



МАТЕМАТИКА

8-9 КЛАСС

ПОДГОТОВКА К ОГЭ:
РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ.
ЗАДАЧИ НА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ.
Часть 3



Федотова Ирина Ивановна,
директор методического центра
«Санкт-Петербург» корпорации
«Российский учебник»



корпорация
РОССИЙСКИЙ
учебник



LECTA



дрофа

ОГЭ: ТЕКСТОВАЯ ЗАДАЧА № 22



Государственная итоговая аттестация по образовательным
программам основного общего образования в форме
основного государственного экзамена (ОГЭ)

Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов основного
государственного экзамена 2020 года
по МАТЕМАТИКЕ

подготовлен Федеральным государственным бюджетным
научным учреждением
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Демонстрационный вариант ОГЭ 2020 г.

МАТЕМАТИКА, 9 класс.

12 / 18

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**.
Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение
и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21 Решите уравнение $x^4 = (4x - 5)^2$.

22 Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки равна 6 км/ч?

23 Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

ЭТАПЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ:

1. Анализ условия задачи

(чтение задачи, определение типа задачи, выделение данных, которые известны и требуется найти)

2. Схематическая запись задачи

(рисунок, схема, чертеж)

3. Поиск способа решения

(определение связи между данными задачи, формул, составление плана решения задачи, приведение величин к «одинаковой» соразмерности, составление таблицы)

4. Составление уравнения или системы уравнений как математической модели задачи

5. Решение полученного уравнения или системы уравнений (запись решения и результата)

6. Проверка решения

7. Формулировка ответа

ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ

Человек (машина, станок) работает какое-то время, при этом производит какую-либо продукцию (выполняет какую-либо работу) и делает это с определенной скоростью (производительность труда).

Производительность – это объем работы, выполняемый за единицу времени (например, за час или за день). По-другому, скорость выполнения работы.



Портниха получила заказ от одной фирмы : сшить 70 одинаковых халатов. Через сколько дней будет готов заказ, если в день портниха шьет 7 халатов?

Производительность

Работа

Время

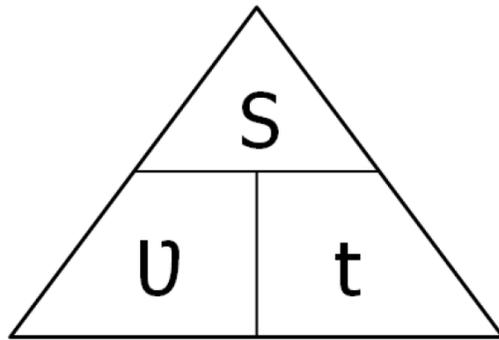
ЗАДАЧИ НА РАБОТУ, ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ (НА СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ)

Задачи на работу, на **производительность** аналогичны задачам на **движение**.

Движение состоит из трех составляющих:

- 1) скорость движения,
- 2) пройденный путь (расстояние),
- 3) время движения.

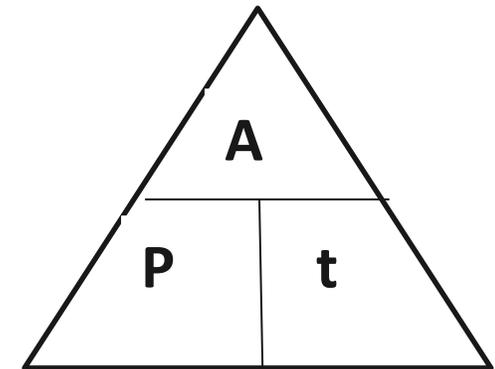
$$v = \frac{S}{t} = \frac{\text{путь}}{\text{время}}$$



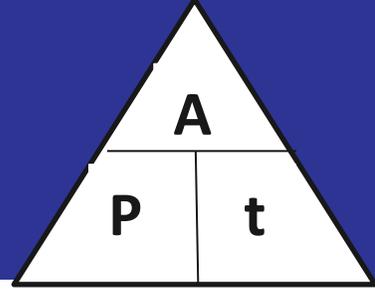
Рабочий процесс так же состоит из трех составляющих:

- 1) производительность (скорость работы),
- 2) выполненный объем работ,
- 3) время работы

$$P = \frac{A}{t} = \frac{\text{работа}}{\text{время}}$$



ЗАДАЧИ НА РАБОТУ, ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ (НА СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ)



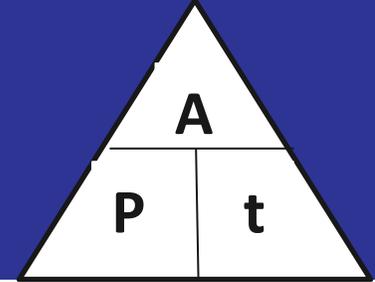
Производительность – это объем работы, выполняемый за единицу времени (например, за час или за день). По-другому, скорость выполнения работы.

$$P = \frac{A}{t} = \frac{\text{работа}}{\text{время}}; \quad P = \frac{A}{t}; \quad t = \frac{A}{P}; \quad A = P \cdot t$$

Удобно составлять таблицу для решения задач:

	Производительность	Время	Работа
1	x детали в день		
2	(x+4) детали в день		

ЗАДАЧИ НА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ, НА СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ



Задача 1. Наташа и Оля из цветной бумаги делают цветы. Наташа за 1 час может сделать 8 цветов, а Оля – 10 цветов. Сколько времени им понадобится, чтобы сделать 54 цветка?

Решение. Найти время.

Известно: работа – 54 цветка, производительность -? Но известно, сколько каждая делает за час, т.е. производительность каждой.

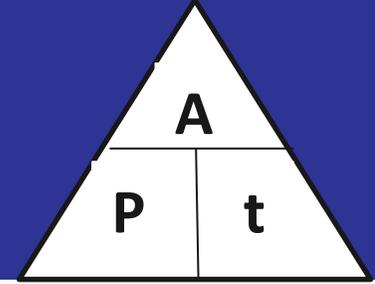
За час девочки вместе делают $8+10=18$ (цвет)

Найти: время.

$$\text{Чтобы найти время надо } t = \frac{A}{P} = \frac{54}{18} = 3(\text{ч})$$

Ответ: 3 ч

ЗАДАЧИ НА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ, НА СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ



Задача 2. Мастер делает всю работу за 3 часа, а его ученик – за 6 часов. За сколько времени сделают они всю работу, если будут работать совместно?

Анализ задачи. Это задача на работу, работают 2 человека, поэтому на совместную работу. Сказано ли, какая это работа (детали, предметы или другое) и ее количество?

ОЧЕНЬ ЧАСТО В ЗАДАЧАХ НА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ СКАЗАНО АБСТРАКТНО «РАБОТА»

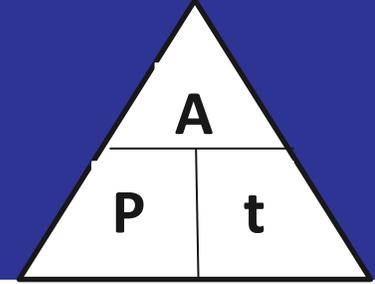
В таких случаях можно придумать и написать любое число, удобное для нас. Но обычно предлагают работу принять за 1.

Какой вопрос задачи? **За сколько времени сделают они всю работу, если будут работать совместно?**

Необходимо знать работу и совместную производительность.

Чтобы найти сколько они вместе изготовят за 1 час (какую часть работы они сделают), необходимо знать, производительность каждого.

ЗАДАЧИ НА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ, НА СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ



Задача 2.

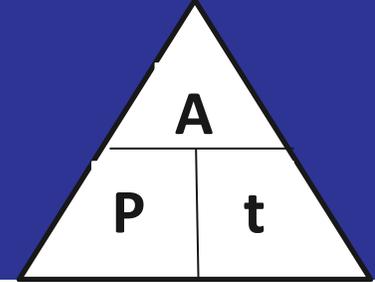
Мастер делает всю работу за 3 часа, а его ученик – за 6 часов. За сколько времени сделают они всю работу, если будут работать совместно?

Решение.

