

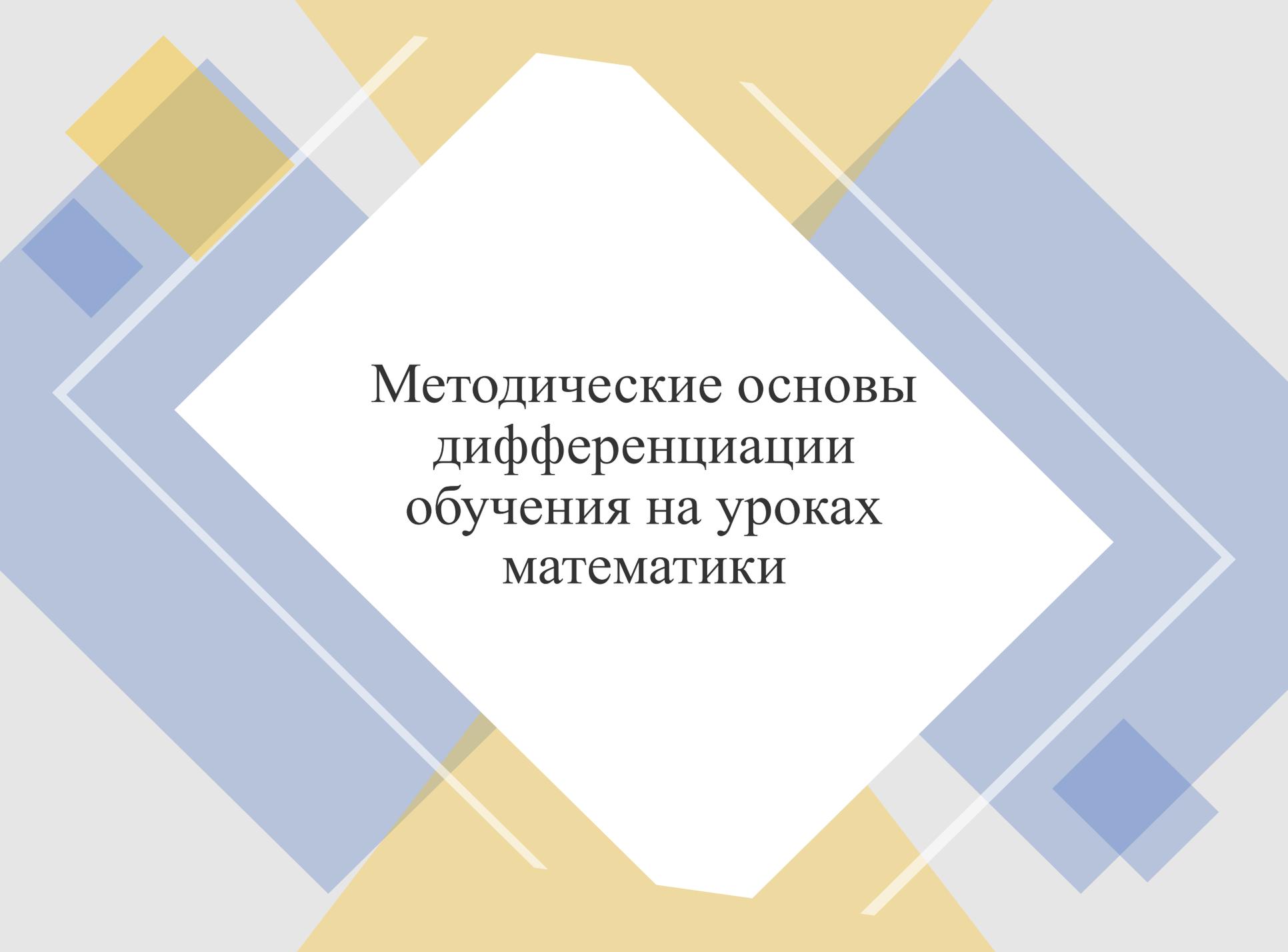


# Дифференцированные задания по математике: от воспроизведения к исследованию

**Рыдзе Оксана  
Анатольевна** –  
к.п.н., ст. научн.  
сотрудник  
лаборатории  
начального общего  
образования  
Института  
стратегии развития  
образования РАО,  
доцент МПГУ

## Проблемы для обсуждения:

- 1) Методические основы дифференциации обучения на уроках математики.
- 2) Особенности воспроизводящих, поисковых и исследовательских заданий на математическом материале.
- 3) Примеры воспроизводящих, поисковых и исследовательских заданий на одном предметном содержании (текстовая задача, работа с информацией).



