



МАТЕМАТИКА

8-9 класс

ПОДГОТОВКА К ОГЭ: РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ. ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ. Часть 2

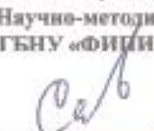


Федотова Ирина Ивановна,
директор методического центра
«Санкт-Петербург» корпорации
«Российский учебник»

ОГЭ: ТЕКСТОВАЯ ЗАДАЧА № 22



«СОГЛАСОВАНО»
Президент
Научно-методического совета
ФГБНУ «ФИПИ» по математике



А.Л. Семенов
« 30 » октября 2019 г.

Государственная итоговая аттестация по образовательным
программам основного общего образования в форме
основного государственного экзамена (ОГЭ)

Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов основного
государственного экзамена 2020 года
по МАТЕМАТИКЕ

подготовлен Федеральным государственным бюджетным
научным учреждением
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Демонстрационный вариант ОГЭ 2020 г.

МАТЕМАТИКА, 9 класс.

12 / 18

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**.
Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение
и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21 Решите уравнение $x^4 = (4x - 5)^2$.

22 Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки равна 6 км/ч?

23 Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x - 3)(x + 2)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

ОСНОВНЫЕ ТИПЫ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ:

- задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку)
- задачи на движение по замкнутой трассе
- задачи на движение протяженных тел
- **задачи на движение по воде**
- **задачи на среднюю скорость**

ЭТАПЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ:

1. Анализ условия задачи

(чтение задачи, определение типа задачи, выделение данных, которые известны и требуется найти)

2. Схематическая запись задачи

(рисунок, схема, чертеж)

3. Поиск способа решения

(определение связи между данными задачи, формул, составление плана решения задачи, приведение величин к «одинаковой» соразмерности, составление таблицы)

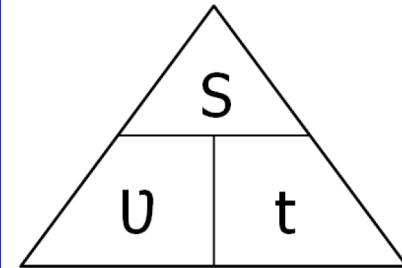
4. Составление уравнения или системы уравнений как математической модели задачи

5. Решение полученного уравнения или системы уравнений (запись решения и результата)

6. Проверка решения

7. Формулировка ответа

ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ ПО РЕКЕ



Необходимо различать **4 вида движения**:

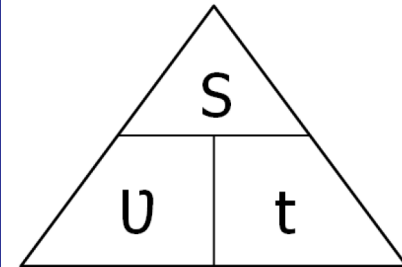
- течение реки,
- собственное движение,
- движение по течению,
- движение против течения реки.

В задачах на движение по воде скорость реки считается постоянной и неизменной. Скорость плота считается равной скорости реки.

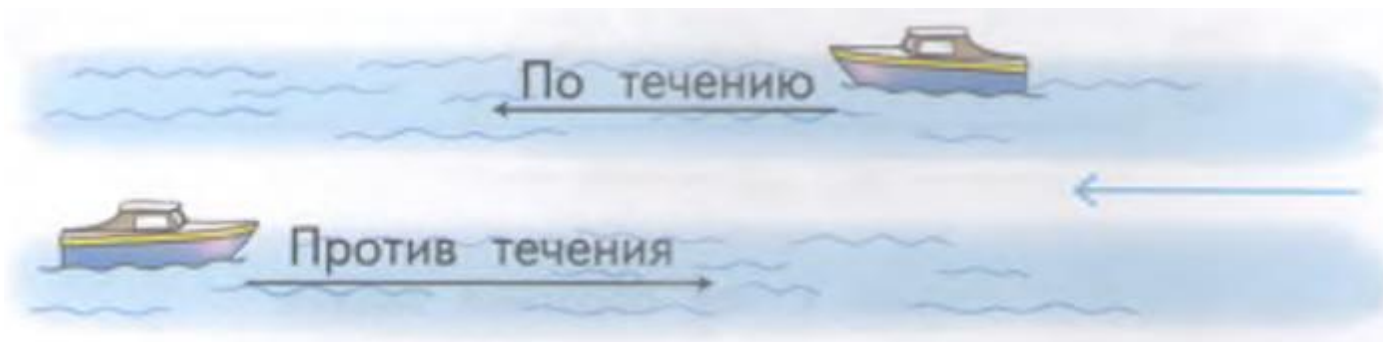
Удобно составлять таблицу для решения задач:

