

Алгоритмический подход  
к решению задач

## КИНЕМАТИКА



к.т.н. Опаловский В.А.  
учитель высшей квалификационной категории  
методист корпорации «Российский учебник»

# Серия вебинаров «Решение задач»

---

Кинематика

Динамика

Законы сохранения в механике

Молекулярно-кинетическая теория и термодинамика

# Решение задач

---

- Невозможно понять физику, не научившись решать задачи.
- Решение задач – следствие правильного понимания физических законов (**от теории к практике**).
- Опыт, накапливаемый при решении задач, позволяет более глубоко осознавать физические теории (**от практики к теории**).

# Основа успеха

---

Глубокое понимание сути физических явлений.

Правильная, выверенная последовательность действий при решении задач (т.е. **наличие** четко спланированного руководства к действию – алгоритма).

# Место алгоритмов в УМК

---

**Алгоритмы решения задач приводятся:**

- ✓ В учебнике, при рассмотрении примеров решения задач
- ✓ В рабочей тетради в виде шагов с названиями этапов (в начале изучения темы) или только номерами шагов (в конце изучения темы)

**Цели задания алгоритмов:**

- ✓ Приучить учащихся к правильной последовательности действий при решении задач
- ✓ Помощь в самостоятельной работе учащихся

# Процент выполнения ЕГЭ по видам деятельности

Вид деятельности	2016	2017	2018	2019
Применение законов и формул в типовых ситуациях	60	67	69	68
Анализ и объяснение явлений и процессов	59	63	61	60
Методологические умения	61	75	65	61
Решение задач	17	19	20	26

# Решение задач

Сформированные навыки решения задач являются обязательным условием получения высоких результатов ЕГЭ.

Решение задач повышенного и высокого уровней сложности остаётся наиболее сложным видом деятельности для учеников. Но только по этому виду деятельности наблюдается стабильный рост результатов – вдвое за последние пять лет.

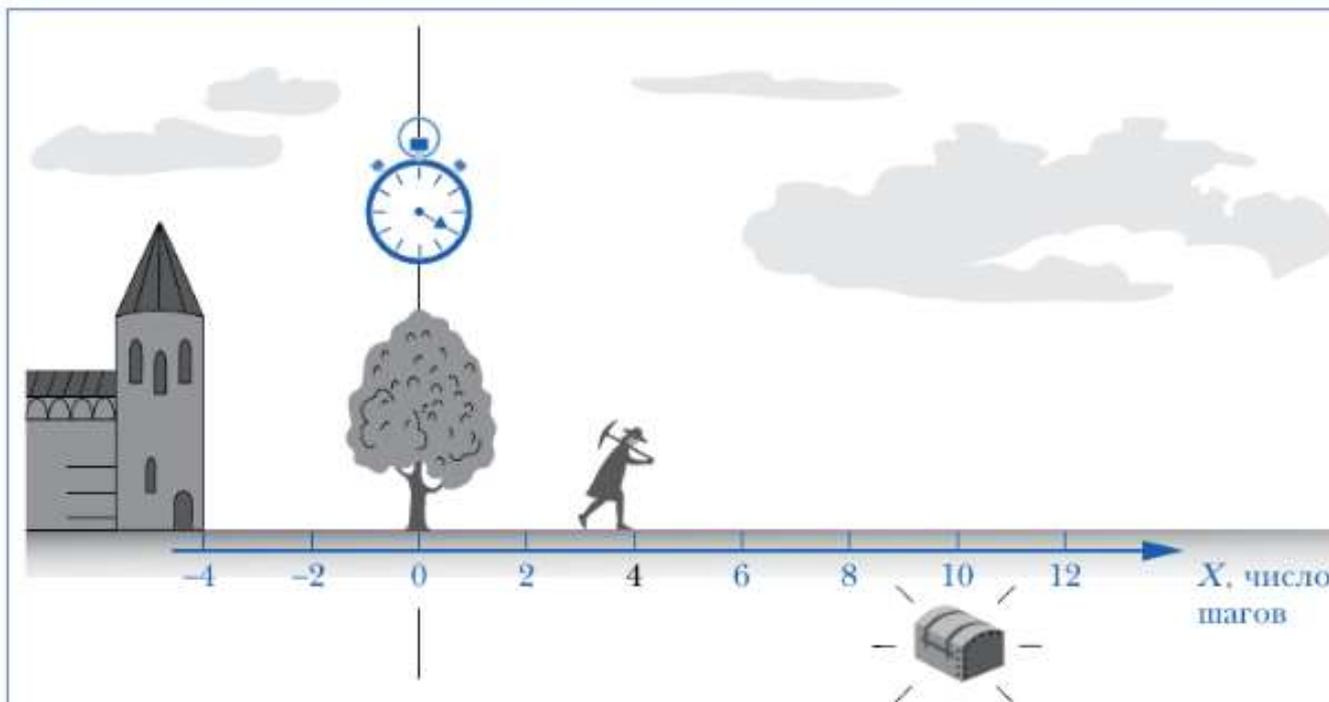
«Значительный прирост наблюдается для решения задач. Особенно заметен прирост для заданий с развёрнутым ответом, к решению которых применимы типовые алгоритмы действий».

д.п.н. Демидова М.Ю., ФИПИ <http://fipi.ru/>



Осваиваем навыки, необходимые  
для решения задач.

# Учимся определять положение точечного тела



**МЕХАНИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ** — это

изменение  
положения  
тела

относительно  
других тел

с течением  
времени

*Для его описания  
необходима*

**СИСТЕМА ОТСЧЁТА**

=

**СИСТЕМА  
КООРДИНАТ**

+

**ТЕЛО  
ОТСЧЁТА**

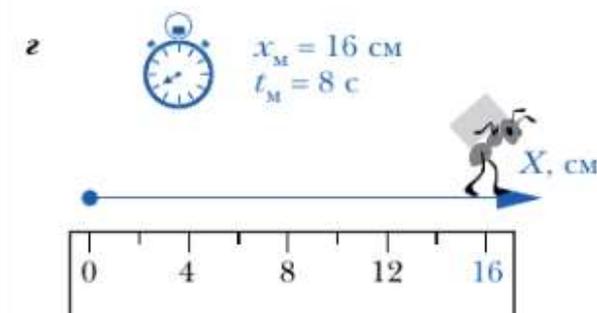
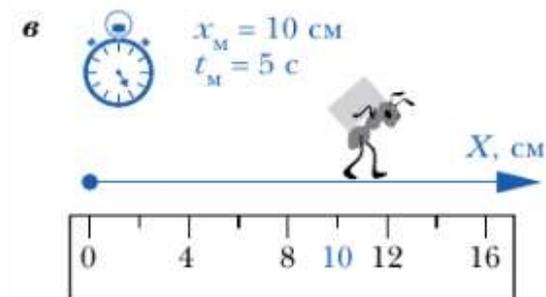
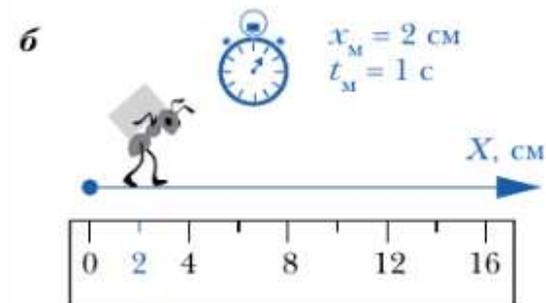
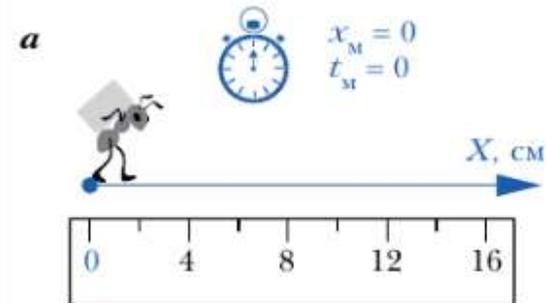
+

**ЧАСЫ**

# §7 Способы описания движения

## Табличный

Момент времени $t$ , с	0	1	5	8
Координата $x_M$ муравья, см	0	2	10	16



# §7 Способы описания движения

## Графический

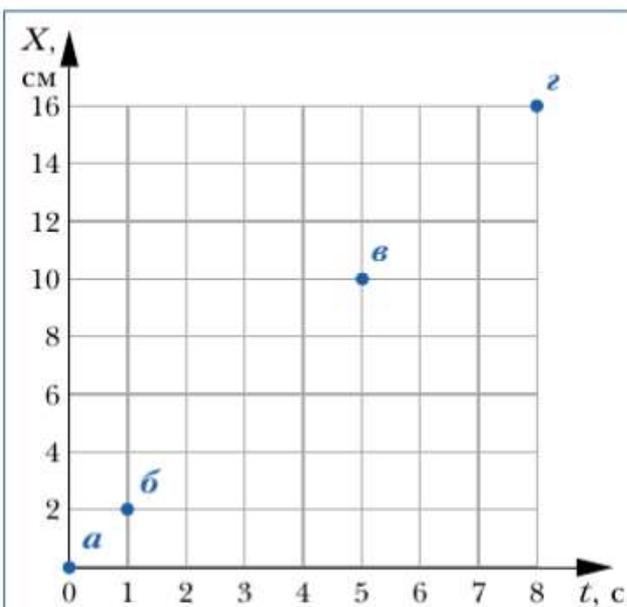


Рис. 8 График зависимости координаты муравья от времени состоит из четырёх точек

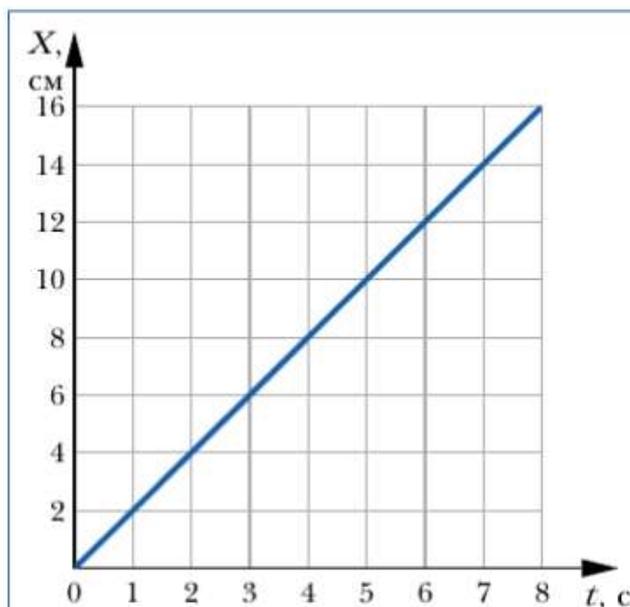
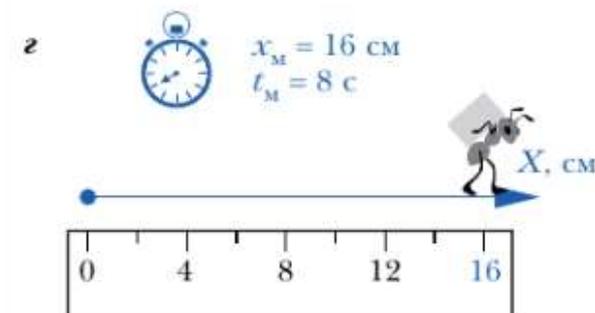
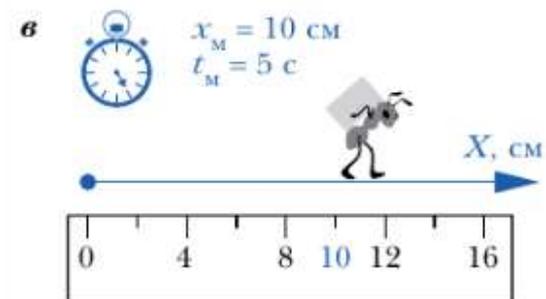
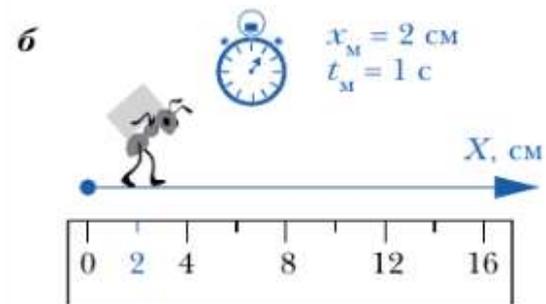
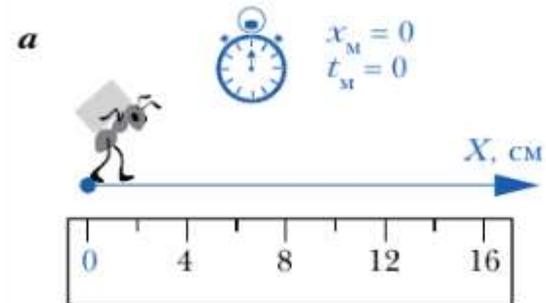
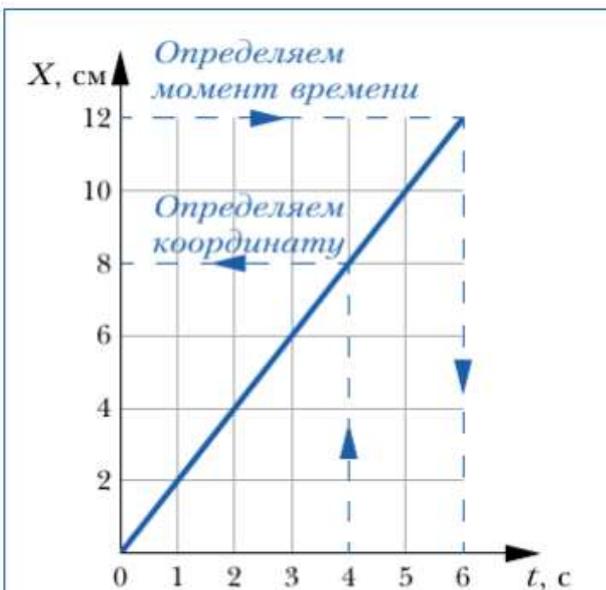


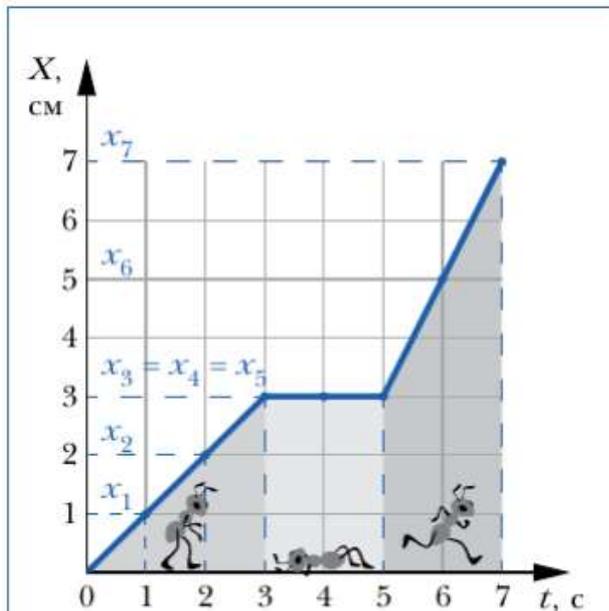
Рис. 9 Непрерывная линия графика описывает движение муравья в любой момент времени



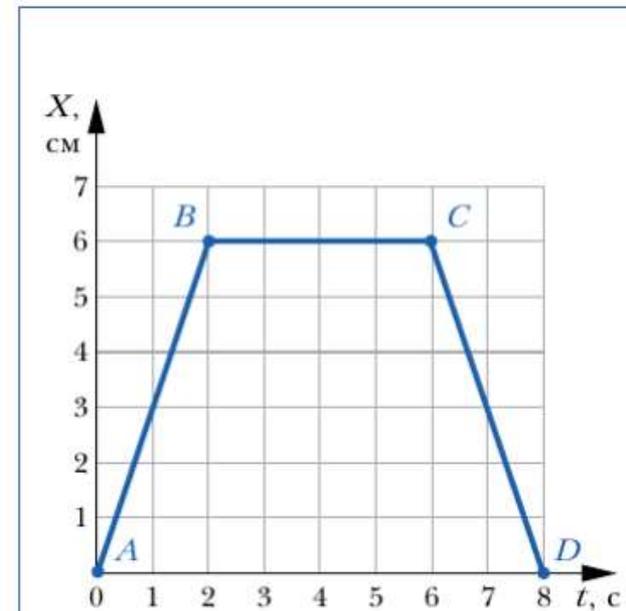
# Учимся работать с графиками



**Рис. 10** Для любого момента времени можно определить координату тела. Наоборот, задавая координату, можно установить момент, когда тело имело эту координату



**Рис. 11** В разные промежутки времени муравей двигался по-разному



**Рис. 12**

## §8 Прямолинейное равномерное движение

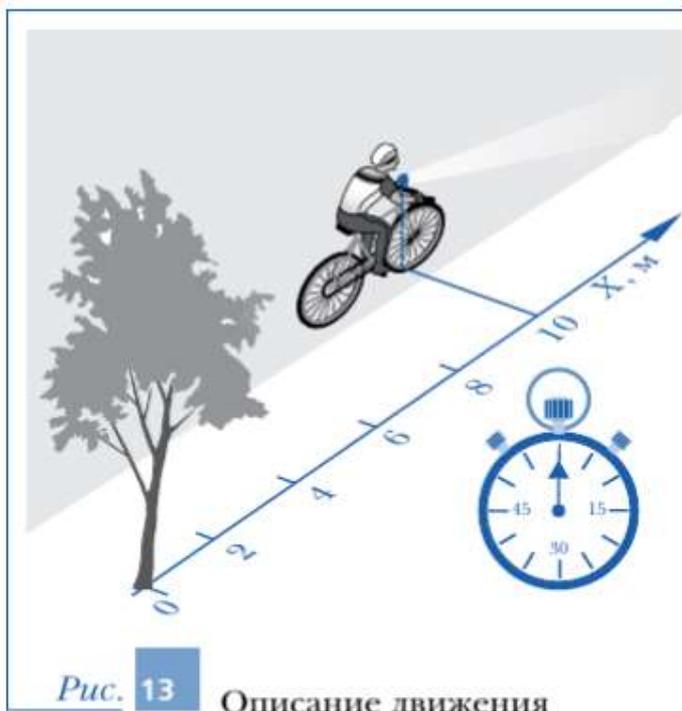


Рис. 13

Описание движения велосипедиста началось, когда он проезжал отметку 10 м от начала отсчёта. В этот момент включили секундомер

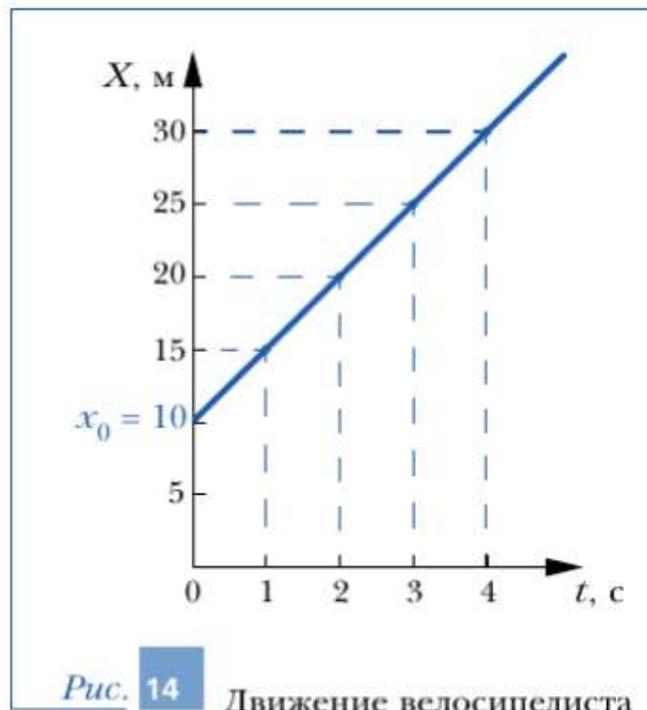


Рис. 14

Движение велосипедиста описано для любого момента времени — полученный график представляет собой непрерывную линию. Отмечены координаты фары в каждую секунду движения

Описываем прямолинейное равномерное движение графическим способом

## §8 Прямолинейное равномерное движение

В течение первой секунды фара двигалась в *положительном* направлении оси  $X$ . Следовательно, её координата должна была увеличиться. Так как за одну секунду велосипедист проезжал 5 м, координата увеличилась за эту секунду именно на 5 м. Значит, чтобы найти значение координаты  $x_1$  в момент времени  $t = 1$  с, надо к начальной координате  $x_0 = 10$  м прибавить 5 м.

Поэтому

$$x_1 = (10 + 5 \cdot 1) \text{ м} = 15 \text{ м},$$

$$x_2 = (10 + 5 \cdot 2) \text{ м} = 20 \text{ м},$$

$$x_3 = (10 + 5 \cdot 3) \text{ м} = 25 \text{ м},$$

$$x_4 = (10 + 5 \cdot 4) \text{ м} = 30 \text{ м},$$

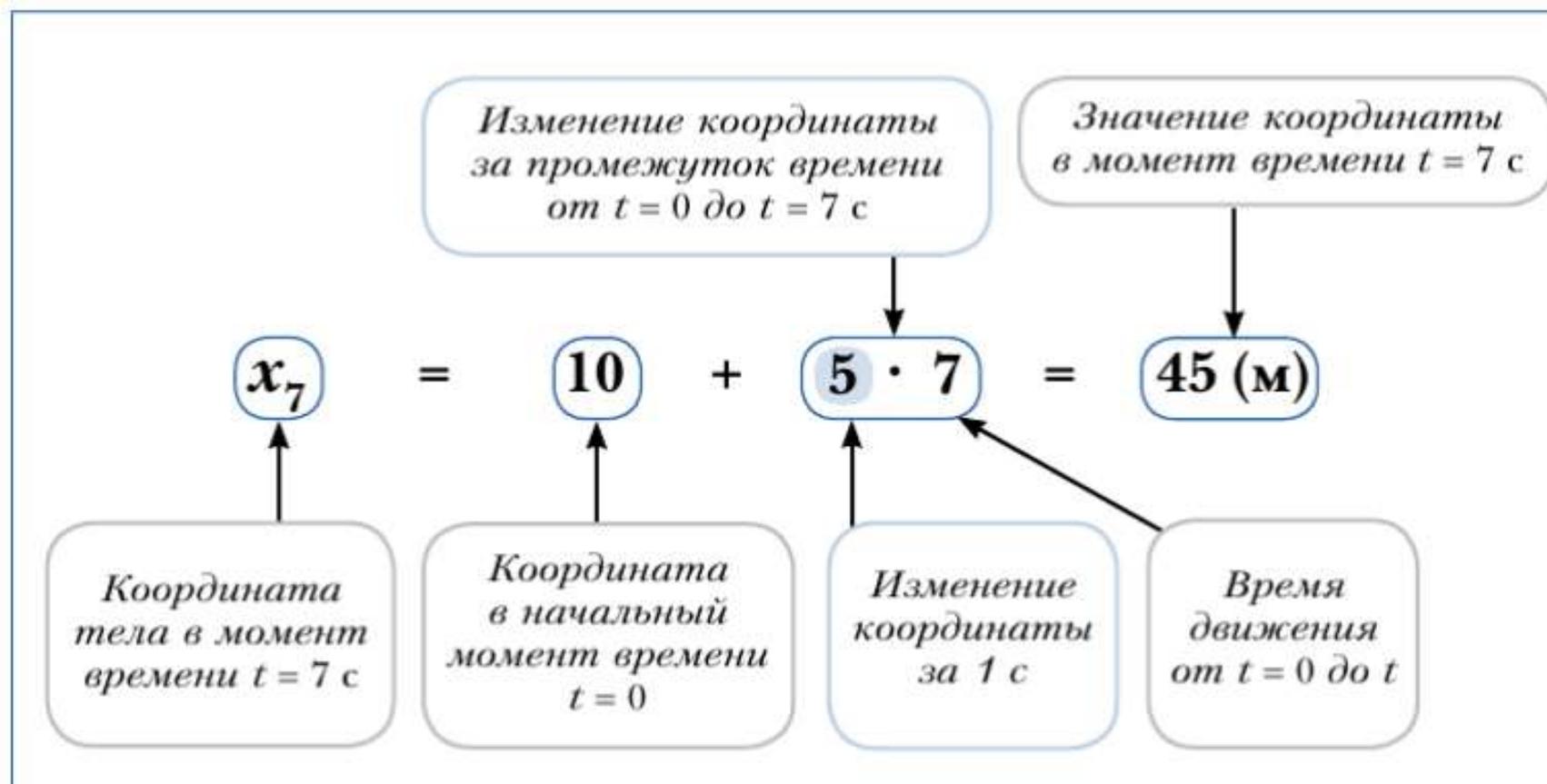
$$x_5 = (10 + 5 \cdot 5) \text{ м} = 35 \text{ м},$$

$$x_6 = (10 + 5 \cdot 6) \text{ м} = 40 \text{ м}.$$

Время $t$ по секундомеру, с	0	1	2	3	$t$
Координата $x$ фары, м	10	$10 + 5 \cdot 1$	$10 + 5 \cdot 2$	$10 + 5 \cdot 3$	$10 + 5t$

Описываем прямолинейное равномерное движение табличным способом

# §8 Прямолинейное равномерное движение



Выявляем закономерность

## §8 Прямолинейное равномерное движение

В полученном нами выражении  $x = 10 + 5t$  изменение координаты за единицу времени является постоянной величиной, так как мы рассматриваем прямолинейное равномерное движение. Эту величину принято обозначать латинской буквой  $v$ . Поэтому найденную нами зависимость в аналитической форме (в виде формулы) можно записать в виде:

$$x = x_0 + v \cdot t.$$

Представление зависимости координаты тела от времени в виде формулы — ещё один, третий способ описания механического движения тела. Его называют *аналитическим*.

