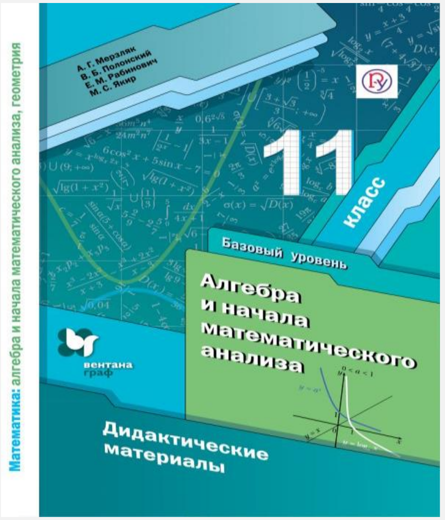
МАТЕМАТИКА

11 КЛАСС

ПОДГОТОВКА К ЕГЭ. ЗАДАНИЕ № 5. РЕШЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ И ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ



Федотова Ирина Ивановна,
директор методического центра
«Санкт-Петербург» корпорации
«Российский учебник»

корпорация российский учебник

ЕГЭ: ТЕКСТОВАЯ ЗАДАЧА № 11

«УТВЕРЖДАЮ»
Директор
ФГБНУ «Федеральный институт
педагогических измерений»

О.А. Решетникова
«02» ноября 2019 г.

«СОГЛАСОВАНО»
Председатель
Научно-методического совета
ФГБНУ «ФИПИ» по математике

А.Л. Семенов
«30» октября 2019 г.

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов
единого государственного экзамена 2020 года
по математике

Профильный уровень

подготовлен Федеральным государственным бюджетным
научным учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

5 Найдите корень уравнения $3^{x-5}=81$.

Ответ: ____________________.

ИЛИ

Найдите корень уравнения $\sqrt{3x+49}=10$.

Ответ: ____________________.

ИЛИ

Найдите корень уравнения $\log_8(5x+47)=3$.

Ответ: ____________________.

ИЛИ

Решите уравнение $\sqrt{2x+3}=x$. Если корней окажется несколько, то в ответ запишите наименьший из них.

Ответ: ____________________.

ЕГЭ 2020. ЗАДАЧА № 5. ПРОСТЕЙШИЕ УРАВНЕНИЯ

- **ЛИНЕЙНЫЕ, КВАДРАТНЫЕ, КУБИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ,**

  Например, $x^2 - 15 = (x - 15)^2$

- **РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ:** $\frac{x-7}{7x+9} = \frac{x-7}{x-3}$

- **ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ:** $\sqrt{\frac{2x+5}{3}} = 5$

- **ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ:** $4^{3+5x} = 0,8 \cdot 5^{3+5x}$

- **ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ:** $\log_3(15 - 5x) = 3\log_3 5$

https://cifra.school/

ПРОСВЕЩЕНИЕ

российский учебник

дрофа

вентана граф

ИЗДАТЕЛЬСТВО БИНОМ

Моя школа **в online**

4 четверть. Учусь дома. Учусь сам!
Учебные материалы для самостоятельной работы
в помощь учителям, ученикам 1–11 классов
и их родителям.

Выбрать предмет

Макарычев Ю. Н. и др. Алгебра. 8 класс. Под ред. С. А. Теляковского

Мерзляк А. Г. и др. Алгебра. 8 класс

Выберите тему

1 Решение уравнений, которые сводятся к квадратным уравнениям

2 Решение уравнений, которые сводятся к квадратным уравнениям

3 Решение уравнений, которые сводятся к квадратным уравнениям (продолжение)

ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Примеры **показательных** уравнений: $2^x = 8$; $3^x \cdot 3^{x-1} = 9$; $0{,}3^{x-4} = 0{,}3^{x^2}$.

Во всех этих уравнениях переменная содержится только в показателе степени.

