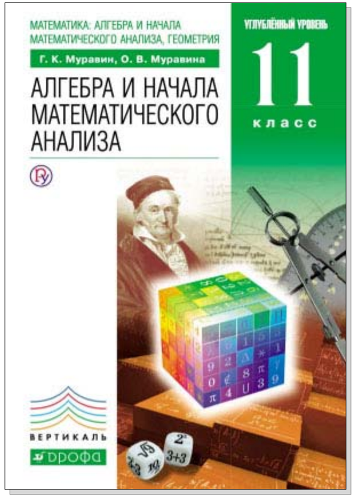
$\sqrt{2}$ АЛГЕБРА

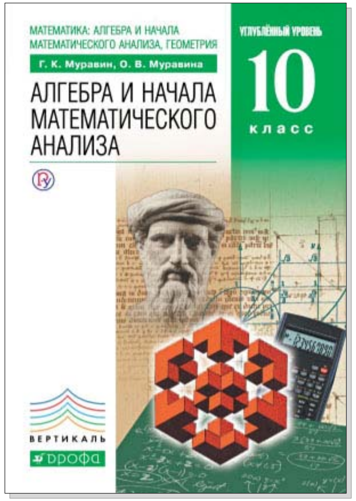
10 КЛАСС

Разные способы решения тригонометрических уравнений

ПЛАН УРОКА

1. Виды тригонометрических уравнений и методы их решения.
2. Тригонометрические уравнения в ЕГЭ.





корпорация российский учебник

дрофа вентана граф

ЭФУ на сайте: ROSUCHEBNIK.RU

корпорация российский учебник | LECTA

Методическая помощь Вебинары Каталог

Поиск

Главная › Каталог › Алгебра › Алгебра 10 класс › Учебники по алгебре 10 класс

Электронное приложение

Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень. 10 класс. Учебник

Книга доступна в форме:

Электронная
105₽

105₽ LECTA

Читать в LECTA

Автор	Муравин Г.К., Муравина О.В.
Серия	Линия УМК Г.К. Муравина, К.С. Муравина, О.В. Муравиной. Алгебра и начала математического анализа (10-11) (баз.)
Класс	10 класс
Предмет	Алгебра
Издательство	ДРОФА, корпорация "Российский учебник"
Вид продукции	Учебник

корпорация российский учебник | дрофа | вентана граф

Методическая помощь Вебинары Курсы Каталог

Поиск

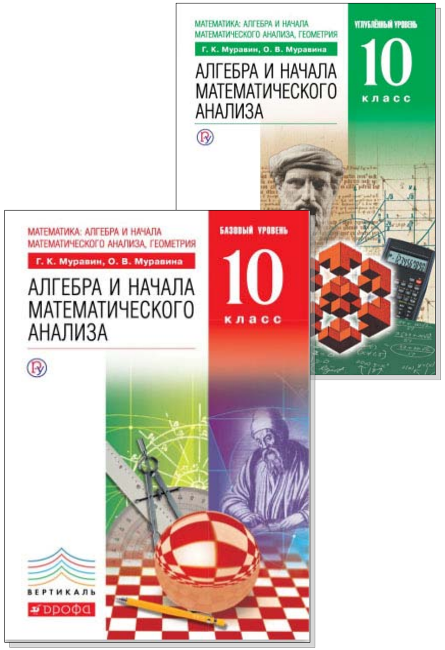
Главная > Дистанционное образование: Онлайн-помощник

https://rosuchebnik.ru

Дистанционное образование: Онлайн-помощник

В связи с рекомендациями Минпросвещения России о введении карантина и временном переходе школ на дистанционное обучение корпорация «Российский учебник» открывает **бесплатный** доступ к электронным формам учебников издательств «ДРОФА» и «Вентана-Граф» на образовательной онлайн-платформе LECTA, а также к сервисам, материалам и мероприятиям для учителей и учеников.

231 0 19



ЭЛЕКТРОННЫЕ УЧЕБНИКИ
бесплатно по промокоду **УчимсяДома**
Как получить доступ

ОНЛАЙН-ТРАНСЛЯЦИИ
и вебинары
Зарегистрироваться
Инструкция

КУРСЫ ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ
со скидкой 20%
Выбрать

КЛАССНАЯ РАБОТА
Готовые презентации и интерактивные задания
Инструкция

НАГЛЯДНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
и видеозаписи в помощь учителю и ученику
Посмотреть

РАБОЧИЕ ПРОГРАММЫ
и методические пособия
Посмотреть
Инструкция

СТАТЬИ И ВИДЕО
актуальные материалы для беспрерывного обучения
Посмотреть

МЕТОДИЧЕСКАЯ ПОДДЕРЖКА
помощь каждому педагогу
help@rosuchebnik.ru

корпорация российский учебник

Тригонометрические уравнения в разделах учебников

Содержание материала учебника в 10 классе

Глава 1. Функции и графики

Глава 2. Степени и корни

Глава 3. Показательная и логарифмическая функции

Глава 4. Тригонометрические функции

Глава 5. Вероятность и комбинаторика

Глава 6. Повторение

Содержание материала учебника в 11 классе

Глава 1. Непрерывность и пределы функции

Глава 2. Производная функции

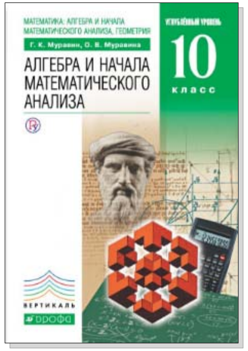
Глава 3. Техника дифференцирования

Глава 4. Интеграл и первообразная

Глава 5. Уравнения, неравенства и их системы

Глава 6. Вероятность и статистика

Глава 7. Комплексные числа

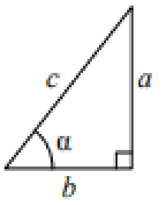


Справочные материалы в ЕГЭ 2020

Базовый уровень ЕГЭ

Тригонометрические функции

Прямоугольный треугольник

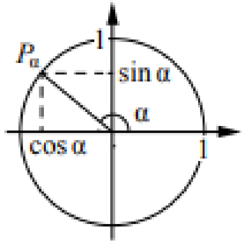


$\sin\alpha = \frac{a}{c}$

$\cos\alpha = \frac{b}{c}$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$

Тригонометрическая окружность



Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α									
	радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	градусы	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$	$270°$	$360°$
$\sin\alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg}\alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Профильный уровень ЕГЭ

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

Задание 1. Запишите в чате число, состоящее из номеров верных утверждений.

1. Уравнение $\sin x = 0$ имеет единственный корень $x = 0$.
2. Уравнение $\operatorname{tg} x = 1$ имеет корни $x = \dfrac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$.
3. Уравнение $\sin x = 0{,}5$ имеет много корней $x = (-1)^n \dfrac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$.
4. Уравнение $\cos x = 0$ имеет два корня $x_1 = \dfrac{\pi}{2}$, $x_2 = \dfrac{3\pi}{2}$ на промежутке $[0; 2\pi]$.