Делаем вывод о возможности описания  
движения тела аналитически

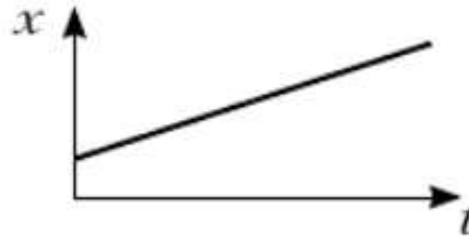
# Систематизируем полученные знания

## СПОСОБЫ ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ

### ТАБЛИЧНЫЙ

$t, \text{с}$	0	1	2
$x, \text{м}$	5	15	25

### ГРАФИЧЕСКИЙ



### АНАЛИТИЧЕСКИЙ

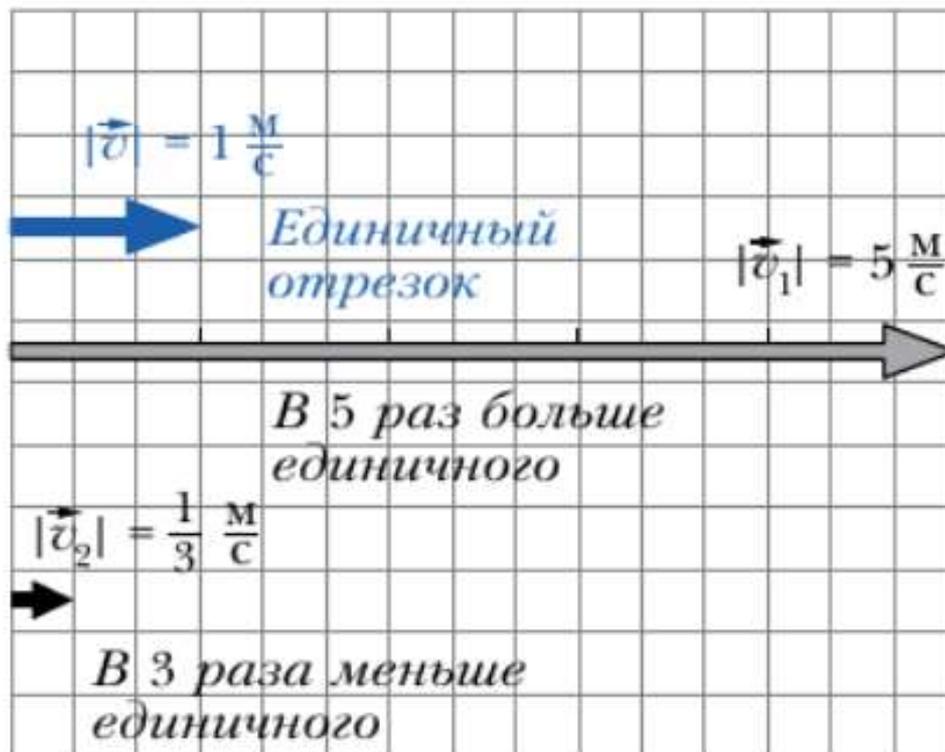
$$x = x_0 + v \cdot t$$

## РАВНОМЕРНОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Тело за любые равные промежутки времени проходит равные расстояния в одном и том же направлении

$$= x = x_0 + v \cdot t$$

# §9 Скорость прямолинейного равномерного движения



❖ Учимся изображать скорость графически

# Учимся определять знак скорости в выбранной системе отсчёта

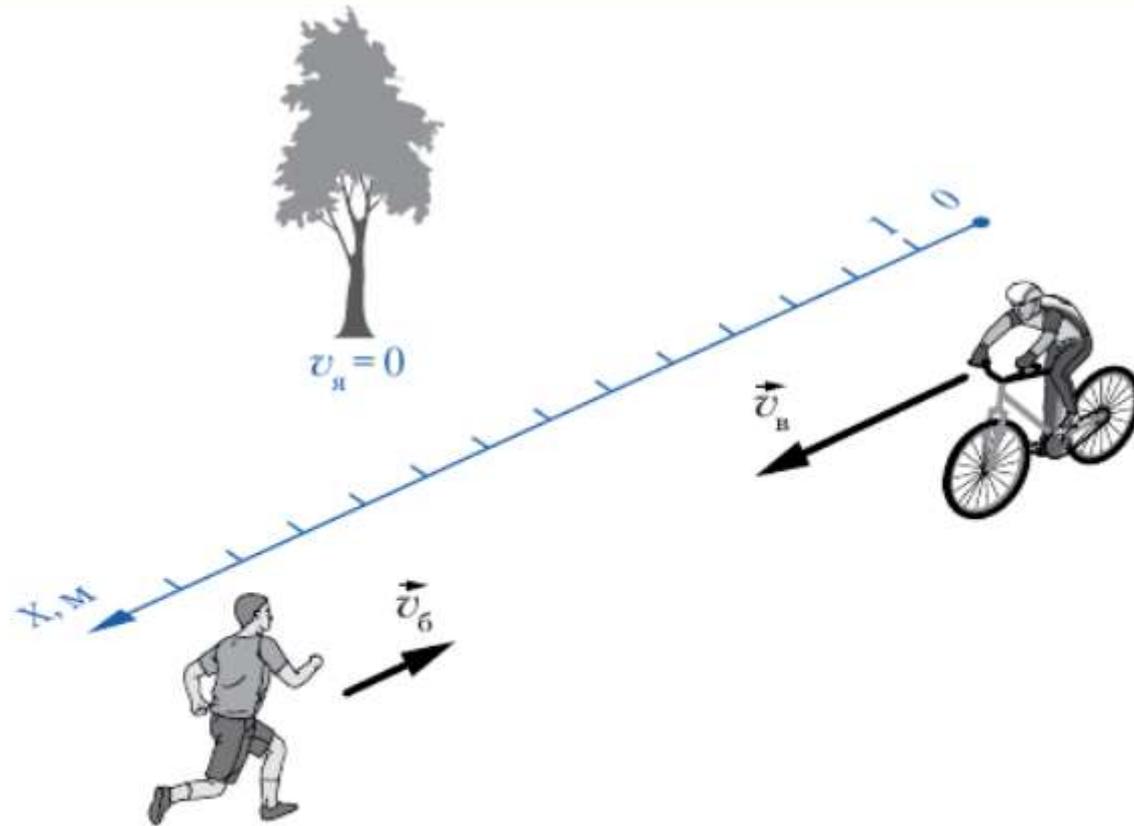


Рис. 18

Координата велосипедиста увеличивается с течением времени.  
Координата яблони не изменяется во времени.  
Координата бегуна уменьшается с течением времени

# Систематизируем полученные знания

## РАВНОМЕРНОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

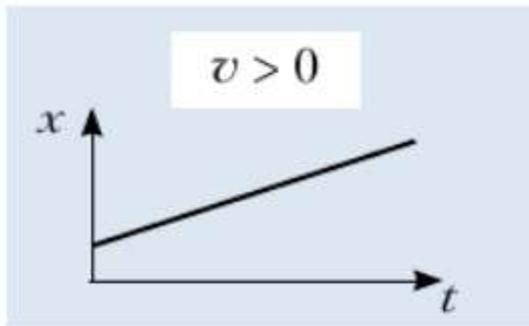
Тело за любые равные промежутки времени проходит равные расстояния в одном и том же направлении

$$= x = x_0 + v \cdot t$$

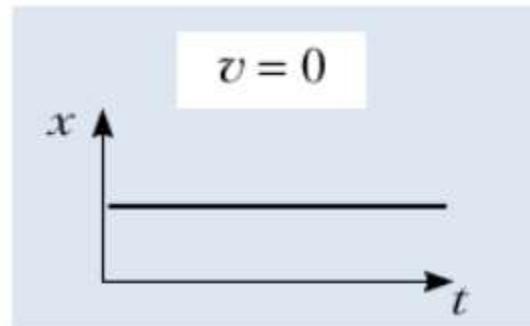
**ЗНАЧЕНИЕ СКОРОСТИ** при равномерном прямолинейном движении численно равно изменению координаты тела за единицу времени

Обозначение —  $v$ , единица — м/с

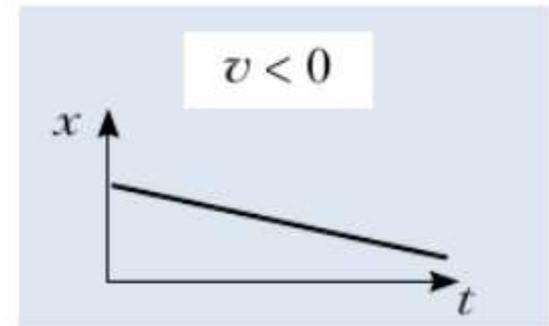
При равномерном прямолинейном движении скорость постоянна



*Значение координаты увеличивается*



*Значение координаты остаётся постоянным*



*Значение координаты уменьшается*

# Векторные физические величины в 7 классе

На примере УМК  
«Физика»  
А.В. Пёрышкин,  
Е.М. Гутник



Рис. 37. Обозначение скорости на рисунках

лочкой, а её значение — модуль скорости той же буквой, но без стрелочки  $v$ .

На рисунках стрелкой показывают направление скорости, т. е. направление движения тела (рис. 37).

Некоторые физические величины не имеют направления. Они характеризуются только числовым значением. Это путь, время, объём, длина и др. Такие величины являются *скалярными*.

Если при движении тела его скорость изменяется от одного участка пути к другому, то такое движение является *неравномерным*.

Для характеристики неравномерного движения тела вводят понятие *средней скорости*.

Например, поезд от Москвы до Санкт-Петербурга идёт со скоростью  $80 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ . Какую скорость имеют в виду? Ведь скорость поезда на остановках равна нулю, после остановки — увеличивается, а перед следующей остановкой — уменьшается.

В данном случае поезд движется неравномерно, а значит, скорость, равная  $80 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ , — это средняя скорость движения поезда.

Она определяется почти так же, как и скорость при равномерном движении.

Чтобы определить среднюю скорость тела при неравномерном движении, надо весь пройденный путь разделить на всё время движения:

$$v_{\text{ср}} = \frac{s}{t}.$$

Следует напомнить, что только при равномерном движении отношение  $\frac{s}{t}$  за любой промежуток времени будет постоянно.

$$v_{\text{ср}} = \frac{s}{t}$$

В повседневной жизни очень часто используется понятие «вес». Попробуем выяснить, что же это за величина. В опытах, когда тело ставили на опору, сжималась не только опора, но и тело, притягиваемое Землёй.

Деформированное, сжатое тело давит на опору с силой, которую называют *весом тела*.

Если тело подвешено на нити (подвесе), то растянута не только нить (подвес), но и само тело.

Вес тела — это сила, с которой тело вследствие притяжения к Земле действует на опору или подвес.

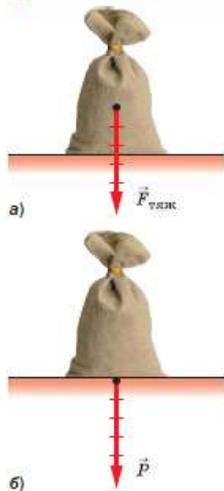


Рис. 67. Точки приложения:  
а — силы тяжести;  
б — веса тела

Как и другие силы, вес — *векторная физическая величина*. Вес тела обозначается буквой  $\vec{P}$ .

Следует помнить, что *сила тяжести приложена к телу* (рис. 67, а), а *вес — к опоре или подвесу* (рис. 67, б).

Если тело и опора неподвижны или движутся равномерно и прямолинейно, то вес тела по своему числовому значению равен силе тяжести, т. е.

$$P = F_{\text{тяж}}$$

Сила тяжести возникает вследствие взаимодействия *тела и Земли*. Вес тела возникает в результате взаимодействия *тела и опоры (подвеса)* вследствие взаимодействия тела и Земли. Опора (подвес) и тело при этом деформируются, что приводит к появлению силы упругости.

Сила тяжести и вес тела — это разные силы, они приложены к разным телам.



1. Что называют весом тела? 2. Чем отличается вес тела от силы тяжести?



1. Какое явление используют в устройстве поршневого жидкостного насоса? 2. Как устроен и действует такой насос?



## УПРАЖНЕНИЕ 22

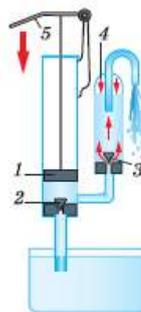


Рис. 143

1. На какую предельную высоту вручную можно поднять воду поршневым жидкостным насосом (см. рис. 142) при нормальном атмосферном давлении?
2. На какую наибольшую высоту вручную можно поднять спирт, ртуть поршневым жидкостным насосом (см. рис. 142) при нормальном атмосферном давлении?
3. Объясните принцип работы поршневого жидкостного насоса с воздушной камерой (рис. 143), где 1 — поршень, 2 — всасывающий клапан, 3 — нагнетательный клапан, 4 — воздушная камера, 5 — рукоятка.

Какую роль играет в этом насосе воздушная камера? Можно ли поднять этим насосом воду с глубины, большей 10,3 м?

## § 49

## ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ПРЕСС

Закон Паскаля позволяет объяснить действие *гидравлической машины* (от греч. *гидравликос* — водяной). Это машина, действие которой основано на законах движения и равновесия жидкостей.

Основной частью гидравлической машины служат два цилиндра разного диаметра, снабжённые поршнями и соединённые трубкой (рис. 144). Пространство под поршнями и трубку заполняют жидкостью (обычно минеральным маслом). Высоты столбов жидкости в обоих цилиндрах одинаковы, пока на поршни не действуют силы.

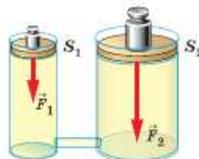


Рис. 144. Принцип действия гидравлической машины

Допустим теперь, что  $F_1$  и  $F_2$  — силы, действующие со стороны поршней на жидкость,  $S_1$  и  $S_2$  — площади поршней. Давление под первым

Изображение векторных величин на чертеже. Направление. Сравнение модулей.

- Чему равен вес каждого груза (см. рис. 75)? Укажите точку его приложения.
- По рисунку 76 определите, с какой силой растягивается каждая пружина под действием подвешенного к ней груза (масса одного груза 102 г).

### § 31

## СЛОЖЕНИЕ ДВУХ СИЛ, НАПРАВЛЕННЫХ ПО ОДНОЙ ПРЯМОЙ. РАВНОДЕЙСТВУЮЩАЯ СИЛ

В большинстве случаев, с которыми мы встречаемся в жизни, на тело действует не одна, а сразу несколько сил. Так, например, на парашютиста, спускающегося на землю, действуют сила тяжести и сила сопротивления воздуха. На тело, висящее на пружине, действуют две силы: сила тяжести и сила упругости пружины.

В каждом подобном случае можно заменить несколько сил, в действительности приложенных к телу, одной силой, *равноценной по своему действию этим силам*.

Силу, которая производит на тело такое же действие, как несколько одновременно действующих сил, называют равнодействующей этих сил.

Найдём равнодействующую двух сил, действующих на тело по одной прямой в одну сторону. Для этого обратимся к опыту (рис. 77).

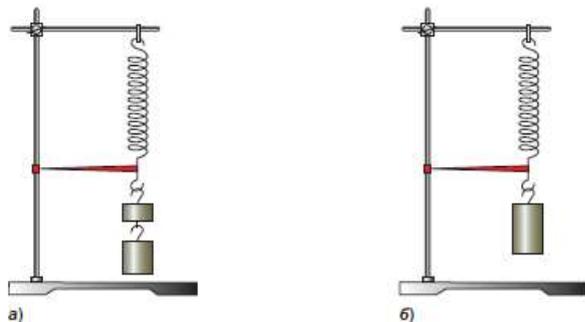


Рис. 77. Нахождение равнодействующей двух сил, действующих на тело по одной прямой

87

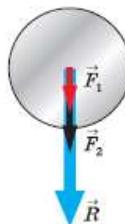


Рис. 78. Графическое изображение равнодействующей двух сил, действующих на тело по одной прямой

К пружине один под другим подвесим два груза массой 102 и 204 г, т. е. весом 1 и 2 Н (рис. 77, а). Отметим длину, на которую растянулась пружина. Снимем эти грузы, заменим одним грузом, который растягивает пружину на такую же длину (рис. 77, б). Вес этого груза оказывается равным 3 Н.

Из опыта следует, что равнодействующая сил, направленных по одной прямой в одну сторону, направлена в ту же сторону, а её модуль равен сумме модулей составляющих сил.

На рисунке 78 равнодействующая сил, действующих на тело, обозначена буквой  $R$ , а слагаемые силы — буквами  $F_1$  и  $F_2$ . В этом случае

$$R = F_1 + F_2.$$

Выясним теперь, как найти равнодействующую двух сил, действующих на тело по одной прямой в разные стороны. Тело — столик динамометра. Поставим на столик гирю весом 5 Н, т. е. подействуем на него силой 5 Н, направленной вниз (рис. 79, а). Привяжем к столику нить и подействуем на него с силой, равной 2 Н (рис. 79, б), направленной вверх. Тогда динамометр покажет силу 3 Н. Эта сила есть равнодействующая двух сил: 5 Н и 2 Н.

Итак, равнодействующая двух сил, направленных по одной прямой в противоположные стороны, направлена в сторону большей по модулю силы, а её модуль равен разности модулей составляющих сил (рис. 80):

$$R = F_2 - F_1.$$

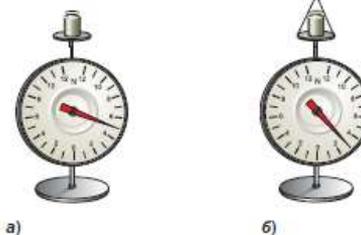


Рис. 79. Нахождение равнодействующей двух сил, действующих на тело в противоположные стороны

88

Сложение двух векторов, направленных вдоль одной прямой.

Под водой мы можем легко поднять камень, который с трудом поднимаем в воздухе. Если погрузить пробку под воду и выпустить её из рук, то она всплывёт. Как можно объяснить эти явления?

Мы знаем, что жидкость давит на дно и стенки сосуда (§ 39), а если внутрь её поместить какое-нибудь твёрдое тело, то оно также будет подвергаться давлению.

Рассмотрим силы, которые действуют со стороны жидкости на погружённое в неё тело. Чтобы легче было рассуждать, выберем тело, которое имеет форму параллелепипеда с основаниями, параллельными поверхностям жидкости (рис. 148). Силы, действующие на боковые грани тела, попарно равны и уравнивают друг друга. Под действием этих сил тело только сжимается. А вот силы, действующие на верхнюю и нижнюю грани тела, неодинаковы. На верхнюю грань давит сверху с силой  $F_1$  столб жидкости высотой  $h_1$ . На уровне нижней грани тела давление производит столб жидкости высотой  $h_2$ . Это давление, как мы знаем, передаётся внутри жидкости во все стороны (§ 38). Следовательно, на нижнюю грань тела снизу вверх с силой  $F_2$  давит столб жидкости высотой  $h_2$ . Но  $h_2$  больше  $h_1$ , следовательно, и модуль силы  $F_2$  больше модуля силы  $F_1$ . Поэтому тело выталкивается из жидкости с силой  $F_{\text{выт}}$ , равной разности сил  $F_2 - F_1$ , т. е.

$$F_{\text{выт}} = F_2 - F_1.$$

Рассчитаем эту выталкивающую силу. Силы  $F_1$  и  $F_2$ , действующие на верхнюю и нижнюю грани параллелепипеда, можно вычислить, зная их площади ( $S_1$  и  $S_2$ ) и давление жидкости

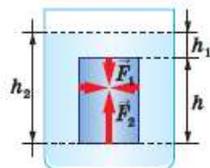


Рис. 148. Силы, действующие на погружённое в жидкость тело

бра. Тем самым мастер был изоблачен в обмане, а наука обогатилась замечательным открытием.

Задача о золотой короне побудила Архимеда заняться вопросом о плавании тел. В результате появилось замечательное сочинение «О плавающих телах», которое дошло до нас. В этом сочинении Архимедом сформулировано:

*тела, которые тяжелее жидкости, будучи опущены в неё, погружаются всё глубже, пока не достигают дна, и, пребывая в жидкости, теряют в своём весе столько, сколько весит жидкость, взятая в объёме тел.*

На тело, находящееся внутри жидкости, действуют две силы: сила тяжести, направленная вертикально вниз, и архимедова сила, направленная вертикально вверх. Рассмотрим, что будет происходить с телом под действием этих сил, если вначале оно было неподвижно. При этом возможны три случая:

1) если сила тяжести  $F_{\text{тяж}}$  равна архимедовой силе  $F_A$ , то тело может находиться в равновесии в любом месте жидкости, т. е. если

$$F_{\text{тяж}} = F_A, \text{ то тело плавает;}$$

2) если сила тяжести  $F_{\text{тяж}}$  больше архимедовой силы  $F_A$ , то тело будет опускаться на дно, тонуть, т. е. если

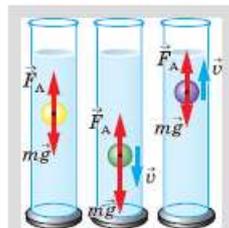
$$F_{\text{тяж}} > F_A, \text{ то тело тонет;}$$

3) если сила тяжести  $F_{\text{тяж}}$  меньше архимедовой силы  $F_A$ , то тело будет подниматься из жидкости, всплывать, т. е. если

$$F_{\text{тяж}} < F_A, \text{ то тело всплывает.}$$

Рассмотрим последний случай подробнее.

Когда всплывающее тело достигнет поверхности жидкости, то при дальнейшем его движении вверх архимедова сила будет уменьшаться. Почему? Потому, что будет уменьшаться



а)  $a - F_{\text{тяж}} = F_A$ , тело плавает;  
б)  $b - F_{\text{тяж}} > F_A$ , тело тонет;  
в)  $v - F_{\text{тяж}} < F_A$ , тело всплывает

Сложение двух векторов, направленных вдоль одной прямой.



# Алгоритм решения задач кинематики

## 7 класс

# Прямолинейное равномерное движение

§10 Задача «Встреча». Графический способ решения

§11 Задача «Встреча». Аналитический способ решения

§12 Задача «Погоня»

§13 Задача «Обгон»

§14 Решение задач кинематики в общем виде

§15, 16, 17 Относительное движение

# §12 Задача «Погоня»

1. Водим систему отсчёта

2. Определяем начальные координаты

3. Находим значения скоростей (с учётом знака)

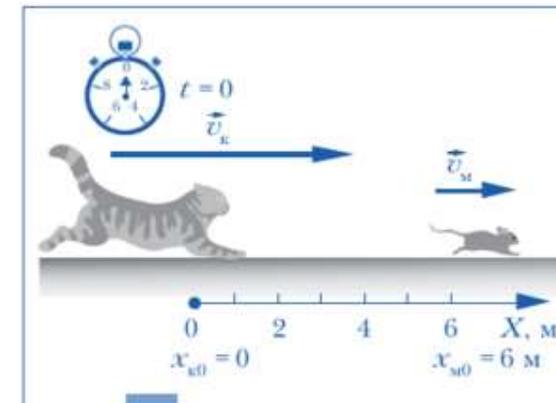
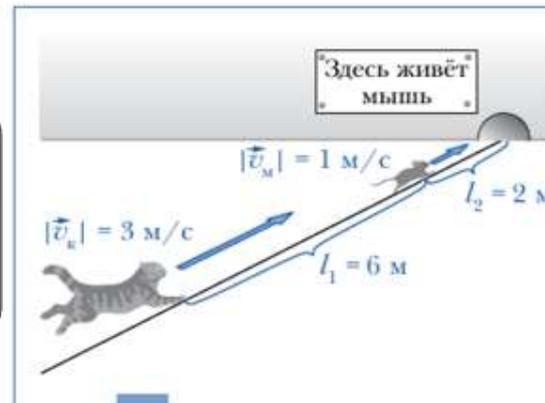
Прежде чем ответить на вопрос задачи, попробуем ответить на более простой вопрос. Представим себе, что норки нет. Тогда понятно, что кот в конце концов догонит мышку, так как его скорость больше. Выясним, в какой момент времени (когда?) и в какой точке пространства (где?) это произойдёт.