1. Найдем производительность каждого участника, т.е. определим какую часть работы делает каждый из них за 1 час.
2. Какую часть работы сделают они вместе за 1 час?
3. За сколько времени сделают они всю работу, если будут работать совместно?

Например, работа 18 деталей

ЗАДАЧИ НА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ, НА СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ



Задача 2. Мастер делает всю работу за 3 часа, а его ученик – за 6 часов. За сколько времени сделают они всю работу, если будут работать совместно?

Решение.

1. Найдем **производительность каждого участника**

$1:3 = \frac{1}{3}$ часть работы делает мастер за 1 час – производительность мастера

$1:6 = \frac{1}{6}$ часть работы делает ученик за 1 час – производительность ученика.

2. Какова **производительность мастера и ученика вместе?** $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ часть работы за 1 ч

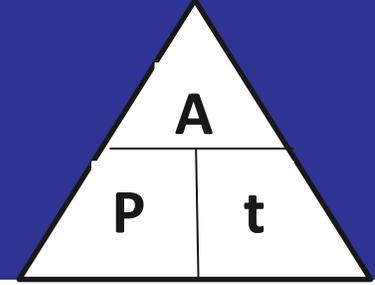
3. За сколько **времени** сделают они **всю работу**, если будут работать **совместно** ?

$1:\frac{1}{2} = 2$ (ч) потребуется и мастеру и ученику на выполнение всей работы вместе.

Ответ: 2 часа.

ЗАДАЧИ НА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ

(открытый банк заданий)



Задача 3. Первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 60 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Известно:

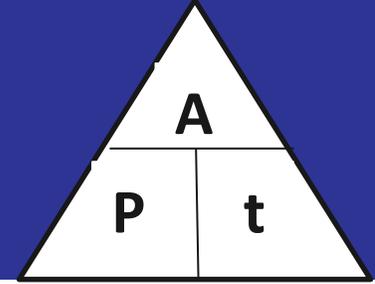
Производительность каждого рабочего? (первый за час делает на 10 деталей больше, чем второй)

Работа (вся работа каждого) – 60 деталей

Время каждого на выполнение работы? (первый на 3 часа быстрее, т.е. меньше, чем второй)

Найти: Сколько деталей в час делает второй рабочий? (производительность второго рабочего) - x

ЗАДАЧИ НА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ (открытый банк заданий)



Задача 3. Первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 60 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Решение. Пусть x деталей в час делает второй рабочий, тогда первый $(x+10)$ деталей.

	Производительность	Время	Работа
1 рабочий	$(x+10)$ деталей в час	$\frac{60}{x+10}$ ч	60 деталей
2 рабочий	x деталей в час	$\frac{60}{x}$ ч	60 деталей

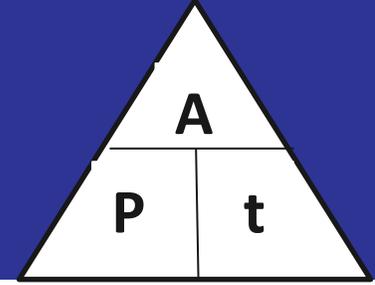
Так как первый изготавливает на 3 часа меньше, чем второй, то составим уравнение:

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+10} = 3; \text{ Получим } x=-20 \text{ и } x=10 \text{ (-20 – не подходит по смыслу задачи)}$$

10 деталей в час делает второй рабочий.

Ответ: 10 деталей.

ЗАДАЧИ НА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ



Задача 4. Двое рабочих изготовили 135 деталей. Первый рабочий работал 7 дней, а второй — 12 дней. Сколько деталей изготавливал ежедневно каждый рабочий, если первый за 3 дня сделал на 3 детали больше, чем второй за 4 дня?

1 способ. Эта задача состоит из двух условий. Можно ввести две переменные, для каждого условия составить таблицу, а затем составить систему двух уравнений.

Пусть x деталей изготавливал в день первый рабочий, а y - второй рабочий.