корпорация российский учебник
дрофа
вентана граф

Задание 1. Запишите в чате число, состоящее из номеров верных утверждений.

1. Уравнение $\sin x = 0$ имеет единственный корень $x = 0$.
2. Уравнение $\operatorname{tg} x = 1$ имеет корни $x = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$.
3. Уравнение $\sin x = 0{,}5$ имеет много корней $x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$.
4. Уравнение $\cos x = 0$ имеет два корня $x_1 = \frac{\pi}{2}, x_2 = \frac{3\pi}{2}$ на промежутке $[0; 2\pi]$.

Ответ: 24.

корпорация российский учебник

дрофа вентана граф

Решение уравнений sin x = a, cos x = a на тригонометрической окружности

Пример 3. Найти углы, синусы которых равны 0,5.

Решение. Синус — это ордината соответствующей точки единичной окружности. Все точки с ординатами, равными 0,5, принадлежат прямой, параллельной оси абсцисс и проходящей через точку $D(0;\ 0{,}5)$ (рис. 76).

Эта прямая пересекает единичную окружность в двух точках: P_φ и $P_{\pi-\varphi}$, симметричных относительно оси ординат.

В прямоугольном треугольнике OKP_φ катет KP_φ равен половине гипотенузы OP_φ, значит, $\varphi = \frac{\pi}{6}$.

Общий вид углов поворота с конечной точкой P_φ:

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi n,$$

где n — любое целое число.

Общий вид углов поворота с конечной точкой $P_{\pi-\varphi}$:

$$\pi - \frac{\pi}{6} + 2\pi n = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,$$

где n — любое целое число.

Ответ: $\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,$

где n — любое целое число.

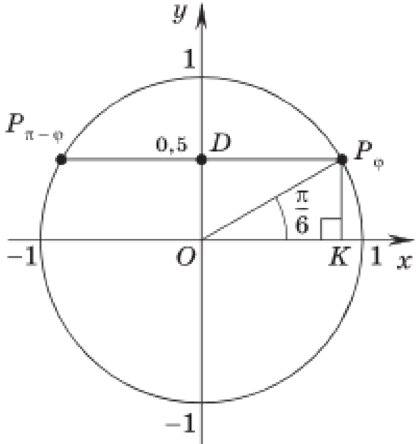
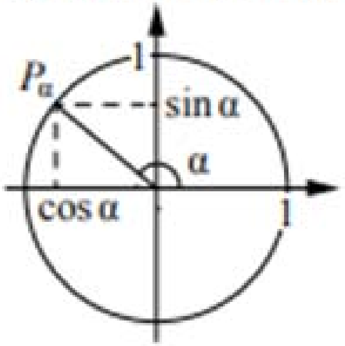


Рис. 76

Решите уравнение sin x = 0,5.

Тригонометрическая окружность



Решение уравнений tg x = a, ctg x = a на тригонометрической окружности

Пример 2. Найти общий вид углов, тангенс которых равен $-1{,}2$.

Решение. Отметим на оси тангенсов точку C с ординатой, равной $-1{,}2$, и проведём прямую OC. Прямая OC пересекает единичную окружность в точках P_{α° и P_{β° — концах одного и того же диаметра (рис. 80). Углы, соответствующие этим точкам, отличаются друг от друга на целое число полуоборотов, т. е. на $180^\circ n$ (n — целое число). С помощью транспортира находим, что угол $P_{\alpha^\circ}OP_0$ равен -50°. Значит, общий вид углов, тангенс которых равен $-1{,}2$, следующий: $-50^\circ + 180^\circ n$ (n — целое число).

Ответ: $-50^\circ + 180^\circ n,\ n \in Z$.

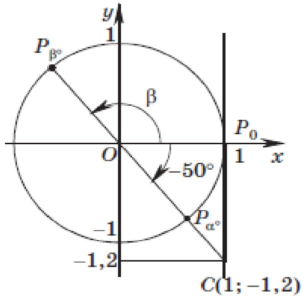


Рис. 80

По синусу и косинусу углов 30°, 45° и 60° легко найти их тангенсы и котангенсы. Например,

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

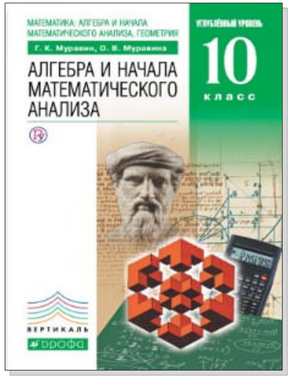
Перечисленные углы довольно часто встречаются в разных задачах, поэтому полезно запомнить значения тангенса и котангенса этих углов.

α°	30°	45°	60°
φ рад	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\operatorname{tg}\varphi$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\operatorname{ctg}\varphi$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

260. Найдите общий вид углов, тангенс которых равен:
1) 1,3; 2) 0,7; 3) $-0{,}4$; 4) $-1{,}7$.

269. Найдите все углы φ из промежутка $[0; 2\pi]$, для которых верно равенство:

1) $\operatorname{tg}\varphi = \sqrt{3}$;
2) $\operatorname{ctg}\varphi = \sqrt{3}$;
3) $\operatorname{tg}\varphi = -\sqrt{3}$;
4) $\operatorname{tg}\varphi = -\frac{\sqrt{3}}{3}$;
5) $\lg \operatorname{tg}\varphi = \lg\sin\varphi - \lg\cos\varphi$;
6) $\lg \operatorname{ctg}\varphi = \lg\cos\varphi - \lg\sin\varphi$.



Решение уравнений tg x = a, ctg x = a на тригонометрической окружности

346. Найдите корни уравнения:

1) $\operatorname{tg} x = 1$ на промежутке:

а) $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$; б) $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$; в) $(2\pi; 4\pi)$;

2) $\operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$ на промежутке:

а) $(0; \pi)$; б) $(\pi; 2\pi)$; в) $(2\pi; 4\pi)$;

3) $\operatorname{tg} x = 2$ на промежутке:

а) $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$; б) $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$; в) $(2\pi; 4\pi)$.

