$ 75

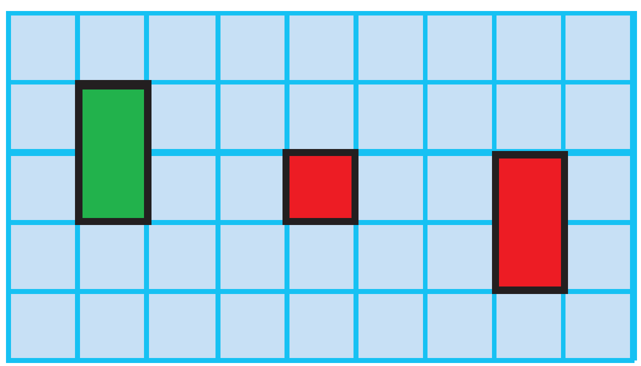


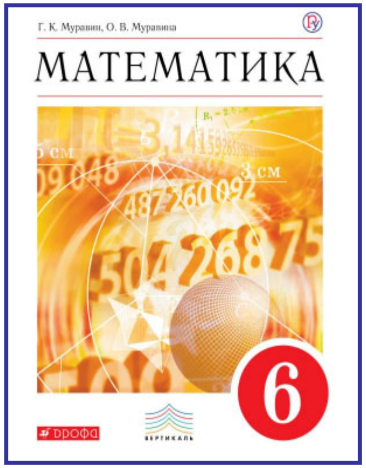
**Центральная симметрия служит основанием для введения отрицательных чисел. При этом эмпирическим основанием для симметрии выступает игра на бумаге в клетку.**

В строке из 11 клеток тетради, изображённой на рисунке 52, игроки по очереди закрашивают одну, две или три соседние клетки. Выигрывает тот из игроков, кто закрасит последнюю клетку.

Рис. 52

Или более сложный вариант игры.





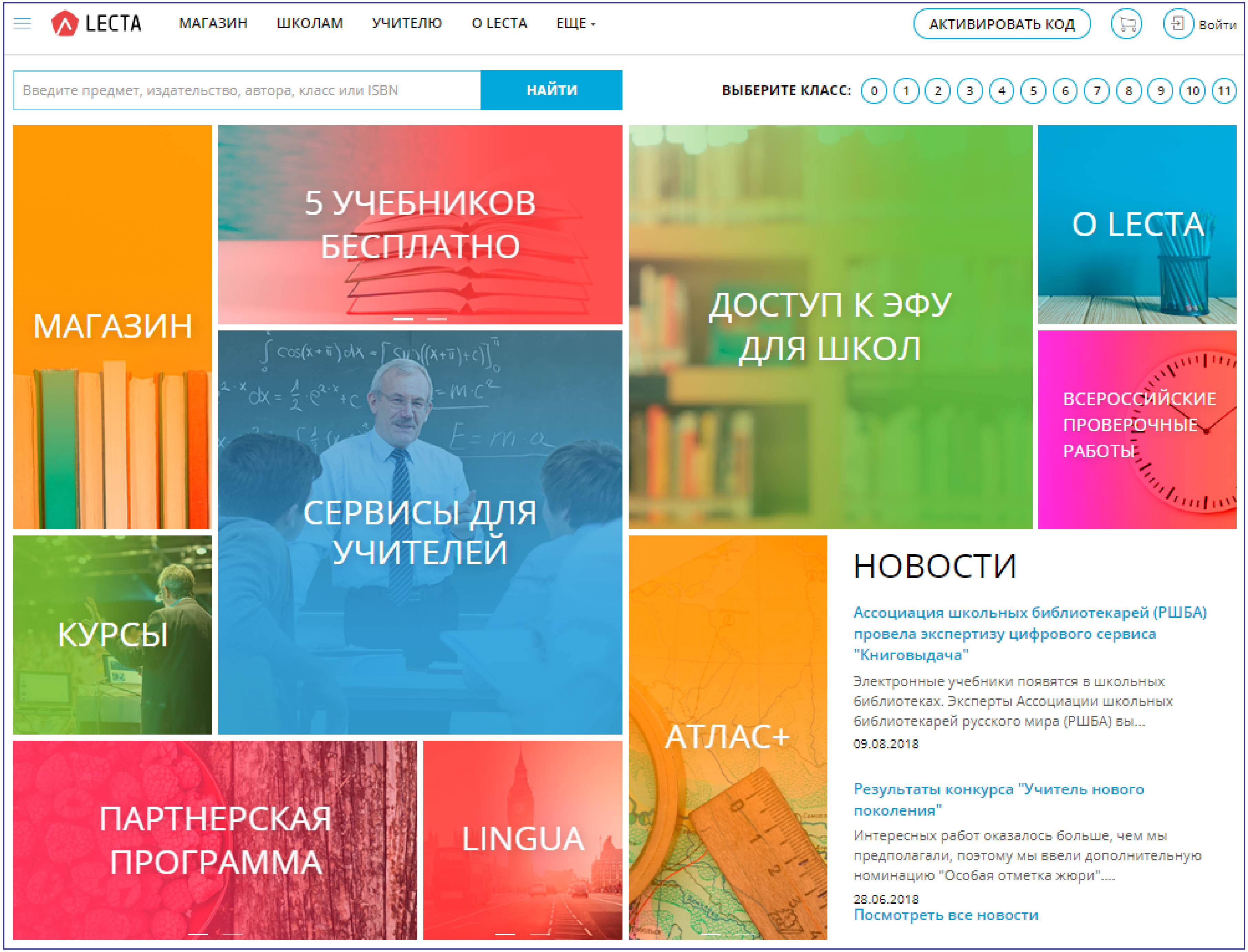
Пропорциональность и масштаб тесно связаны с подобием фигур. О формировании представлений о подобии фигур подробно говорилось на вебинаре, который я посвятил наглядной геометрии 30 марта 2016 года. Этот вебинар можно посмотреть на сайте Корпорации «Российский учебник».