	Скорость	Время	Расстояние
Движущееся тело	x км/ч		
Течение реки	2 км/ч		
По течению	$(x+2)$ км/ч		
Против течения	$(x-2)$ км/ч		

ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ ПО РЕКЕ

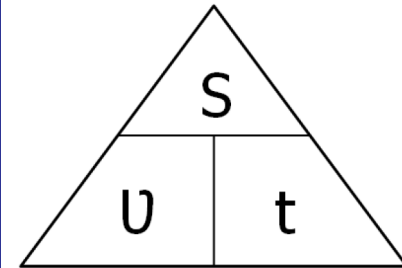


Задача 1. Катер шел 3 ч по течению реки и 2 ч против течения. Путь, пройденный катером по течению, на 41 км больше пути, пройденного против течения. Найдите скорость течения, если скорость катера в стоячей воде равна 28,5 км/ч.



1. Анализ условия задачи
(виды движения)
2. Схема задачи
3. Поиск способа решения
4. Составление уравнения
5. Решение уравнения
6. Проверка решения
7. Ответ

ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ ПО РЕКЕ



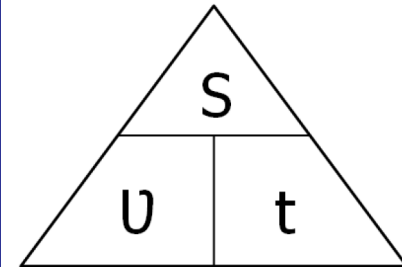
Задача 1. Катер шел 3 ч по течению реки и 2 ч против течения. Путь, пройденный катером по течению, на 41 км больше пути, пройденного против течения. Найдите скорость течения, если скорость катера в стоячей воде равна 28,5 км/ч.

	Скорость	Время	Расстояние
Катер	28,5 км/ч		
Течение реки	x км/ч		
По течению	$(28,5+x)$ км/ч	3ч	$3(28,5+x)$ км
Против течения	$(28,5-x)$ км/ч	2ч	$2(28,5-x)$ км

1. Анализ условия задачи
2. Схема задачи
3. Поиск способа решения
4. Составление уравнения
5. Решение уравнения
6. Проверка решения
7. Ответ

Что известно про путь? Путь, пройденный катером по течению, на 41 км больше пути, пройденного против течения.

ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ ПО РЕКЕ



Задача 1. Катер шел 3 ч по течению реки и 2 ч против течения. Путь, пройденный катером по течению, на 41 км больше пути, пройденного против течения. Найдите скорость течения, если скорость катера в стоячей воде равна 28,5 км/ч.

	Скорость	Время	Расстояние
Катер	28,5 км/ч		
Течение реки	x км/ч		
По течению	$(28,5+x)$ км/ч	3ч	$3(28,5+x)$ км
Против течения	$(28,5-x)$ км/ч	2ч	$2(28,5-x)$ км

1. Анализ условия задачи
2. Схема задачи
3. Поиск способа решения
4. Составление уравнение
5. Решение уравнения
6. Проверка решения
7. Ответ

$$3(28,5+x)-2(28,5-x)=41;$$

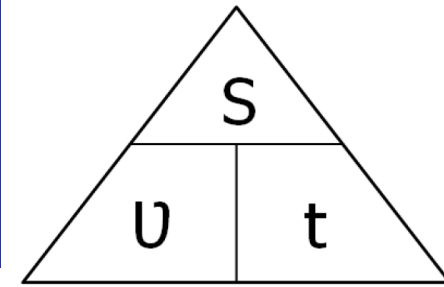
$$85,5+3x-57+2x=41;$$

$$5x=12,5$$

$$x=2,5 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 2,5 км/ч

ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ ПО РЕКЕ



Задача 2. Моторная лодка за 3 ч по течению реки и 2 часа по озеру прошла 96 км. Найдите скорость лодки в стоячей воде, если за два часа по течению она проходит на 4 км больше, чем за это же время по озеру.