Отметим, что в этом случае последовательность действий при решении задачи «погоня» будет такой же, что и при решении задачи «встреча».

**Шаг 1.** Введём систему отсчёта. В качестве тела отсчёта выберем пол, а за начало отсчёта примем место, в котором находился кот в момент начала наблюдения. Координатную ось  $X$  направим от этого места в направлении норки мыши. В качестве единицы длины выберем 1 м. Включим часы (секундомер) в момент начала наблюдения. Эта ситуация изображена на рис. 26.

**Шаг 2.** Определим начальные координаты движущихся тел. Ясно, что в момент включения секундомера (при  $t = 0$ ) начальная координата кота  $x_{к0} = 0$ , а мышки —  $x_{м0} = 6$  м.

**Шаг 3.** Определим значения скоростей равномерного движения тел. Так как и кот, и мышка движутся в положительном направлении оси  $X$ , то их координаты в нашей системе отсчёта с течением времени увеличиваются. Поэтому значения скоростей обоих тел положительны. На рис. 26 мы изобразили их скорости векторами (отрезками со стрелочками на концах, показывающими направление движения). При этом отрезок, изображаю-



**К** Мы видим, что при решении задачи «погоня» необходимо дополнительно выяснять, может ли одно из тел догнать другое. Только в случае положительного ответа удастся найти точку в пространстве, где догоняющий настигнет убегающего в некоторый момент времени.

# §12 Задача «Погоня»

4. Записываем уравнение движения

5. Записываем в виде уравнения условие задачи

6. Записываем все полученные уравнения

7. Решаем полученные уравнения

ций вектор скорости кота, в три раза длиннее отрезка, изображающего вектор скорости мышки (объясните почему).

**Шаг 4.** Запишем в аналитическом виде зависимости координат от времени для равномерно движущихся тел (кота и мышки) с учётом известных нам начальных координат и значений скоростей. Ясно, что

$$x_k = x_{k0} + v_k \cdot t = 0 + 3t,$$

$$x_m = x_{m0} + v_m \cdot t = 6 + 1t.$$

**Шаг 5.** Представим в виде уравнения условие задачи – ситуацию, в которой *при отсутствии норки* кот догнал мышку в некоторый момент времени  $t = t_d$ . Это означает, что в этот момент их координаты стали равны. В нашем случае условие задачи будет иметь вид:

$$x_k = x_m.$$

**Шаг 6.** Объединим полученные выражения и присвоим им номера и названия:

$$x_k = x_{k0} + v_k \cdot t = 0 + 3t, \quad (1) \text{ (закон движения кота)}$$

$$x_m = x_{m0} + v_m \cdot t = 6 + 1t, \quad (2) \text{ (закон движения мышки)}$$

$$x_k = x_m. \quad (3) \text{ (условие успешного для кота завершения погони)}$$

**Шаг 7.** Решение уравнений.

Подставляя выражения для  $x_k$  из уравнения (1) и  $x_m$  из уравнения (2) в уравнение окончания погони (3), получим:

$$0 + 3 \cdot t = 6 + 1t.$$

Решим полученное уравнение.

$$(3 - 1) \cdot t = 6,$$

$$2t = 6,$$

$$t = t_d = 6/2 = 3 \text{ (с)}.$$

Таким образом, если бы норки не было, то через 3 с после начала нашего наблюдения кот догнал бы мышку. Для того чтобы определить, в каком месте это произойдёт, подставим значение  $t_d = 3$  с в один из законов движения тел. Например, если мы подставим это значение в закон движения кота, то получим уравнение

$$x_k = 0 + 3t_d = 0 + 3 \cdot 3 = 9 \text{ (м)}. \quad \mathbf{K}$$

**K** Такое же значение координаты места окончания погони мы получим, если подставим значение времени  $t_d$  в закон движения мышки:

$$x_m = 6 + 1t_d = 6 + 1 \cdot 3 = 9 \text{ (м)}.$$

# §12 Задача «Погоня»

## Анализируем полученный ответ

Найденное нами значение координаты окончания погони означает, что при отсутствии норки кот поймает мышку на расстоянии 9 м от начала отсчёта. Однако по условию задачи расстояние от этого места до норки равно  $l_1 + l_2 = 6 + 2 = 8$  (м). Следовательно, при заданных условиях мышка достигнет точки с координатой  $x_n = 8$  м и спрячется в норке раньше, чем кот догонит её.

Мы можем определить и тот момент времени  $t_n$ , когда мышка окажется в норке. Для этого, как мы уже знаем, надо записать в аналитическом виде зависимость координаты мышки от времени и условие попадания мышки в норку:

$$x_m = x_{m0} + v_m \cdot t = 6 + 1t, \quad (2) \text{ (закон движения мышки)}$$

$$x_m = x_n = 8. \quad (4) \text{ (условие попадания мышки в норку)}$$

Для того чтобы найти момент времени  $t_n$ , исходя из условия попадания мышки в норку (равенства координат мышки и её норки), подставим выражение для  $x_m$  из уравнения (2) в уравнение (4):

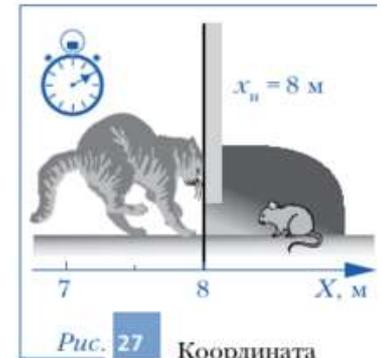
$$6 + 1t = 8,$$

$$1t = 8 - 6,$$

$$t = t_n = 2 \text{ (с)}.$$

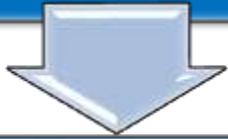
Получается, что мышка окажется в норке через 2 с после начала нашего наблюдения, т. е. на 1 с раньше, чем кот её настигнет. Таким образом, при тех величинах, которые даны в задаче, кот останется голодным (рис. 27).

Если норка будет удалена от мышки не на 2 м, как в условии задачи, а более чем на 3 м, то процесс погони закончится для мышки плачевно (рис. 28).



## §12 Задача «Погоня». Графический способ.

1. Водим систему отсчёта



2. Определяем начальные координаты



3. Находим значения скоростей (с учётом знака)

Решим ту же задачу графическим методом начиная с шага 4. Напомним, что после первых трёх шагов мы имеем систему отсчёта, начальные координаты кота  $x_{к0} = 0$  и мышки  $x_{м0} = 6$  м, а также значения их скоростей  $v_к = 3$  м/с и  $v_м = 1$  м/с.

**Шаг 4.** Построим систему координат, состоящую из оси времени  $t$  и оси координаты  $X$ .

## 4. Строим систему координат



## 5. Строим графики. Определяем ответ.

Отметим начало отсчёта и нанесём на оси метки, соответствующие единицам времени (с) и расстояния (м). Отметим на оси  $X$  начальные координаты кота  $x_{к0} = 0$  и мышки  $x_{м0} = 6$  м (рис. 29).

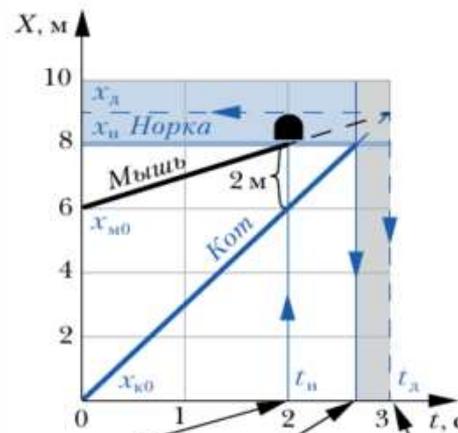
**Шаг 5.** Так как по условию значение скорости мышки  $v_m = 1$  м/с, то её координата с каждой секундой будет увеличиваться на 1 м. Построим несколько точек графика движения мышки для моментов времени, например,  $t_1 = 1$  с и  $t_2 = 2$  с. Ясно, что им соответствуют координаты:

$$x_{м1} = 6 + 1 \cdot 1 = 7 \text{ (м)},$$

$$x_{м2} = 6 + 1 \cdot 2 = 8 \text{ (м)}.$$

Соединив эти точки, мы получим график движения мышки (см. рис. 29).

Значение скорости кота равно 3 м/с. Поэтому значение его координаты с каждой секундой увеличивается на 3 м. Построим несколько точек графика движения кота, например для моментов времени  $t_1 = 1$  с и  $t_2 = 2$  с. Соединив их прямой линией с точкой, соответствующей положению кота в начальный момент времени, получим график движения кота (см. рис. 29).



В этот момент мышка юркнула в норку, а ко-ту осталось 2 м до цели

В этот момент кот стукнул-ся лбом о стену

В этот момент кот до-гнал бы мышку

Рис. 29

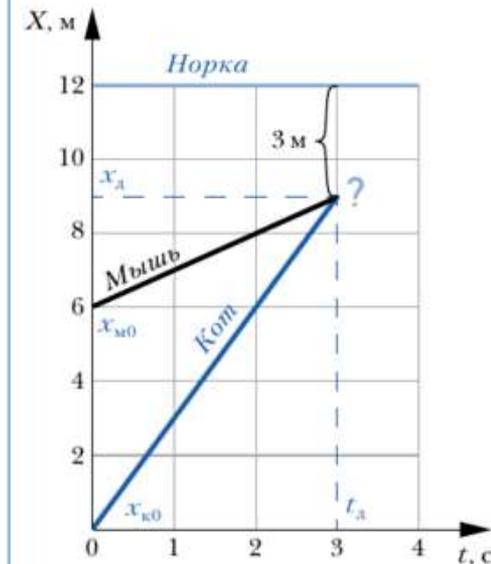


Рис. 30

Норка находится на расстоянии 12 м от начала отсчёта

Как вы уже догадались, точка пересечения графиков движения является точкой окончания погони. Из рис. 29 видно, что кот догонит мышь через время  $t_d = 3$  с после начала наблюдения. А произойдёт это (при отсутствии норки) в точке с координатой  $x_d = 9$  м. То есть полученные нами графическим и аналитическим методами результаты совпали.

Отметим, что на рис. 29 можно изобразить и закон движения норки. Так как в нашей системе отсчёта координата норки  $x_n = 8$  м не изменяется, то её закон движения графически представляет собой прямую, параллельную оси времени. Как видно из рисунка, мышка юркнет в норку (это будет точка пересечения графиков движения мышки и норки, равенство их координат) на 1 с раньше, чем кот догонит её.

Если бы координата норки была больше координаты, в которой кот догоняет мышь, например  $x_{n1} = 12$  м, то картина, как вы понимаете, выглядела бы иначе. Посмотрите на рис. 30 и объясните, что произошло бы в этом случае.

**Анализируем  
полученный ответ**

# §10 Задача «Встреча»

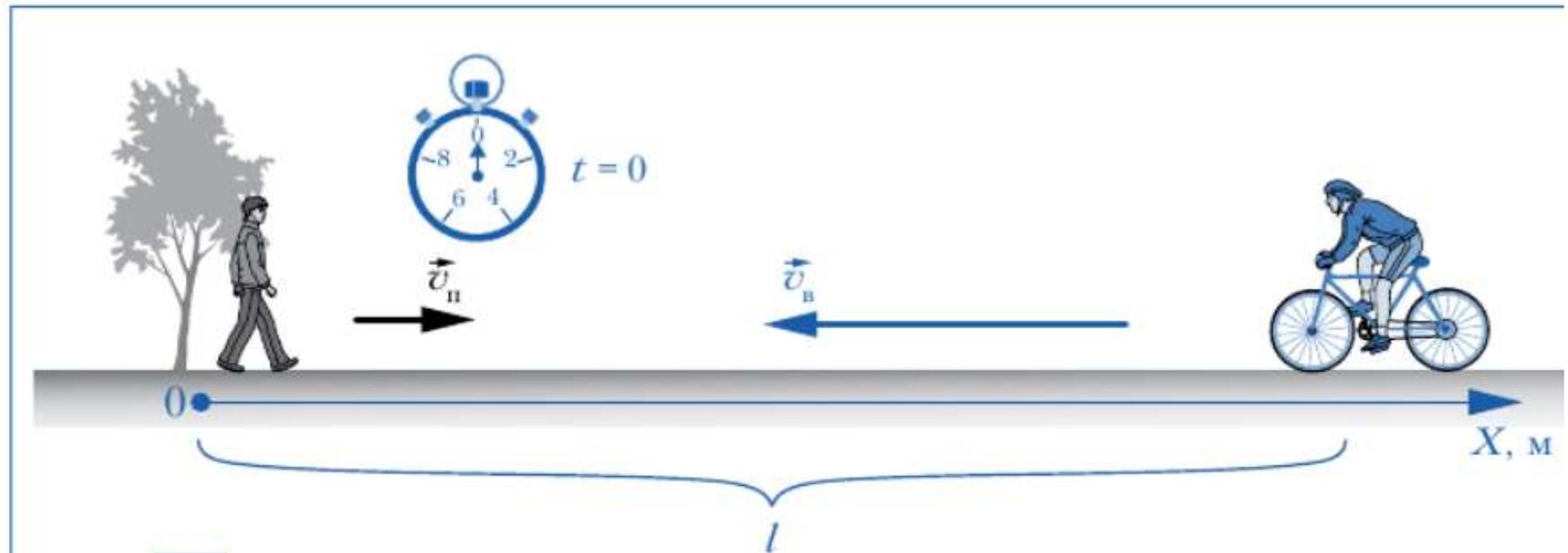


Рис. 20

В выбранной системе отсчёта координата пешехода в процессе движения увеличивается, а координата велосипедиста уменьшается

# §13 Задача «Обгон»

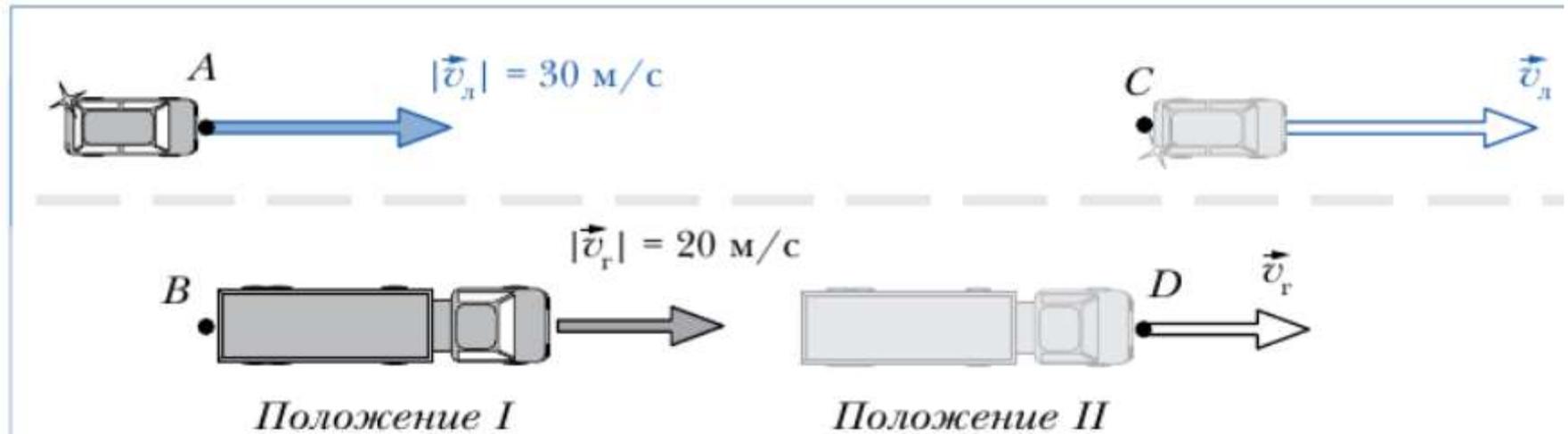


Рис. 31

*Положение I.* Момент начала обгона. «Нос» автомобиля поравнялся с задней точкой грузовика.

*Положение II.* Момент окончания обгона. «Хвост» автомобиля проезжает мимо передней точки грузовика

# §14 Решение задач кинематики в общем виде

1. Водим систему отсчёта



2. Определяем начальные координаты



3. Находим значения скоростей (с учётом знака)

Мы с вами научились решать задачи с конкретными числовыми значениями. Освоим решение задач, в которых величины, характеризующие движение тел (начальные координаты, скорости и т. п.), определены не численно, а заданы в буквенном виде. В этом случае говорят о *решении задачи в общем виде*. **К**

Рассмотрим такое решение на примере задачи «встреча».

Пусть два точечных тела *1* и *2* движутся по прямолинейной дороге навстречу друг другу относительно земли со скоростями  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  соответственно (рис. 33). В момент начала наблюдения расстояние между телами равно  $L$ . Необходимо определить, через какое время после начала наблюдения (когда?) произойдёт встреча этих тел.

Используем известный нам метод решения задач кинематики.

**Шаг 1.** Выбор системы отсчёта. В качестве начала отсчёта выберем то место на дороге, где находилось в начальный момент первое тело. Координатную ось  $X$  направим от этого места вдоль дороги в направлении второго тела. Отметим, что единицы длины должны быть те же, в которых задано расстояние  $L$  между телами. Часы включим в момент начала наблюдения.

**Шаг 2.** Определим начальные координаты тел. Ясно, что в выбранной нами системе отсчёта  $x_{10} = 0$ , а  $x_{20} = L$ .

**Шаг 3.** В соответствии с условием задачи в выбранной системе отсчёта значение скорости тела *1* положительно и равно  $v_1$ . Значение скорости тела *2* отрицательно и равно  $-v_2$ , так как это тело движется в отрицательном направлении оси  $X$ . Здесь  $v_1$  и  $v_2$  – модули соответствующих скоростей.



Решение задач в общем виде очень распространено. Оно позволяет упростить преобразования выражений, которые могут быть довольно громоздкими, избежать промежуточных вычислений, выявить взаимосвязь между физическими величинами.

4. Записываем уравнение движения

5. Записываем в виде уравнения условие задачи

6. Записываем все полученные уравнения

7. Решаем полученные уравнения

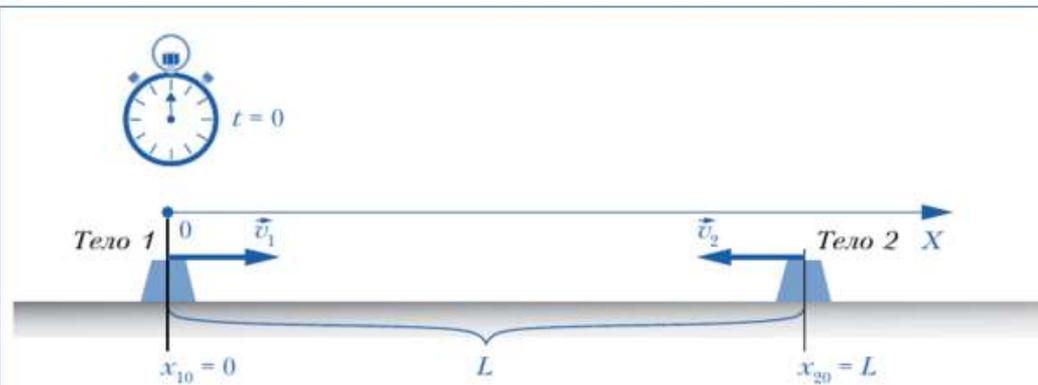


Рис. 33

При решении задачи в общем виде на *шаге 1* выбираем систему отсчёта; на *шаге 2* определяем начальные координаты тел:  $x_{10} = 0$ ;  $x_{20} = L$

**Шаг 4.** Запишем зависимости координат равномерно движущихся тел 1 и 2 от времени:

$$x_1 = x_{10} + v_1 \cdot t = 0 + v_1 \cdot t,$$

$$x_2 = x_{20} - v_2 \cdot t = L - v_2 \cdot t.$$

**Шаг 5.** Представим в виде уравнения условие задачи – равенство координат двух тел в момент встречи:

$$x_1 = x_2.$$

**Шаг 6.** Запишем вместе полученные уравнения, присвоив каждому из них номер и название:

$$x_1 = v_1 \cdot t, \quad (1) \text{ (закон движения тела 1)}$$

$$x_2 = L - v_2 \cdot t, \quad (2) \text{ (закон движения тела 2)}$$

$$x_1 = x_2. \quad (3) \text{ (условие встречи тел 1 и 2)}$$

**Шаг 7.** Решение уравнений.

Для решения полученных уравнений подставим в условие встречи – уравнение (3) – выражения для  $x_1$  и  $x_2$ :

$$v_1 \cdot t = L - v_2 \cdot t.$$

Решим полученное уравнение:

$$v_1 \cdot t + v_2 \cdot t = L,$$

$$(v_1 + v_2) \cdot t = L,$$

$$t = t_{\text{в}} = \frac{L}{v_1 + v_2}.$$

## 8. Анализируем полученный ответ

Теперь перейдём к очень важному не только для физики, но и для самых разных областей человеческого знания (экономики, бизнеса, планирования, социологии и др.) процессу. Этот процесс называется *анализом полученного результата*. Он заключается в изучении зависимости между интересующими нас величинами.

В данном случае мы имеем зависимость значения момента времени встречи  $t_n$  от начального расстояния между телами  $L$  и модулей их скоростей. Чтобы оценить полученный результат, необходимо исследовать, как будет изменяться значение  $t_n$  при изменениях (увеличении или уменьшении) величин  $L$ ,  $v_1$  и  $v_2$ .

**Шаг 8.** Анализ полученного результата.

Посмотрим ещё раз внимательно на полученное нами выражение для момента встречи:  $t_n = \frac{L}{v_1 + v_2}$ .

Правая часть этого равенства представляет собой дробь, в числителе которой стоит начальное расстояние между сближающимися телами  $L$ , а в знаменателе – сумма модулей скоростей тел 1 и 2. Для начала зададим себе вопрос: как изменится время  $t_n$ , через которое произойдёт встреча, если в условии задачи увеличить  $L$ , например, в 10 раз, а модули скоростей  $v_1$  и  $v_2$  оставить неизменными?

Ясно, что в этом случае в 10 раз увеличится числитель дроби в выражении для  $t_n$ , а её знаменатель останется неизменным. Следовательно, значение дроби увеличится в 10 раз, т. е. увеличится в 10 раз время  $t_n$ , через которое произойдёт встреча.

Напротив, если  $L$  уменьшить, например, в 2 раза, оставив модули скоростей  $v_1$  и  $v_2$  неизменными, то числитель дроби уменьшится в 2 раза при неизменном знаменателе. Следовательно, встреча произойдёт через время, в два раза меньшее.

**Вывод 1.** *Чем больше начальное расстояние между телами, тем позже произойдёт их встреча, и наоборот, чем меньше это расстояние, тем раньше данные тела встретятся.*

В частности, если задать начальное расстояние между телами равным нулю, то, подставив это значение в выражение для  $t_n$ , мы получим  $t_n = \frac{0}{v_1 + v_2} = 0$ . То есть встреча произойдёт в момент начала наблюдения.

Проанализируем, как изменится время встречи  $t_n$ , если изменить модули скоростей тел  $v_1$  и  $v_2$ , оставив неизменным начальное расстояние  $L$ . Допустим, модули скоростей движущихся навстречу друг другу тел увеличатся в 2 раза. Тогда их сумма  $v_1 + v_2$ , стоящая в знаменателе, также увеличится вдвое. В этом случае вся дробь при неизменном числителе  $L$  уменьшится

## 8. Анализируем полученный ответ

в 2 раза. Следовательно, встреча двух тел произойдёт через вдвое меньшее время. Наоборот, если модули скоростей обоих тел уменьшить, например, в 10 раз при неизменном  $L$ , то встреча состоится через время  $t_b$ , в 10 раз большее первоначального.