Методические основы  
дифференциации  
обучения на уроках  
математики

# Поисково-исследовательская деятельность (ФГОС НОО)

12.4. Математика и информатика:

...

4) умение выполнять устно и письменно арифметические действия с числами и числовыми выражениями, решать текстовые задачи, умение действовать в соответствии с алгоритмом и строить простейшие алгоритмы, **исследовать**, распознавать и изображать геометрические фигуры, работать с таблицами, схемами, графиками и диаграммами, цепочками, совокупностями, представлять, анализировать и интерпретировать данные;

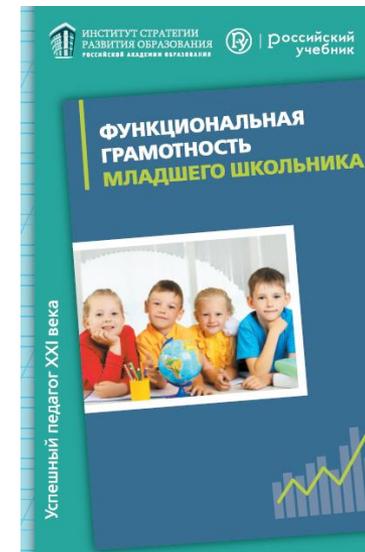
19.10. План внеурочной деятельности является организационным механизмом реализации основной образовательной программы начального общего образования.

План внеурочной деятельности обеспечивает учет индивидуальных особенностей и потребностей обучающихся ... в таких формах как ... экскурсии, соревнования, **поисковые и научные исследования**... в соответствии с выбором участников образовательных отношений.