Свойства степени:

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (для любого a≠0 и любых целых m и n)
2. $(a^m)^n = a^{mn}$ (для любого a≠0 и любых целых m и n)
3. $a^m : a^n = a^{m-n}$ (для любого a≠0 и любых целых m и n)
4. $(ab)^n = a^n b^n$ (для любых a≠0 и b≠0 и любого целого n)
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ (для любых a≠0 и b≠0 и любого целого n)
6. $a^0 = 1, a^1 = a$ (для любого a≠0)
7. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ (для любого a≠0 и натурального числа ***n*).**

$\boldsymbol{a}^x$ **>0** - свойство показательной функции y=a^x, где a >0, a ≠1, x – действительное число

(Теорема и следствие $a^{x_1} = a^{x_2} <=> x_1 = x_1$; $a^{f(x)} = a^{g(x)} <=> f(x) = g(x)$)

Решение уравнения сводится к переходу от уравнения $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ к $f(x) = g(x)$

$2^x = 2^3$; $x = 3$

корпорация российский учебник LECTA вентана граф

РЕШЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Простейшее показательное уравнение имеет вид: $a^{x} = a^{b}$, где a >0, a ≠1, x-неизвестное
Решение уравнения сводится к переходу от уравнения $a^{x} = a^{b}$ к уравнению x=b.

Привести обе части уравнения к одному основанию.
Необходимо знать некоторые степени чисел в пределах 10.
Пример 1. Решить уравнение: $2^{x}= 8$

$2^2=4$	$2^3=8$	$2^4=16$	$2^5=32$	$2^6=64$
$2^7=128$	$2^8=256$,	$2^9=512$	$2^{10}=1024$	

$2^{x}= 8;$
$2^{x}= 2^{3};$
x=3.

Ответ: 3

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Привести обе части уравнения к одному основанию.

Пример 2.

Решить уравнение:

а) $6^{-6+x} = 36$;

$6^{-6+x} = 6^2$

-6+x=2

x=8

Ответ: 8

б) $3^x \cdot 3^{x-1} = 9$

$3^{x+x-1} = 3^2$

x+x-1=2

2x=3

x=1,5

Ответ: 1,5

Свойства степени:

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
2. $(a^m)^n = a^{mn}$
3. $a^m : a^n = a^{m-n}$
4. $(ab)^n = a^n b^n$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
6. $a^0 = 1, a^1 = a$
7. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Уравнение

$a^x = a^b$**;**

x=b

Уравнение вида $\mathbf{a^x = a^b}$, где a >0, a ≠1, x-неизвестное

x=b

$2^2=4$	$2^3=8$	$2^4=16$	$2^5=32$	$2^6=64$
$2^7=128$	$2^8=256$,	$2^9=512$	$2^{10}=1024$	
$3^2=9$	$3^3=27$	$3^4=81$	$3^5=243$	$3^6=729$
$4^2=16$	$4^3=64$	$4^4=256$	$4^5=1024$	
$5^2=25$	$5^3=125$	$5^4=625$		
$6^2=36$	$6^3=216$	$7^2=49$	$7^3=343$	
$8^2=64$	$8^3=512$	$9^2=81$	$9^3=729$	

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Привести обе части уравнения к одному основанию.

Пример 3.

Решить уравнение:

а) $\left(\frac{1}{6}\right)^{x-2} = 6^x$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-6} = 8^2$

$\left(\frac{1}{6}\right)^{x-2} = \left(\left(\frac{1}{6}\right)^{-1}\right)^x$ $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-6} = (2^3)^2$

x-2=-x $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-6} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-6}$

x=1 x-6=-6

x= 12

Ответ: 1 Ответ: 12

Свойства степени:

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
2. $(a^m)^n = a^{mn}$
3. $a^m : a^n = a^{m-n}$
4. $(ab)^n = a^n b^n$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
6. $a^0 = 1, a^1 = a$
7. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Уравнение

$a^x = a^b$;

x=b

Уравнение вида $\mathbf{a^x = a^b}$, где

a >0, a ≠1, x-неизвестное

x=b

$2^2 = 4$	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$	$2^5 = 32$	$2^6 = 64$
$2^7 = 128$	$2^8 = 256$,	$2^9 = 512$	$2^{10} = 1024$	
$3^2 = 9$	$3^3 = 27$	$3^4 = 81$	$3^5 = 243$	$3^6 = 729$
$4^2 = 16$	$4^3 = 64$	$4^4 = 256$	$4^5 = 1024$	
$5^2 = 25$	$5^3 = 125$	$5^4 = 625$		
$6^2 = 36$	$6^3 = 216$	$7^2 = 49$	$7^3 = 343$	
$8^2 = 64$	$8^3 = 512$	$9^2 = 81$	$9^3 = 729$	

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Привести обе части уравнения к одному основанию.

Пример 4.