Анализ условия задачи: 1. Это задача на движение по реке и по озеру.

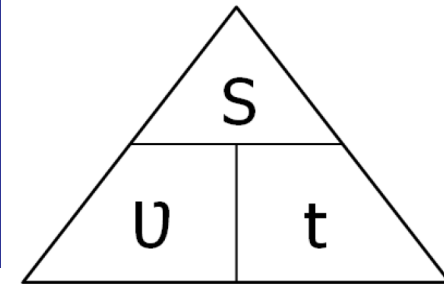
2. Виды движения: движение лодки в стоячей воде = движение по озеру, движение реки, движение по течению.

3. В задаче сначала говорится об одном пути (3 ч по течению и 2 ч по озеру) 96 км, затем о другом (2 ч по течению больше, чем 2 ч по озеру) на 4 км больше.

Таблицы две. Два уравнения. Система двух уравнений. 2 переменные.

	Скорость	Время	Расстояние
Течение реки			
По озеру			
По течению реки			

ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ ПО РЕКЕ



Задача 2. Моторная лодка за 3 ч по течению реки и 2 часа по озеру прошла 96 км. Найдите скорость лодки в стоячей воде, если за два часа по течению она проходит на 4 км больше, чем за это же время по озеру.

Решение.

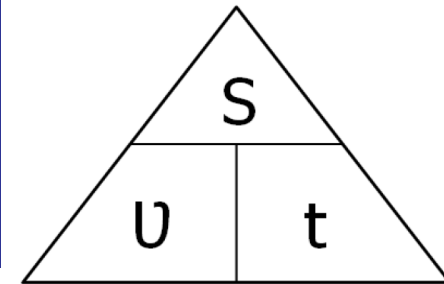
Пусть x км/ч – скорость лодки по озеру,

y км/ч – скорость лодки по течению реки, Так как за 3 ч по течению реки и 2 часа по озеру прошла 96 км, то составим уравнение: $2x+3y=96$.

Так как за два часа по течению она проходит на 4 км больше, чем за это же время по озеру то составим уравнение: $2y-2x=4$.

Получим систему: $\begin{cases} 3y + 2x = 96, \\ 2y - 2x = 4. \end{cases}$ Данную систему удобно решать методом сложения.

ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ ПО РЕКЕ



Задача 2. Моторная лодка за 3 ч по течению реки и 2 часа по озеру прошла 96 км. Найдите скорость лодки в стоячей воде, если за два часа по течению она проходит на 4 км больше, чем за это же время по озеру.

Решение.

$$\begin{cases} 3y + 2x = 96, \\ + \quad 2y - 2x = 4. \end{cases}$$

$$5y = 100;$$

$$y = 20$$

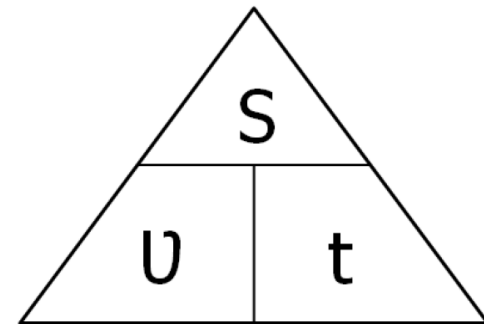
Получили 20 км/ч – скорость лодки по течению. Скорость лодки в стоячей воде 18 км/ч (найдите самостоятельно).

Ответ: 18 км/ч.

	Скорость	Время	Расстояние
По озеру	x км/ч	2 ч	$2x$ км
По течению реки	y км/ч	3 ч	$3y$ км

	Скорость	Время	Расстояние
По озеру	x км/ч	2 ч	$2x$ км
По течению реки	y км/ч	2 ч	$2y$ км

ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ ПО РЕКЕ



Задача 3. Лодка проплыла 12 км против течения реки и 15 км по течению, затратив на путь по течению на 15 мин меньше, чем на путь против течения. Скорость течения составляет 2 км/ч. Найдите скорость лодки по течению.

Анализ условия задачи: 1. Это задача на движение по реке.

2. Виды движения: движение лодки в стоячей воде, движение реки, движение по течению, движение против течения.