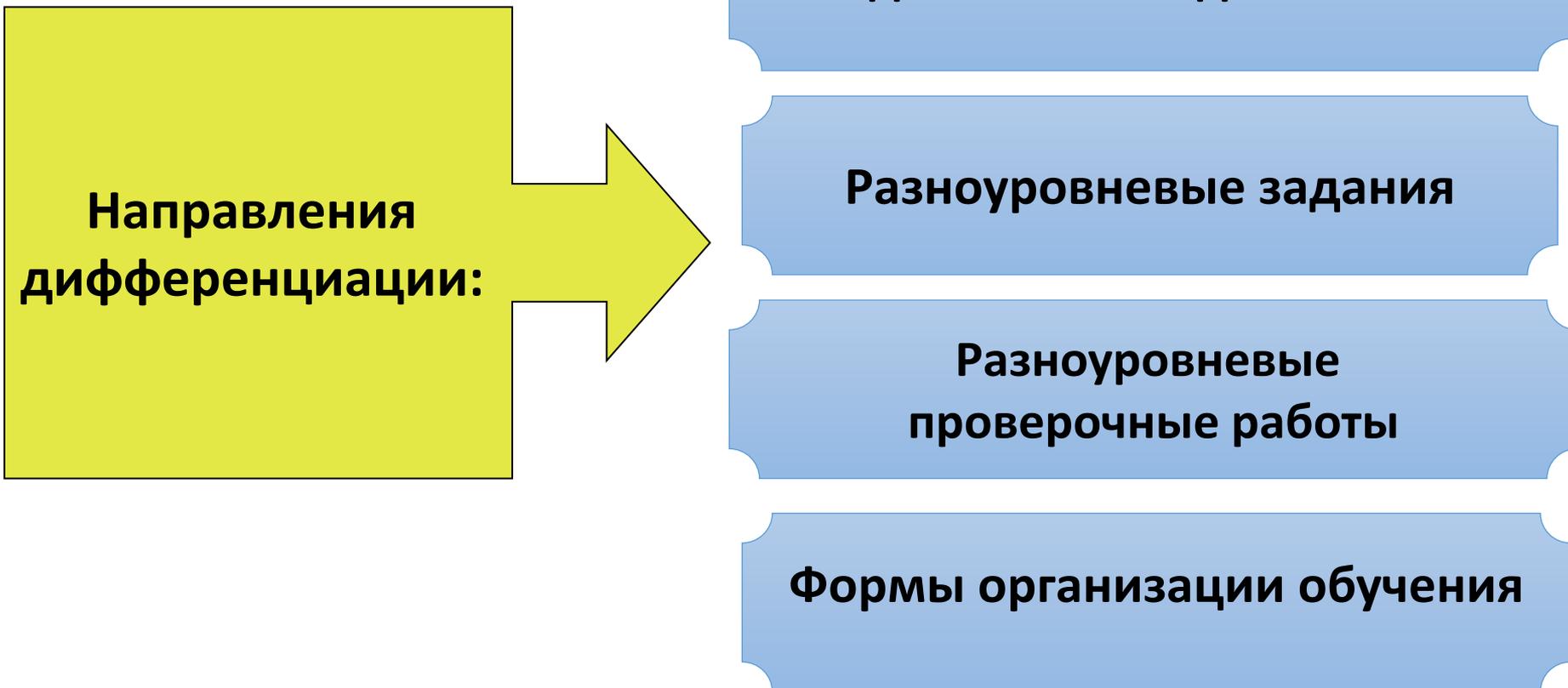


## Успешный педагог XXI века

*«Способность устанавливать математические отношения и зависимости, работать с математической информацией как одна из составляющих функциональной математической грамотности младших школьников может успешно формироваться в ходе поисково-исследовательской деятельности. Она позволяет обеспечить овладение умениями проводить поиск и элементарное исследование: развитие способности выдвигать гипотезы, находить, анализировать и оценивать доказательства; позволяет развивать умения работать в ситуации интеллектуального препятствия (оценить возможность преодолеть его, осуществить поиск информации)» (с.179)*



# Начальная школа XXI века (рук. Н.Ф. Виноградова)



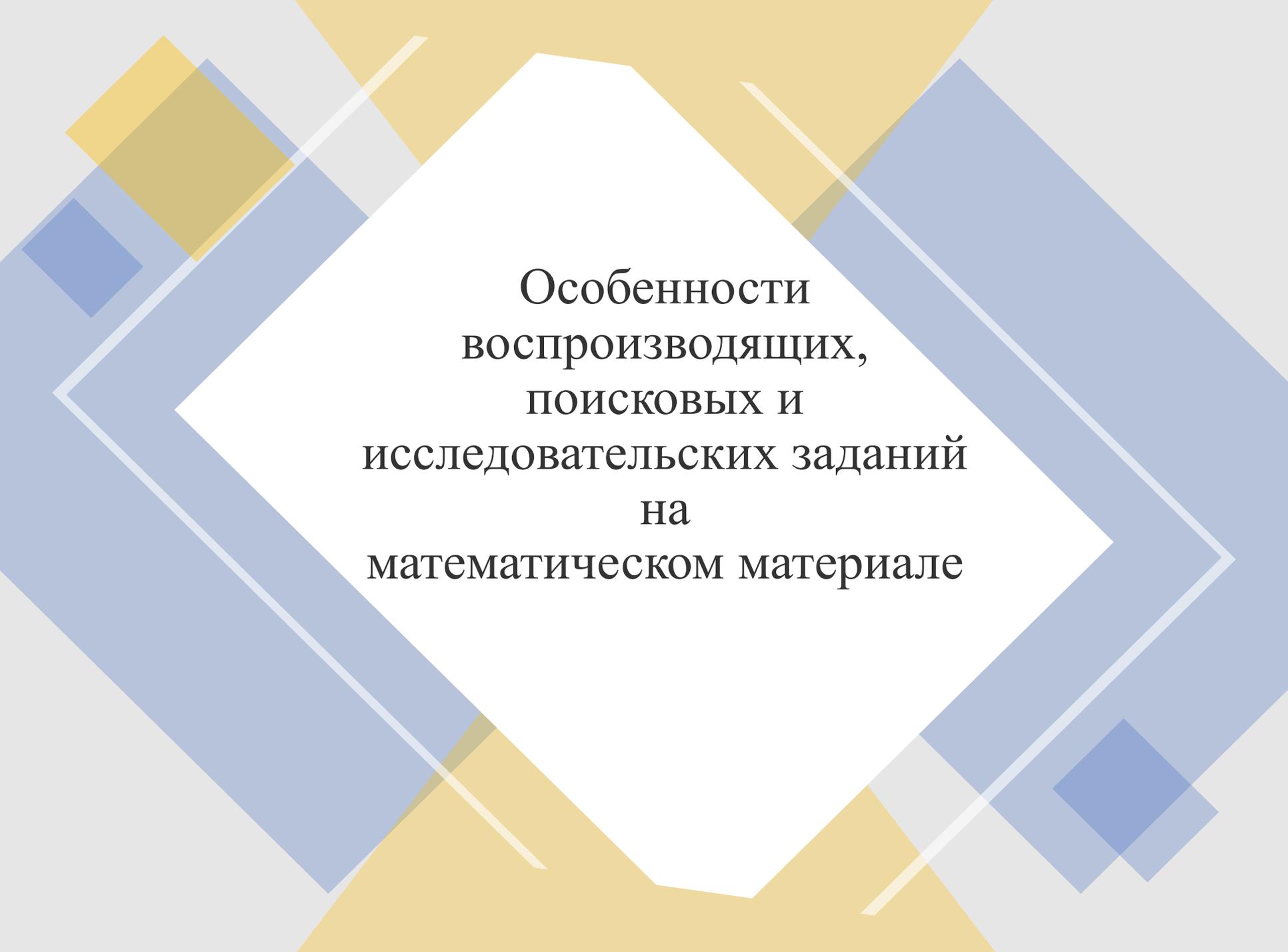
# Воспроизведение? Поиск? Исследование?