Но, лучше скачать себе на компьютер программу **LECTA**, которая тоже есть на сайте Корпорации, и скачать весь учебник, что можно сделать бесплатно. Приведем ссылку:

https://lecta.rosuchebnik.ru/news/dostup-k-elektronnym-uchebnikam-mozhno-poluchit-besplatno

На рассмотренных примерах я постарался показать, что изучение геометрического материала в 5 и 6 классах можно совместить с изучением арифметического и алгебраического материала, что позволяет сформировать в сознании школьников связывающий эти предметы **слой ассоциаций, и эмпирик**, «толщина» которого и является критерием прочности и глубины усвоения материала.

Этот слой представляет собой описанную ещё Л.С.Выготским **ориентировочную основу деятельности**, характеризующую развитость продуктивного мышления, что согласно словам (но не делам) Министерства Просвещения относится к приоритетным целям школьного образования.


LECTA
МАГАЗИН
ШКОЛАМ
УЧИТЕЛЮ
О LECTA
ЕЩЕ
АКТИВИРОВАТЬ КОД
Войти
Введите предмет, издательство, автора, класс или ISBN
НАЙТИ
ВЫБЕРИТЕ КЛАСС: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11
МАГАЗИН
5 УЧЕБНИКОВ БЕСПЛАТНО
ДОСТУП К ЭФУ ДЛЯ ШКОЛ
О LECTA
ВСЕРОССИЙСКИЕ ПРОВЕРОЧНЫЕ РАБОТЫ
СЕРВИСЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ
КУРСЫ
АТЛАС+
НОВОСТИ
Ассоциация школьных библиотекарей (РШБА) провела экспертизу цифрового сервиса "Книговыдача"
Электронные учебники появятся в школьных библиотеках. Эксперты Ассоциации школьных библиотекарей русского мира (РШБА) вы...
09.08.2018
Результаты конкурса "Учитель нового поколения"
Интересных работ оказалось больше, чем мы предполагали, поэтому мы ввели дополнительную номинацию "Особая отметка жюри"....
28.06.2018
Посмотреть все новости
ПАРТНЕРСКАЯ ПРОГРАММА
LINGUA