**Вывод 2.** Чем больше модули скоростей  $v_1$  и  $v_2$  движущихся навстречу друг другу тел, тем раньше тела встретятся, и наоборот, чем меньше модули их скоростей, тем позже произойдёт встреча. Например, если взять предельный случай, когда  $v_1 = v_2 = 0$ , то для времени встречи получится следующее выражение:

$$t_n = \frac{L}{v_1 + v_2} = \frac{L}{0 + 0} = \frac{L}{0}.$$

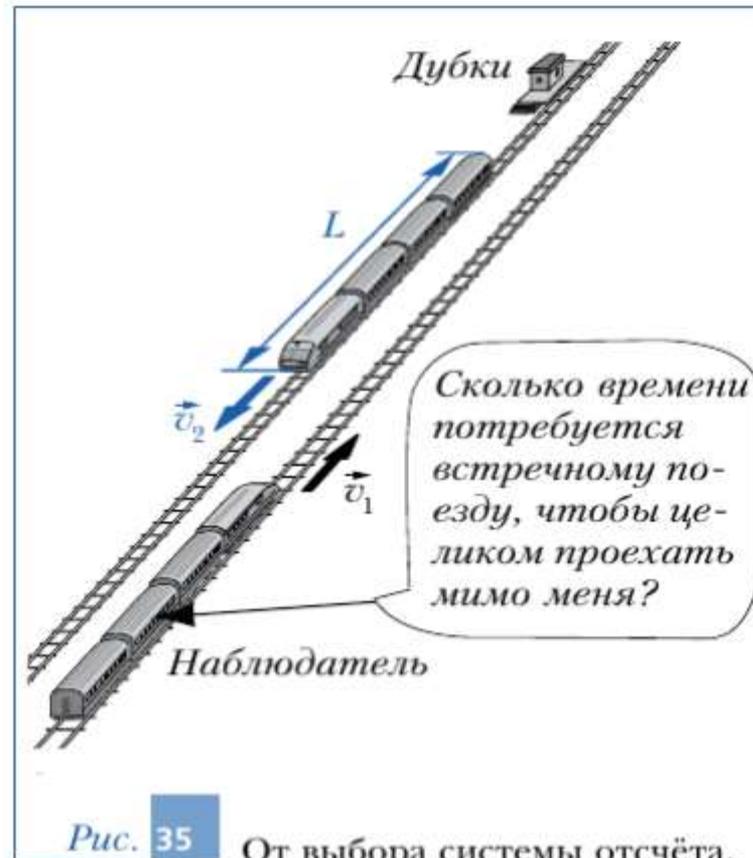
Мы получили деление на нуль. Это означает, что встречи не будет. Понятно: если скорости тел равны 0, то они покоятся.

Отметим, что время встречи зависит от суммы модулей скоростей тел ( $v_1 + v_2$ ). Эту сумму можно назвать *модулем скорости сближения* движущихся навстречу друг другу тел. Как вы понимаете, модуль скорости сближения численно равен уменьшению расстояния между телами за единицу времени.

В заключение проанализируем ещё одну ситуацию. Допустим, начальное расстояние между телами увеличилось в 2 раза. Одновременно увеличились вдвое модули скоростей сближающихся тел, т. е. в два раза увеличилась скорость сближения. Как вы понимаете, в этом случае в 2 раза увеличатся и числитель, и знаменатель выражения для расчёта времени встречи. Известно, что при умножении числителя и знаменателя дроби на одно и то же число значение этой дроби не изменяется. Следовательно, в этом случае момент встречи останется неизменным.

Если вы вдумаетесь в полученные выводы 1 и 2, то поймёте, что они соответствуют здравому смыслу и нашему жизненному опыту. В этом случае физики говорят, что в задаче получен ответ, который имеет физический смысл.

# §15 Относительное движение



От выбора системы отсчёта, связанной с Землёй или с поездом, зависит описание движения двух тел и решение задачи

# §16 Относительное движение

## Задача «Встреча»

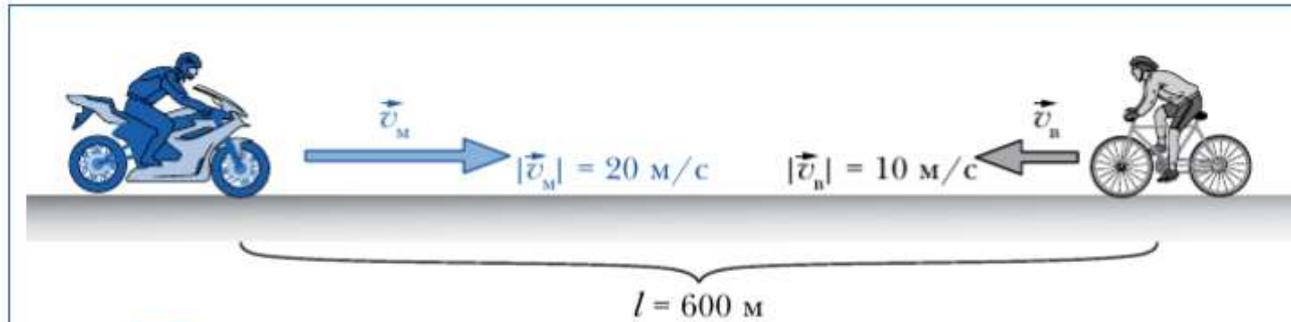


Рис. 38 Движение мотоциклиста и велосипедиста относительно Земли

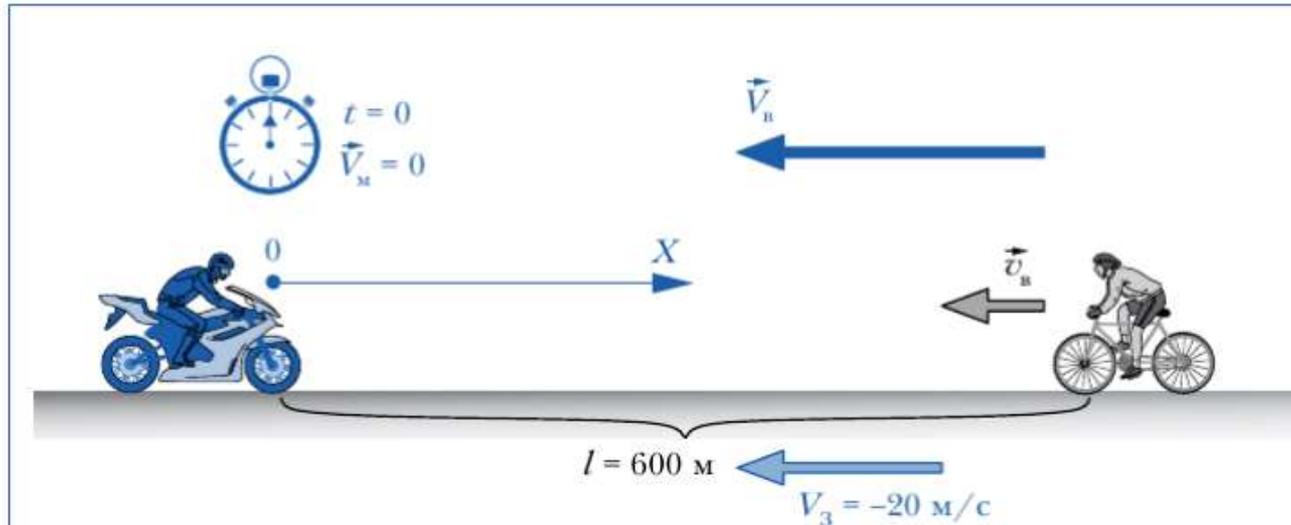


Рис. 39 В выбранной системе отсчёта навстречу неподвижному мотоциклисту движутся:

- 1) Земля и дорога с велосипедистом;
- 2) велосипедист по этой дороге относительно Земли

# §17 Относительное движение

## Задача «Погоня»

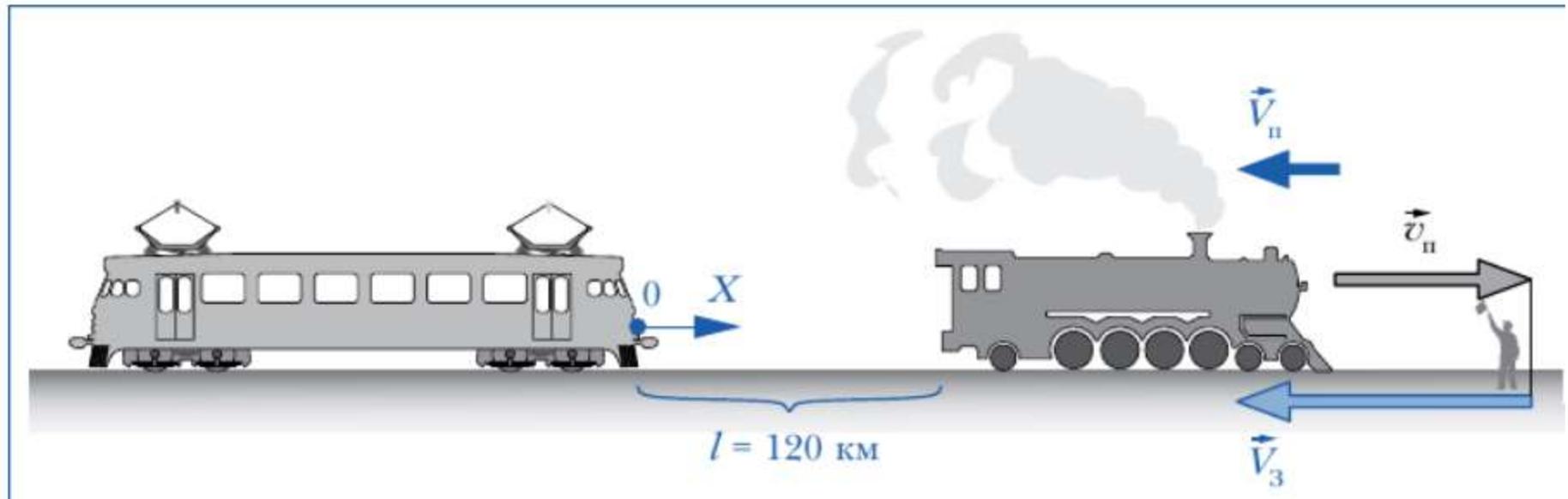


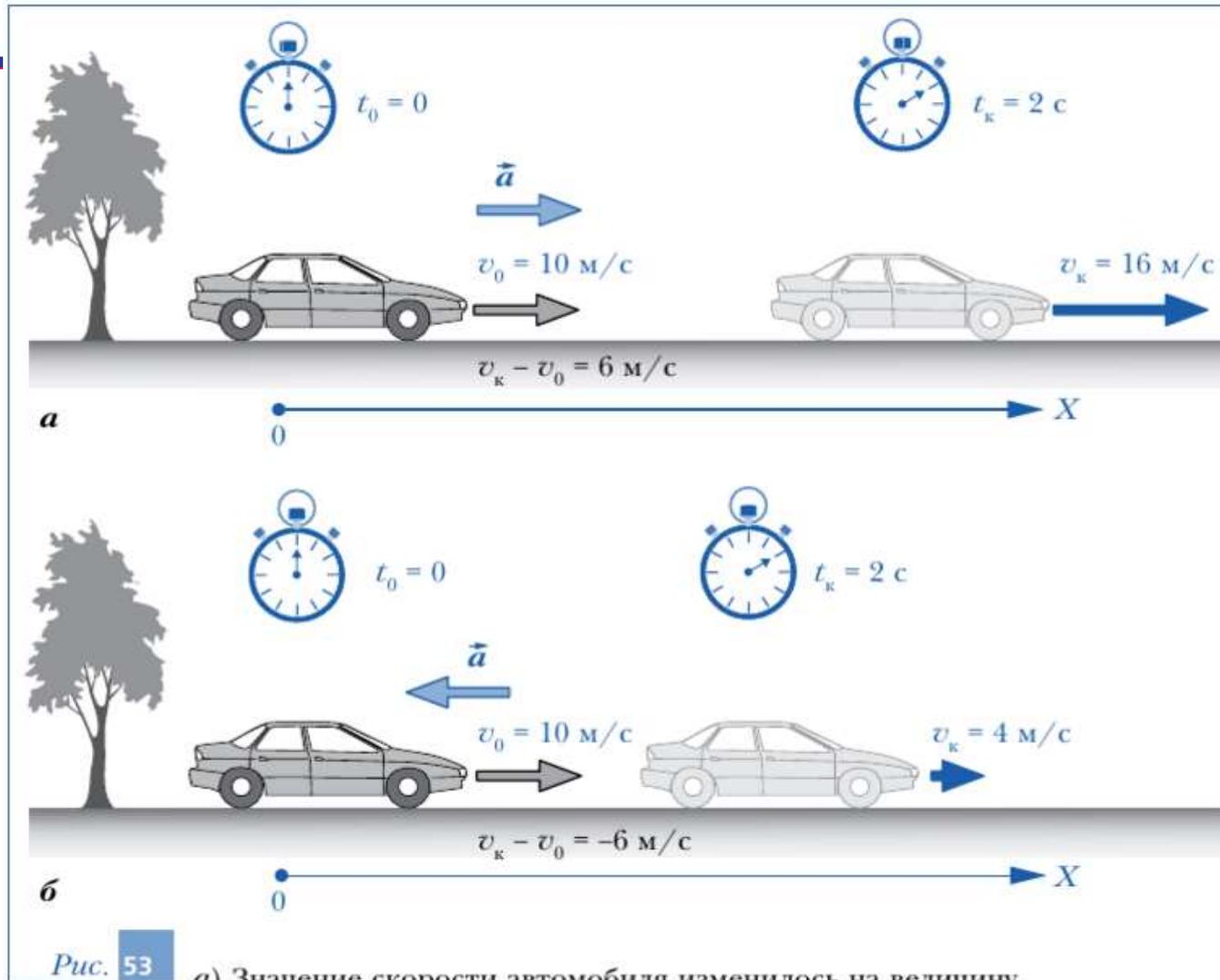
Рис. 41

В системе отсчёта, связанной с электровозом, он неподвижен. При этом Земля и рельсы под паровозом «едут» назад к электровозу со скоростью  $v_z$ . У паровоза дополнительно появляется скорость, направленная против его движения



Расширяем алгоритм на  
прямолинейное  
равноускоренное движение

# Учимся определять знак ускорения



- а) Значение скорости автомобиля изменилось на величину  $v_k - v_0 = 6 \text{ м/с}$ . Изменение значения скорости положительно. Поэтому значение среднего ускорения положительно.
- б) Значение скорости автомобиля изменилось на величину  $v_k - v_0 = -6 \text{ м/с}$ . Изменение значения скорости отрицательно. Поэтому значение среднего ускорения отрицательно.

# Учимся работать с графиками скорости прямолинейного равноускоренного движения

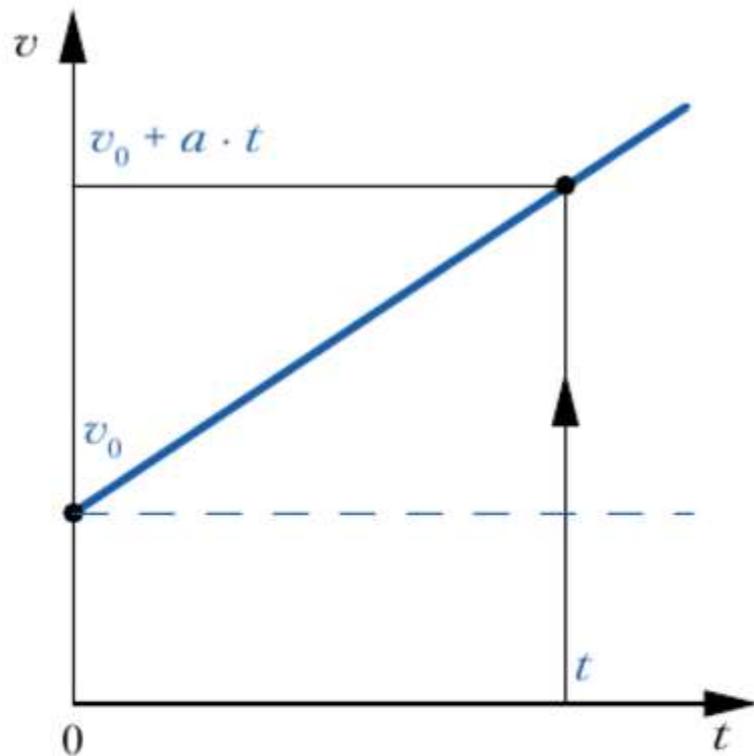


Рис. 54

При равноускоренном движении скорость изменяется по закону  $v = v_0 + a \cdot t$ , в котором значение ускорения – постоянная величина

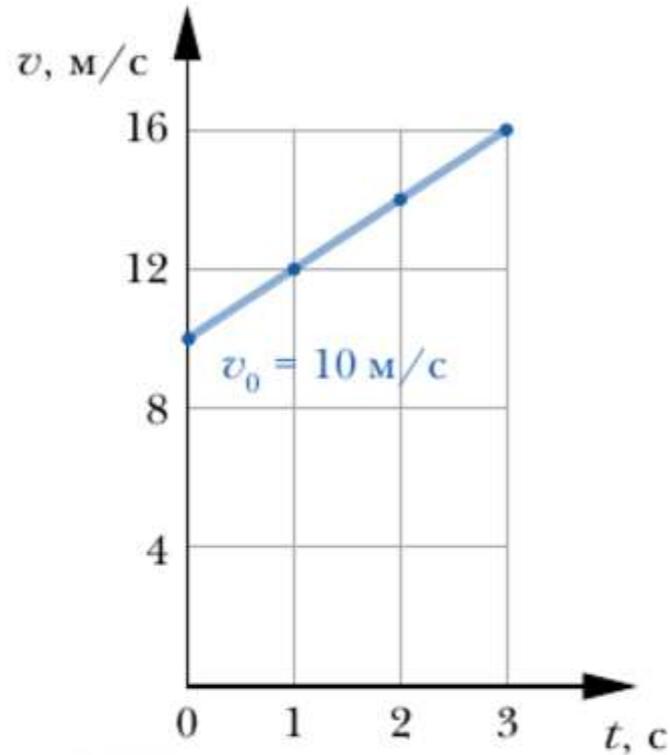


Рис. 55

# Путь

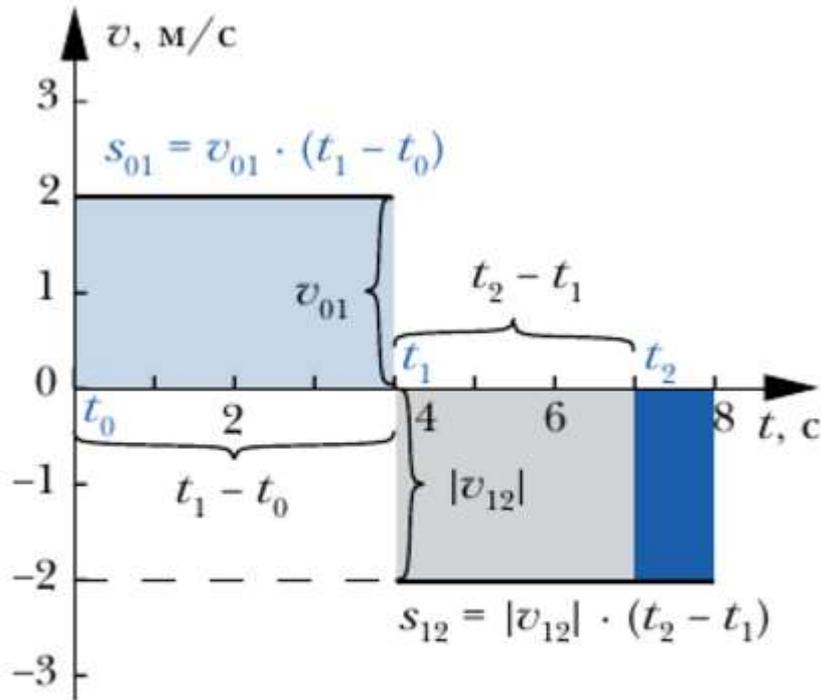


Рис. 48

Определение пути графическим способом

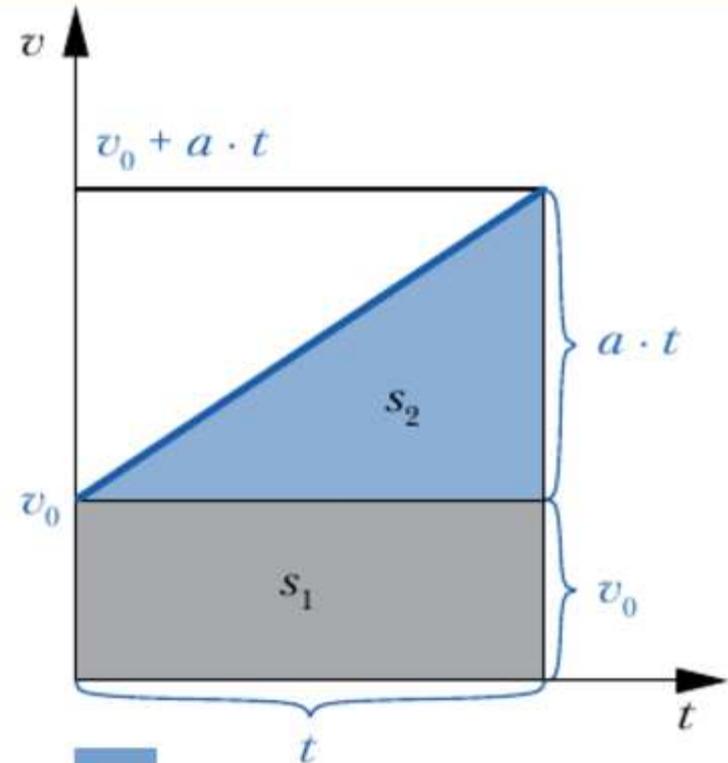


Рис. 58

Если тело движется прямолинейно в одном направлении, то пройденный им путь численно равен площади под графиком зависимости значения скорости от времени

# Прямолинейное равноускоренное движение

---

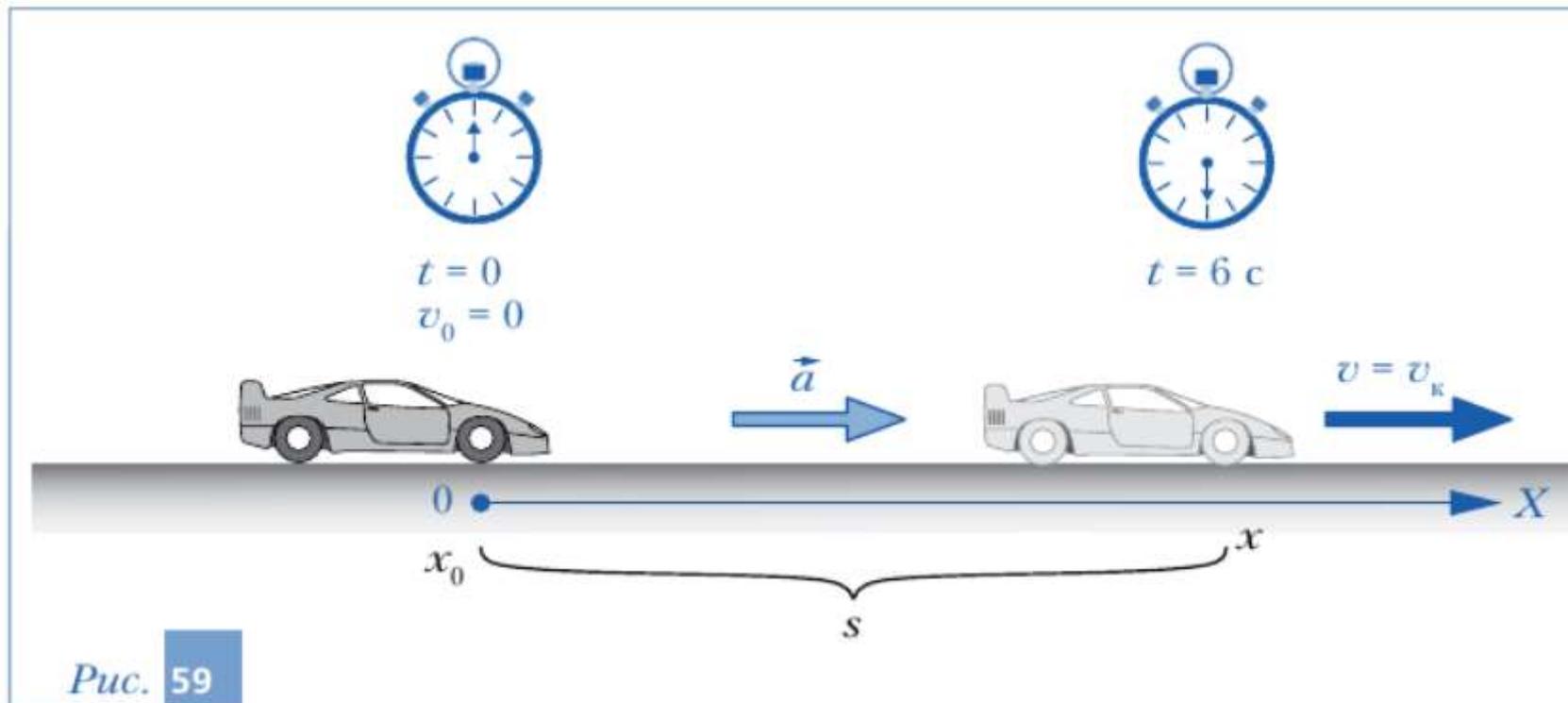
§25 Задача «Разгон»

§25 Задача «Торможение»