Решите задачу.

Вика, Иван и Марк в каникулы все вместе прочитали 12 книг. Меньше двух книг не прочитал никто. Иван прочитал больше книг, чем Вика. Вместе Иван и Вика прочитали столько же книг, сколько прочитал Марк. Сколько книг прочитал Марк?

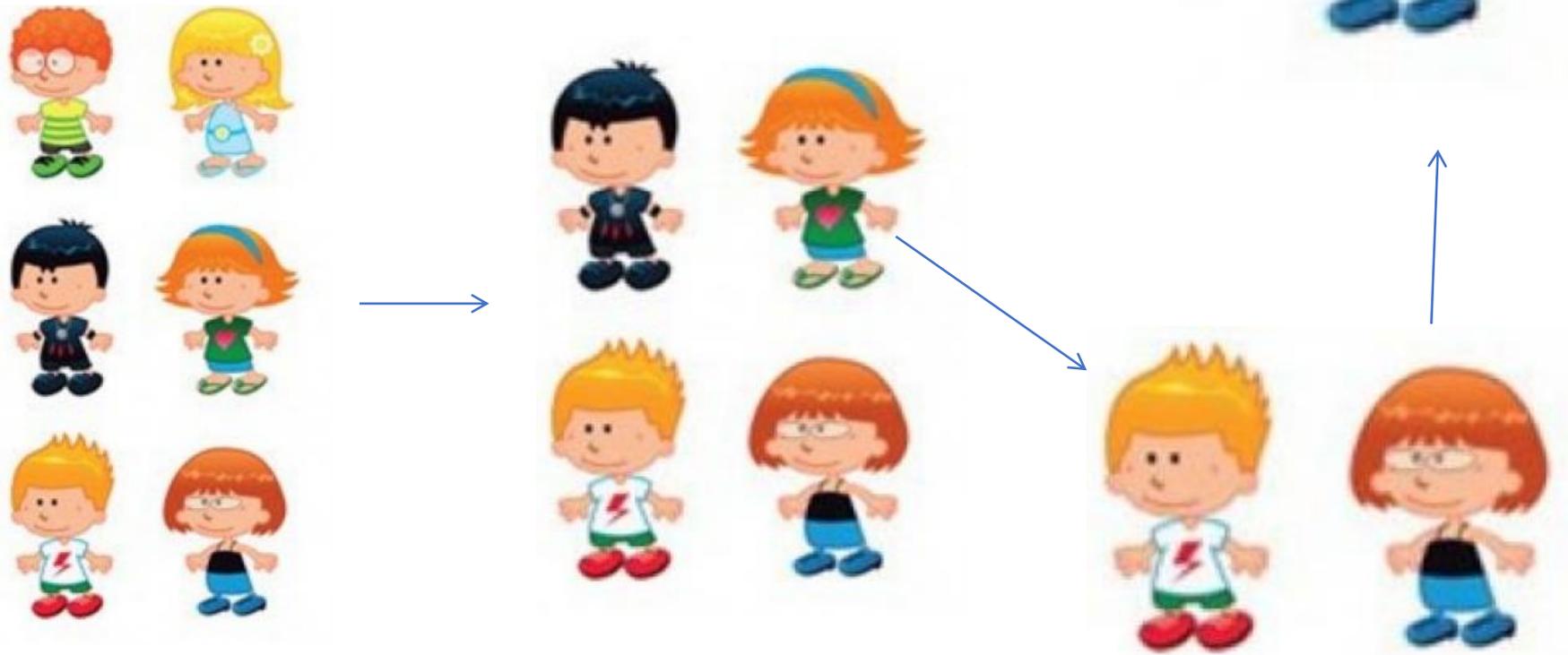
Коля обошёл площадку прямоугольной формы для игры в бадминтон и установил, что им сделано 60 шагов. Какова длина площадки, если ширина составила 12 шагов?