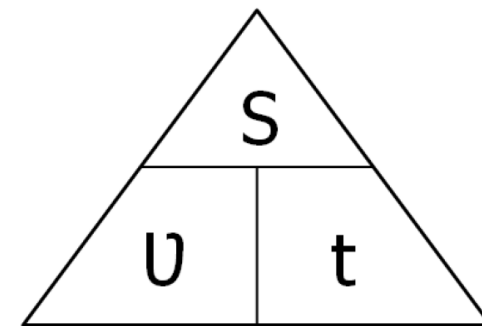
3. Найти **скорость лодки по течению**.

4. Известно: скорость течения реки 2 км/ч, собственная скорость лодки – неизвестна(х). Путь против течения – 12 км, путь по течению 15 км. Время - **на путь по течению на 15 мин меньше, чем на путь против течения**.

$$15 \text{ мин} = 15 \cdot \frac{1}{60} \text{ ч} = \frac{15}{60} \text{ ч} = \frac{1}{4} \text{ ч}$$

Решать будем с помощью уравнения. Составим таблицу.

ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ ПО РЕКЕ



Задача 3. Лодка проплыла 12 км против течения реки и 15 км по течению, затратив на путь по течению на 15 мин меньше, чем на путь против течения. Скорость течения составляет 2 км/ч. Найдите скорость лодки по течению.

Решение.

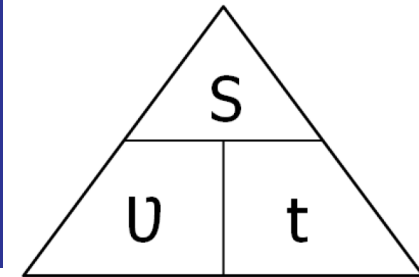
Пусть собственная скорость лодки x км/ч (обратите внимание, что найти требуется скорость лодки по течению), тогда $(x+2)$ км/ч скорость лодки против течения.

	Скорость	Время	Расстояние
Движение реки	2 км/ч		
Лодка	x км/ч		
По течению	$(x+2)$ км/ч	$\frac{15}{x+2}$ ч	15 км
Против течения	$(x-2)$ км/ч	$\frac{12}{x-2}$ ч	12 км

Так как на путь по течению лодка затратила меньше, чем на путь против течения на 15 мин $= 1/4$ ч, то составим уравнение:

$$\frac{12}{x-2} - \frac{15}{x+2} = \frac{1}{4}$$

ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ ПО РЕКЕ



Задача 3. Лодка проплыла 12 км против течения реки и 15 км по течению, затратив на путь по течению на 15 мин меньше, чем на путь против течения. Скорость течения составляет 2 км/ч. Найдите скорость лодки по течению.

Решение.

$$\frac{12}{x-2} - \frac{15}{x+2} = \frac{1}{4};$$

$$\frac{12 \cdot 4(x+2) - 15 \cdot 4(x-2) - (x-2)(x+2)}{4(x-2)(x+2)} = 0;$$

$$\frac{-x^2 - 12x + 220}{4(x-2)(x+2)} = 0 \text{ равносильно}$$

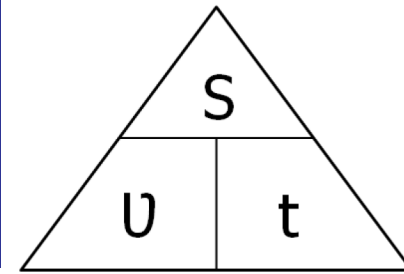
$$\begin{cases} -x^2 - 12x + 220 = 0, \\ 4(x-2)(x+2) \neq 0. \end{cases} \quad x = 10$$

10 км/ч – собственная скорость лодки. 10+2=12 (км/ч) – скорость лодки по течению.

Ответ: 12 км/ч.

	Скорость	Время	Расстояние
Движение реки	2 км/ч		
Лодка	x км/ч		
По течению	(x+2) км/ч	$\frac{15}{x+2}$ ч	15 км
Против течения	(x-2) км/ч	$\frac{12}{x-2}$ ч	12 км

ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ ПО РЕКЕ (открытый банк заданий)



Задача 4. Баржа прошла по течению реки 40 км и, повернув обратно, прошла ещё 30 км, затратив на весь путь 5 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Решение.