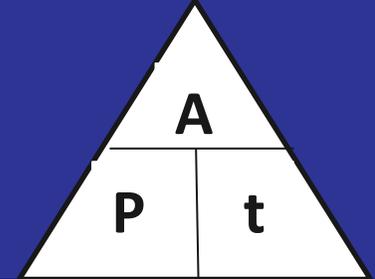
	Производительность	Время	Работа
1 рабочий	x деталей в день	7 дней	$7x$
2 рабочий	y деталей в день	12 дней	$12y$

	Производительность	Время	Работа
1 рабочий	x деталей в день	3 дней	$3x$
2 рабочий	y деталей в день	4 дней	$4y$

Так как вдвоем они изготовили 135 деталей, то получим первое уравнение: $7x+12y=135$.

Так как первый за 3 дня сделал на 3 детали больше, чем второй за 4 дня: $3x-4y=3$.

ЗАДАЧИ НА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ



Задача 4. Двое рабочих изготовили 135 деталей. Первый рабочий работал 7 дней, а второй — 12 дней. Сколько деталей изготавливал ежедневно каждый рабочий, если первый за 3 дня сделал на 3 детали больше, чем второй за 4 дня?

	Производительность	Время	Работа
1 рабочий	x деталей в день	7 дней	7x
2 рабочий	y деталей в день	12 дней	12y

	Производительность	Время	Работа
1 рабочий	x деталей в день	3 дней	3x
2 рабочий	y деталей в день	4 дней	4y

$$\begin{cases} 7x + 12y = 135, \\ 3x - 4y = 3. \end{cases} \quad (\text{умножим на 3})$$

$$\begin{cases} 7x + 12y = 135, \\ 9x - 12y = 9. \end{cases} +$$

$$16x = 144; \quad x = 9$$

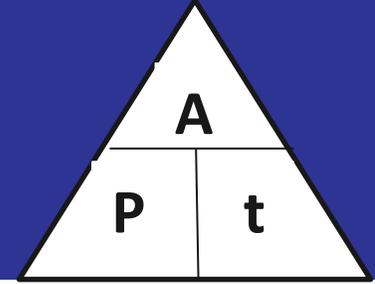
$$3 \cdot 9 - 4y = 3; \quad -4y = -24; \quad y = 6.$$

9 деталей в день изготавливал в день первый рабочий.

6 деталей в день изготавливал в день второй рабочий.

Ответ: 9; 6.

ЗАДАЧИ НА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ



Задача 4. Двое рабочих изготовили 135 деталей. Первый рабочий работал 7 дней, а второй — 12 дней. Сколько деталей изготавливал ежедневно каждый рабочий, если первый за 3 дня сделал на 3 детали больше, чем второй за 4 дня?

2 способ. Пусть x деталей изготавливал в день первый рабочий, тогда за 7 дней он изготовил $7x$ деталей. Вторым за 12 дней изготовил $(135-7x)$ деталей (так как вместе они сделали 135 деталей). (Нам нужно узнать сколько в день он изготавливал, поэтому разделим это выражение на 12.) Так как первый за 3 дня сделал на 3 детали больше, чем

	Производительность	Время	Работа
1 рабочий	x деталей в день	3 дня	$3x$
2 рабочий	$\frac{135-7x}{12}$ деталей в день	4 дня	$\frac{4(135-7x)}{12}$

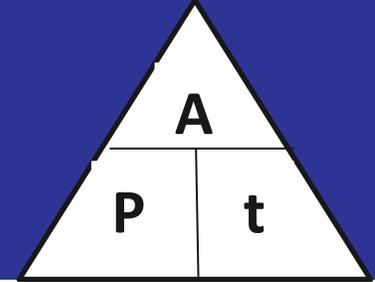
второй за 4 дня, то получим:

$$3x - \frac{4(135-7x)}{12} = 3 \quad (\text{сократим дробь на 4, а затем обе части умножим на 3}).$$

$$9x - 135 + 7x = 9; 16x = 144; x = 9.$$

9 деталей в день делал первый рабочий. Далее самостоятельно.