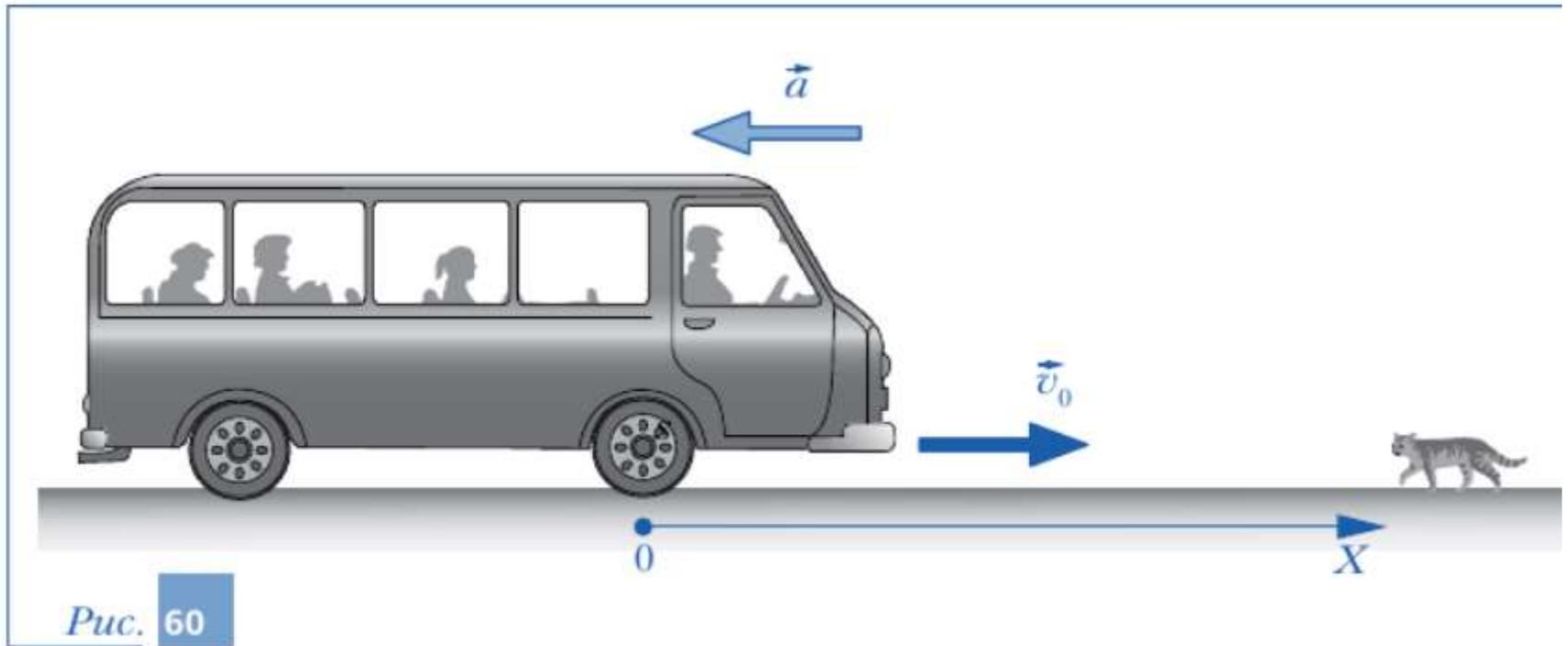
§26 Задача «Падение»

§26 Задача «Подъём»

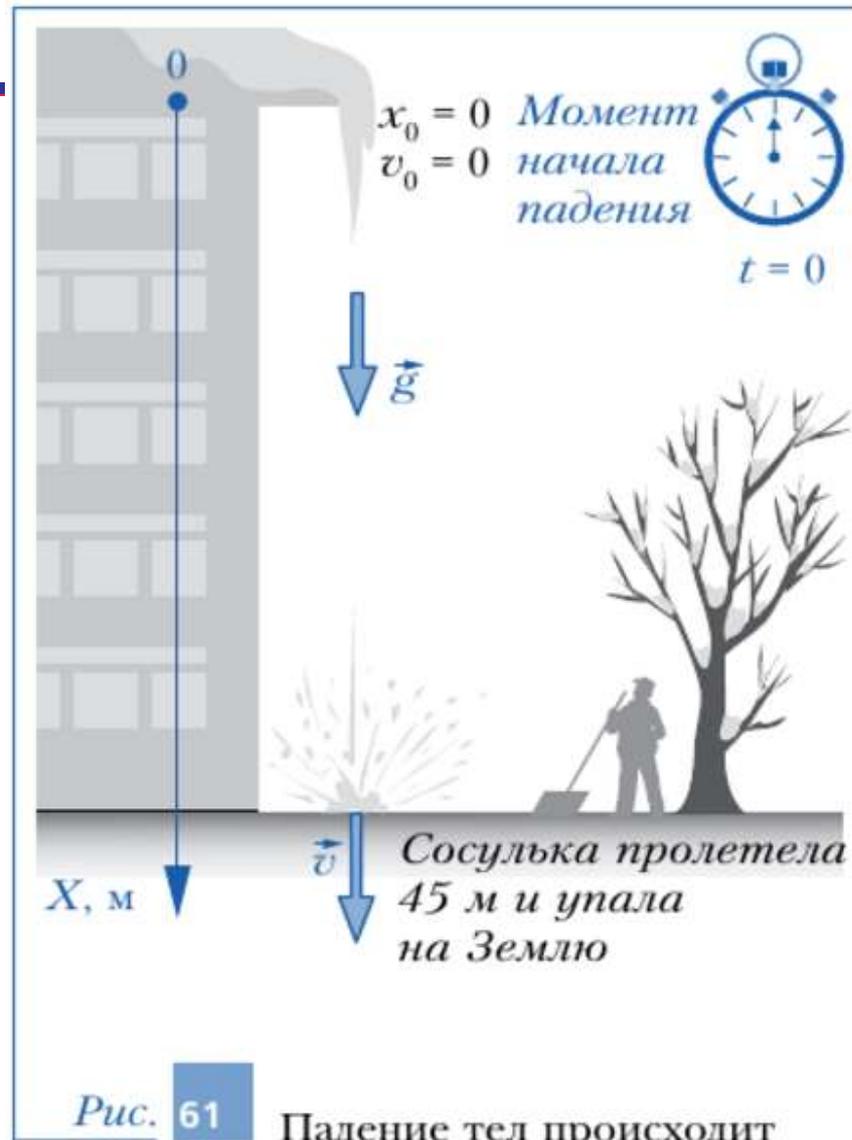
# §25 Задача «Разгон»



# §25 Задача «Торможение»



# §26 Задача «Падение»



Падение тел происходит с ускорением свободного падения  $\vec{g}$ , направленным вертикально вниз

# §26 Задача «Подъём»

1. Вводим систему отсчёта

2. Определяем начальную координату

3. Определяем значения начальной скорости и ускорения

4. Уравнение координаты  
4. Уравнение скорости

5. Записываем в виде уравнения условие задачи

6. Записываем все полученные уравнения

## Задача 2. «Подъём»

Праздничная новогодняя ракета в результате мгновенного сгорания её порохового заряда начинает подниматься (взлетать) с Земли вертикально вверх с начальной скоростью, имеющей значение  $v_0 = 50$  м/с. Определите максимальную высоту подъёма ракеты.

*Решение.*

**Шаг 1.** Выберем ось  $X$  так, как показано на рис. 62. Часы (секундомер) включим в момент старта ракеты.

**Шаг 2.** Начальная координата ракеты  $x_0 = 0$ .

**Шаг 3.** Значение начальной скорости ракеты  $v_0 = 50$  м/с.

**Шаг 4.** Зависимость координаты ракеты от времени имеет вид:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} = x_0 + v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} = 0 + 50t - \frac{10t^2}{2}.$$

**Внимание!** Направление вектора ускорения свободного падения противоположно положительному направлению оси  $X$ . Поэтому значение ускорения тела отрицательно (тело тормозится).

**Шаг 4\*.** Значение скорости ракеты изменяется со временем:

$$v = v_0 + a \cdot t = v_0 - g \cdot t = 50 - 10t.$$

Значение начальной скорости ракеты положительно, т. е. скорость направлена вверх. При этом значение скорости *уменьшается* со временем — с каждой секундой она становится меньше на 10 м/с. Иначе говоря, *когда тело поднимается вверх, оно тормозится*.

**Шаг 5.** В самой верхней точке подъёма скорость ракеты становится равной нулю. Поэтому условие окончания «подъёма» имеет вид:  $v = 0$ .

После этого ракета начинает падать (с этого момента начинается задача «падение»).

**Шаг 6.** Объединим полученные уравнения, присвоив каждому номер и название:

$$x = 50t - 5t^2, \quad (1) \text{ (закон движения ракеты)}$$

$$v = 50 - 10t, \quad (2) \text{ (зависимость скорости от времени)}$$

$$v = 0. \quad (3) \text{ (условие окончания подъёма)}$$

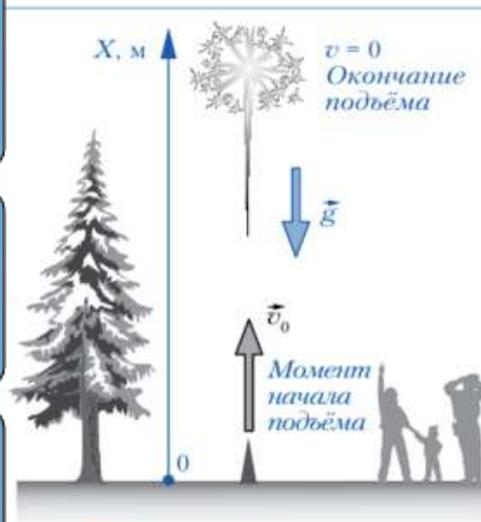


Рис. 62

Ускорение поднимающейся ракеты постоянно, равно  $\vec{g}$  и направлено против движения

## §26 Задача «Подъём»

**Шаг 7.** Решение уравнений. Определить из уравнения (1) высоту, на которую поднялась ракета, мы не можем, так как неизвестно время подъёма. Его мы можем найти из уравнений (2) и (3). Для этого подставим в условие окончания подъёма (3) зависимость скорости от времени (2). Получим:

$$50 - 10t = 0, \quad 10t = 50, \quad t = 5 \text{ с.}$$

Таким образом, ракета поднималась в течение  $t = 5$  с. Теперь найдём её координату в момент времени  $t = 5$  с (т. е. максимальную высоту подъёма). Для этого подставим найденное время подъёма в закон движения (1):

$$x = 50 \cdot 5 - 5 \cdot 5^2 = 125 \text{ (м).}$$

*Ответ:* ракета поднялась на высоту 125 м.

Отметим, что ускорение поднимающейся вверх ракеты постоянно, направлено вниз и по модулю равно  $|\vec{g}| = 10 \text{ м/с}^2$ . Таким образом, движение происходит с ускорением свободного падения. *Поэтому такое движение тела начиная с момента старта также является свободным падением.*

7. Решаем полученные уравнения



# Алгоритм решения задач кинематики

9 класс

## §2 Прямолинейное движение

1. Водим систему отсчёта



2. Определяем начальные координаты



3. Находим значения скоростей (с учётом знака)

### Задача

Гоночный автомобиль трогается с места и набирает скорость  $40 \text{ м/с}$  ( $144 \text{ км/ч}$ ) за время  $10 \text{ с}$ . Определите путь, пройденный автомобилем за это время, считая его движение равноускоренным.

### Решение.

Вспользуемся схемой, которую мы применяли в 7 классе для решения кинематических задач.

### Шаг 1. Выбор системы отсчёта.

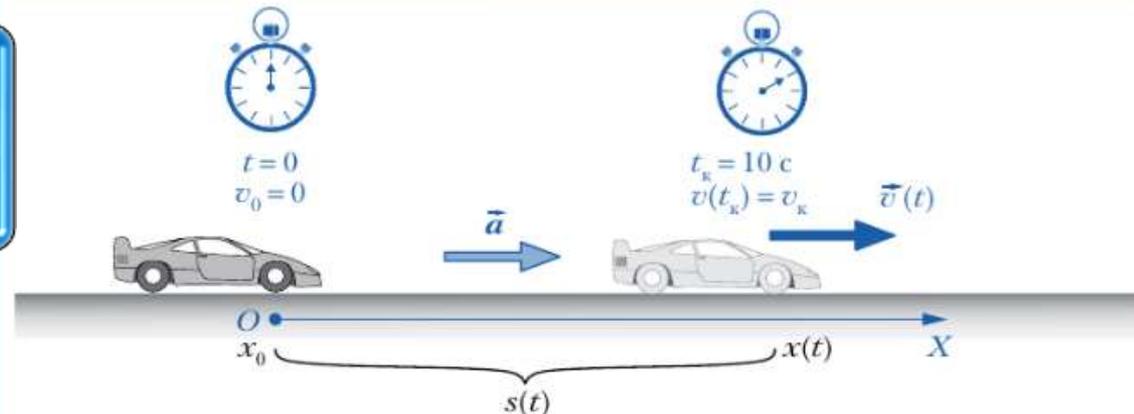
Свяжем систему отсчёта с дорогой. Начало отсчёта поместим в то место, откуда автомобиль начинает разгон, и направим координатную ось  $X$  по ходу движения автомобиля (рис. 9). Часы включим в момент начала движения.

### Шаг 2. Определение начальных координат.

В выбранной системе отсчёта начальная координата автомобиля  $x_0 = 0$ .

### Шаг 3. Определение значений начальной скорости и ускорения.

Начальная скорость автомобиля  $v_0 = 0$ . Так как направление ускорения совпадает с положительным направлением оси  $X$ , то значение ускорения  $a$  будет положительным.



# §2 Прямолинейное движение

4. Уравнение координаты

4. Уравнение скорости



5. Записываем в виде уравнения условие задачи



6. Записываем систему уравнений



7. Решаем систему уравнений

**Шаг 4. Запись закона движения.**

Запишем зависимость координаты от времени при прямолинейном равноускоренном движении автомобиля с учётом данных задачи:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} = 0 + 0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} = \frac{a \cdot t^2}{2}.$$

**Шаг 4\* (новый). Запись закона изменения значения скорости от времени.**

$$v(t) = v_0 + a \cdot t = 0 + a \cdot t.$$

**Шаг 5. Запись условия задачи в виде уравнения.**

Запишем условие окончания разгона к моменту времени  $t_k$  до скорости  $v_k$ . Для этого подставим заданное значение скорости  $v_k$  в закон изменения значения скорости от времени:

$$v(t_k) = v_k.$$

**Шаг 6. Объединение уравнений в систему.**

$$x(t) = \frac{a \cdot t^2}{2}, \quad (3) \text{ (закон движения автомобиля)}$$

$$v(t) = a \cdot t, \quad (4) \text{ (закон изменения значения скорости)}$$

$$v(t_k) = v_k. \quad (5) \text{ (условие окончания разгона)}$$

**Шаг 7. Решение уравнений.**

Подставляя уравнение (4) в уравнение (5), получаем:  $v_k = a \cdot t_k$ .

$$\text{Отсюда } a = \frac{v_k}{t_k} = \frac{40}{10} = 4 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Подставив полученное значение  $a$  в уравнение (3), находим:

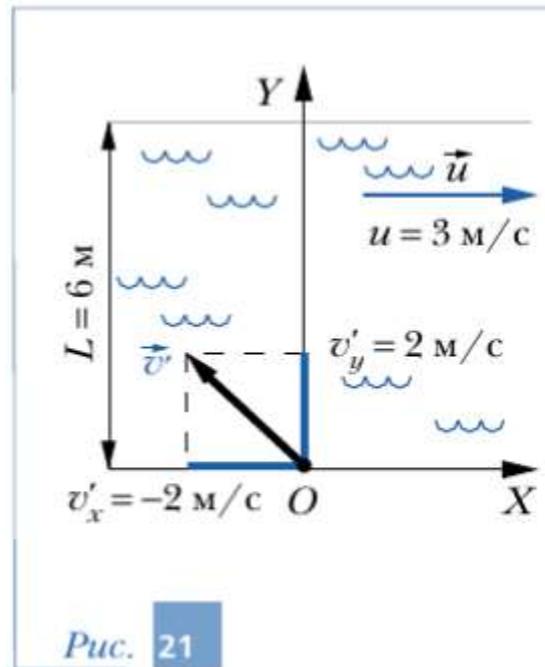
$$x(t_k) = \frac{a \cdot t_k^2}{2} = \frac{4 \cdot 10^2}{2} = 200 \text{ (м)}.$$

*Ответ:* искомый путь равен 200 м.

# §7 Примеры задач на сложение движений

## Численное решение задачи

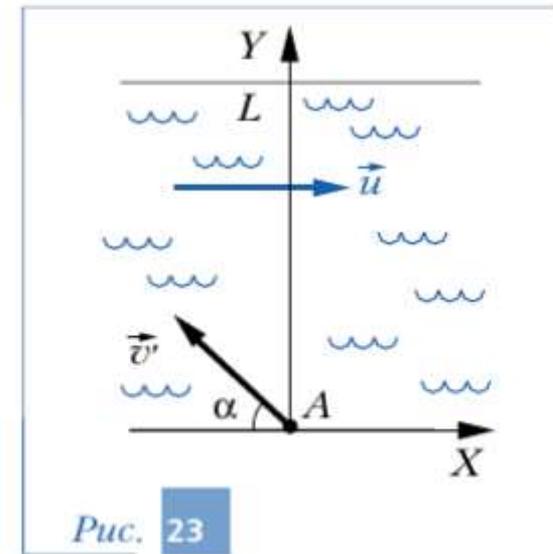
Мальчик переплывает реку на моторной лодке так, что проекции скорости  $\vec{v}'$  лодки относительно воды на координатные оси системы отсчёта  $XU$ , связанной с берегом, равны соответственно  $v'_x = -2$  м/с и  $v'_y = 2$  м/с (рис. 21). Скорость  $\vec{u}$  течения во всех местах реки одинакова, а её модуль равен 3 м/с. Ширина реки  $L = 6$  м. Определите: а) время, за которое лодка достигнет противоположного берега; б) путь, который пройдёт лодка в системе отсчёта  $XU$ , связанной с берегом.



# §7 Примеры задач на сложение движений

## Решение задачи в общем виде

Пловец переплывает реку с параллельными берегами, направляясь со скоростью  $\vec{v}'$  относительно воды под углом  $\alpha$  к берегу, как показано на рис. 23. Ширина реки равна  $L$ . Скорость течения реки одинакова во всех местах и равна по модулю  $u$ . Определите, на какое расстояние  $l$  вдоль берега переместится пловец (по сравнению с местом напротив старта) к тому моменту, когда переплывёт реку.





Расширяем алгоритм на  
криволинейное движение

# §9 Движение тела, брошенного под углом к горизонту

1. Водим систему отсчёта



2. Определяем начальные координаты на оси  $X$  и  $Y$



3. Определяем проекции начальной скорости

Для дополнительного изучения

## § 9 Движение тела, брошенного под углом к горизонту

Движение тел, брошенных под углом к горизонту, знакомо каждому. Примерами такого движения являются полёт брошенного камня или вылетевшего из ствола пушки снаряда. Про такие тела говорят, что они движутся по баллистической (от греч. βάλλειν – «бросать») траектории. В случае, если брошенное тело обладает достаточно большой плотностью и одновременно малыми размерами, при описании его полёта обычно пренебрегают сопротивлением воздуха и движение считают *свободным падением* (см. § 2).

Рассмотрим свободное падение камня, который бросили с горизонтальной площадки с известной начальной скоростью  $\vec{v}_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту (рис. 28). Определим расстояние  $L$  по горизонтали от точки бросания камня до места его падения.

Будем считать, что во время полёта на камень действует только сила тяжести. Поэтому в любой момент времени его ускорение направлено вертикально вниз и по модулю равно  $g$  ( $g = 10 \text{ м/с}^2$ ).

Рассмотрим движение камня, решая задачу по известной вам схеме.

**Шаг 1.** Систему отсчёта свяжем с Землёй. Начало отсчёта поместим в точку бросания. Ось  $X$  направим горизонтально в направлении точки падения. Ось  $Y$  направим вертикально вверх. Часы включим в момент бросания.

**Шаг 2.** Начальные координаты камня известны:  $x_0 = 0$  и  $y_0 = 0$ .

**Шаг 3.** Пусть проекции  $v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$  и  $v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$  известной нам начальной скорости  $\vec{v}_0$  камня равны соответственно  $v_{0x} = 10 \text{ м/с}$  и  $v_{0y} = 20 \text{ м/с}$ .

## 4. Записываем уравнение движения для осей $X$ и $Y$

## 4. Зависимость от времени проекций скорости

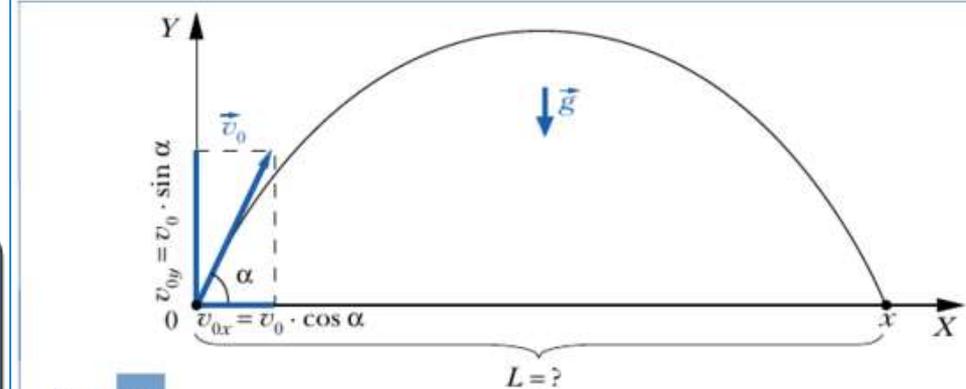


Рис. 28 Траектория тела, брошенного под углом к горизонту

**Шаг 4.** Ускорение  $\vec{a}$  камня в любой момент времени равно  $\vec{g}$  и направлено вертикально вниз, т. е. в отрицательном направлении оси  $Y$ . Следовательно, проекция  $a_y$  ускорения камня на ось  $Y$  равна модулю ускорения свободного падения, взятому со знаком минус:  $a_y = -g$ . Поэтому камень вдоль оси  $Y$  движется равноускоренно с отрицательным значением ускорения. Следовательно, модуль скорости  $v_y$  будет уменьшаться с течением времени, пока не станет равным нулю. Другими словами, камень будет подниматься всё медленнее, пока не достигнет верхней точки. После этого координата  $y$  камня начнёт уменьшаться. Проекция его скорости на ось  $Y$  станет отрицательной, а её модуль будет непрерывно увеличиваться вплоть до момента падения камня на площадку.

Таким образом, движение камня вдоль оси  $Y$  является равноускоренным с отрицательным значением ускорения. Поэтому координата  $y$  камня изменяется по закону равноускоренного прямолинейного движения:

$$y(t) = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} = 0 + 20t - \frac{10t^2}{2} = 20t - 5t^2.$$

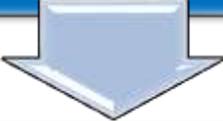
Проекция  $a_x$  ускорения камня на ось  $X$  равна нулю, так как ускорение свободного падения перпендикулярно этой оси. Поэтому движение камня вдоль оси  $X$  является равномерным, а координата  $x$  камня изменяется по закону равномерного прямолинейного движения:

$$x(t) = x_0 + v_{0x} \cdot t = 0 + 10t = 10t.$$

Напомним, что в приведённых выражениях координаты  $x$  и  $y$  измеряются в метрах, а время  $t$  – в секундах.

**Шаг 4\*.** При определении расстояния  $L$  этот шаг решения не используется. Однако мы определим зависимости от времени проекций скорости камня на координатные оси, так как они потребуются нам в дальнейшем для анализа движения камня.

## 5. Записываем в виде уравнения условие задачи



## 6. Записываем систему уравнений



## 7. Решаем систему уравнений

Проекция скорости  $\vec{v}$  камня на ось  $X$  не изменяется с течением времени:

$$v_x(t) = v_{0x} = 10 \text{ м/с.}$$

Проекция скорости  $\vec{v}$  камня на ось  $Y$  изменяется со временем, уменьшаясь с каждой секундой:

$$v_y(t) = v_{0y} - g \cdot t = 20 - 10t.$$

**Шаг 5.** В момент  $t_n$  падения камня на Землю его координата по оси  $Y$  станет равной нулю. Поэтому условие падения имеет вид:

$$y(t_n) = 0.$$

**Шаг 6.** Объединим полученные уравнения в систему, присвоив каждому номер и название:

$$x(t) = 10t, \quad (1) \text{ (закон движения по оси } X)$$

$$y(t) = 20t - 5t^2, \quad (2) \text{ (закон движения по оси } Y)$$

$$y(t_n) = 0. \quad (3) \text{ (условие падения)}$$

**Шаг 7.** Для решения системы подставим уравнение (2) в (3), получим уравнение, из которого можно определить время полёта камня:

$$20t_n - 5t_n^2 = 0,$$

$$\text{или } 5(4t_n - t_n^2) = 0,$$

$$\text{откуда } (4 - t_n)t_n = 0.$$

Уравнение имеет два решения. Первое решение  $t_n = 0$  соответствует начальному моменту времени, когда камень начинал свой полёт с поверхности площадки и его координата по оси  $Y$  равнялась нулю. Нас же интересует второе решение:  $t_n = 4$  с. В этот момент времени координата камня по оси  $Y$  снова стала равной нулю. Это означает, что камень упал на площадку.