Найти: собственную скорость баржи.

Известно: скорость течения реки 5 км/ч. Путь по течению – 40 км. Путь против течения – 30 км. Время – на весь путь 5 ч.

Пусть x км/ч – собственная скорость баржи. Составим таблицу.

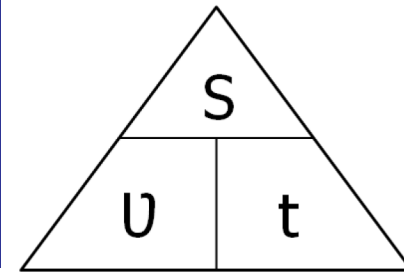
	Скорость	Время	Расстояние
По течению	$(x+5)$ км/ч	$\frac{40}{x+5}$ ч	40 км
Против течения	$(x-5)$ км/ч	$\frac{30}{x-5}$ ч	30 км

$$\frac{40}{x+5} + \frac{30}{x-5} = 5; \quad x=15$$

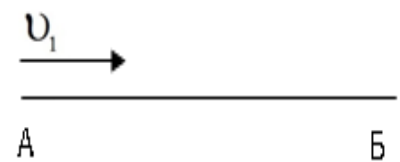
15 км/ч – собственная скорость баржи

Ответ: 15 км/ч.

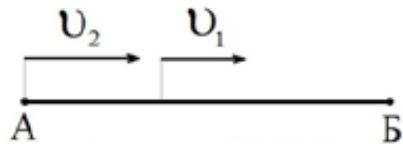
ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ ПО РЕКЕ (открытый банк заданий ОГЭ)



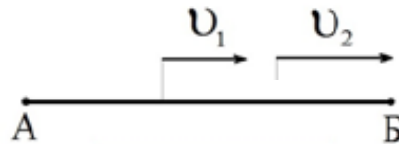
Задача 5. Расстояние между пристанями А и Б равно 140 км. Из А в Б по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт Б, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 51 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.



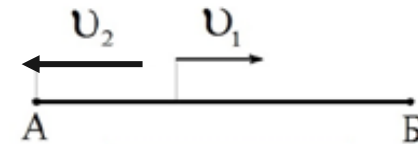
Плот 3 км/ч



Лодка вслед
плотом через 1 ч



Лодка обогнала
плот и прибыла в В

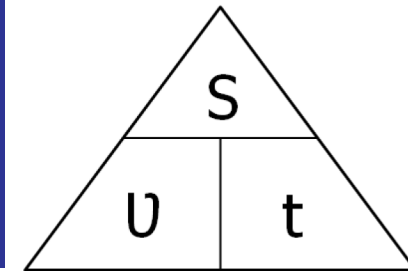


Лодка вернулась в А

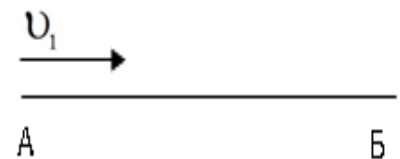
1. Анализ условия задачи
2. Схема задачи
3. Поиск способа решения
4. Составление уравнение
5. Решение уравнения
6. Проверка решения
7. Ответ

Какой вопрос задачи? Найдите скорость лодки в неподвижной воде.

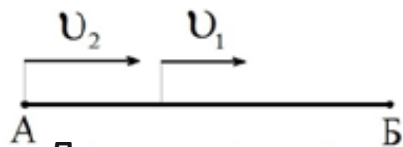
ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ ПО РЕКЕ (открытый банк заданий ОГЭ)



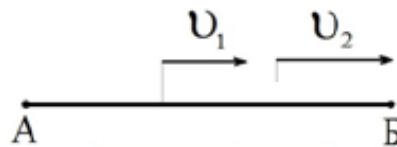
Задача 5. Расстояние между пристанями А и Б равно 140 км. Из А в Б по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт Б, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 51 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.



