Возможности учебников по математике УМК А.Г. Мерзляка в подготовке к итоговым экзаменам

Самсонов П.И.

Москва, 2020

ТИП задачи. Решение тригонометрического уравнения

Решите уравнение $\sqrt{2}sin2x \cdot sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=2sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$и найдите все его корни, принадлежащие промежутку [- 3π; 5π].

ТИП задачи. Решение тригонометрического уравнения

$$\sqrt{2}\sin 2x \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 2\sin\left(\frac{\pi}{4}\right),$$

$$\sin 2x \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1,$$

$$\begin{cases} \sin 2x = 1, \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} \sin 2x = -1, \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1. \end{cases}$$

ТИП задачи. Решение тригонометрического уравнения

$$\begin{cases} \sin 2x = 1, \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in Z \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z \\ x = \frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in Z. \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in Z.$$

ТИП задачи. Решение тригонометрического уравнения

$$\begin{cases} \boldsymbol{sin2x = -1,} \\ \boldsymbol{sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1;} \end{cases} \quad \begin{cases} \boldsymbol{2x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z} \\ \boldsymbol{x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} + 2\pi l, l \in Z} \end{cases} \quad \begin{cases} \boldsymbol{x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z} \\ \boldsymbol{x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi l, l \in Z.} \end{cases}$$

решений нет.

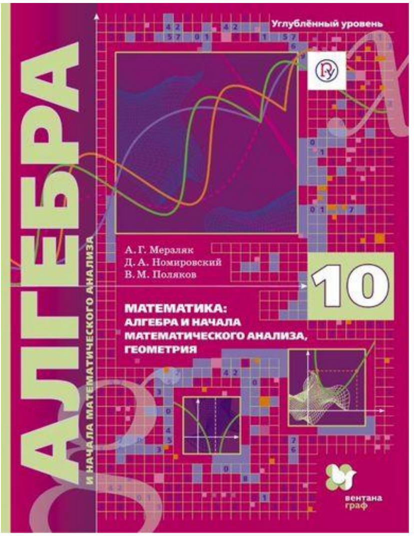
ТИП задачи. Решение тригонометрического уравнения

$$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in Z.$$

[- 3π; 5π]: $-\frac{7\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}; \frac{17\pi}{4}$.

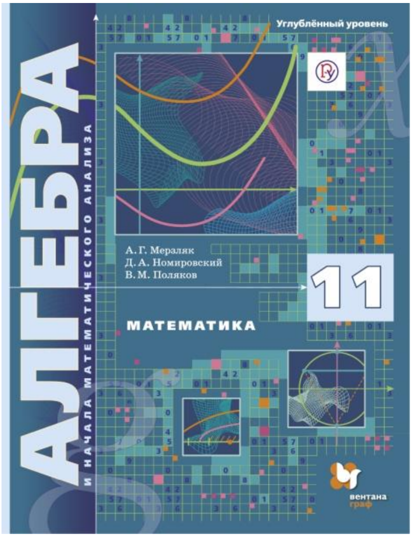
ТИП задачи. Решение тригонометрического уравнения

Решите уравнение $\sqrt{2} sin 2x \cdot sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 2 sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$ и найдите все его корни, принадлежащие промежутку [- 3π; 5π].



§33. Решение тригонометрических уравнений методом разложения на множители. Применение ограниченности тригонометрических функций.

§34. О равносильных переходах при решении тригонометрических уравнений



ТИП задачи. Решение неравенства

$$\frac{9^x - 25 \cdot 3^x + 26}{3^x - 1} + \frac{9^x - 7 \cdot 3^x + 1}{3^x - 7} \leq 2 \cdot 3^x - 24$$

ТИП задачи. Решение неравенства

$3^x = t$:

$$\frac{t^2 - 25 \cdot t + 26}{t - 1} + \frac{t^2 - 7 \cdot t + 1}{t - 7} \leq 2 \cdot t - 24,$$

$$\frac{t^2 - t - 24t + 24 + 2}{t - 1} + \frac{t^2 - 7 \cdot t + 1}{t - 7} \leq 2 \cdot t - 24,$$