Таким образом, время полёта камня  $t_n = 4$  с.

Определим искомое расстояние  $L$ . Для этого подставим время падения  $t_n$  в закон движения (1):

$$L = x(t_n) = 10t_n = 10 \cdot 4 = 40 \text{ (м).}$$

Теперь определим время  $t_n$ , в течение которого камень поднимался до верхней точки траектории. В этой точке проекция скорости камня на ось  $Y$  становится равной нулю. Поэтому для определения  $t_n$  решим уравнение:

$$v_y(t_n) = v_{0y} - g \cdot t_n = 0.$$

Следовательно,

$$t_n = \frac{v_{0y}}{g} = 2 \text{ (с).}$$

Отметим, что это время в 2 раза меньше времени полёта камня.

 Время подъёма камня с поверхности Земли до максимальной высоты равно времени его падения из верхней точки до поверхности Земли.

Знание значения  $t_n$  позволяет определить максимальную высоту подъёма камня во время полёта. Подставив значение  $t_n$  в уравнение (2), получим:

$$H = y(t_n) = 20 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 = 20 \text{ (м)}.$$

Если бы мы решали задачу в общем виде, то для времени  $t_n$  полёта камня и искомого расстояния  $L$  мы получили бы выражения:

$$t_n = 2 \frac{v_{0y}}{g} = 2 \frac{v_0}{g} \cdot \sin \alpha,$$

$$L = v_{0x} \cdot t_n = 2 \frac{v_{0x} \cdot v_{0y}}{g} = 2 \frac{v_0^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha.$$

Анализ этих выражений позволяет сделать следующие выводы.

1. Чем больше проекция  $v_{0y}$  начальной скорости на ось  $Y$ , тем больше время  $t_n$  полёта камня.
2. Чем больше произведение проекций  $v_{0x}$  и  $v_{0y}$  начальной скорости  $\vec{v}_0$  на координатные оси  $X$  и  $Y$ , тем больше расстояние  $L$  между точками бросания и падения. Максимальным это расстояние будет при  $\alpha = 45^\circ$ .
3. Время подъёма камня до максимальной высоты равно половине времени его полёта. Это время и высота подъёма камня будут максимальны, если камень брошен вертикально вверх, т. е. при  $\alpha = 90^\circ$ .

## 8. Анализируем полученный ответ



# Алгоритм решения задач кинематики

10 класс

§5 Равномерное прямолинейное движение  
Аналитический и графический способы решения

§8 Равноускоренное движение  
Аналитический и графический способы решения

§8 Движение тела, брошенного под углом к горизонту

# Равномерное прямолинейное движение. Графический способ решения.

## Графический способ решения

**Задача 1.** Пусть по прямолинейной дороге едет велосипедист со скоростью, модуль которой  $v_{\text{в}} = 5$  м/с (рис. 24). Вслед за ним в том же направлении движется мотоциклист со скоростью, модуль которой  $v_{\text{м}} = 20$  м/с. Расстояние между ними в начальный момент времени равно  $s = 150$  м. Определите, где (на каком расстоянии от начального положения) мотоциклист догонит велосипедиста и когда (через какое время  $t$ ) это произойдёт.

## 0. Выбор модели

## 1. Выбор системы отсчёта

## 2. Определение начальных координат

## 3. Определение проекций скоростей

## 4. Построение графиков движения

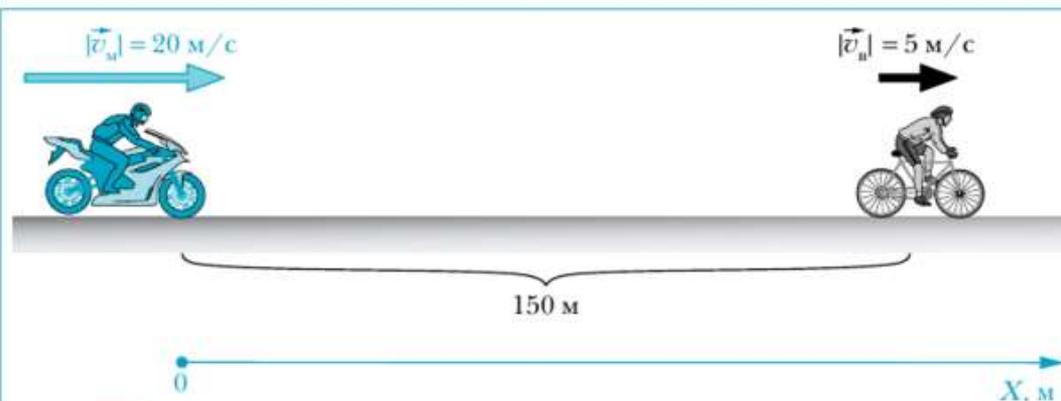


Рис. 24

*Решение.*

### Шаг 0. Выбор модели.

Будем считать мотоциклиста и велосипедиста точечными телами.

### Шаг 1. Выбор системы отсчёта.

В качестве тела отсчёта выберем Землю, а за начало отсчёта примем точку дороги, в которой находился мотоциклист в начальный момент времени. Координатную ось  $X$  направим вдоль дороги в направлении движения мотоциклиста. Часы (секундомер) включим в начальный момент времени  $t = 0$ .

### Шаг 2. Определение начальных координат тел.

В выбранной системе отсчёта начальная координата мотоциклиста  $x_{m0} = 0$ , а велосипедиста  $x_{n0} = 150 \text{ м}$ .

### Шаг 3. Определение проекций скоростей тел на координатную ось.

В выбранной системе отсчёта проекция скорости мотоциклиста на ось  $X$  положительна и поэтому равна модулю скорости мотоциклиста:  $v_m = 20 \text{ м/с}$ . Проекция скорости велосипедиста на ось  $X$  также положительна и равна модулю скорости велосипедиста:  $v_n = 5 \text{ м/с}$ .

### Шаг 4. Построение графиков движения.

Строим координатную сетку, состоящую из оси времени  $t$  (в секундах) и оси координаты  $X$  (в метрах). Отметим на оси  $X$  начальные координаты мотоциклиста  $x_{m0} = 0$  и велосипедиста  $x_{n0} = 150 \text{ м}$  (рис. 25).

По условию задачи мотоциклист и велосипедист движутся равномерно. Поэтому графики их движения представляют собой прямые линии. Для построения графиков необходимо определить координаты тел ещё в какой-либо момент времени, отличный от нуля. Рассмотрим, например, момент времени  $t = 5 \text{ с}$ . Вычислим координаты велосипедиста и мотоциклиста в этот момент времени:

$$x_n(t) = x_{n0} + v_n \cdot t = 150 + 5 \cdot 5 = 175 \text{ (м);}$$

$$x_m(t) = x_{m0} + v_m \cdot t = 0 + 20 \cdot 5 = 100 \text{ (м).}$$

Нанесём на координатную сетку точки с координатами (5 с; 175 м) и (5 с; 100 м). Проведя через точки (0 с; 0 м) и (5 с; 100 м) прямую линию, получим график движения мотоциклиста. Аналогичным образом, проведя прямую линию через точки (0 с; 150 м) и (5 с; 175 м), получим график движения велосипедиста.

Из рис. 25 видно, что графики движения мотоциклиста и велосипедиста пересекаются в точке ( $t_{\text{встр}} = 10 \text{ с}$ ;  $x_{\text{встр}} = 200 \text{ м}$ ). Следовательно, в момент времени  $t_{\text{встр}} = 10 \text{ с}$  (т. е. через 10 с после включения секундомера) координаты мотоциклиста и велосипедиста станут равными:

$$x_m(t = 10 \text{ с}) = x_n(t = 10 \text{ с}) = x_{\text{встр}} = 200 \text{ (м).}$$

Таким образом, мы получили ответы на вопросы, «где» и «когда» мотоциклист догонит велосипедиста.

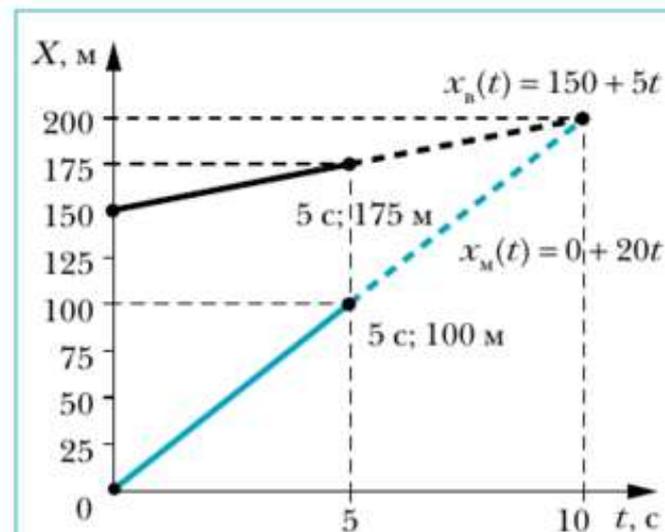


Рис. 25

Определение ответа

# Равномерное прямолинейное движение.

## Аналитический способ решения.

### Аналитический способ решения

**Задача 2.** Пусть два автомобиля  $1$  и  $2$  движутся навстречу друг другу относительно Земли со скоростями, модули которых равны соответственно  $v_1 = 20$  м/с и  $v_2 = 30$  м/с (рис. 26). В момент начала наблюдения расстояние между автомобилями было  $L = 300$  м. Определите, через какое время  $t_{\text{в}}$  после начала наблюдения произойдет встреча этих автомобилей.

Будем решать задачу в общем виде.

*Решение.*

**Шаг 0. Выбор модели.**

Будем считать автомобили точечными телами.

## 0. Выбор модели

1. Выбор системы отсчёта

2. Определение начальных координат

3. Определение проекций скоростей

4. Запись законов движения

5. Запись условий задачи в виде уравнения

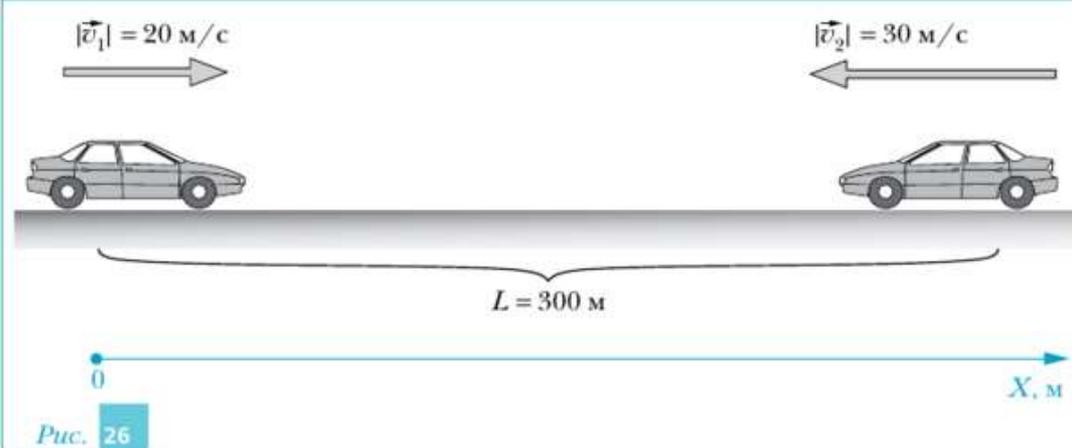


Рис. 26

#### Шаг 1. Выбор системы отсчёта.

В качестве тела отсчёта выберем Землю, за начало отсчёта примем точку дороги, в которой находился первый автомобиль. Координатную ось  $X$  направим от этой точки вдоль дороги в направлении второго автомобиля. Часы включим в момент начала наблюдения.

#### Шаг 2. Определение начальных координат тел.

В выбранной системе отсчёта начальная координата первого автомобиля  $x_{10} = 0$ , а второго —  $x_{20} = L$ .

#### Шаг 3. Определение проекций скоростей тел на координатную ось.

В выбранной системе отсчёта направление скорости первого автомобиля совпадает с положительным направлением оси  $X$ . Поэтому её проекция на ось  $X$  положительна и равна модулю скорости первого автомобиля:  $v_{1x} = v_1$ . Направление же скорости второго автомобиля противоположно положительному направлению оси  $X$ . Поэтому проекция скорости второго автомобиля на ось  $X$  отрицательна и равна взятому со знаком «минус» модулю скорости второго автомобиля:  $v_{2x} = -v_2$ .

#### Шаг 4. Запись законов движения тел.

Законы движения равномерно движущихся первого и второго автомобилей с учётом полученных данных имеют вид:

$$x_1(t) = x_{10} + v_{1x} \cdot t = 0 + v_1 \cdot t;$$

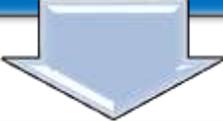
$$x_2(t) = x_{20} + v_{2x} \cdot t = L - v_2 \cdot t.$$

#### Шаг 5. Запись условия задачи в виде уравнения.

В условии задачи сказано, что в искомый момент времени  $t_n$  автомобили встретились, т. е. в этот момент времени их координаты стали равными:

$$x_1(t_n) = x_2(t_n).$$

## 6. Составление системы уравнений



## 7. Решение системы уравнений



## 8. Анализ результата и расчёт ответа

**Шаг 6. Сведение полученных уравнений в систему и присвоение им названий.**

$$x_1(t) = v_1 \cdot t; \quad (1) \text{ (закон движения первого автомобиля)}$$

$$x_2(t) = L - v_2 \cdot t; \quad (2) \text{ (закон движения второго автомобиля)}$$

$$x_1(t_n) = x_2(t_n). \quad (3) \text{ (условие встречи)}$$

**Шаг 7. Решение системы.**

Подставив уравнения (1) и (2) для момента времени  $t = t_n$  в условие (3), получим:

$$v_1 \cdot t_n = L - v_2 \cdot t_n.$$

$$\text{Отсюда } t_n = \frac{L}{v_1 + v_2}.$$

**Шаг 8. Анализ полученного результата и расчёт ответа.**

Прежде всего *необходимо проверить размерность полученного результата*. Поскольку в СИ длину измеряют в метрах (м), а модули скоростей – в метрах в секунду (м/с), размерность дроби соответствует размерности времени:

$$\frac{[\text{м}]}{\frac{[\text{м}]}{[\text{с}]}} = [\text{с}].$$

Таким образом, *с точки зрения размерности полученный результат верен*.

Теперь исследуем, как будет изменяться полученное нами значение  $t_n$  при разных изменениях величин, входящих в полученную зависимость.

Если расстояние  $L$  увеличить, например, в 10 раз, а скорости автомобилей оставить неизменными, то числитель дроби увеличится в 10 раз, а знаменатель дроби останется неизменным. Тогда сама дробь увеличится в 10 раз. Следовательно, время  $t_n$  также увеличится в 10 раз. Таким образом, *чем больше начальное расстояние  $L$  между движущимися навстречу друг другу автомобилями, тем позже они встретятся*.

Если модули скоростей обоих автомобилей увеличить, например, в 2 раза, то их сумма  $(v_1 + v_2)$ , стоящая в знаменателе, также увеличится в 2 раза. В этом случае вся дробь при неизменном числителе  $L$  уменьшится в 2 раза. Следовательно, время встречи  $t_n$  уменьшится также в 2 раза. Таким образом, *чем больше модули  $v_1$  и  $v_2$  скоростей движущихся навстречу друг другу автомобилей, тем раньше они встретятся*.

# Равноускоренное движение.

## Аналитический способ решения.

### 0. Выбор модели



### 1. Выбор системы отсчёта



### 2. Определение начальной координаты

#### Аналитический способ решения

Рассмотрим пример решения задачи о свободном падении тела.

#### Задача 1

Пусть с высоты  $h$  над поверхностью Земли вертикально вверх с начальной скоростью  $\vec{v}_0$  бросают камень (см. рис. 36). Определите время полёта  $t_{\text{п}}$  камня и скорость  $\vec{v}_{\text{пад}}$  его падения на Землю.

*Решение.*

#### Шаг 0. Выбор модели.

Будем считать камень свободно падающим точечным телом.

#### Шаг 1. Выбор системы отсчёта.

В качестве тела отсчёта выберем Землю. Начало отсчёта поместим на поверхность Земли. Координатную ось  $Y$  направим вертикально вверх. Часы включим в момент начала движения ( $t = 0$ ).

#### Шаг 2. Определение начальной координаты.

В выбранной системе отсчёта начальная координата камня  $y_0 = h$ .

### 3. Определение проекций скоростей



### 4. Запись законов движения



### 4. Запись зависимости проекции скорости от времени



### 5. Запись условий задачи в виде уравнения



### 6. Составление системы уравнений



### 7. Решение системы уравнений

**Шаг 3. Определение проекций начальной скорости и ускорения.**  
Начальная скорость  $\vec{v}_0$  камня направлена в положительном направлении оси  $Y$ . Поэтому её проекция на эту ось положительна и равна модулю её скорости:  $v_{0y} = v_0$ . Напротив, ускорение  $\vec{a}$  камня, равное ускорению свободного падения  $\vec{g}$ , направлено вертикально вниз – в отрицательном направлении оси  $Y$ . Поэтому проекция ускорения на эту ось будет отрицательна, а её модуль равен модулю ускорения свободного падения:  $a_y = -g$ .

**Шаг 4. Запись закона движения.**

С учётом полученных данных закон движения камня имеет вид:

$$y(t) = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a_y \cdot t^2}{2} = h + v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}.$$

**Шаг 4\*. Запись зависимости проекции скорости от времени.**

$$v_y(t) = v_{0y} + a_y \cdot t = v_0 - g \cdot t.$$

**Шаг 5. Запись условия задачи в виде уравнения.**

Для того чтобы определить время  $t_n$  полёта камня, т. е. узнать, в какой момент времени  $t_n$  камень упадёт на поверхность Земли, надо координату  $y$  в момент падения приравнять к нулю:

$$y(t_n) = 0.$$

В момент времени  $t_n$  проекция искомой скорости на ось  $Y$  равна:

$$v_{\text{пад}} = v_y(t_n).$$

**Шаг 6. Объединение уравнений в систему.**

$$y(t) = h + v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}; \quad (1) \text{ (закон движения по оси } Y)$$

$$v_y(t) = v_0 - g \cdot t; \quad (2) \text{ (закон изменения проекции скорости)}$$

$$y(t_n) = 0; \quad (3) \text{ (условие падения)}$$

$$v_{\text{пад}} = v_y(t_n). \quad (4) \text{ (проекция скорости в момент падения)}$$

**Шаг 7. Решение системы уравнений.**

Подставив уравнение (1) в (3), получим:

$$h + v_0 \cdot t_n - \frac{g \cdot t_n^2}{2} = 0.$$

Решение этого уравнения даёт два корня. Один из этих корней положительный, другой – отрицательный. Нас интересует момент времени падения, наступающий после броска, когда  $t_{\text{п}} > 0$ . Поэтому условию задачи удовлетворяет только положительный корень:

$$t_{\text{п}} = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2g \cdot h}}{g}.$$

Подстановка полученного значения времени полёта  $t_{\text{п}}$  камня в уравнение (4) с учётом закона изменения проекции скорости (2) позволяет вычислить проекцию искомой скорости  $\vec{v}_{\text{п}}$ :

$$v_{\text{пад}} = v_y(t_{\text{п}}) = v_0 - g \cdot t_{\text{п}} = -\sqrt{v_0^2 + 2g \cdot h}.$$

Отметим, что полученное значение проекции скорости камня отрицательно. Это означает, что скорость камня в момент падения направлена вертикально вниз.

*Ответ:* время полёта камня  $t_{\text{п}} = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2g \cdot h}}{g}$ , скорость камня в мо-

мент падения направлена вертикально вниз, её модуль  $|\vec{v}_{\text{пад}}| = \sqrt{v_0^2 + 2g \cdot h}$ .

Следует сказать, что во многих задачах о свободном падении тела, брошенного вертикально вверх, требуется определить время  $t_{\text{взл}}$  взлёта, в течение которого тело поднимается вверх после броска. Для определения этого времени используют тот факт, что в верхней точке траектории скорость тела становится равной нулю. С учётом этого записывают условие задачи в шаге 5 в виде  $v_y(t_{\text{взл}}) = 0$ . Из этого уравнения и закона изменения проекции скорости (2) следует:  $v_0 - g \cdot t_{\text{взл}} = 0$ . Отсюда находят:  $t_{\text{взл}} = \frac{v_0}{g}$ . Таким образом, чем больше модуль  $v_0$  скорости, с которой брошено тело вверх, тем дольше оно будет подниматься.

# Равноускоренное движение. Графический способ решения.

0. Выбор модели

1. Выбор системы отсчёта

2. Определение начальной координаты

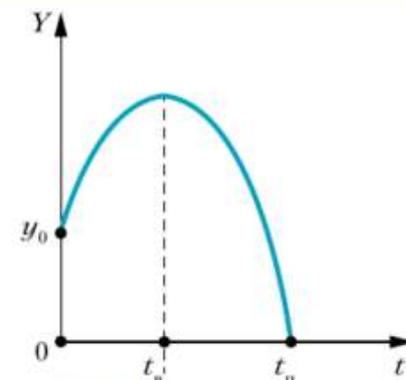


Рис. 37

## Задача 2

Водитель автобуса, движущегося по прямой дороге со скоростью, модуль которой  $v_0 = 30$  м/с (108 км/ч), нажимает на педаль тормоза. Определите минимальную длину тормозного пути автобуса, если максимально возможное ускорение при торможении равно по модулю  $a = 5$  м/с<sup>2</sup>.

*Решение.*

**Шаг 0. Выбор модели.**

Будем считать автобус точечным телом, а его движение равнозамедленным с максимально возможным по модулю ускорением.

**Шаг 1. Выбор системы отсчёта.**

В качестве тела отсчёта выберем Землю, а за начало отсчёта — ту точку дороги, в которой находился автобус в момент начала торможения (рис. 39). Координатную ось  $X$  проведём вдоль дороги в направлении движения автобуса. Часы (секундомер) включим в момент начала торможения.

**Шаг 2. Определение начальной координаты тела.**

В выбранной системе отсчёта начальная координата автобуса  $x_0 = 0$ .

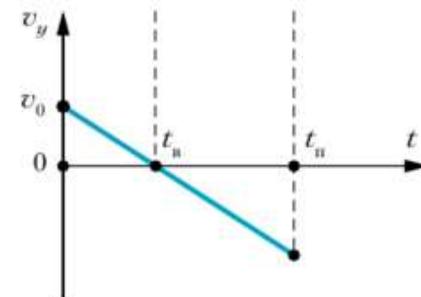


Рис. 38

### 3. Определение проекций скоростей



### 4. Построение графиков движения

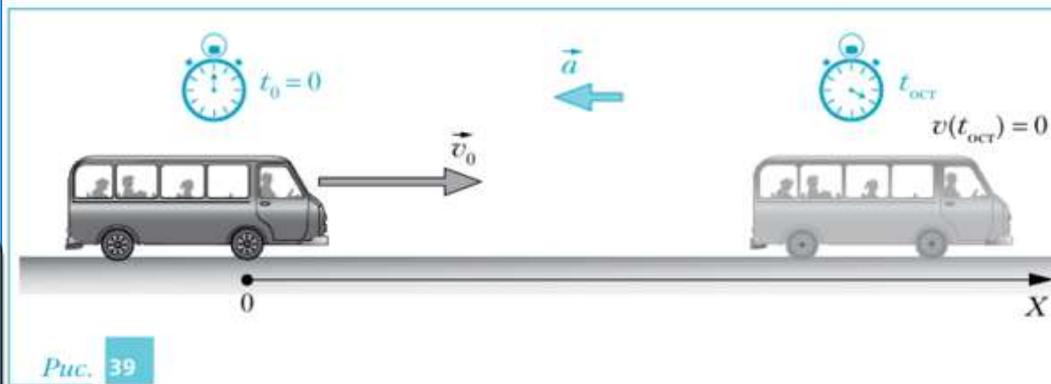


Рис. 39

**Шаг 3. Определение проекций начальной скорости и ускорения тела на координатную ось.**

В выбранной системе отсчёта направление начальной скорости автобуса совпадает с положительным направлением оси  $X$ . Поэтому проекция скорости на эту ось положительна и равна модулю скорости:  $v_{0x} = v_0 = 30 \text{ м/с}$ . Направление ускорения автобуса, напротив, противоположно положительному направлению оси  $X$ . Поэтому проекция ускорения на эту ось отрицательна, а её модуль равен модулю ускорения:  $a_x = -5 \text{ м/с}^2$ .