# В заключении несколько фрагментов геометрии из главы «Повторение».

**786.** Найдите площади фигур, изображённых на рисунке 160.

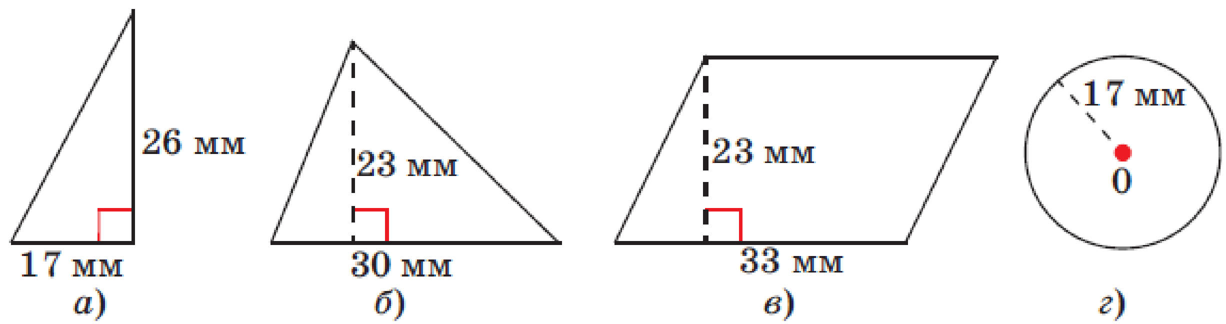
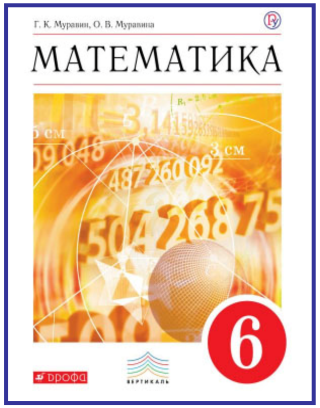



Рис. 160




**790.** Начертите:

1) смежные углы, если один из углов равен $110^\circ$;
2) треугольник $MKL$, в котором угол $K$ равен $59^\circ$;
3) четырёхугольник, у которого один угол прямой, другой равен $137^\circ$, а одна из сторон имеет длину 4,5 см.

**796.** Найдите смежные углы, если один из них:

1) в 3 раза больше второго;
2) на $72^\circ$ больше второго;
3) составляет $\frac{2}{3}$ второго;
4) составляет 20% второго.

**797.** Найдите величины смежных углов, которые относятся:

1) как 7 : 3;
2) как 4 : 5;
3) как 2 : 3;
4) как 7 : 11.

# Глава «Повторение»

**798.** Найдите сумму величин углов правильного семиугольника.

**799.** Найдите сумму углов *1*, *2* и *3* на рисунке 161.

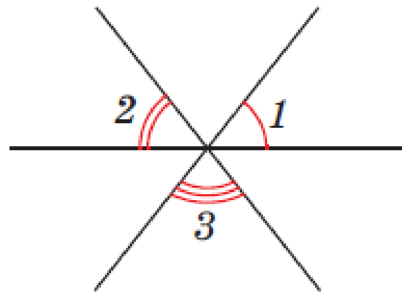
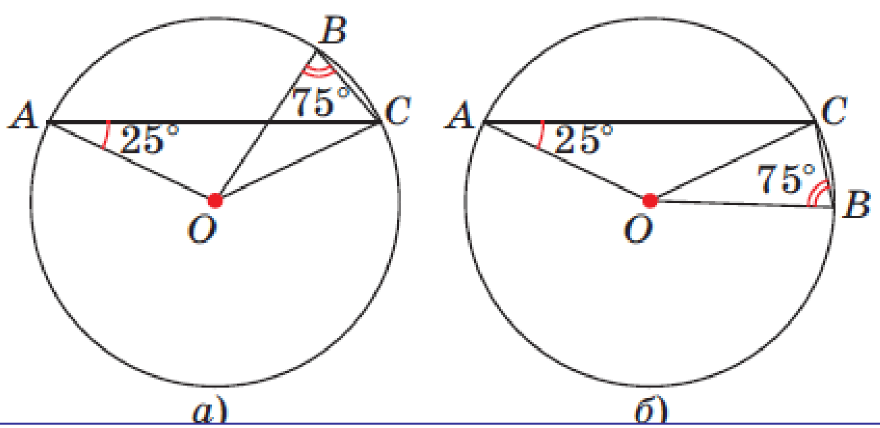
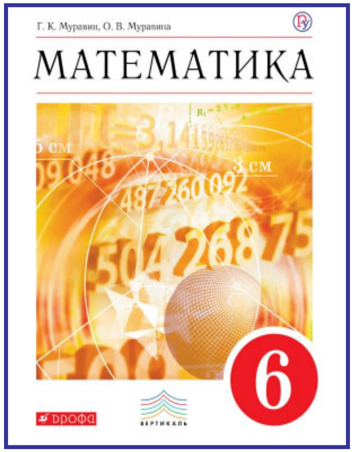