- |             |             |
|-------------|-------------|
| 1) 144 шага | 2) 48 шагов |
| 3) 36 шагов | 4) 18 шагов |



Особенности  
воспроизводящих,  
поисковых и  
исследовательских заданий  
на  
математическом материале

# Формы организации обучения. От коллективной работы к индивидуальной



Рисунки из открытых источников

Как организовать работу на уроке?

Как распределить учащихся?

Основания:

- академическая успеваемость;
- успешность учебной деятельности;
- личностные качества.

Как отобрать задания для групповой и парной работы?

Основания:

- уровень сложности (базовый, повышенный);
- объем работы (одношаговые, многошаговые);
- применение учебного действия (действий).

авторы: Минаева С.С., Рослова Л.О.,  
Рыдзе О.А., Федорова Л.И., Кочурова Е.Э. /Под ред. В.А. Булычева  
Входит в Федеральный перечень с 2010 г.



## Приёмы устного сложения и вычитания

Сложение и вычитание чисел в столбик выполняют по разрядам, начиная с разряда единиц. Выполняя вычисления устно, можно поступать иначе.

**Пример 1.**  $38 + 26 = (38 + 20) + 6 = \square$   
 $38 + 26 = (30 + 20) + (8 + 6) = \square$

Рассмотрим ещё один приём: «прибавить — вычесть». Дополним первое слагаемое до ближайшего круглого числа, прибавив к нему 2, а чтобы сумма не изменилась, из другого слагаемого вычтем 2.

$$38 + 26 = (38 + 2) + (26 - 2) = 40 + \square = \square$$

Заметь, что можно поступить иначе (объясни как):  
 $38 + 26 = 38 + 30 - 4 = 68 - 4 = 64$

### Обсудим вместе

При вычитании можно использовать знакомое тебе правило вычитания суммы из числа.

$$88 - 35 = 88 - (30 + 5) = 88 - 30 - 5 = \square$$

$$75 - 28 = 75 - (25 + 3) = 75 - 25 - 3 = \square$$

Почему при вычислении разности  $75 - 28$  вычитаемое удобнее представить в виде суммы  $25 + 3$ ?

**Пример 2.** Даша положила в синюю вазу 11 конфет а в жёлтую 7 конфет. На сколько больше конфет в синей вазе, чем в жёлтой? На  $11 - 7 = \square$ .

Позже она добавила в каждую вазу по 3 конфеты. На сколько конфет теперь в синей вазе больше, чем в жёлтой? На  $14 - 10 = \square$ .

Изменилась ли разность?

Сделай вывод. Если уменьшаемое и вычитаемое увеличить на одно и то же число, то разность .... Используя этот вывод, объясни приём вычитания.

$$11 - 7 = (11 + 3) - (7 + 3) = 14 - 10 = \square$$

**Пример 3.** В школьной библиотеке примерно 27 000 книг художественной литературы и 48 000 учебников. Сколько всего книг в этой библиотеке?



Арифметическое действие с такими круглыми числами легко производить устно: сложим 27 тысяч и 48 тысяч.

$$27 + 48 = (27 + 3) + (48 - 3) = 30 + 45 = 75$$

Ответ: 75 000 книг (или 75 тыс. книг).