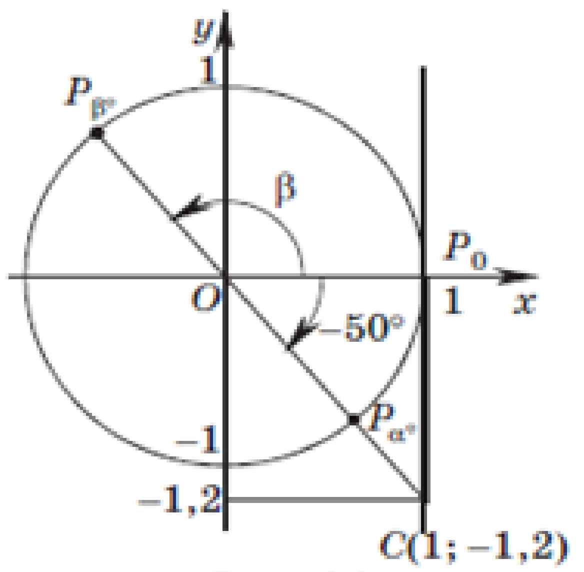
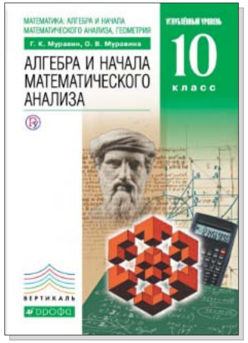


Рис. 80



Решение простейших уравнений в ЭФУ

284. Найдите корни уравнения, принадлежащие отрезку $[0; 2\pi]$:

1) $\sin x = 0$;
2) $\cos x - 1 = 0$;
3) $3\,\mathrm{tg}\, x + \sqrt{3} = 0$;
4) $\mathrm{ctg}^2 x - 3 = 0$;
5) $2\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 1$;
6) $\mathrm{ctg}\,(x - \pi) - 1 = 0$;
7) $2\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sqrt{2} = 0$;
8) $2\sin^2 x - \sqrt{2}\sin x = 0$.

Простейшие тригонометрические уравнения

Решите уравнение $\cos^2 x = 1$.

1 2 3 4 5

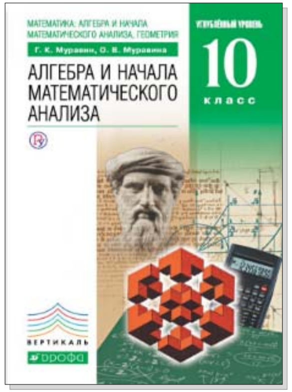
- $\pi n,\ n \in Z$
- $2\pi n,\ n \in Z$
- $\pi + 2\pi n,\ n \in Z$
- $-\pi + 2\pi n,\ n \in Z$

Решение простейших тригонометрических уравнений

Укажите корни уравнений, принадлежащие отрезку $[0; 2\pi]$.

1

$\frac{\pi}{4}$	$\sin x = 1$	$\frac{2\pi}{3}$
2π	$\cos x = 1$	$\frac{5\pi}{3}$
$\frac{\pi}{2}$	$\mathrm{tg}\, x = -\sqrt{3}$	$\frac{3\pi}{4}$
$\frac{5\pi}{4}$	$\mathrm{tg}\, x = 1$	0
	$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$	



Тригонометрические уравнения, с использованием формул приведения

«Лошадиное» правило

Формулы приведения являются тождествами, т. е. они верны для любых допустимых значений φ. Анализируя полученную таблицу, можно заметить, что:

1) *знак в правой части формулы совпадает со знаком приводимой функции в соответствующей четверти, если считать φ острым углом;*

2) *название меняют только функции углов* $\frac{\pi}{2} \pm \varphi$ и $\frac{3\pi}{2} \pm \varphi$ ($90° \pm \alpha°$ и $270° \pm \alpha°$).

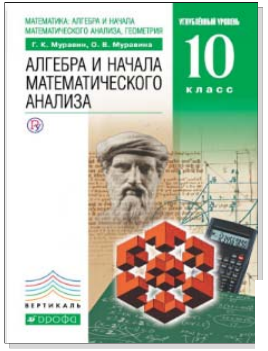
α	$\varphi + 2\pi n$	$-\varphi$	$\pi - \varphi$	$\pi + \varphi$
$\sin\alpha$	$\sin\varphi$	$-\sin\varphi$	$\sin\varphi$	$-\sin\varphi$
$\cos\alpha$	$\cos\varphi$	$\cos\varphi$	$-\cos\varphi$	$-\cos\varphi$
$\mathrm{tg}\,\alpha$	$\mathrm{tg}\,\varphi$	$-\mathrm{tg}\,\varphi$	$-\mathrm{tg}\,\varphi$	$\mathrm{tg}\,\varphi$
$\mathrm{ctg}\,\alpha$	$\mathrm{ctg}\,\varphi$	$-\mathrm{ctg}\,\varphi$	$-\mathrm{ctg}\,\varphi$	$\mathrm{ctg}\,\varphi$
α	$\frac{\pi}{2} - \varphi$	$\frac{\pi}{2} + \varphi$	$\frac{3\pi}{2} - \varphi$	$\frac{3\pi}{2} + \varphi$
$\sin\alpha$	$\cos\varphi$	$\cos\varphi$	$-\cos\varphi$	$-\cos\varphi$
$\cos\alpha$	$\sin\varphi$	$-\sin\varphi$	$-\sin\varphi$	$\sin\varphi$
$\mathrm{tg}\,\alpha$	$\mathrm{ctg}\,\varphi$	$-\mathrm{ctg}\,\varphi$	$\mathrm{ctg}\,\varphi$	$-\mathrm{ctg}\,\varphi$
$\mathrm{ctg}\,\alpha$	$\mathrm{tg}\,\varphi$	$-\mathrm{tg}\,\varphi$	$\mathrm{tg}\,\varphi$	$-\mathrm{tg}\,\varphi$

298. Решите уравнение на промежутке $[0; 2\pi]$:

1) $2\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{2}$;
2) $2\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + 1 = 0$;
3) $\mathrm{tg}\,(\pi + x) = 1$;
4) $3\,\mathrm{ctg}\,(2\pi - x) = \sqrt{3}$.

299. Решите уравнение:

1) $2\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sqrt{2} = 0$;
2) $\cos(2\pi - x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{2}$;
3) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\frac{\pi}{4}$;
4) $3\,\mathrm{tg}\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) - \sqrt{3} = 0$.



корпорация российский учебник
дрофа
вентана граф

Задание 2. Запишите в чате номер ответа.

Упростите выражение $\dfrac{(\sin\alpha+\cos\alpha)^2}{1+\sin 2\alpha}$.

Ответы: 1) 1; 3) $\dfrac{1}{1+\sin 2\alpha}$;

2) $\dfrac{1+\cos 2\alpha}{1+\sin 2\alpha}$; 4) $1+\sin 2\alpha$.

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Задание 2. Запишите в чате номер ответа.

Упростите выражение $\dfrac{(\sin\alpha+\cos\alpha)^2}{1+\sin 2\alpha}$.

Ответы: 1) 1; 3) $\dfrac{1}{1+\sin 2\alpha}$;

2) $\dfrac{1+\cos 2\alpha}{1+\sin 2\alpha}$; 4) $1+\sin 2\alpha$.

Решение. $\dfrac{(\sin x+\cos x)^2}{1+\sin 2x}=\dfrac{\sin^2 x+\cos^2 x+2\sin x\cos x}{1+\sin 2x}=\dfrac{1+\sin 2x}{1+\sin 2x}=1$.