Решить уравнение:

$$4^{3+5x} = 0{,}8 \cdot 5^{3+5x}$$

$4^{3+5x} = \frac{4}{5} \cdot 5^{3+5x}$, так как $5^{3+5x}>0$,
разделим обе части на 5^{3+5x}

$$\frac{4^{3+5x}}{5^{3+5x}} = \frac{4}{5}; \quad \left(\frac{4}{5}\right)^{3+5x} = \left(\frac{4}{5}\right)^{1}$$

3+5x=1; 5x=-2; x=-0,4

Ответ: -0,4

Свойства степени:

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
2. $(a^m)^n = a^{mn}$
3. $a^m : a^n = a^{m-n}$
4. $(ab)^n = a^n b^n$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
6. $a^0 = 1, a^1 = a$
7. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Уравнение

$a^x = a^b$**;**

x=b

Уравнение вида $\mathbf{a^x = a^b}$, где
$a>0$, $a \neq 1$, x-неизвестное

x=b

$2^2=4$	$2^3=8$	$2^4=16$	$2^5=32$	$2^6=64$
$2^7=128$	$2^8=256$,	$2^9=512$	$2^{10}=1024$	
$3^2=9$	$3^3=27$	$3^4=81$	$3^5=243$	$3^6=729$
$4^2=16$	$4^3=64$	$4^4=256$	$4^5=1024$	
$5^2=25$	$5^3=125$	$5^4=625$		
$6^2=36$	$6^3=216$	$7^2=49$	$7^3=343$	
$8^2=64$	$8^3=512$	$9^2=81$	$9^3=729$	

ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Уравнение вида $\log_a x = b$, где $a > 0, a \neq 1$ – **простейшее логарифмическое уравнение.**

Логарифмические уравнения, включенные в задания ЕГЭ, приводятся к одному из трех типов.
Пусть a >0, a ≠1, b – действительное число,

$\log_a f(x) = b$

$\log_{f(x)} a = b$;

$\log_a f(x) = \log_a g(x)$.

По основным теоремам и следствиям запишем решение каждого типа.

Пусть a >0, a ≠1, b – действительное число, тогда

$\log_a f(x) = b$ равносильно $f(x) = a^b$

$\log_a f(x) = \log_a g(x)$ равносильно $\begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) > 0 \end{cases}$

$\log_{f(x)} a = b$ равносильно $\begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) \neq 1 \\ (f(x))^b = a \end{cases}$

Логарифмом положительного числа b по основанию a, где a>0 и a≠1, называют показатель степени, в которую надо возвести a, чтобы получить число b. ($a^{\log_a b} = b$)

Например, $\log_3 9 = 2$, так как $3^2 = 9$

Свойства:

1. $a^{\log_a b} = b$ при $a>0$, $a \neq 1$, $b>0$
2. $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$ при $a>0$, $a \neq 1$
3. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$, если $x>0$, $y>0$, $a>0$ и $a \neq 1$
4. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$, если $x>0$, $y>0$, $a>0$ и $a \neq 1$
5. $\log_a x^\beta = \beta \log_a x$, если $x>0$, $a>0$ и $a \neq 1$, $\beta \epsilon R$
6. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, если $a>0$ и $a \neq 1$, $b>0$, $c>0$ и $c \neq 1$
7. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$, если $a>0$ и $a \neq 1$, $b>0$, и $b \neq 1$
8. $\log_{a^\beta} b = \frac{1}{\beta}\log_a b$, если $a>0$, $a \neq 1$, $b>0$ и для любого $\beta \neq 0$

УРАВНЕНИЕ ВИДА $\log_a x = b$, где а $> 0, a \neq 1$ – ПРОСТЕЙШЕЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

Свойства:

$a^{\log_a b} = b$

$\log_a 1 = 0,\ \log_a a = 1$

$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$,

$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$,

$\log_a x^\beta = \beta \log_a x$,

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$,

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$,

$\log_{a^\beta} b = \frac{1}{\beta} \log_a b$,

Пример 1. Решите уравнение:

а) $\log_3 x = 2$

x=3^2

x=9

Ответ: 9

б) $\log_x 25 = 2$ равносильно $\begin{cases} x > 0, \\ x \neq 1, \\ x^2 = 25; \end{cases}$ x=5

x=5

Ответ: 5

Пример 2. Решите уравнение: $\log_2(3x-1) = 3$

<u>1 способ </u>(по определению)