Рис. 161

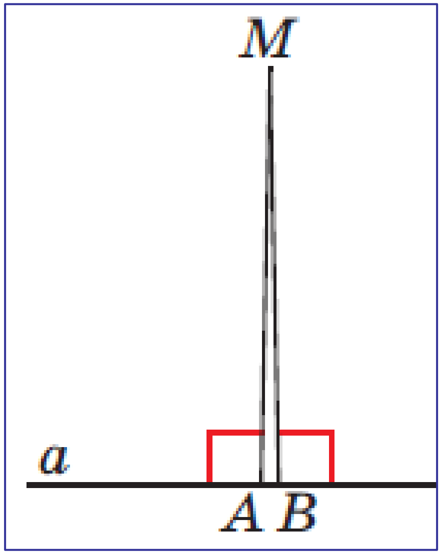
**800.** Найдите величину угла $ACB$ на рисунке 162.

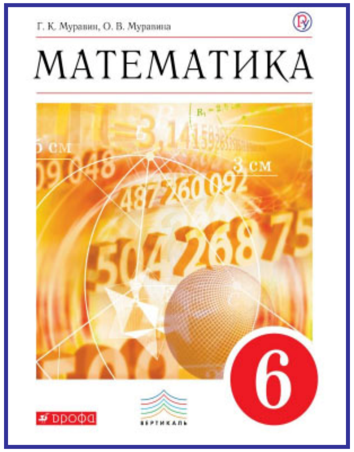


# Пример доказательства можно увидеть на рисунке.

**804●.** Докажите, что из точки, не лежащей на прямой, нельзя провести к этой прямой двух разных перпендикуляров, т. е. что ситуация, изображённая на рисунке 164, невозможна.



# В курсе математики 5–6 классов ученики знакомятся с соответствующими формулами объёмов.

**815.** В цилиндр вписан шар радиуса 5 см, который имеет с боковой поверхностью общую окружность и касается обоих оснований цилиндра (рис. 168).

1) Найдите объёмы цилиндра и шара.

2) Какой процент объёма цилиндра составляет объём этого шара?

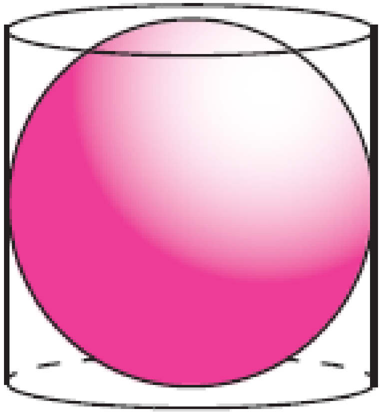
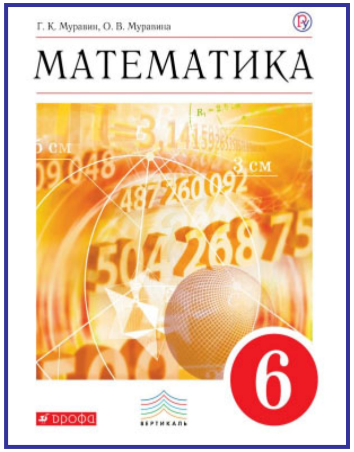


Рис. 168



2) Найдите величину угла $MOA$ на рисунке 177, если известно, что $\angle AOB = 54°$ и $AC$ — прямая.