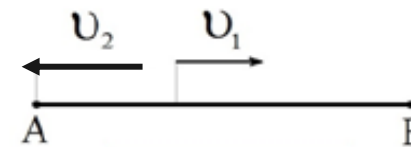
Плот 3 км/ч



Лодка вслед
плотом через 1 ч



Лодка обогнала
плот и прибыла в Б



Лодка вернулась в А

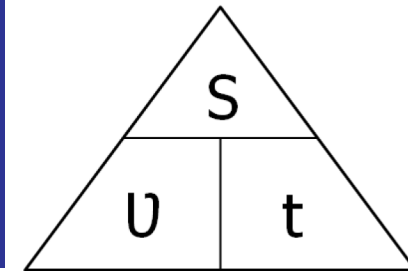
Что известно? Время в пути – плот был в пути на 1 час больше, чем лодка.

Плот: путь 51 км, скорость = скорости течения реки – 3 км/ч. **Можно найти время.**

Лодка: скорость лодки в неподвижной воде – неизвестна (Обозначим x км/ч)

Расстояние – из А в Б и обратно: 140 км и 140 км, время в пути – неизвестно, но на час меньше, чем время в пути плота.

ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ ПО РЕКЕ (открытый банк заданий ОГЭ)



Задача 5. Расстояние между пристанями А и Б равно 140 км. Из А в Б по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт Б, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 51 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

Решение. Найдем время, которое был в пути 51 км плот. $t = \frac{s}{v}$; $t = \frac{51}{3} = 17(\text{ч})$

Пусть x км/ч- скорость лодки в неподвижной воде. Составим таблицу.

	Скорость	Время	Расстояние
По течению	$(x+3)$ км/ч	$\frac{140}{x+3}$ ч	140 км
Против течения	$(x-3)$ км/ч	$\frac{140}{x-3}$ ч	140 км

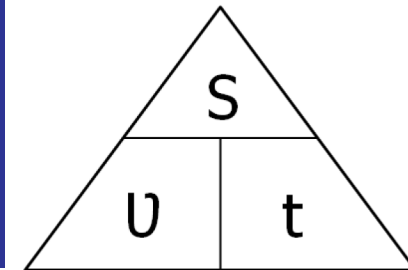
Так как на путь из А в Б и обратно лодка затратила $17-1=16(\text{ч})$, то

$$\frac{140}{x+3} + \frac{140}{x-3} = 16; x=18$$

18 км/ч- скорость лодки в неподвижной воде.

Ответ: 18 км/ч.

ЗАДАЧИ НА СРЕДНЮЮ СКОРОСТЬ



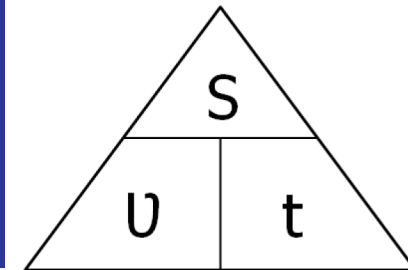
Задача 6. Первые 160 км автомобиль ехал со скоростью 80 км/ч, следующие 100 км – со скоростью 50 км/ч, а последние 360 км - со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Средняя скорость – это характеристика неравномерного движения.

Чтобы определить среднюю скорость тела при неравномерном движении, надо весь путь разделить на всё время.

$$v_{\text{ср}} = \frac{s_1 + s_2 + \dots + s_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}$$

ЗАДАЧИ НА СРЕДНЮЮ СКОРОСТЬ



Задача 6. Первые 160 км автомобиль ехал со скоростью 80 км/ч, следующие 100 км – со скоростью 50 км/ч, а последние 360 км - со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

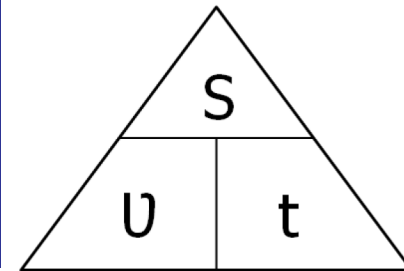
$$v_{\text{ср}} = \frac{s_1 + s_2 + \dots + s_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}$$

У нас три участка пути. Расстояние на каждом участке известно. Найдем на каждом участке пути время. Затем подставим все значения в формулу.

$$t_1 = \frac{160}{80} = 2(\text{ч}); t_2 = \frac{100}{50} = 2(\text{ч}); t_3 = \frac{360}{90} = 4(\text{ч}).$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{160+100+360}{2+2+4} = \frac{620}{8} = 77,5 \left(\frac{\text{км}}{\text{ч}}\right) - \text{средняя скорость автомобиля.}$$