ЗАДАЧИ НА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ

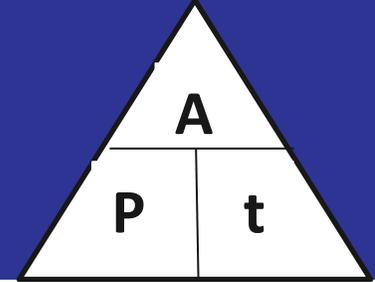


Задача 5. Первому рабочему для выполнения производственного задания требуется на 2 ч больше, чем второму. Первый рабочий работал 2 часа, а затем его сменил второй. После того как второй рабочий отработал 3 ч, выяснилось, что выполнено 75% задания. За сколько часов может выполнить это задание каждый рабочий, работая самостоятельно?

Решение. Работа, весь заказ – что это? Обычно обозначают за 1. Пусть за x ч сможет выполнить задание 2 рабочий, работая самостоятельно, тогда $(x+2)$ ч потребуется первому рабочему. Тогда производительность второго $\frac{1}{x}$, а первого - $\frac{1}{x+2}$. Составим таблицу, внесем в таблицу время работы первого 2 ч, время работы второго 3 ч (работали по очереди)

	Производительность	Время	Работа
1 рабочий	$\frac{1}{x+2}$	2ч	$\frac{2}{x+2}$
2 рабочий	$\frac{1}{x}$	3 ч	$\frac{3}{x}$

ЗАДАЧИ НА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ



Задача 5. Первому рабочему для выполнения производственного задания требуется на 2 ч больше, чем второму. Первый рабочий работал 2 часа, а затем его сменил второй. После того как второй рабочий отработал 3 ч, выяснилось, что выполнено 75% задания. За сколько часов может выполнить это задание каждый рабочий, работая самостоятельно?

	Производительность	Время	Работа
1 рабочий	$\frac{1}{x+2}$	2ч	$\frac{2}{x+2}$
2 рабочий	$\frac{1}{x}$	3 ч	$\frac{3}{x}$

Вместе выполнили 75% = $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$ задания

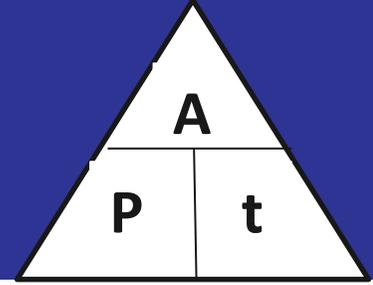
$$\frac{2}{x+2} + \frac{3}{x} = \frac{3}{4}; \quad x=6$$

Второй рабочий выполнит задание за 6 ч, работая самостоятельно.

6+2=8(ч) потребуется второму рабочему.

Ответ: 6; 8.

ЗАДАЧИ НА БАССЕЙНЫ



Задача 6. Первая труба пропускает 15 литров воды в минуту, а вторая — 10. За сколько минут обе трубы наполнят бассейн, объемом 100 литров?

Решение

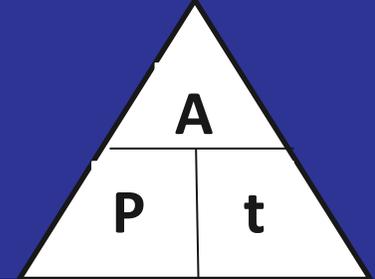
Через 1 минуту из 1-й трубы нальется 15 литров, а из второй — 10.

Значит, за минуту обе трубы наливают $15 + 10 = 25$ литров.

Тогда бассейн в 100 литров они наполнят за время $100 : 25 = 4$ минуты

1. Анализ условия задачи
2. Схема задачи
3. Поиск способа решения
4. Составление уравнение
5. Решение уравнения
6. Проверка решения
7. Ответ

ЗАДАЧИ НА бассейны и трубы (открытый банк заданий)



Задача 7. Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 200 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба?

Решение. Две трубы, каждая имеет свою производительность, т.е. количество литров, которые она пропускает за 1 минуту.

Известно: работа или объем резервуара – 200 л.

Производительность – у первой трубы меньше на 5 л, чем у второй.