Ответ: 1.

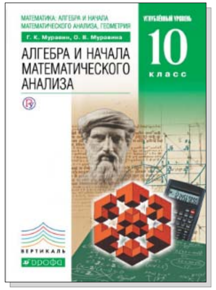
Равносильные преобразования тригонометрических выражений

524. Является ли равносильным преобразование, связанное с заменой выражения а) выражением б)?
Если преобразование неравносильно, укажите причину неравносильности. Запишите дополнительные условия, выполнение которых следует проверить, чтобы избежать появления посторонних решений, или какие случаи следует дополнительно рассмотреть, чтобы не потерять решения.

6) а) $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$; б) $\frac{\operatorname{tg} x + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}\operatorname{tg} x}$;

7) а) $\sqrt{1 - \sin^2 x}$; б) $\cos x$;

8) а) $1 + \operatorname{tg}^2 x$; б) $\frac{1}{\cos^2 x}$;



Является ли равносильным преобразование, связанное с заменой выражения а) выражением б)?
Если преобразование неравносильно, укажите причину неравносильности. Запишите дополнительные условия, выполнение которых следует проверить, чтобы избежать появления посторонних решений, или какие случаи следует дополнительно рассмотреть, чтобы не потерять решения.

5) а) $|\sin x| \cos x = \sin^2 x$; б) $\cos x = \sin x$;

6) а) $\log_{\cos x} \sin x + \log_{\sin x} \cos x = 2$;

б) $\log_{\cos x} \sin x + \frac{1}{\log_{\cos x} \sin x} = 2$;

7) а) $\operatorname{tg}^2 x = \frac{1 - \cos x}{1 - \sin |x|}$; б) $\operatorname{tg}^2 |x| = \frac{1 - \cos |x|}{1 - \sin |x|}$;

8) а) $2 \sin 2x + \cos 2x + 1 = 0$;

б) $\frac{4 \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} + \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} + 1 = 0$.

Тригонометрические уравнения, сводящиеся к квадратным

288. Решите уравнение:

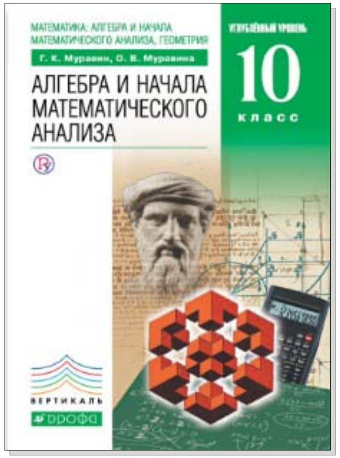
1) $4\sin^2 x + 5\sin x + 1 = 0$;

288. 1) Решим уравнение $4\sin^2 x + 5\sin x + 1 = 0$ как квадратное относительно $y = \sin x$: $4y^2 + 5y + 1 = 0$.

Видно, что $y_1 = -1$, $y_2 = -\frac{1}{4}$. Значит, $\sin x = -1$, $\sin x = -\frac{1}{4}$,

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ x = (-1)^{n+1}\arcsin\frac{1}{4} + \pi n,\ n \in Z.$$

Ответ: $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ x = (-1)^{n+1}\arcsin\frac{1}{4} + \pi n,\ n \in Z.$



Тригонометрические уравнения, с использованием тригонометрических тождеств

381. ○ Решите уравнение:

1) $\sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x = 0$;
2) $\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = 1$;
3) $\cos 3x \cos \dfrac{\pi}{6} + 0{,}5 = \sin 3x \sin \dfrac{\pi}{6}$;
4) $\sin \dfrac{3\pi}{2} \cos 2x = \cos \dfrac{3\pi}{2} \sin 2x - 1$.

Решение. 1) $\sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x = 0$, $\sin(2x + x) = 0$,

$$\sin 3x = 0,\ 3x = \pi n,\ x = \frac{\pi n}{3}, n \in Z.$$

Ответ: $x = \dfrac{\pi n}{3}, n \in Z.$

Формула косинуса суммы
$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$

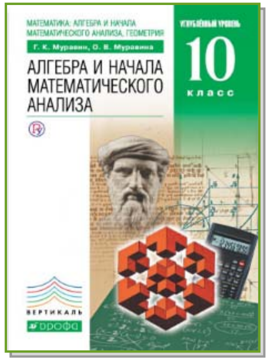
Формула косинуса разности
$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$

Формула синуса разности
$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$

Формула синуса суммы
$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$



Тригонометрические уравнения, с использованием формул понижения степени

Пример 2. Решить уравнение $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{5}{8}$.

Решение. $\left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)^2 + \left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right)^2 = \frac{5}{8}$,

$$1 - 2\cos 2x + \cos^2 2x + 1 + 2\cos 2x + \cos^2 2x = \frac{5}{2},$$

$$2 + 2\cos^2 2x = \frac{5}{2}.$$

Понизим степень ещё раз:

$$2 + 1 + \cos 4x = \frac{5}{2},\ \cos 4x = \frac{5}{2} - 3,\ \cos 4x = -\frac{1}{2}.$$

$$4x_1 = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ 4x_2 = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z,$$

$$x_1 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2},\ x_2 = -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2},\ n \in Z.$$

Ответ: $x_1 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2},\ x_2 = -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2},\ n \in Z.$

405. Решите уравнение, применяя формулы двойного аргумента:

1) $2\sin x\cos x = 1$;

2) $\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{1}{2}$;

3) $4\cos\frac{x}{2}\sin\frac{x}{2} - \sqrt{3} = 0$;

4) $\sin^2\frac{x}{2} - \cos^2\frac{x}{2} - 1 = 0$.

406. Решите уравнение, понижая его степень с помощью формул:

1) $\sin^4 x + \cos^4 x = 1$;

2)* $\sin^6 x + \cos^6 x = 1$.

$$\cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2} \qquad \sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$$

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Уравнения, сводящиеся к квадратным

Пример 1. Решить уравнение $2\cos^2 x + 3\sin x = 0$.

Решение. С помощью основного тригонометрического тождества это уравнение можно свести к квадратному относительно $\sin x$:

$$2\cos^2 x + 3\sin x = 0,\ 2(1 - \sin^2 x) + 3\sin x = 0,$$
$$2 - 2\sin^2 x + 3\sin x = 0,\ 2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0.$$

Введём новую переменную $y = \sin x$, тогда уравнение примет вид: $2y^2 - 3y - 2 = 0$.

Корни этого уравнения $y_1 = 2$, $y_2 = -0{,}5$.

Возвращаемся к переменной x и получаем простейшие тригонометрические уравнения:

1) $\sin x = 2$ — это уравнение не имеет корней, так как $\sin x < 2$ при любом значении x;

2) $\sin x = -0{,}5$, $x_1 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $x_2 = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$.