**Шаг 4. Построение графиков.**

Вы уже знаете, что для равноускоренного движения тела можно построить два графика: график зависимости координаты  $x$  тела от времени  $t$  (парабола в осях  $x$  и  $t$ ) и график зависимости проекции  $v_x$  скорости от времени  $t$  (прямая в осях  $v_x$  и  $t$ ). Какой из этих графиков надо построить для получения искомого ответа, определяют из условия задачи.

В рассмотренном примере нас интересует путь, пройденный автобусом до полной остановки. Следовательно, нас интересует тот момент времени  $t_{\text{ост}}$ , когда скорость автобуса станет равна нулю:  $v(t_{\text{ост}}) = 0$ . Поэтому в данном случае следует строить график  $v_x(t)$ .

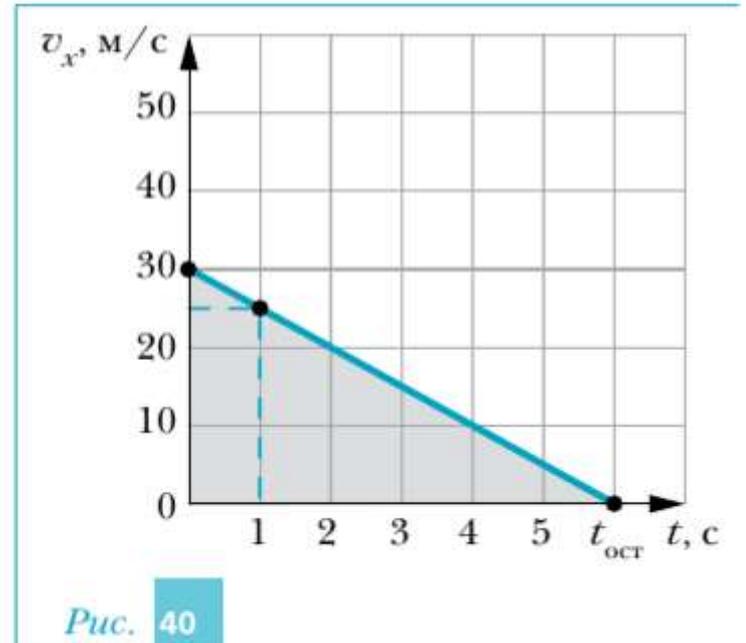
Отметим на оси  $v_x$  значение проекции начальной скорости автобуса  $v_{0x} = 30 \text{ м/с}$  в начальный момент времени – точку  $(0 \text{ с}; 30 \text{ м/с})$ . Автобус движется равнозамедленно. Поэтому график зависимости проекции скорости от времени представляет собой прямую линию. Для построения этой линии необходимо определить проекцию скорости автобуса в какой-либо ещё момент времени, например через  $t = 1 \text{ с}$  после начала торможения. Так как проекция ускорения отрицательна:  $a_x = -5 \text{ м/с}^2$ , то проекция скорости автобуса к моменту времени  $t = 1 \text{ с}$  уменьшится на  $5 \text{ м/с}$  и станет равна  $25 \text{ м/с}$ . Следовательно, искомая прямая (рис. 40) будет проходить через точку  $(1 \text{ с}; 25 \text{ м/с})$ .

Видно, что прямая  $v_x(t)$  пересекает ось времени  $t$  в точке  $(6 \text{ с}; 0 \text{ м/с})$ . Следовательно, проекция скорости станет равной нулю (автобус остановится) через  $t_{\text{ост}} = 6 \text{ с}$  после начала торможения.

Для того чтобы определить минимальную длину тормозного пути автобуса, вспомним, что пройденный телом путь численно равен площади фигуры под графиком зависимости модуля скорости от времени. В данном случае этот график построен с учётом максимального по модулю ускорения автобуса при его торможении (см. рис. 40). Фигура под этим графиком представляет собой прямоугольный треугольник. Поэтому искомый тормозной путь равен половине произведения катетов этого треугольника:

$$L = \frac{v_{0x} \cdot t_{\text{ост}}}{2} = \frac{30 \cdot 6}{2} = 90 \text{ (м)}.$$

*Ответ:* минимальная длина тормозного пути  $L = 90 \text{ м}$ .



**Определение ответа**

# Движение тела, брошенного под углом к горизонту

## 0. Выбор модели



## 1. Выбор системы отсчёта



## 2. Определение начальных координат



## 3. Определение проекций начальной скорости

### Задача 3. Движение тела, брошенного под углом к горизонту

Камень бросили с горизонтальной площадки с начальной скоростью  $\vec{v}_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту (рис. 41). Определите время полёта  $t_{\text{п}}$  и дальность полёта  $L$  камня по горизонтали от точки бросания камня до места его падения на эту площадку, а также высоту  $H$  максимального подъёма камня.

*Решение.*

**Шаг 0.** Будем считать камень точечным телом, а его движение свободным падением. Поэтому в любой момент времени ускорение камня направлено вертикально вниз и по модулю равно  $g$ .

**Шаг 1.** Систему отсчёта свяжем с Землёй. Начало отсчёта поместим в точку бросания. Ось  $X$  направим горизонтально в направлении точки падения. Ось  $Y$  направим вертикально вверх. Часы включим в момент бросания.

**Шаг 2.** В выбранной системе отсчёта начальные координаты камня:  $x_0 = 0$  и  $y_0 = 0$ .

**Шаг 3.** Проекции начальной скорости  $\vec{v}_0$  камня на координатные оси  $X$  и  $Y$  соответственно равны:  $v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$  и  $v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$ .

## 4. Определение проекций ускорения

## 4. Запись законов движения

## 4. Запись зависимостей проекций скорости от времени

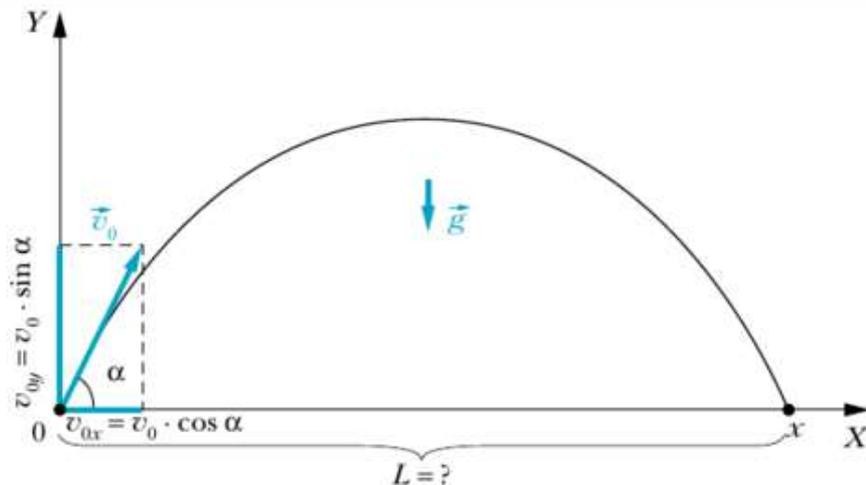


Рис. 41

**Шаг 4.** Ускорение  $\vec{a}$  камня в любой момент времени равно  $\vec{g}$ . Поэтому проекция  $a_x$  ускорения камня на ось  $X$  равна нулю, так как ускорение свободного падения перпендикулярно этой оси. Поэтому движение камня вдоль оси  $X$  является равномерным, а координата  $x$  камня изменяется по закону равномерного прямолинейного движения:

$$x(t) = x_0 + v_{0x} \cdot t = (v_0 \cdot \cos \alpha) \cdot t.$$

Ускорение камня направлено вертикально вниз — в отрицательном направлении оси  $Y$ . Следовательно, проекция  $a_y$  на ось  $Y$  постоянна, отрицательна и её модуль равен модулю ускорения свободного падения:  $a_y = -g$ . Таким образом, координата  $y$  камня изменяется по закону равноускоренно-прямолинейного движения:

$$y(t) = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} = (v_0 \cdot \sin \alpha) \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}.$$

**Шаг 4\*.** Проекция скорости  $\vec{v}$  камня на ось  $X$  не изменяется с течением времени:

$$v_x(t) = v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha.$$

Проекция скорости  $\vec{v}$  камня на ось  $Y$  изменяется со временем:

$$v_y(t) = v_{0y} - g \cdot t = v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t.$$

## 5. Запись условий задачи в виде уравнения



## 6. Составление системы уравнений



## 7. Решение системы уравнений

**Шаг 5.** В момент  $t_n$  падения камня на Землю его координата по оси  $Y$  равна нулю. Поэтому условие падения имеет вид:

$$y(t_n) = 0.$$

В момент  $t_H$  достижения максимальной высоты  $H$  проекция скорости камня на ось  $Y$  равна нулю:

$$v_y(t_H) = 0.$$

**Шаг 6.** Объединим полученные уравнения в систему, присвоив каждому номер и название.

$$x(t) = (v_0 \cdot \cos \alpha) \cdot t; \quad (1) \text{ (закон движения по оси } X)$$

$$y(t) = (v_0 \cdot \sin \alpha) \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}; \quad (2) \text{ (закон движения по оси } Y)$$

$$v_x(t) = v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha; \quad (3) \text{ (закон изменения проекции скорости на ось } X)$$

$$v_y(t) = v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t; \quad (4) \text{ (закон изменения проекции скорости на ось } Y)$$

$$y(t_n) = 0; \quad (5) \text{ (условие падения)}$$

$$v_y(t_H) = 0. \quad (6) \text{ (условие достижения максимальной высоты)}$$

**Шаг 7.** Для решения системы уравнений и определения времени  $t_n$  полёта камня подставим закон движения (2) в условие (5):

$$(v_0 \cdot \sin \alpha) \cdot t_n - \frac{g \cdot t_n^2}{2} = 0.$$

Это уравнение имеет два корня. Первый ( $t_n = 0$ ) соответствует моменту начала движения камня. Нас же интересует второй корень, т. е. момент времени, когда координата камня по оси  $Y$  снова стала равной нулю. Получаем время полёта камня:

$$t_n = 2 \frac{v_0}{g} \cdot \sin \alpha.$$

Теперь определим искомое расстояние  $L$ . Подставив время полёта  $t_n$  в закон движения (1), находим:

$$L = 2 \frac{v_0^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha.$$

Для определения максимальной высоты подъёма  $H$  определим время  $t_H$ , в течение которого камень поднимался до верхней точки траектории. Для этого подставим уравнение (4) в условие (6):

$$v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t_H = 0.$$

Следовательно,

$$t_H = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}.$$

Подставив значение  $t_H$  в закон движения (2), получим:

$$H = \frac{(v_0 \cdot \sin \alpha)^2}{2g}.$$

**Шаг 8.** Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы.

1. Чем больше проекция  $v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$  начальной скорости на ось  $Y$ , тем больше время  $t_H$  полёта камня.

2. Чем больше произведение проекций  $v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$  и  $v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$  начальной скорости  $\vec{v}_0$  на координатные оси  $X$  и  $Y$ , тем больше дальность полёта  $L$ . *Максимальной дальность полёта будет при  $\alpha = 45^\circ$ .*

3. Время подъёма камня до максимальной высоты равно половине времени его полёта. Это время и высота подъёма камня будут максимальны, если камень брошен вертикально вверх, т. е. при  $\alpha = 90^\circ$ .

4. Максимальная высота подъёма увеличивается при увеличении модуля начальной скорости и угла бросания.



## 8. Анализ результата

# Алгоритм решения задач кинематики

№	Шаг
0	Выбор модели
1	Выбор ИСО
2	Определение начальных координат
3	Определение проекций начальной скорости, (*) ускорения
4	Запись уравнений движения, (*) проекций скорости
5	Запись в виде уравнения условия задачи
6	Составление системы уравнений
7	Решение системы уравнений
8	Анализ результата

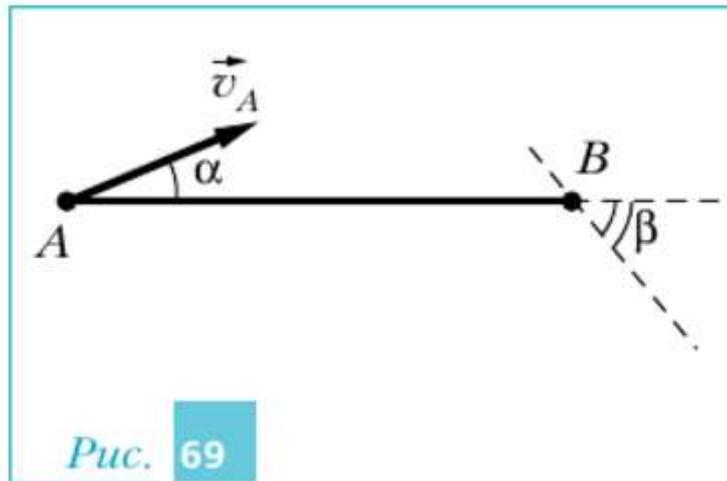
§13 Движение твёрдого стержня по плоскости

§13 Движение катушки с нитью

# Движение твёрдого стержня по плоскости

## Задача 1. Движение твёрдого стержня по плоскости

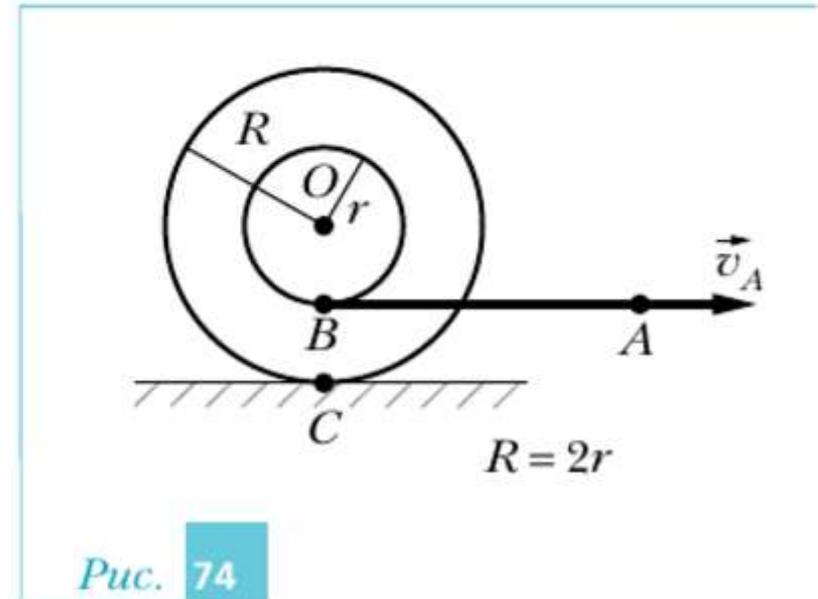
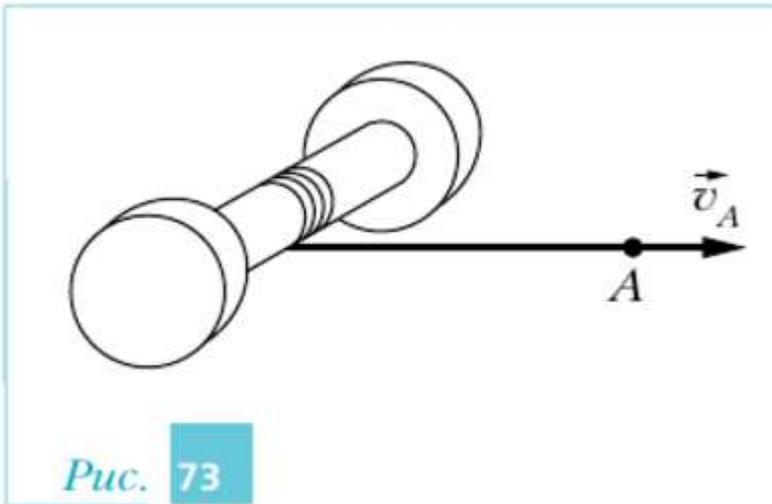
Твёрдый тонкий стержень  $AB$  скользит по плоскости. Известно, что в некоторый момент времени скорость точки  $A$  стержня равна по модулю  $v_A$  и составляет со стержнем угол  $\alpha$  (рис. 69). Скорость точки  $B$  в этот же момент времени составляет со стержнем угол  $\beta$ . Определите модуль скорости движения точки  $B$  в данный момент времени.



# Движение катушки с нитью

## Задача 2. Движение катушки с нитью

Катушку, лежащую на горизонтальной крышке стола, тянут за конец  $A$  нерастяжимой нити, которая намотана на среднюю часть катушки. При этом катушка катится без проскальзывания и её ось не изменяет своей ориентации относительно стола (рис. 74). Скорость движения точки  $A$  нити постоянна и равна  $\vec{v}_A$ . Определите скорость движения оси  $O$  катушки, если радиус  $r$  её средней части в 2 раза меньше радиуса  $R$  её щёк.



# ЛИНИЯ УМК ФИЗИКА 7 – 11 КЛАССЫ

Грачёв А.В. и др.



- Инновационный УМК
- Систематизация физических знаний
- Система обучения решению задач
- Оптимальный УМК для подготовки к ЕГЭ, ОГЭ, олимпиадам

## Состав УМК:

- Учебник в печатной и электронной формах
- Рабочая программа
- Проектирование учебного курса
- Рабочие тетради
- Тетради для лабораторных работ

**ФП № 1.2.5.1.3.1**

**ФП № 1.2.5.1.3.2**

**ФП № 1.2.5.1.3.3**

**ФП № 1.3.5.1.5.1**

**ФП № 1.3.5.1.5.2**

Поможем оформить закупку учебников и учебных пособий для вашей школы.

По всем вопросам пишите на почту  
[sales@rosuchebnik.ru](mailto:sales@rosuchebnik.ru)



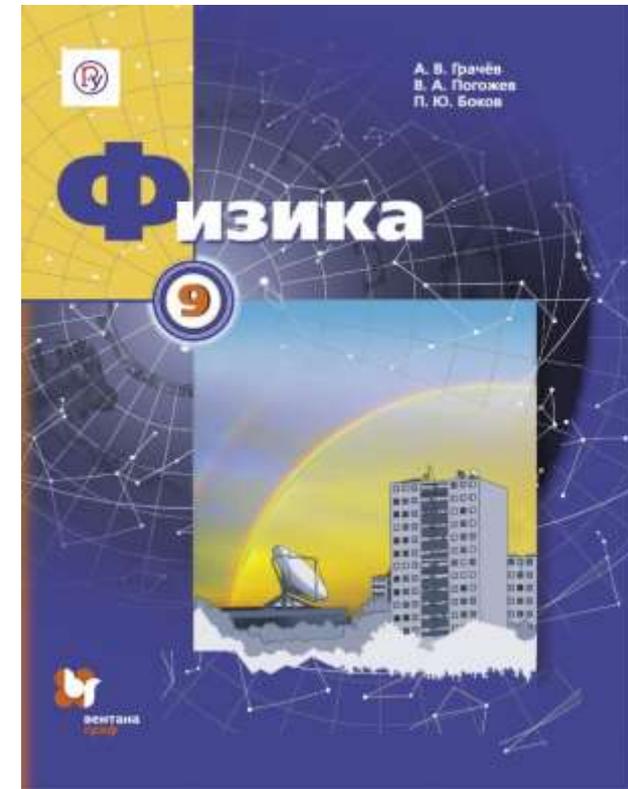
# УМК «Физика» А.В. Грачёва и др. 7 – 9 класс



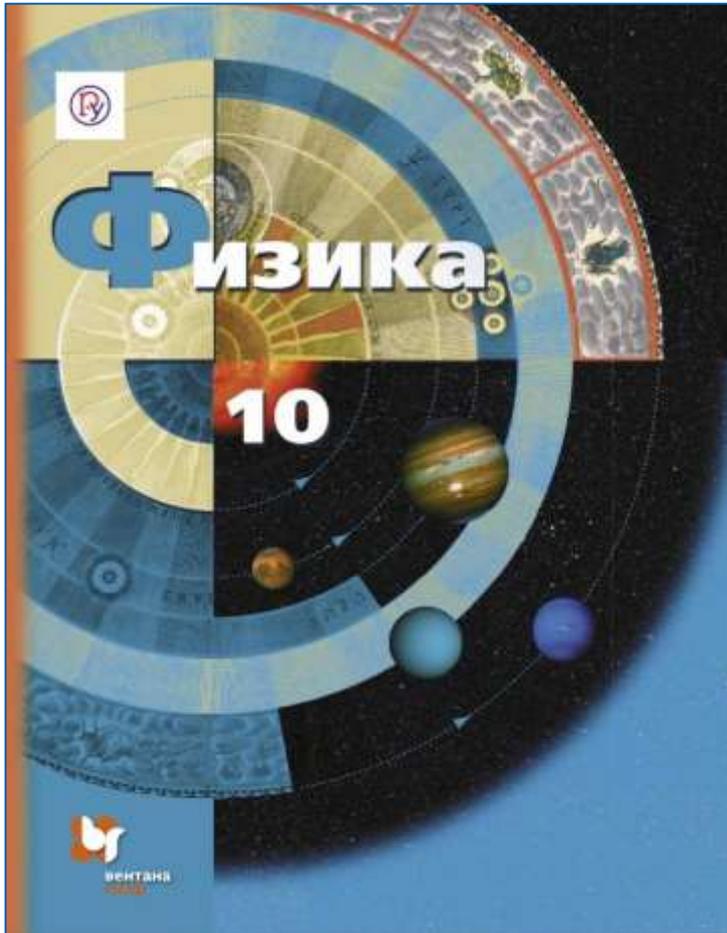
1.2.5.1.3.1



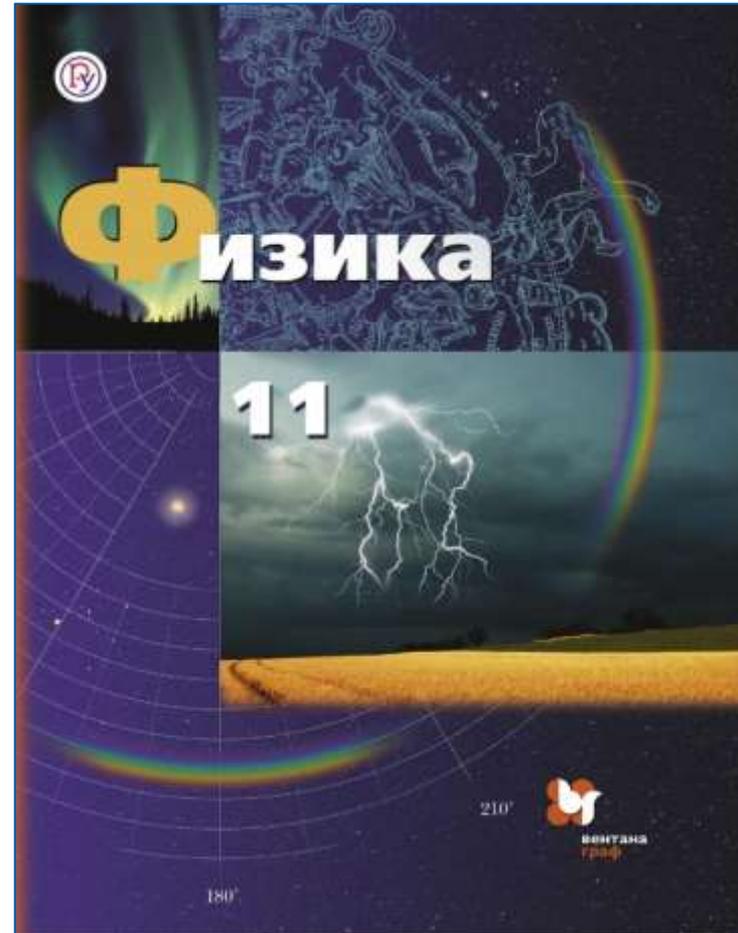
1.2.5.1.3.2



1.2.5.1.3.3



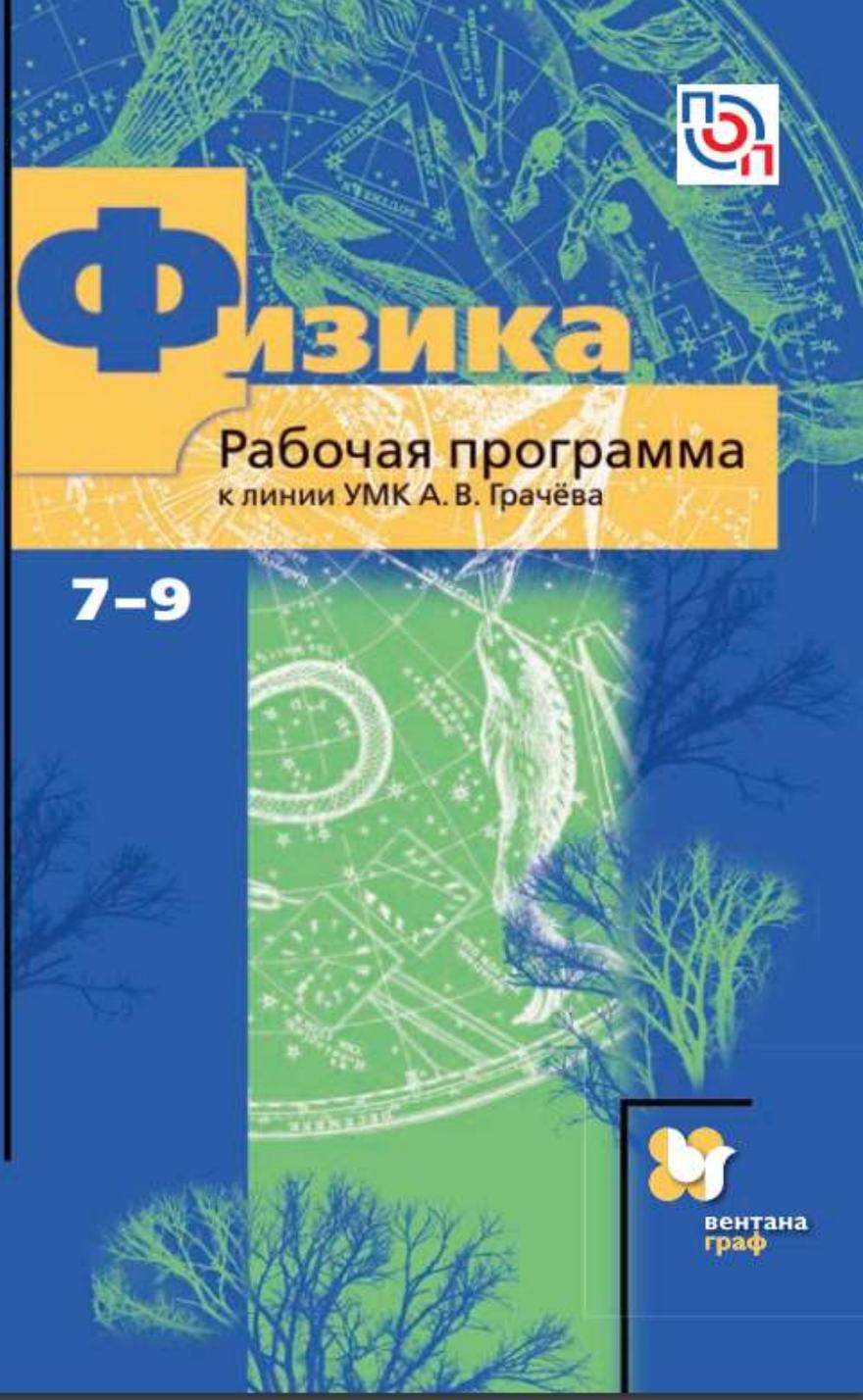
1.3.5.1.5.1



1.3.5.1.5.2

В свободном  
доступе

[СКАЧАТЬ ЗДЕСЬ](#)