$$t - 24 + \frac{2}{t - 1} + t + \frac{1}{t - 7} \leq 2 \cdot t - 24,$$

$$\frac{2}{t - 1} + \frac{1}{t - 7} \leq 0,$$

$$\frac{t - 5}{(t - 1)(t - 7)} \leq 0.$$

ТИП задачи. Решение неравенства

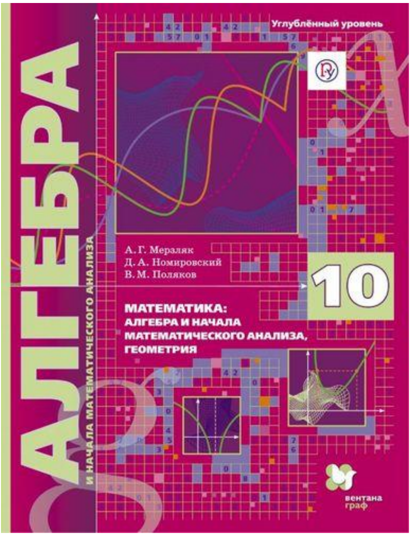
$$t < 1,$$
$$3^x < 3^0,$$
$$x < 0.$$

или

$$5 \leq t < 7,$$
$$5 \leq 3^x < 7,$$
$$\log_3 5 \leq x < \log_3 7 .$$

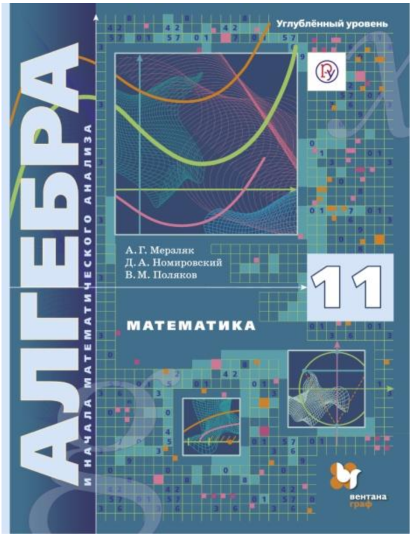
ТИП задачи. Решение неравенства

$$\frac{9^x - 25 \cdot 3^x + 26}{3^x - 1} + \frac{9^x - 7 \cdot 3^x + 1}{3^x - 7} \leq 2 \cdot 3^x - 24$$



§28. Упражнения для повторения курсов математики, алгебры, алгебры и начал анализа

стр. 253 - 299



ТИП задачи. Нахождение зависимостей в наборе чисел

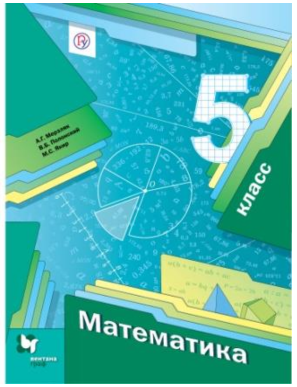
На доске написано сто различных натуральных чисел, сумма которых равна 5130.

а) может ли оказаться так, что на доске написано число 220;

б) может ли оказаться так, что на доске нет числа 12;

в) какое наименьшее количество чисел, кратных 12 может быть на доске?

ТИП задачи. Нахождение зависимостей в наборе чисел



На доске написано сто различных натуральных чисел, сумма которых равна 5130.

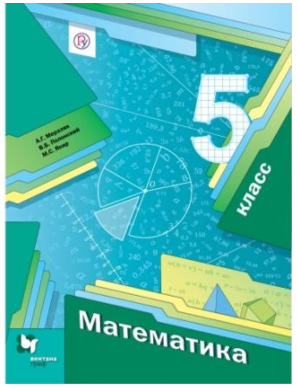
а) может ли оказаться так, что на доске написано число 220?

Пусть такое возможно. Тогда самые маленькие числа такого ряда: 1, 2, 3, …, 98, 99, 220 и их сумма

$1 + 2 + \ldots + 99 + 100 + 120 = 5050 + 120 = 5170$, и $5170 > 5130$.

Значит предположение неверно и такого быть не может.

ТИП задачи. Нахождение зависимостей в наборе чисел



На доске написано сто различных натуральных чисел, сумма которых равна 5130.

б) может ли оказаться так, что на доске нет числа 12?

Пусть такое возможно. Тогда самые маленькие числа такого ряда: 1, 2, 3, … 11, 13, …, 99, 100, 101 и их сумма

1 + 2 + … + 100 + 101 = 5050 – 12 + 101 = 5139, и 5139 > 5130.

Значит предположение неверно и такого быть не может.

ТИП задачи. Нахождение зависимостей в наборе чисел

На доске написано сто различных натуральных чисел, сумма которых равна 5130.

в) какое наименьшее количество чисел, кратных 12 может быть на доске?

Мы показали, что само 12 должно быть точно. Значит одно число кратное 12 есть. Далее последовательно проверяем и находим, что таких числе должно быть пять, приводим один из возможных примеров.

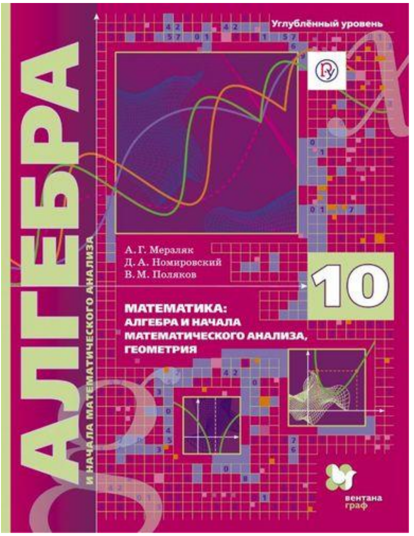
ТИП задачи. Нахождение зависимостей в наборе чисел

На доске написано сто различных натуральных чисел, сумма которых равна 5130.

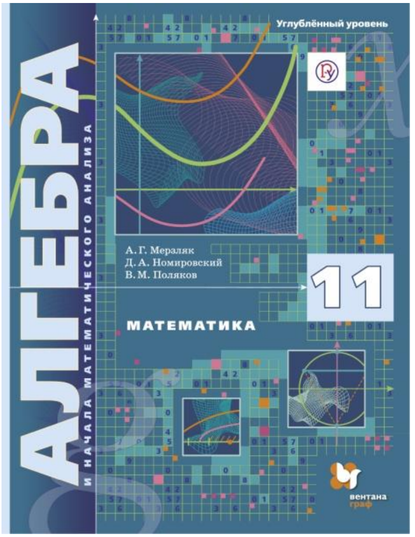
а) может ли оказаться так, что на доске написано число 220;

б) может ли оказаться так, что на доске нет числа 12;

в) какое наименьшее количество чисел, кратных 12 может быть на доске?



Глава 6. Элементы теории чисел. Метод математической индукции.



В «Новый год!» с новыми учебниками