Ответ: $-\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $\frac{7\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$.

Применяя эту формулу к рассмотренному в примере 1 уравнению, получим:

$$(-1)^n \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right) + \pi n = (-1)^n \cdot (-1) \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n,$$
$$x = (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in \mathbf{Z}.$$

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

431. 1) Решите уравнение, сведя его к квадратному:

а) $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$;

б) $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$;

в) $6 - \operatorname{tg} x = \operatorname{tg}^2 x$;

г) $2\operatorname{tg} x - 5\operatorname{ctg} x = 3$;

д) $\cos x - \sin^2 x = 1$;

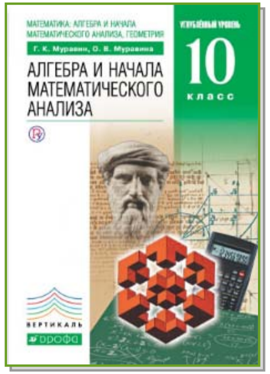
Уравнения, сводящиеся к квадратным

358. Решите уравнение:

9)* $\sin x + \cos x = 1{,}4;$

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$



358. 9) Возведём уравнение в квадрат и после упрощения получим: $\sin x \cdot \cos x = \frac{12}{25}$. По теореме, обратной теореме Виета, $\sin x$ и $\cos x$ — корни квадратного уравнения $z^2 - \frac{7}{5}z + \frac{12}{25} = 0$, $z_1 = \frac{3}{5}$, $z_2 = \frac{4}{5}$. Один из корней — косинус, а другой — синус, или наоборот. Имеем: $\cos x = \frac{3}{5}$ или $\cos x = \frac{4}{5}$.

Ответ: $\pm\arccos\frac{3}{5} + 2\pi n$, $\pm\arccos\frac{4}{5} + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$.

Решение. Способ 2.

$2\sin x\cos x = \frac{12}{25}$ или $\sin 2x = \frac{24}{25}$,

$2x = (-1)^n \arcsin\frac{24}{25} + \pi n$, $x = (-1)^n \frac{1}{2}\arcsin\frac{24}{25} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z.$

Ответ: $x = (-1)^n \frac{1}{2}\arcsin\frac{24}{25} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z.$

Однородные тригонометрические уравнения

Пример 2. Решить уравнение

$$2\sin^2 x - 3\sin x\cos x - 5\cos^2 x = 0.$$

Решение. Рассмотрим два случая:

1) $\cos x = 0$ и 2) $\cos x \neq 0$.

Случай 1. Если $\cos x = 0$, то уравнение принимает вид $2\sin^2 x = 0$, откуда $\sin x = 0$. Но это равенство не удовлетворяет условию $\cos x = 0$, так как ни при каком x косинус и синус одновременно в нуль не обращаются.

Случай 2. Если $\cos x \neq 0$, то можно разделить уравнение на $\cos^2 x$ и получить $2\,\mathrm{tg}^2\, x - 3\,\mathrm{tg}\, x - 5 = 0$.

Вводя новую переменную $y = \mathrm{tg}\, x$, получаем квадратное уравнение $2y^2 - 3y - 5 = 0$.

Корни этого уравнения $y_1 = -1$, $y_2 = 2{,}5$.

Возвращаемся к переменной x.

$$\mathrm{tg}\, x = -1, \quad x = -\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in \mathbf{Z};$$

$$\mathrm{tg}\, x = 2{,}5,$$
$$x = \mathrm{arctg}\, 2{,}5 + \pi n,\ n \in \mathbf{Z}.$$

Ответ: $-\frac{\pi}{4} + \pi n$, $\mathrm{arctg}\, 2{,}5 + \pi n$, $n \in \mathbf{Z}$.

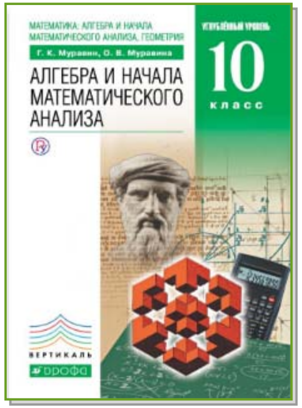
Примечание. Обозначив в исходном уравнении $\sin x$ буквой u, а $\cos x$ буквой v, получим уравнение вида $au^2 + buv + cv^2 = 0$.

Уравнение, левая часть которого — многочлен, каждый член которого имеет вторую степень, а правая — нуль, называют **однородным уравнением второй степени** относительно переменных u и v.

Делением на v^2 такое уравнение сводится к квадратному относительно $\frac{u}{v}$.

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$



432. 1) Решите однородное уравнение:

а) $\sin x + \cos x = 0$;

б) $\sin^2 x - \sqrt{3}\,\sin x\cos x = 0$;

в) $\sin^2 x + \sin x\cos x - 2\cos^2 x = 0$;

г) $\sin^2 x\cos^2 x - 3\cos^4 x = 0$.

2) Выделите особенности данных уравнений.

3) Какими ещё способами можно решить данные уравнения?

Тригонометрические уравнения, сводящиеся к однородным

Пример 3. Решить уравнение

$$5\sin^2 x - 3\sin x\cos x - 2\cos^2 x - 3 = 0.$$

Решение. Данное уравнение можно свести к однородному тригонометрическому уравнению второй степени относительно $\sin x$ и $\cos x$. Представим с помощью основного тригонометрического тождества число 3 как $3\sin^2 x + 3\cos^2 x$:

$$5\sin^2 x - 3\sin x\cos x - 2\cos^2 x - 3\sin^2 x - 3\cos^2 x = 0.$$

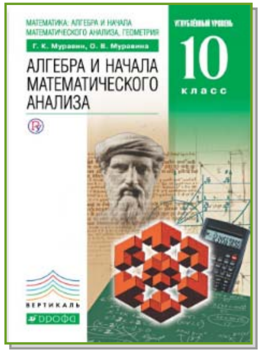
Приведя подобные члены, получим уравнение

$$2\sin^2 x - 3\sin x\cos x - 5\cos^2 x = 0$$

из примера 2.

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$



433. 1) Решите уравнение, сведя его к однородному:

а) $6\sin^2 x + \sin x\cos x - \cos^2 x = 2$;

б) $3\sin^2 x + 4\sin x\cos x - 3\cos^2 x - 2 = 0$.

2) Чем отличаются эти уравнения от однородных уравнений?