ЗАДАЧИ НА СРЕДНЮЮ СКОРОСТЬ (открытый банк заданий ОГЭ)



Задача 7. Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 55 км/ч, а вторую – 70 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

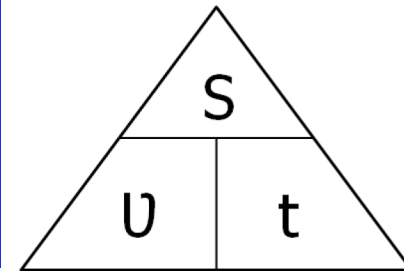
Решение. Формула для нахождения средней скорости:

$$v_{\text{ср}} = \frac{s_1 + s_2 + \dots + s_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}$$

В задаче не сказано количество км, но известно, что первая и вторая **половина** пути.

Весь путь обозначим s км, тогда каждая половина пути равна $\frac{s}{2}$ км. Найдем время на каждом участке пути.

ЗАДАЧИ НА СРЕДНЮЮ СКОРОСТЬ (открытый банк заданий ОГЭ)



Задача 7. Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 55 км/ч, а вторую – 70 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение. Пусть весь путь составляет s км, тогда каждая половина пути равна $\frac{s}{2}$ км, и первую половину пути автомобиль проехал за $\frac{s}{2} : 55 = \frac{s}{110}$ часов, а вторую – за $\frac{s}{2} : 70 = \frac{s}{140}$ часов. Средняя скорость автомобиля равна:

$$v_{\text{ср}} = \frac{\frac{s}{2} + \frac{s}{2}}{\frac{s}{110} + \frac{s}{140}} = \frac{s}{\frac{14s + 11s}{11 \cdot 140}} = \frac{1540s}{25s} = 61,6 \left(\frac{\text{км}}{\text{ч}} \right)$$

Ответ: 61,6 км/ч

ОСНОВНЫЕ ТИПЫ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ:

- задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку)
- задачи на движение по замкнутой трассе
- задачи на движение по воде
- задачи на среднюю скорость
- задачи на движение протяженных тел

ЭФФЕКТИВНАЯ ПОМОЩЬ ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ОГЭ - РАБОЧИЕ ТЕТРАДИ



<https://rosuchebnik.ru/>
<https://uchitel.club/online-lessons/>

Подготовка к ОГЭ, ЕГЭ

Онлайн-уроки

Новый формат для лучших результатов!



ОГЭ

×

АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК

БИОЛОГИЯ

ГЕОГРАФИЯ

ИСТОРИЯ

ЛИТЕРАТУРА

МАТЕМАТИКА

×

ОБЩЕСТВОЗНАНИЕ

13

мая

14:30-15:30 9 класс

Математика. Готовимся к ОГЭ. Повторение. «Неравенства и системы неравенств».

15

мая

13:00-14:00 8 класс 9 класс

Математика. Подготовка к ОГЭ: решение текстовых задач («задачи на движение»). Часть 1.

21

мая

10:00-11:00 8 класс 9 класс

Математика. Подготовка к ОГЭ: решение текстовых задач («задачи на движение»). Часть 2.

28

мая

10:00-11:00 8 класс 9 класс

Математика. Подготовка к ОГЭ: решение текстовых задач («задачи на работу и производительность»).



Моя школа в online

4 четверть. Учусь дома. Учусь сам!

Учебные материалы для самостоятельной работы в помощь учителям, ученикам 1–11 классов и их родителям.

Выбрать предмет



Макарычев Ю. Н. и др. Алгебра. 8 класс. Под ред. С. А. Теляковского



Мерзляк А. Г. и др. Алгебра. 8 класс

Выберите тему

1

✓ Решение уравнений, которые сводятся к квадратным уравнениям

2

✓ Решение уравнений, которые сводятся к квадратным уравнениям

3

✓ Решение уравнений, которые сводятся к квадратным уравнениям (продолжение)

ПО ВОПРОСАМ МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОДДЕРЖКИ И ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ



Методическая поддержка
«Российский учебник»
help@rosuchebnik.ru
8 (800) 2000-550 (звонок бесплатный)



Контакты: Федотова Ирина Ивановна, директор
методического центра в г. Санкт-Петербург
корпорации «Российский учебник»
Fedotova.ii@rosuchebnik.ru