**Физика**

Рабочая программа  
к линии УМК А. В. Грачёва

7-9



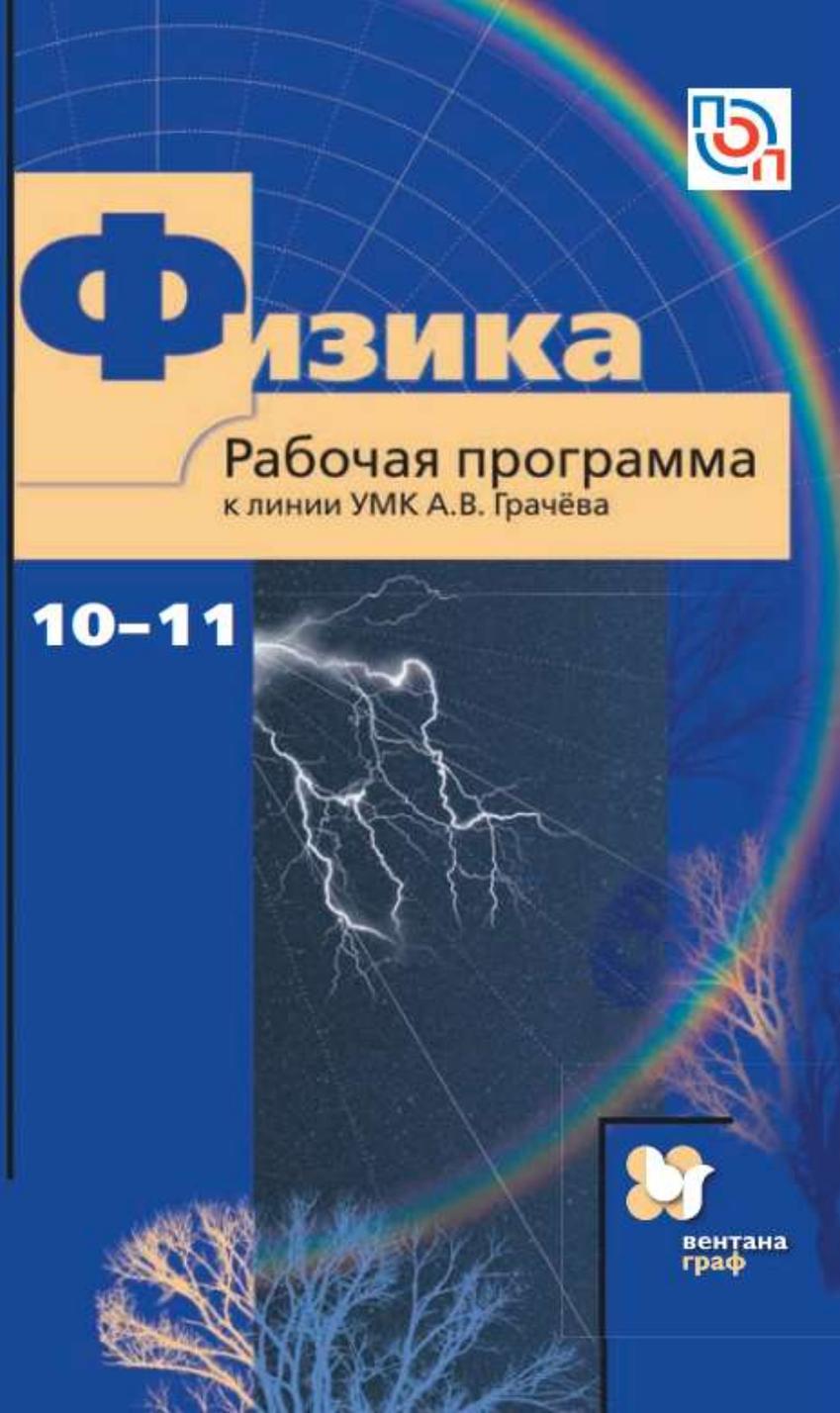
вентана  
граф

# ПРОГРАММА

---

В свободном  
доступе

[СКАЧАТЬ ЗДЕСЬ](#)



**Физика**

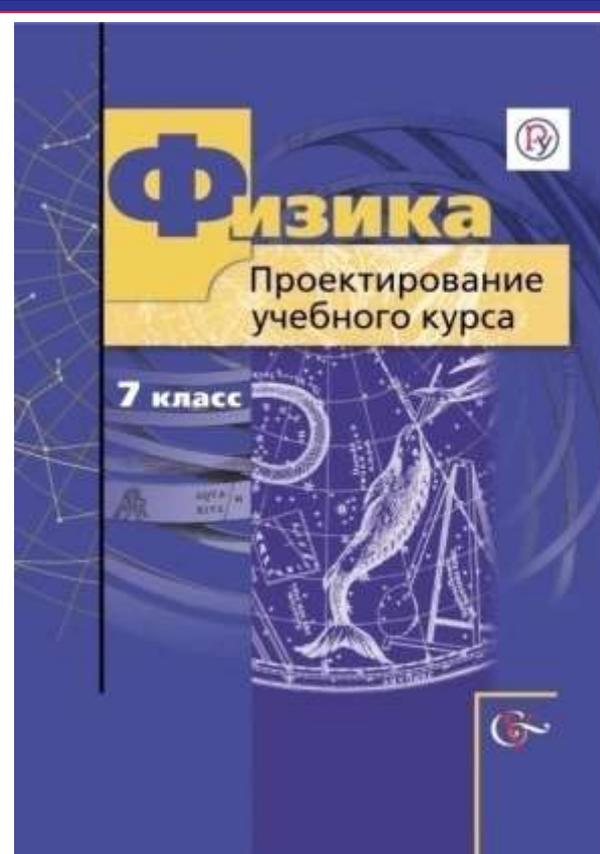
Рабочая программа  
к линии УМК А.В. Грачёва

**10-11**



вентана  
граф

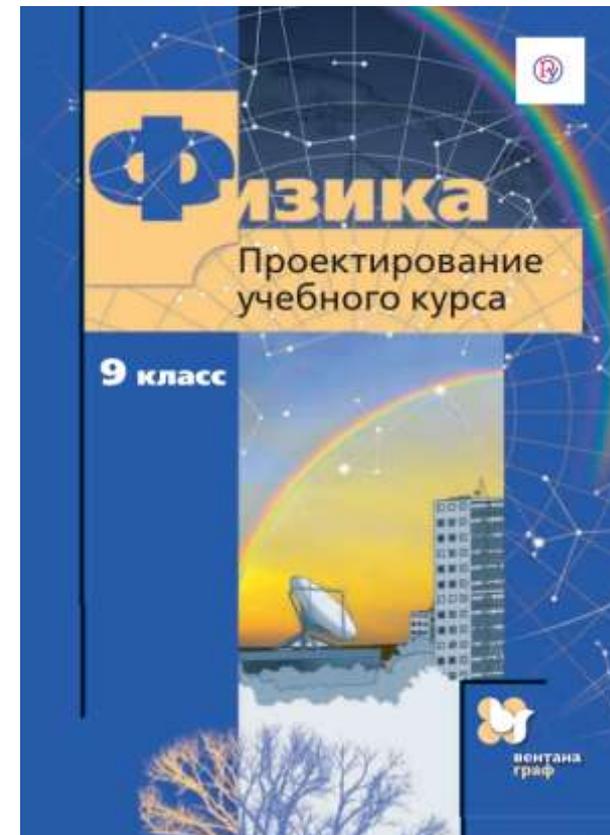
# Методические пособия



[СКАЧАТЬ ЗДЕСЬ](#)

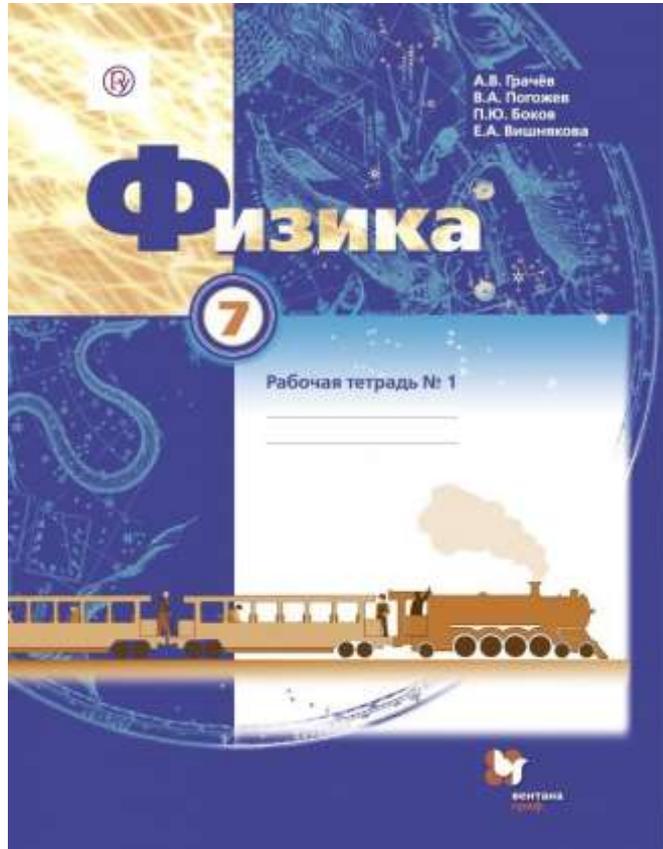


[СКАЧАТЬ ЗДЕСЬ](#)

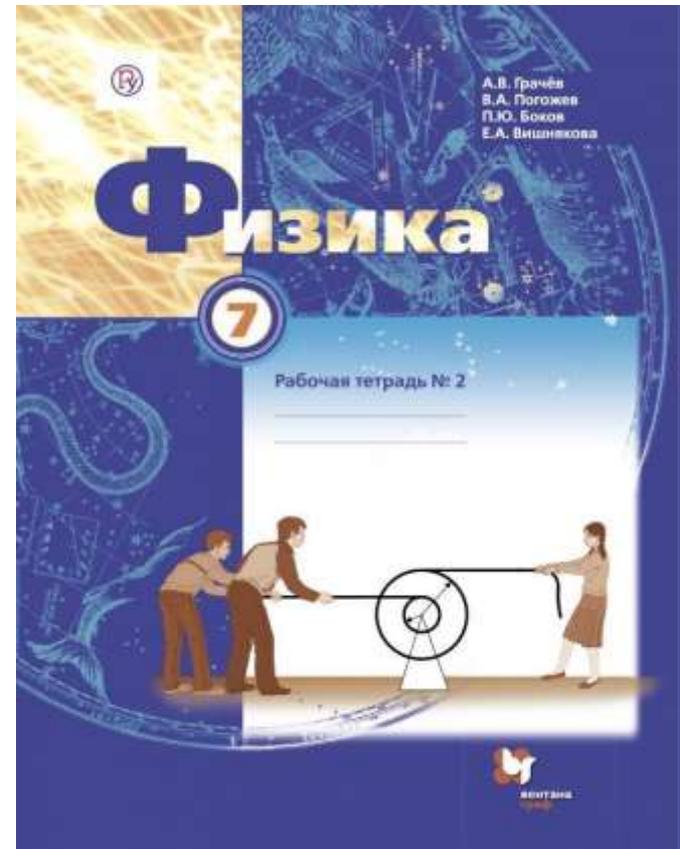


[СКАЧАТЬ ЗДЕСЬ](#)

# Рабочие тетради 7 класс



ПОСМОТРЕТЬ

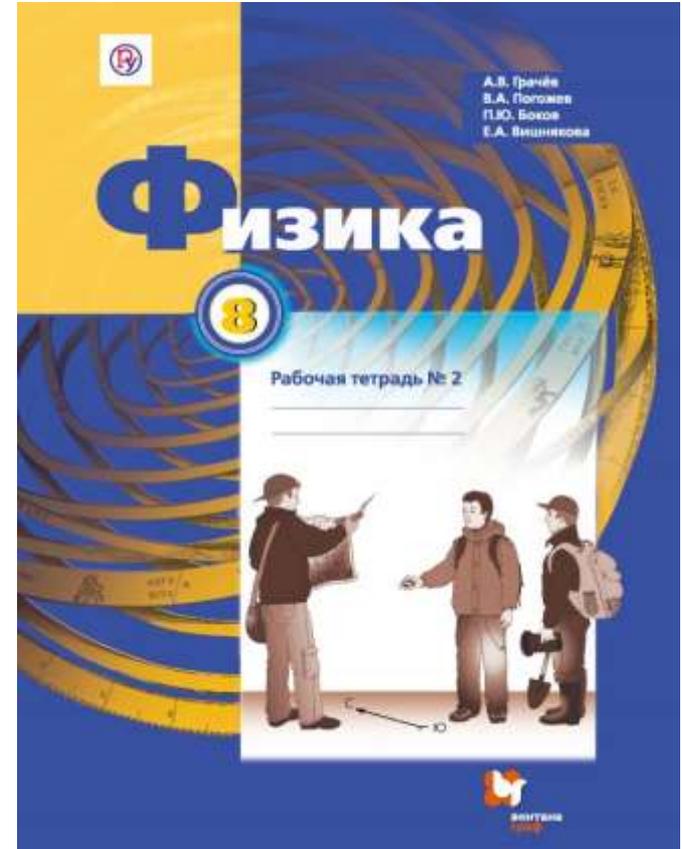


ПОСМОТРЕТЬ

# Рабочие тетради 8 класс



[ПОСМОТРЕТЬ](#)



[ПОСМОТРЕТЬ](#)

# Рабочие тетради 9 класс

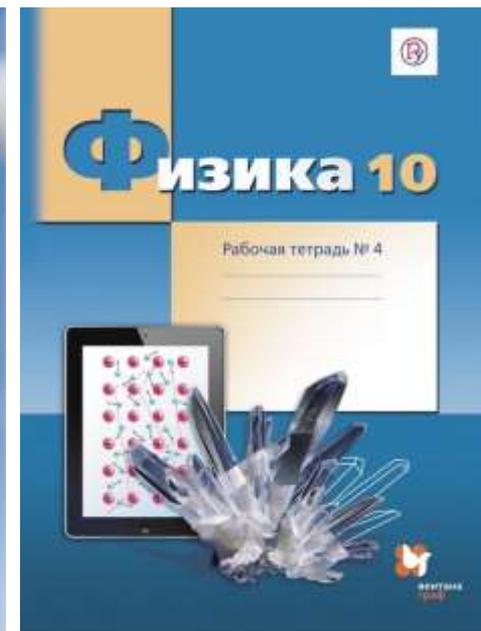
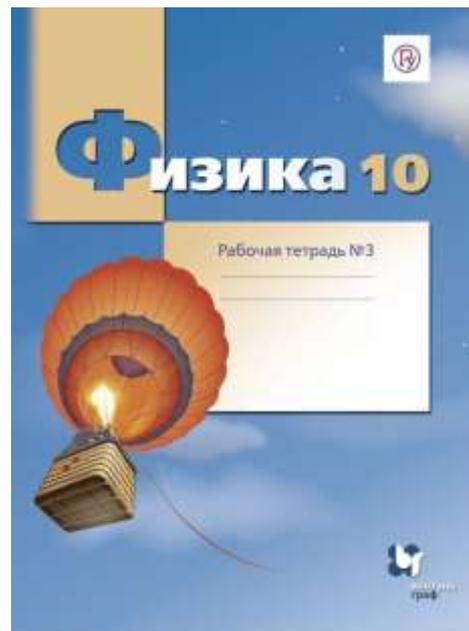
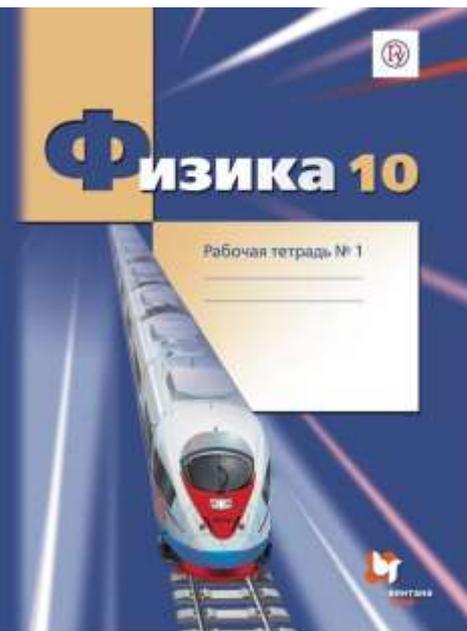


ПОСМОТРЕТЬ

ПОСМОТРЕТЬ

ПОСМОТРЕТЬ

# Рабочие тетради 10 класс



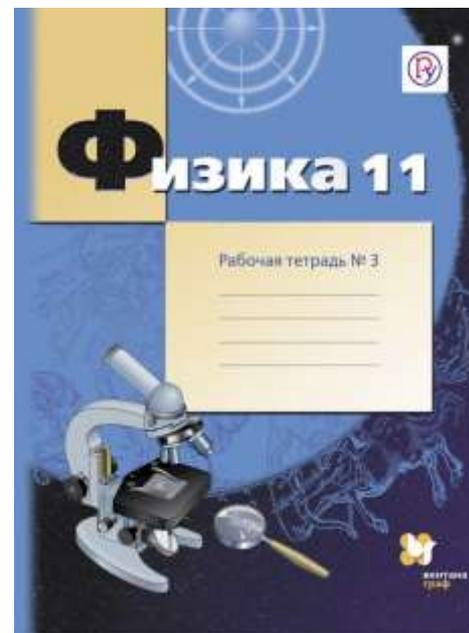
[ПОСМОТРЕТЬ](#)

[ПОСМОТРЕТЬ](#)

[ПОСМОТРЕТЬ](#)

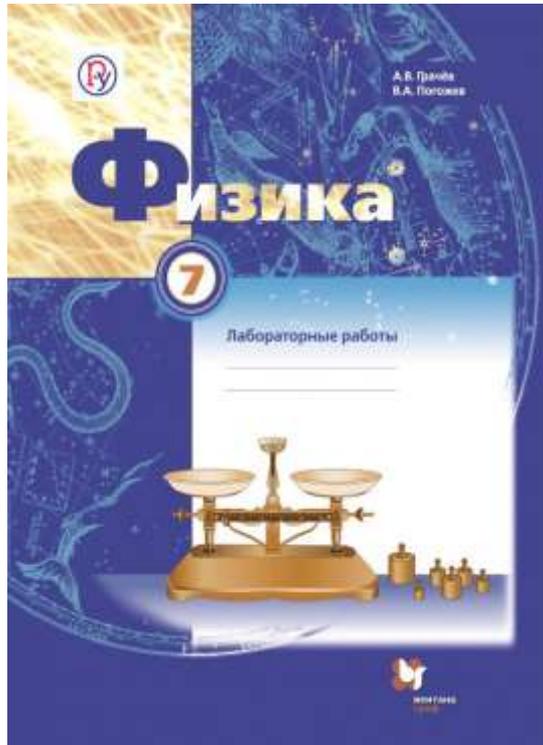
[ПОСМОТРЕТЬ](#)

# Рабочие тетради 11 класс



[ПОСМОТРЕТЬ](#) [ПОСМОТРЕТЬ](#) [ПОСМОТРЕТЬ](#) [ПОСМОТРЕТЬ](#)

# Тетради для лабораторных работ



[ПОСМОТРЕТЬ](#)



[ПОСМОТРЕТЬ](#)



[ПОСМОТРЕТЬ](#)

# Тетради для лабораторных работ



ПОСМОТРЕТЬ



ПОСМОТРЕТЬ

# Электронная форма учебника



Бесплатно получить  
электронные формы  
учебников можно на сайте  
<https://lecta.rosuchebnik.ru/>

по промо-кодам:

UMK2019  
5books

[rosuchebnik.ru](http://rosuchebnik.ru), [rosuchebnik.pf](http://rosuchebnik.pf)

Москва, Пресненская наб., д. 6, строение 2  
+7 (495) 795 05 35, 795 05 45, [info@rosuchebnik.ru](mailto:info@rosuchebnik.ru)

### Нужна методическая поддержка?

Методический центр  
8-800-2000-550 (звонок бесплатный)  
[metod@rosuchebnik.ru](mailto:metod@rosuchebnik.ru)

### Хотите купить?



Цифровая среда школы  
[lecta.rosuchebnik.ru](http://lecta.rosuchebnik.ru)



Отдел продаж  
[sales@rosuchebnik.ru](mailto:sales@rosuchebnik.ru)

### Хотите продолжить общение?



[youtube.com/user/drofapublishing](https://youtube.com/user/drofapublishing)



[fb.com/rosuchebnik](https://fb.com/rosuchebnik)



[vk.com/ros.uchebnik](https://vk.com/ros.uchebnik)



[ok.ru/rosuchebnik](https://ok.ru/rosuchebnik)

# Программа лояльности для педагогов

# 1

Зарегистрируйтесь на сайте **rosuchebnik.ru** или **LECTA**

# 2

- Накапливайте баллы:
- посещайте вебинары и семинары
  - участвуйте в конкурсах
  - пользуйтесь сервисами **LECTA**
  - совершайте покупки в магазинах **LECTA** и **book24.ru**
  - оставляйте отзывы о нашей продукции
  - + и еще 20 других активностей

# 3

Получайте подарки и бонусы

Получайте скидки на продукцию корпорации «Российский учебник» и наших партнеров, а также подарки – бесплатные книги и курсы повышения квалификации



**40**  
баллов

за посещение мероприятия и за отзыв на сайте **rosuchebnik.ru**



# Курсы повышения квалификации



Корпоративный учебник **LECTA**

Методическая помощь Вебинары **Курсы** Каталог Поиск

## До -45% на учебную литературу

Скидки на учебную литературу в интернет-магазине book24 до 31 октября

[Купить >](#)

### Естественные науки

- География
- Астрономия
- Физика**
- Биология
- Химия



в любое время,  
в любом месте



удостоверение  
установленного образца



лицензия

# Серия вебинаров «Решение задач»

Кинематика

Динамика

Законы сохранения в механике

Молекулярно-кинетическая теория и термодинамика

# Опаловский Владимир Александрович

Методист по физике и астрономии корпорации «Российский учебник»



- ✓ Учитель высшей квалификационной категории
- ✓ Педагогический стаж 15 лет
- ✓ Кандидат технических наук

[Opalovskiy.VA@rosuchebnik.ru](mailto:Opalovskiy.VA@rosuchebnik.ru)