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ, СВОДЯЩИЕСЯ К ОДНОРОДНЫМ

Пример 4. Решить уравнение

$$3\sin 2x + 7\cos 2x + 3 = 0.$$

Решение. Это уравнение тоже можно свести к однородному. Применяя формулы синуса и косинуса двойного угла и основное тригонометрическое тождество, получим:

$$6\sin x\cos x + 7(\cos^2 x - \sin^2 x) + 3(\cos^2 x + \sin^2 x) = 0,$$
$$6\sin x\cos x + 10\cos^2 x - 4\sin^2 x = 0,$$
$$2\sin^2 x + 3\sin x\cos x - 5\cos^2 x = 0.$$

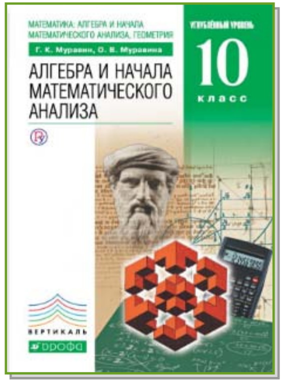
Снова пришли к однородному уравнению второй степени, рассмотренному в примере 2.

Примечание. В этом примере сами аргументы синуса и косинуса наталкивали на мысль о применении формул двойного угла. Но точно так же можно решить и уравнение $3\sin x + 7\cos x + 3 = 0$, если рассматривать x как двойной угол: $x = 2\cdot\frac{x}{2}$.

В рассмотренных примерах были тригонометрические функции одного аргумента. Если же аргументы разные, то уравнение стараются или привести к одному аргументу, или свести его к виду $f(x)\cdot g(x) = 0$.

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$



Тригонометрические уравнения и их решения

441. Найдите наименьший положительный корень уравнения
$4\sin 3x \sin x - 2\cos 2x + 1 = 0$.

441. $4\sin 3x \sin x - 2\cos 2x + 1 = 0$. Поскольку $2\sin 3x \cdot \sin x = \cos 2x - \cos 4x$, имеем $2\cos 2x - 2\cos 4x - 2\cos 2x + 1 = 0$; $2\cos 4x - 1 = 0$; $\cos 4x = \frac{1}{2}$, $4x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $x = \pm\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbf{Z}$. Искомый корень уравнения $x = \frac{\pi}{12}$.

443. Найдите на отрезке $[-\pi; \pi]$ все корни уравнения

$$\frac{2\cos^2 x + \cos x}{2\cos x + 7\sin^2 x} = -\frac{1}{2}.$$

443. $\frac{2\cos^2 x + \cos x}{2\cos x + 7\sin^2 x} = -\frac{1}{2}$;

$\frac{4\cos^2 x + 2\cos x + 2\cos x + 7\sin^2 x}{2(2\cos x + 7\sin^2 x)} = 0$,

$4\cos^2 x + 4\cos x + 7 - 7\cos^2 x = 0$, $3\cos^2 x - 4\cos x - 7 = 0$, $\cos x = -1$. На отрезке $[-\pi; \pi]$ $\cos x = -1$ при $x = \pm\pi$. Эти значения не обращают знаменатель в нуль.

444. Найдите все решения уравнения:

1) $\sin 2x + \cos x + 2\sin x = -1$, удовлетворяющие условию $0 < x < 5$;

2) $\sqrt{3}\sin x + 2\cos x = \sqrt{3} + \sin 2x$, удовлетворяющие условию $0 < x < 2$.

444. 2) $\sqrt{3}\sin x + 2\cos x = \sqrt{3} + 2\sin x\cos x$;
$\sqrt{3} + 2\sin x \cdot \cos x - 2\cos x - \sqrt{3}\sin x = 0$;
$\sqrt{3}(1 - \sin x) - 2\cos x(1 - \sin x) = 0$; $(1 - \sin x)(\sqrt{3} - 2\cos x) = 0$;
$\sin x = 1$ или $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ или $x = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$.
Из множества решений выбираем те, которые удовлетворяют условию $0 < x < 2$: $x_1 = \frac{\pi}{2}$, $x_2 = \frac{\pi}{6}$.

Тригонометрические уравнения и их решения

5) а) $|\sin x| \cos x = \sin^2 x$;

№ 525 (5). Решение. Здесь следует рассмотреть два случая: 1) $\sin x = 0$; 2) $\sin x \neq 0$.

1) $\sin x = 0$, $x = \pi n$, $n \in Z$;

2) $\sin x \neq 0$, $\cos x = |\sin x|$, $x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in Z$.

Ответ: $\pi n; \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in Z$.

Разные способы решения тригонометрических уравнений

Решите уравнение $\cos^2 x + 3\sin^2 x = 2$.

Решение. Способ 1.

$\frac{1+\cos 2x}{2} + \frac{3-3\cos 2x}{2} = 2$. Избавляемся от дробей:

$4 - 2\cos 2x = 4$, $\cos 2x = 0$, $2x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in Z$.

Способ 2. $(\cos^2 x + \sin^2 x) + 2\sin^2 x = 2$, $2\sin^2 x = 1$, $\sin x = \pm\sqrt{0{,}5}$, $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in Z$.

Ответ: $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in Z$.

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

Разные способы решения тригонометрических уравнений

Способ 1.

Пример 5. Решить уравнение $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin 2x$.

Решение. Применим в левой части уравнения формулу разности квадратов:

$$\sin^4 x - \cos^4 x = \sin 2x,$$

$$(\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) = \sin 2x,$$

$$-\cos 2x = \sin 2x.$$

Отметим на единичной окружности углы, синус и косинус которых противоположны (рис. 112).

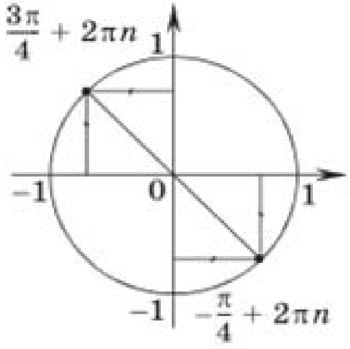


Рис. 112

Имеем: $2x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$, где $n \in Z$.

Ответ: $-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$, где $n \in Z$.

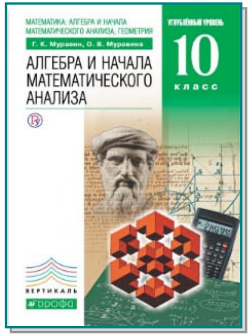
Способ 2.

Примечание 1. Можно было, конечно, отнестись к уравнению $-\cos 2x = \sin 2x$ как к однородному уравнению первой степени и рассмотреть два случая:

1) если $\cos 2x = 0$, то $\sin 2x = 0$ (эти два равенства не могут быть верными одновременно);

2) если $\cos 2x \neq 0$, то, разделив обе части на $\cos 2x$, получим: $\operatorname{tg} 2x = -1$, $2x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$ и $x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$, где $n \in Z$.

Ответ: $-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$, где $n \in Z$.



Разные способы решения тригонометрических уравнений

Пример 5. Решить уравнение $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin 2x$.