**909.** На рисунке 178 изображён треугольник $ABC$, в котором $AB = BC$. Найдите величину угла $ALB$.

**910●.** Найдите величины углов $A$, $B$ и $C$ треугольника $ABC$, изображённого на рисунке 179.

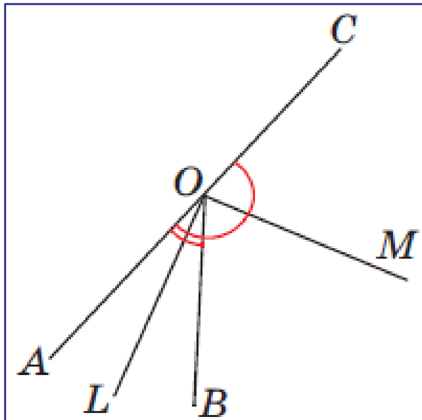



Рис. 177

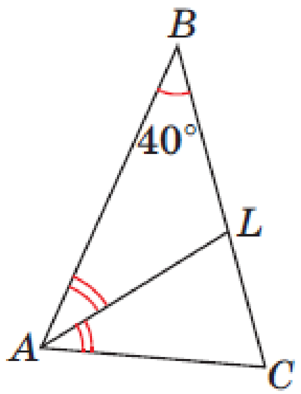



Рис. 178

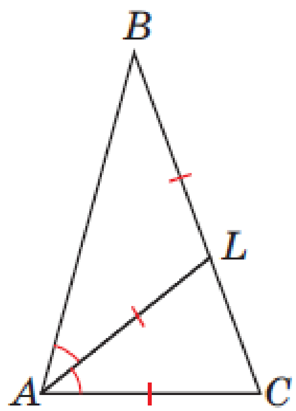
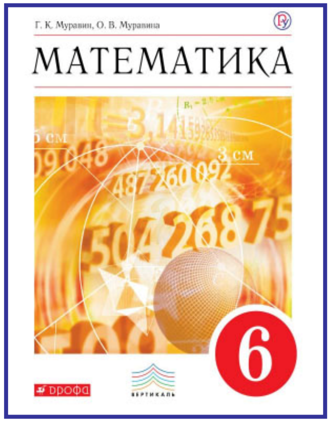



Рис. 179



# Практикум по развитию пространственного воображения

**922.** На каркасе пирамиды натянут шнур (рис. 189). Укажите, какие отрезки этого шнура соприкасаются друг с другом не на каркасе пирамиды.

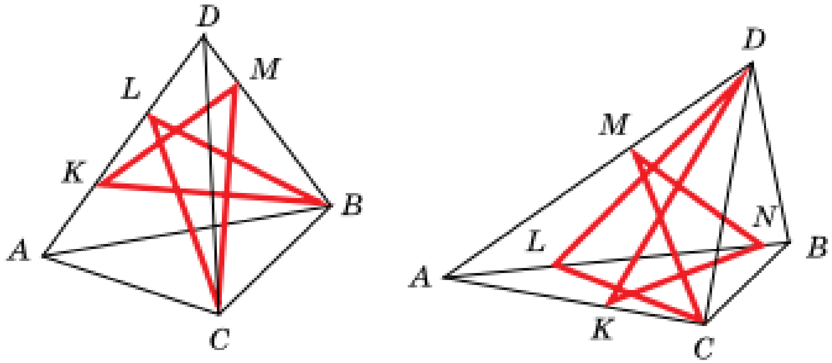



**Рис. 189**

**923.** На каркасе прямой призмы натянут шнур (рис. 190). Укажите, какие отрезки этого шнура соприкасаются друг с другом не на каркасе призмы.

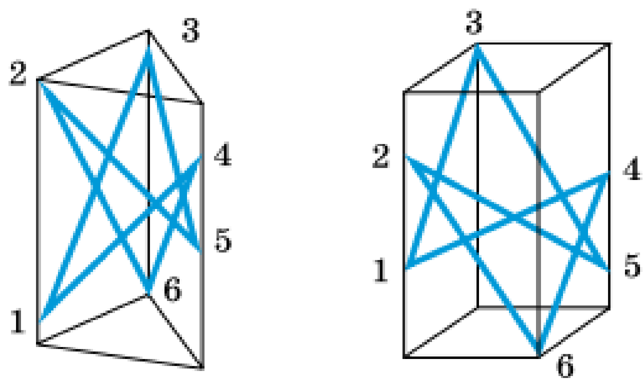



**Рис. 190**

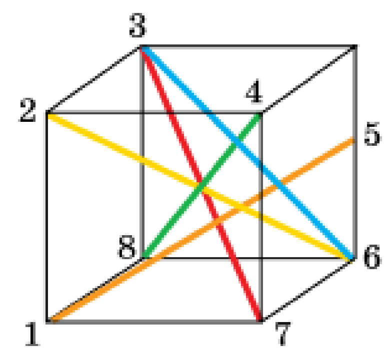
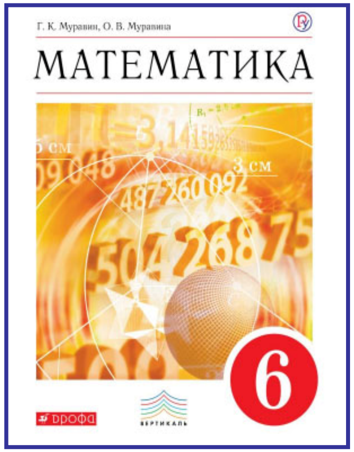



**Рис. 191**



корпорация российский учебник

# *Спасибо за внимание!*

**Муравин Георгий Константинович,**
**Муравина Ольга Викторовна,**
**E-mail: olgamuravina@gmail.com**
**Авторский сайт: muravins.ru**