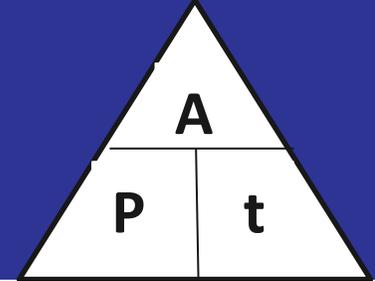
Время на заполнения резервуара каждой трубой неизвестно, но у второй на 2 мин

1. Анализ условия задачи
2. Схема задачи
3. Поиск способа решения
4. Составление уравнение
5. Решение уравнения
6. Проверка решения
7. Ответ

	Производительность	Время	Работа
1 труба	x л в минуту	$\frac{200}{x}$ мин	200 л
2 труба	$(x + 5)$ л в минуту	$\frac{200}{x+5}$ мин	200 л

меньше.

ЗАДАЧИ НА бассейны и трубы (открытый банк заданий)



Задача 7. Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 200 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба?

	Производительность	Время	Работа
1 труба	x л в минуту	$\frac{200}{x}$ мин	200 л
2 труба	$(x + 5)$ л в минуту	$\frac{200}{x+5}$ мин	200 л

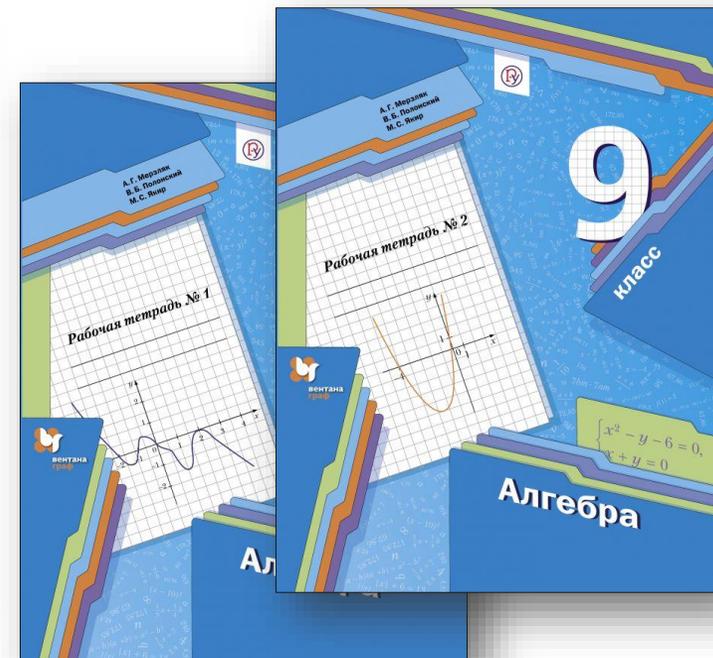
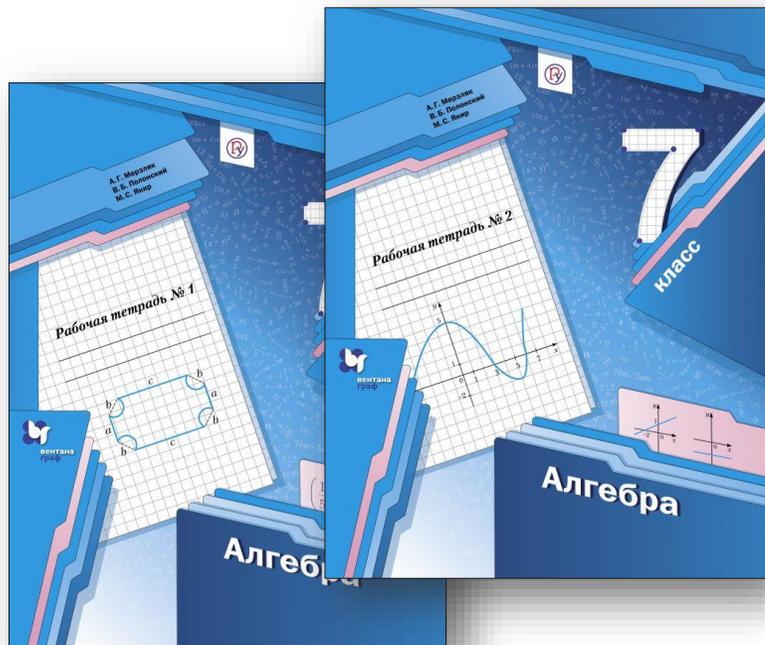
1. Анализ условия задачи
2. Схема задачи
3. Поиск способа решения
4. Составление уравнение
5. Решение уравнения
6. Проверка решения
7. Ответ