3x-1=2^3

3x-1=8

3x=9

x=3

Ответ: 3

<u>2 способ</u> 3=$\log_2 8$

$\log_2(3x-1) = \log_2 8$

$\begin{cases} 3x-1=8 \\ 3x-1 > 0 \end{cases}$

x=3

Пусть a >0, a ≠1, b – действительное число, тогда

$\boldsymbol{\log_a f(x) = b} \Leftrightarrow f(x) = a^b$

$\boldsymbol{\log_a f(x) = \log_a g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) > 0 \end{cases}$

$\boldsymbol{\log_{f(x)} a = b} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) \neq 1 \\ (f(x))^b = a \end{cases}$

УРАВНЕНИЕ ВИДА $\log_a x = b$, где $a > 0, a \neq 1$ – ПРОСТЕЙШЕЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

Пример 3. Решите уравнение:

а) $\log_{\frac{1}{5}}(5-x) = -2$

$5 - x = (\frac{1}{5})^{-2}$

$5 - x = 5^2$

$5 - x = 25$

$x = -20$

Ответ: -20

б) $5^{\log_5(3-x)} = 6$

$3 - x = 6$

$- x = 6 - 3$

$- x = 3$

$x = -3$

Ответ: -3

Свойства:

$a^{\log_a b} = b$

$\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$

$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$,

$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$,

$\log_a x^\beta = \beta \log_a x$,

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$,

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$,

$\log_{a^\beta} b = \frac{1}{\beta}\log_a b$,

Пусть $a > 0$, $a \neq 1$, b – действительное число, тогда

$\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$

$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) > 0 \end{cases}$

$\log_{f(x)} a = b \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) \neq 1 \\ (f(x))^b = a \end{cases}$

УРАВНЕНИЕ ВИДА $\log_a x = b$, где $a > 0, a \neq 1$ – ПРОСТЕЙШЕЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

Пример 4. Решите уравнение:

$\log_{\frac{1}{3}}(12 - 3x) = -\log_4 4$ $\quad(\log_4 4=1)$

$\log_{\frac{1}{3}}(12 - 3x) = -1$

$12 - 3x = (\frac{1}{3})^{-1}$ $\quad((\frac{1}{3})^{-1} = 3^1)$

$12 - 3x = 3$

$-3x = -9$

$x = 3$

Ответ: 3

Свойства:

$a^{\log_a b} = b$

$\log_a 1 = 0, \ \log_a a = 1$

$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$,

$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$,

$\log_a x^\beta = \beta \log_a x$,

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$,

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$,

$\log_{a^\beta} b = \frac{1}{\beta} \log_a b$,

Пусть $a > 0$, $a \neq 1$, b – действительное число, тогда

$\boldsymbol{\log_a f(x) = b} \Leftrightarrow f(x) = a^b$

$\boldsymbol{\log_a f(x) = \log_a g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) > 0 \end{cases}$

$\boldsymbol{\log_{f(x)} a = b} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) \neq 1 \\ (f(x))^b = a \end{cases}$

УРАВНЕНИЕ ВИДА $\log_a x = b$, где $a > 0, a \neq 1$ – ПРОСТЕЙШЕЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

Пример 5. Решите уравнение:

$$\log_3(15 - 5x) = 3\log_3 5$$

$\log_3(15 - 5x) = \log_3 5^3$ равносильно

$$\begin{cases} 15 - 5x = 125, \\ 15 - 5x > 0; \end{cases} \qquad \begin{cases} -5x = 110, \\ x < -3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -22, \\ x < -3. \end{cases} \qquad x=-22$$

Ответ: -22

Свойства:

$a^{\log_a b} = b$

$\log_a 1 = 0, \ \log_a a = 1$

$\log_a xy = \log_a x + \log_a y,$

$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y,$

$\log_a x^\beta = \beta \log_a x,$

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a},$

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a},$

$\log_{a^\beta} b = \frac{1}{\beta}\log_a b,$

Пусть a >0, a ≠1, b – действительное число, тогда

$$\boldsymbol{\log_a f(x) = b} \Leftrightarrow f(x) = a^b$$

$$\boldsymbol{\log_a f(x) = \log_a g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) > 0 \end{cases}$$