Примечание 2. Запишем уравнение $-\cos 2x = \sin 2x$ в виде $\sin 2x + \cos 2x = 0$ и преобразуем его левую часть, вводя ***вспомогательный угол***. Для этого умножим обе части уравнения на $\frac{\sqrt{2}}{2}$ и воспользуемся тем, что $\sin\frac{\pi}{4} = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$:

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x + \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x = \cos\frac{\pi}{4}\sin 2x + \sin\frac{\pi}{4}\cos 2x = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right).$$

Получим:

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0,\ 2x + \frac{\pi}{4} = \pi n,$$

$$2x = -\frac{\pi}{4} + \pi n,\ x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2},\ \text{где } n \in \mathbf{Z}.$$

▼ Приём введения вспомогательного угла всегда позволяет заменить синусом или косинусом выражение $a\sin x + b\cos x$. Для этого надо добиться, чтобы коэффициенты синуса и косинуса являлись соответственно косинусом и синусом некоторого угла, т. е. чтобы сумма их квадратов оказалась равной 1:

$$a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x\right) =$$

$$= \sqrt{a^2+b^2}\,(\cos\varphi\sin x + \sin\varphi\cos x) = \sqrt{a^2+b^2}\,\sin(x+\varphi),$$

где $\varphi = \arccos\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = \arcsin\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

Введение вспомогательного угла особенно удобно, когда вспомогательный угол табличный, т. е. равен $\pm\frac{\pi}{6}$, $\pm\frac{\pi}{4}$ и т. п.

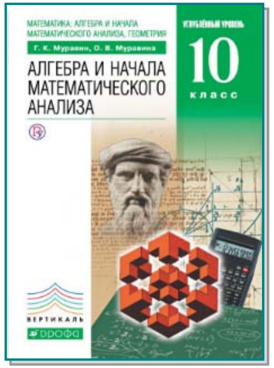
Способ 3.

Например, при решении уравнения $\cos x - \sqrt{3}\sin x = 1$ имеем: $\sqrt{1+3} = 2$,

$$\frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x = \cos\frac{\pi}{3}\cos x - \sin\frac{\pi}{3}\sin x = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right),$$

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2},\ x + \frac{\pi}{3} = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,$$

$$x_1 = 2\pi n,\ x_2 = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ \text{где } n \in \mathbf{Z}.\ \triangle$$



Разные способы решения тригонометрических уравнений

Решите уравнение $\sin x - \cos x = 0$.

Решение.

Способ 1. Можно воспользоваться графическими соображениями и отметить на тригонометрическом круге (рис. 21) углы, синусы и косинусы которых равны. Это $\frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in \mathbf{Z}$.

Способ 2. Можно использовать преобразование суммы синусов или косинусов в произведение:

$$\sin x - \cos x = 0,\ \sin x - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0,$$

$$2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\cos\frac{\pi}{4} = 0,\ \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0,$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in \mathbf{Z}.$$

Способ 3. Решение уравнения делением на $\cos x$, не забыв, конечно, рассмотреть два случая: 1) $\cos x = 0$, $\sin x = 0$, что не соответствует условию случая; 2) $\cos x \neq 0$, $\operatorname{tg} x - 1 = 0$, $x = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in \mathbf{Z}$.

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Тригонометрические уравнения в ЕГЭ профильного уровня

13 а) Решите уравнение

$$2\cos^3 x+\sqrt{3}\cos^2 x+2\cos x+\sqrt{3}=0.$$

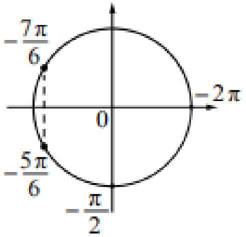
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi;-\frac{\pi}{2}\right]$.

Решение.
а) Запишем исходное уравнение в виде

$$\left(2\cos x+\sqrt{3}\right)\left(\cos^2 x+1\right)=0.$$

Значит, или $\cos^2 x=-1$, что невозможно, или $\cos x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, откуда $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$, или $x=-\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi;-\frac{\pi}{2}\right]$.



Получим числа: $-\frac{7\pi}{6}$; $-\frac{5\pi}{6}$.

Ответ: а) $\frac{5\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $-\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) $-\frac{7\pi}{6}$; $-\frac{5\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

13 а) Решите уравнение

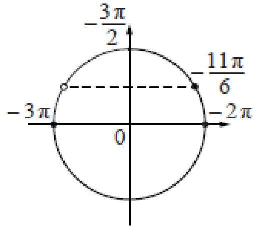
$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos 2x=\sqrt{3}\cos x+1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.

Решение. а) Запишем исходное уравнение в виде:
$\sin x+\sqrt{3}\cos x+1-2\sin^2 x=\sqrt{3}\cos x+1$; $\sin x-2\sin^2 x=0$; $\sin x\cdot(2\sin x-1)=0$.

Значит, $\sin x=0$, откуда $x=\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$, или $\sin x=\frac{1}{2}$, откуда $x=\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$, или $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.



Получим числа: -3π; -2π; $-\frac{11\pi}{6}$.

Ответ: а) πk, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

$\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) -3π; -2π; $-\frac{11\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Тригонометрические уравнения в ЕГЭ профильного уровня

13 а) Решите уравнение $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$.

13. а) Решите уравнение $\frac{1+\sqrt{3}}{2} \cdot \sin 2x = \left(\sqrt{3} - 1\right)\cos^2 x + 1$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$

13. а) Решите уравнение $\sqrt{10\cos x} - \sqrt{4\cos x - \cos 2x} = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left(-\frac{\pi}{3}; 2\pi\right]$

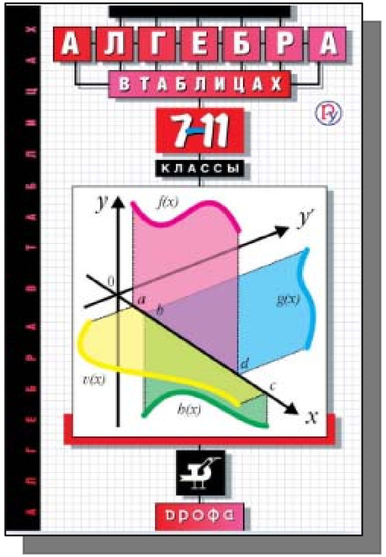
13. а) Решите уравнение $(\sin x + \cos x)\sqrt{2} = tgx + ctgx$

