

Вариант №1409

13. а) Решите уравнение $\frac{1}{2} \sin 2x - \frac{1}{\sqrt{3}} \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} + x \right) = 0$.

б) Укажите корни на промежутке

$$\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi \right]$$

14. В правильной четырехугольной пирамиде $MABCD$ с вершиной M стороны основания равны 15 а боковые ребра равны 16. Через точку B и середину ребра MD параллельно прямой AC проведена плоскость α .

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью α — четырехугольник с перпендикулярными диагоналями.

б) Найдите площадь сечения.

15. Решите неравенство $\frac{13 - 5 \cdot 3^x}{9^x - 12 \cdot 3^x + 27} \geq 0,5$.

16. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Точки M и N - середины сторон AB и CD соответственно. Окружность проходит через точки B и C и пересекает отрезки BM и CN в точках P и Q , отличных от концов отрезков, соответственно.

а) Докажите, что M, N, P, Q лежат на одной окружности.

б) Найдите QN , если DP и PC перпендикулярны, $AB=26, BC=4,5, CD=25, AD=21,5$.

17. В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

- ✓ каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- ✓ с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- ✓ в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020
Долг в (млн рублей)	S	$0,7S$	$0,4S$	$0,2S$	0

Найдите наименьшее значение S , при котором общая сумма выплат будет больше 10 млн рублей.

18. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{2a - x^2 + 3x}{x - a^2} = 0$ имеет ровно два различных корня.

19. Квадратное уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет два различных натуральных корня.

а) Пусть $q = 55$. Найдите все возможные значения p .

б) Пусть $p + q = 30$. Найдите все возможные значения q .

в) Пусть $q^2 - p^2 = 2108$. Найдите все возможные корни исходного уравнения.