$$\frac{200}{x} - \frac{200}{x+5} = 2; \quad x = 20$$

20 л пропускает в минуту первая труба.

Ответ: 20.

ЭФФЕКТИВНАЯ ПОМОЩЬ ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ОГЭ - РАБОЧИЕ ТЕТРАДИ



<https://rosuchebnik.ru/>
<https://uchitel.club/online-lessons/>

Подготовка к ОГЭ, ЕГЭ

Онлайн-уроки

Новый формат для лучших результатов!



ОГЭ

×

АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК

БИОЛОГИЯ

ГЕОГРАФИЯ

ИСТОРИЯ

ЛИТЕРАТУРА

МАТЕМАТИКА

×

ОБЩЕСТВОЗНАНИЕ

13

мая

14:30-15:30 9 класс

Математика. Готовимся к ОГЭ. Повторение. «Неравенства и системы неравенств».

15

мая

13:00-14:00 8 класс 9 класс

Математика. Подготовка к ОГЭ: решение текстовых задач («задачи на движение»). Часть 1.

21

мая

10:00-11:00 8 класс 9 класс

Математика. Подготовка к ОГЭ: решение текстовых задач («задачи на движение»). Часть 2.

28

мая

10:00-11:00 8 класс 9 класс

Математика. Подготовка к ОГЭ: решение текстовых задач («задачи на работу и производительность»).



Моя школа в online

4 четверть. Учусь дома. Учусь сам!

Учебные материалы для самостоятельной работы в помощь учителям, ученикам 1–11 классов и их родителям.

Выбрать предмет



Макарычев Ю. Н. и др. Алгебра. 8 класс. Под ред. С. А. Теляковского



Мерзляк А. Г. и др. Алгебра. 8 класс

Выберите тему

- 1 Решение уравнений, которые сводятся к квадратным уравнениям
- 2 Решение уравнений, которые сводятся к квадратным уравнениям
- 3 Решение уравнений, которые сводятся к квадратным уравнениям (продолжение)

ЭЛЕКТРОННЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ: lecta.rosuchebnik.ru

промокод **УчимсяДома**

The screenshot displays the LECTA website interface. At the top, there is a navigation bar with the LECTA logo and menu items: МАГАЗИН, ШКОЛАМ, УЧИТЕЛЮ, УЧЕНИКУ, О НАС, and ПОМОЩЬ. On the right side of the navigation bar, there are links for АКТИВИРОВАТЬ КОД, a shopping cart icon, and a login/register button labeled 'Вход / Регистрация'.

Below the navigation bar, there is a section with three user role cards:

- Учителю**: Экономьте время на подготовку уроков и контроль знаний. Развивайтесь как профессионал. [Подробнее](#)
- Ученику**: Занимайтесь с удовольствием с интерактивным обучением. [Подробнее](#)
- Школам**: Создайте единое образовательное пространство для организации эффективного обучения. [Подробнее](#)

Below this section, there is a heading 'Наши сервисы' (Our services) followed by four service cards:

- Классная работа**: Используйте бесплатно готовое планирование и презентации ко всем урокам.
- Курсы повышения квалификации**: Обучайтесь на 50+ онлайн-курсах и получайте удостоверение для аттестации.
- ЭФУ**: Делайте уроки интерактивными: 600+ электронных учебников с медиаобъектами.
- Книговыдача**: Закупайте электронные учебники оптом по 75 рублей за лицензию.

Контакты:

Федотова Ирина Ивановна

директор методического центра в

г. Санкт-Петербург корпорации

«Российский учебник»

Fedotova.ii@rosuchebnik.ru