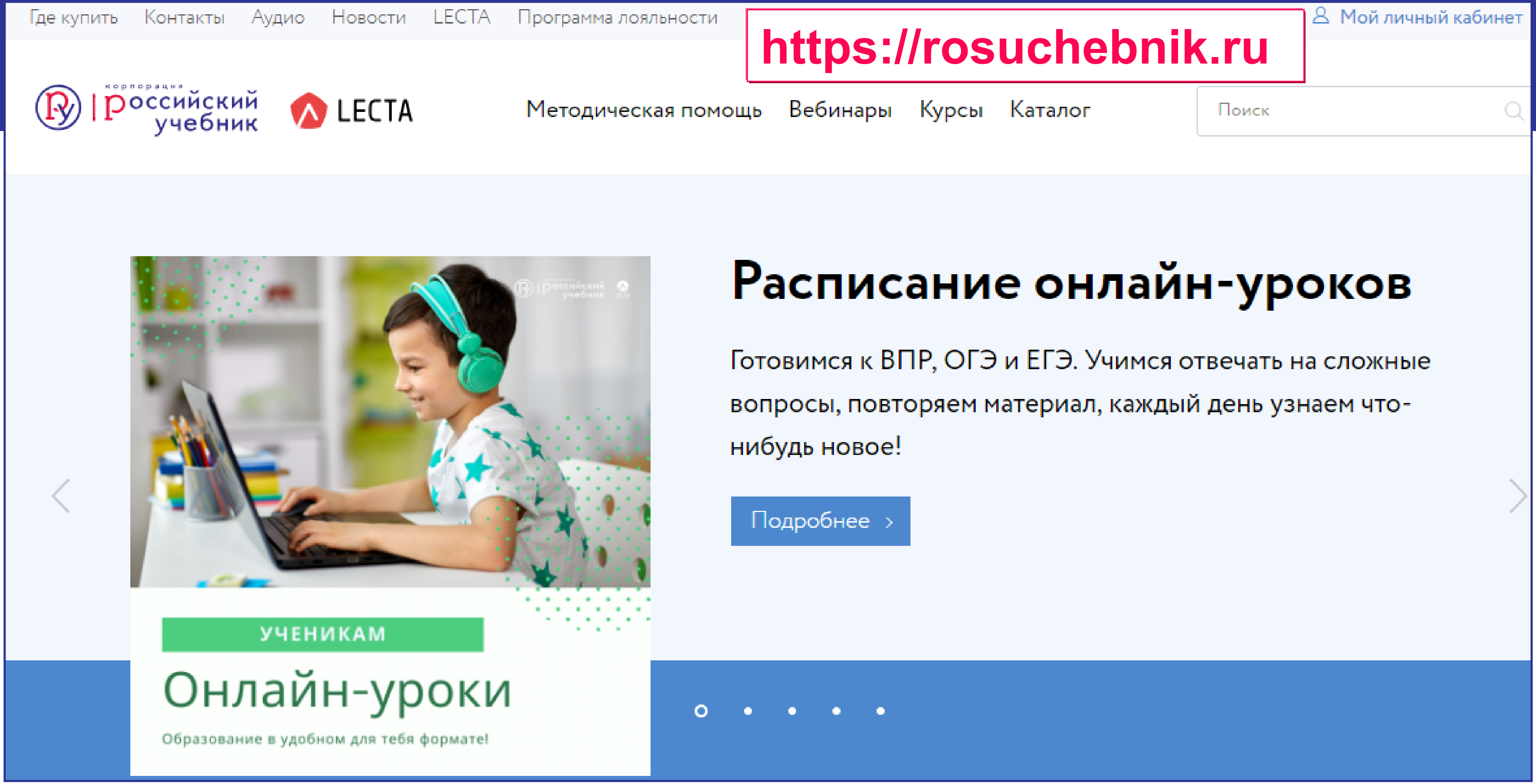
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$

13. а) Решите уравнение $\sin 2x = \sin x - 2\cos x + 1$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$

СПРАВОЧНЫЕ ПОСОБИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ




Где купить
Контакты
Аудио
Новости
LECTA
Программа лояльности
https://rosuchebnik.ru
Мой личный кабинет
корпорация российский учебник
LECTA
Методическая помощь
Вебинары
Курсы
Каталог
Поиск
УЧЕНИКАМ
Онлайн-уроки
Образование в удобном для тебя формате!
Расписание онлайн-уроков
Готовимся к ВПР, ОГЭ и ЕГЭ. Учимся отвечать на сложные вопросы, повторяем материал, каждый день узнаем что-нибудь новое!
Подробнее

Расписание онлайн-уроков

ВСЕ ОНЛАЙН-УРОКИ

ВПР

ЕГЭ

ОГЭ

ТРУДНЫЕ ВОПРОСЫ

БИОЛОГИЯ

ГЕОГРАФИЯ

ИСТОРИЯ

МАТЕМАТИКА

ОБЖ

ОБЩЕСТВОЗНАНИЕ

РУССКИЙ ЯЗЫК

ТЕХНОЛОГИЯ

ФИЗИКА

ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА

1 класс 2 класс 3 класс 4 класс 5 класс 6 класс 7 класс 8 класс 9 класс 10 класс 11 класс

1 апреля

13:30-14:30 4 класс
Подготовка к ВПР по русскому языку и математике (1 часть). Зубаирова О.В.

17:30-18:30 7 класс
ОГЭ. Физика. «Плавание тел». Пешкова А.В.

2 апреля

11:30-12:30 11 класс
ЕГЭ. Биология. «Циклы развития растений». Бобряшова И.А.

16:00-17:00 11 класс
Трудные вопросы математики. «Предел». Альперин М.И.

17:30-18:30 8 класс
ОГЭ. Физика. «Конденсатор. Лампа накаливания. Электрические нагревательные приборы». Пешкова А.В.

3 апреля

10:00-11:00 10 класс
ЕГЭ. Биология. «Виды изменчивости (1 часть)». Антонова А.А., Кондратьева Е.М

13:00-14:00 4 класс
Подготовка к ВПР по русскому языку и математике (2 часть). Зубаирова О.В.

17:30-18:30 9 класс
ОГЭ. Физика. «Преломление света. Дисперсия. Цвета тел. Происхождение спектров». Пешкова А.В.

6 апреля

11:30-12:30 7 класс
ВПР. Математика. «Подготовка к ВПР-2020. Разбор заданий». Муравина О.В.

https://rosuchebnik.ru

корпорация российский учебник

дрофа вентана граф

Информационно-методическая поддержка

Муравин Георгий Константинович
Муравина Ольга Викторовна
Сайт: Muravins.ru

Хотите купить?

Отдел продаж
sales@rosuchebnik.ru

LECTA
Цифровая среда школы
lecta.rosuchebnik.ru

Хотите продолжить общение?

youtube.com/user/drofapublishing

fb.com/rosuchebnik

vk.com/ros.uchebnik

ok.ru/rosuchebnik

корпорация российский учебник

rosuchebnik.ru, росучебник.рф

Москва, Пресненская наб., д. 6, строение 2
+7 (495) 795 05 35
help@rosuchebnik.ru

Нужна методическая поддержка?

Методический центр
8-800-700-64-83 (звонок бесплатный)
help@rosuchebnik.ru

Хотите купить?

Отдел продаж
sales@rosuchebnik.ru

LECTA
Цифровая среда школы
lecta.rosuchebnik.ru

Хотите продолжить общение?

youtube.com/user/drofapublishing

fb.com/rosuchebnik

vk.com/ros.uchebnik

ok.ru/rosuchebnik

корпорация российский учебник
дрофа
вентана граф