### Вопросы и задания

- Расскажи, как сложить по разрядам числа 47 и 39.
- примени приём «прибавить — вычесть» к сложению чисел 47 и 39.
- Расскажи, как устно выполнить вычитание чисел 47 и 39.

### Упражнения

**22.** Вычисли.

а) $8 + 7$	б) $9 + 9$	в) $8 + 3$	г) $9 + 6$
$4 + 9$	$6 + 7$	$5 + 9$	$4 + 7$
$11 - 7$	$15 - 8$	$13 - 8$	$12 - 5$
$20 - 3$	$20 - 7$	$20 - 2$	$20 - 6$

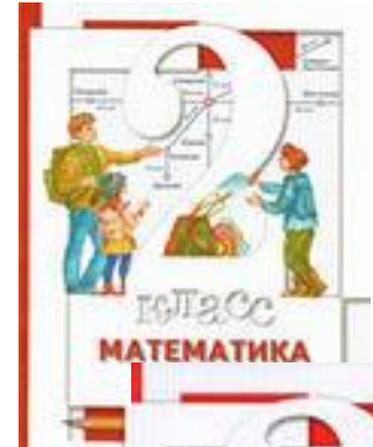
**23.** Верно ли равенство? Если неверно, исправь его и запиши верное равенство.

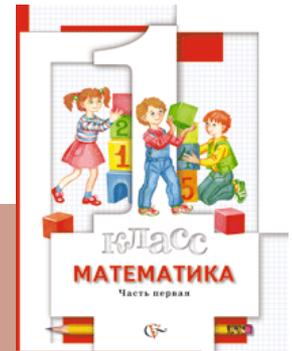
а)  $39 + 27 = 66$       г)  $70 - 53 = 17$

# Поисковое задание

*Пример.* У тебя есть лист бумаги прямоугольной формы. Расскажи, как разделить его на 4 одинаковых прямоугольника.

*Пример.* Вырежьте из бумаги квадрат площадью 81 кв.см. Объясните, как вы будете действовать.





# В портфель ТВОИХ ДОСТИЖЕНИЙ

**Основные задания**



# В портфель ТВОИХ ДОСТИЖЕНИЙ

**Дополнительные задания**

## В портфель твоих достижений

### Основные задания

1.

Рассмотри рисунок.



Назови число предметов в чайном сервизе.

Нарисуй:

красных квадратов столько, сколько предметов на столе;

синих квадратов на 2 меньше, чем красных;

зелёных квадратов на 1 больше, чем красных.

2.

Нарисуй.



3.

- Запиши цифрами числа: девять, два, семь, пять, восемь, три, шесть, четыре, один.
- Назови число, которое при счёте идёт: за числом 7; перед числом 4.

4.

- Какие числа в порядке счёта закрыты карточками?  
1, 2, , , 5, , 7, , 9
- Какие числа стоят в цепочке между числами 3 и 6?



## В портфель твоих достижений

### Дополнительные задания

1.

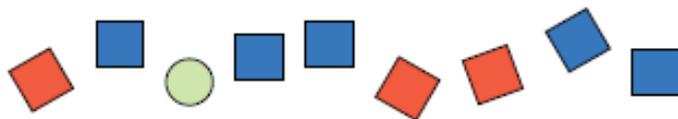
Запиши два числа:



- первое из которых на 2 меньше второго;
- второе из которых на 1 меньше первого.

2.

- Выложи цепочку из восьми квадратов и круга так, чтобы слева от круга было столько же квадратов, сколько справа.

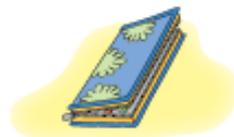


- Выложи цепочку из семи квадратов и круга так, чтобы слева от круга было на 3 квадрата меньше, чем справа.



3.

- В пенале лежало 4 фломастера и столько же карандашей. Сколько всего фломастеров и карандашей лежало в пенале?
- В пенале лежали кисть, фломастеры и карандаши. Карандашей на 2 больше, чем фломастеров. Фломастеров на 2 больше, чем кистей.  
Сколько всего предметов было в пенале?



4.

Запиши неравенства, используя числа 2, 4 и 6.