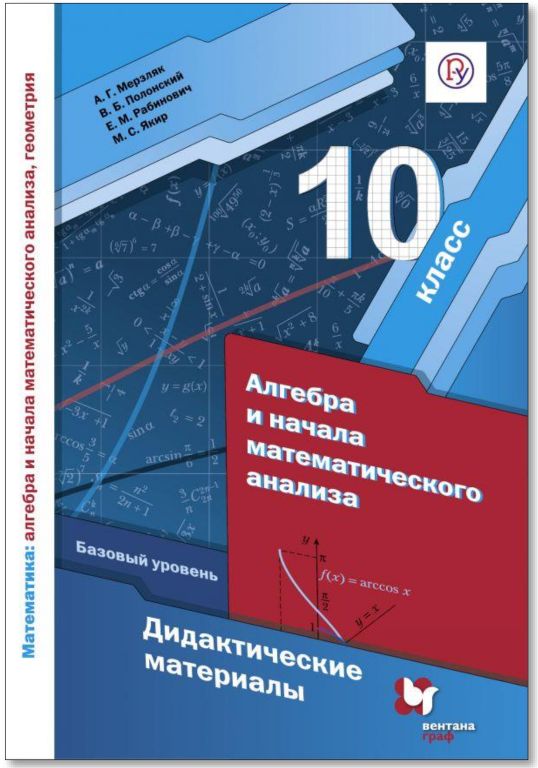
$$\boldsymbol{\log_{f(x)} a = b} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) \neq 1 \\ (f(x))^b = a \end{cases}$$

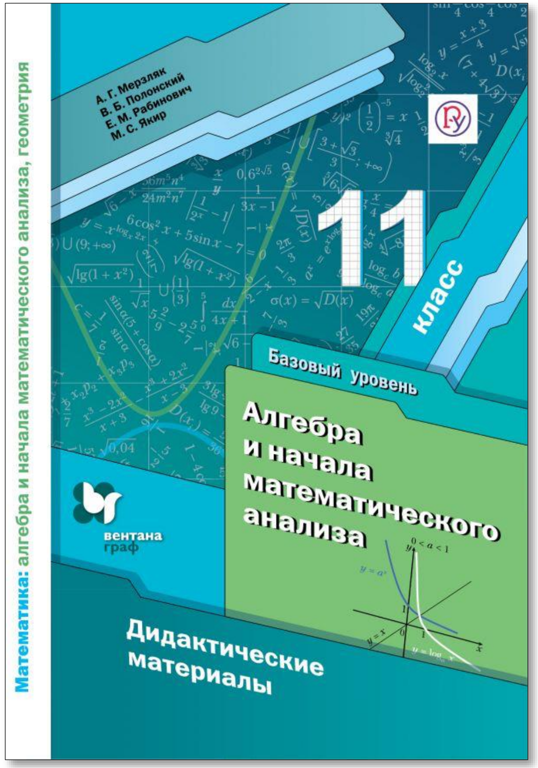
ЭФФЕКТИВНАЯ ПОМОЩЬ ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ЕГЭ

УМК А.Г. Мерзляка. Алгебра и начала математического анализа (10-11) Б

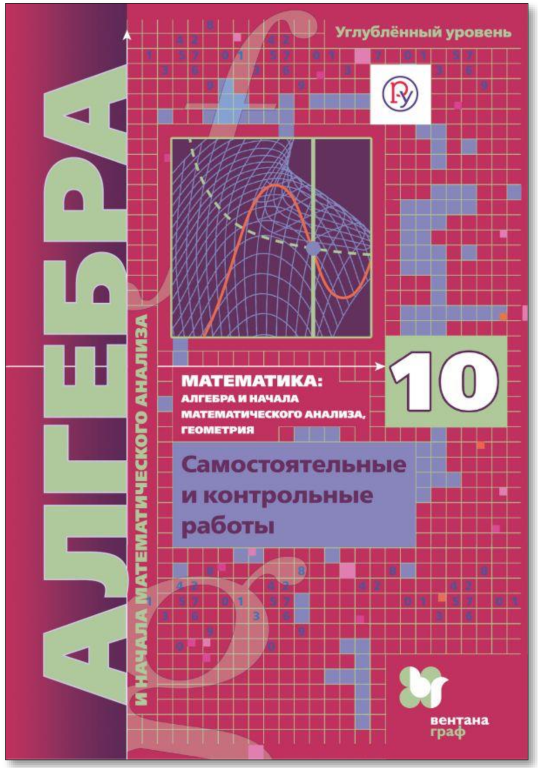
УМК А.Г. Мерзляка. Алгебра и начала математического анализа (10-11) У

ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

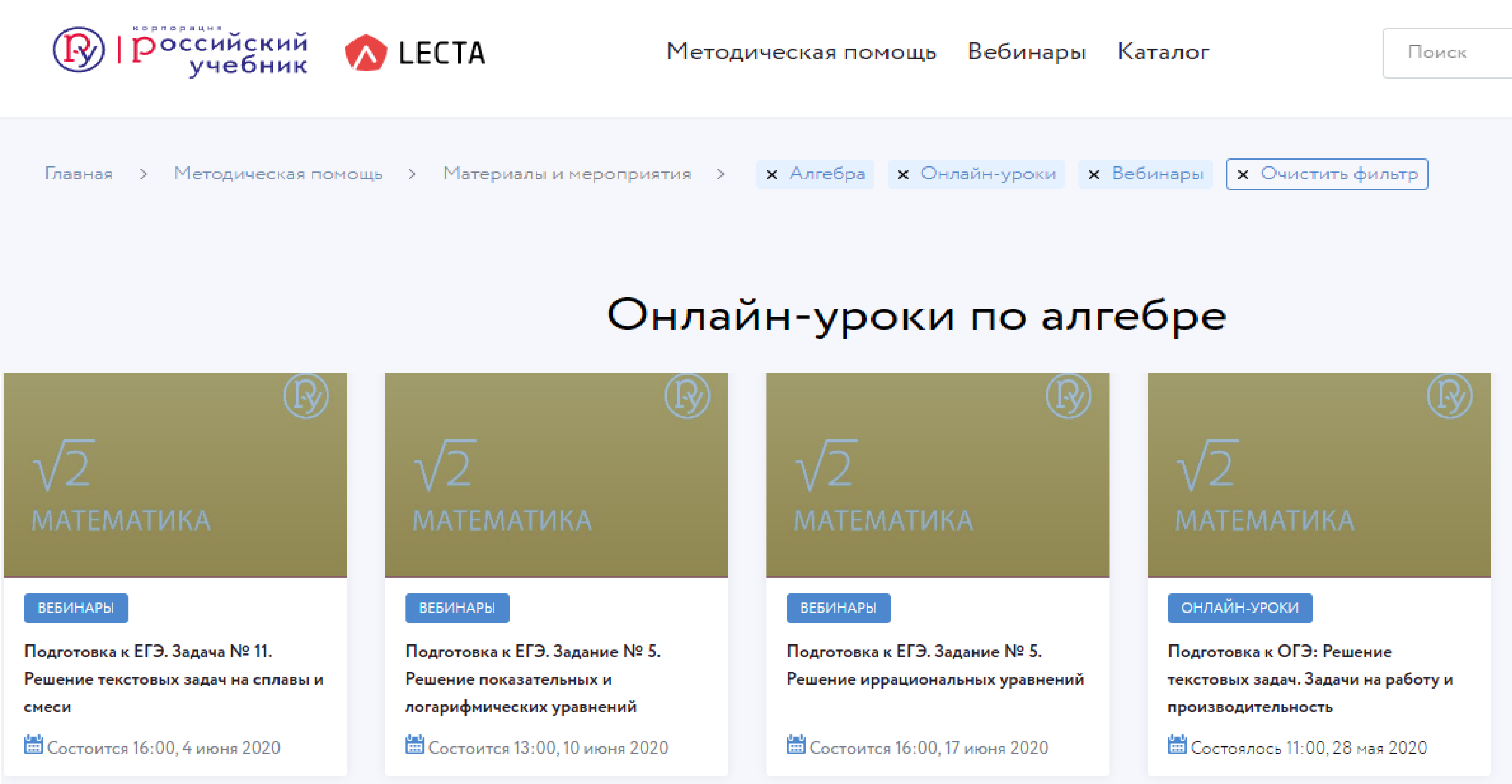




САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ И КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ



корпорация российский учебник LECTA дрофа https://rosuchebnik.ru/metodicheskaja-pomosch/materialy/predmet-algebra_type-onlayn-uroki-or-vebinar



ПО ВОПРОСАМ МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОДДЕРЖКИ И ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Методическая поддержка
«Российский учебник»
help@rosuchebnik.ru
8 (800) 2000-550 (звонок бесплатный)

корпорация российский учебник

LECTA

Контакты: Федотова Ирина Ивановна, директор методического центра в г. Санкт-Петербург корпорации «Российский учебник»
Fedotova.ii@rosuchebnik.ru

корпорация российский учебник

LECTA