## Поисковое задание

*Найдите верный ответ. Объясните неверные ответы.*

Коля обошёл площадку прямоугольной формы для игры в бадминтон и установил, что им сделано 60 шагов. Какова длина площадки, если ширина составила 12 шагов?

- 1) 144 шага
- 2) 48 шагов
- 3) 36 шагов
- 4) 18 шагов



Центр оценки качества образования РАО (ФГБНУ «Институт стратегии развития образования РАО»).  
Региональное исследование: 2018/2019 уч.г. (5 кл. октябрь 2018, 4 вар., №15)

## Перебираем все решения

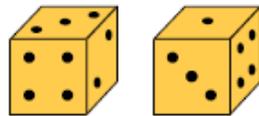
-  **1** Брось кубик 10 раз и для каждого броска запиши число — количество точек на верхней грани кубика.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число										

- Какое число выпадало чаще всего? \_\_\_\_\_
- Сравни ответ с ответами одноклассников.

Вывод: все числа выпадают одинаково часто.

-  **2** Если бросать сразу два игральных кубика, то какое общее количество точек на верхних гранях может получаться?



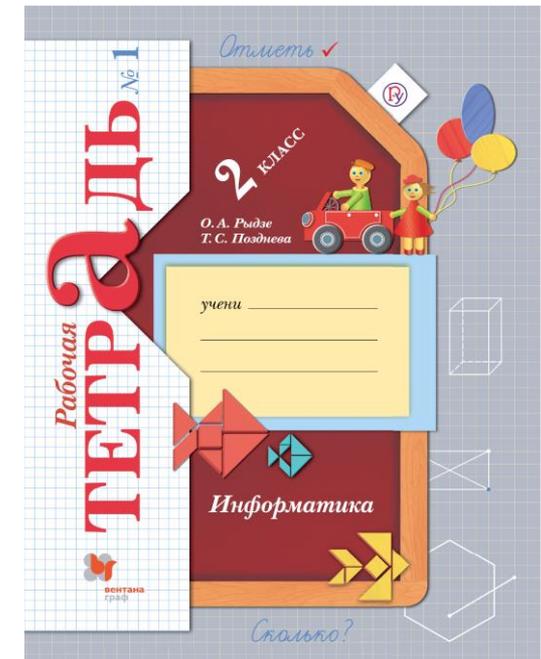
Бросай два кубика сразу и записывай суммы.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Сумма 1	1 + 1	1 + 2							6 + 4		
Сумма 2		2 + 1							5 + 5		
Сумма 3									4 + 6		
Сумма 4											
Сумма 5											
Сумма 6											

Какое число выпадает чаще всего?

Продолжи ответ.

Чаще всего выпадает число 7, потому что \_\_\_\_\_



## Исследовательское задание

Расписание движения автобуса до вокзала			
Отправление		Прибытие на вокзал	
8.30	<input type="checkbox"/>	8.50	<input type="checkbox"/>
9.20	<input type="checkbox"/>	9.40	<input type="checkbox"/>
9.40	<input type="checkbox"/>	10.00	<input type="checkbox"/>
10.00	<input type="checkbox"/>	10.20	<input type="checkbox"/>

Расписание движения электропоездов до станции Космическая (музей «Земля и Космос»)			
Отправление		Прибытие	
8.00	<input type="checkbox"/>	8.40	<input type="checkbox"/>
9.30	<input type="checkbox"/>	10.10	<input type="checkbox"/>
10.00	<input type="checkbox"/>	10.40	<input type="checkbox"/>
10.50	<input type="checkbox"/>	11.30	<input type="checkbox"/>

Укажи время отправления автобуса и электрички,

на которых должны поехать ребята, если

– они решили встретиться на автобусной остановке в 9.00;

– экскурсия начинается в 11.00.

Отметь в приведенных выше таблицах выбранное тобой время отправления автобуса и время отправления электрички.

# Исследовательское задание

*Выберите метод решения.*

*Составьте план и решите задачу.*

*Будьте готовы прокомментировать свое решение.*

Вика, Иван и Марк в каникулы все вместе прочитали 12 книг. Меньше двух книг не прочитал никто. Иван прочитал больше книг, чем Вика. Вместе Иван и Вика прочитали столько же книг, сколько прочитал Марк.

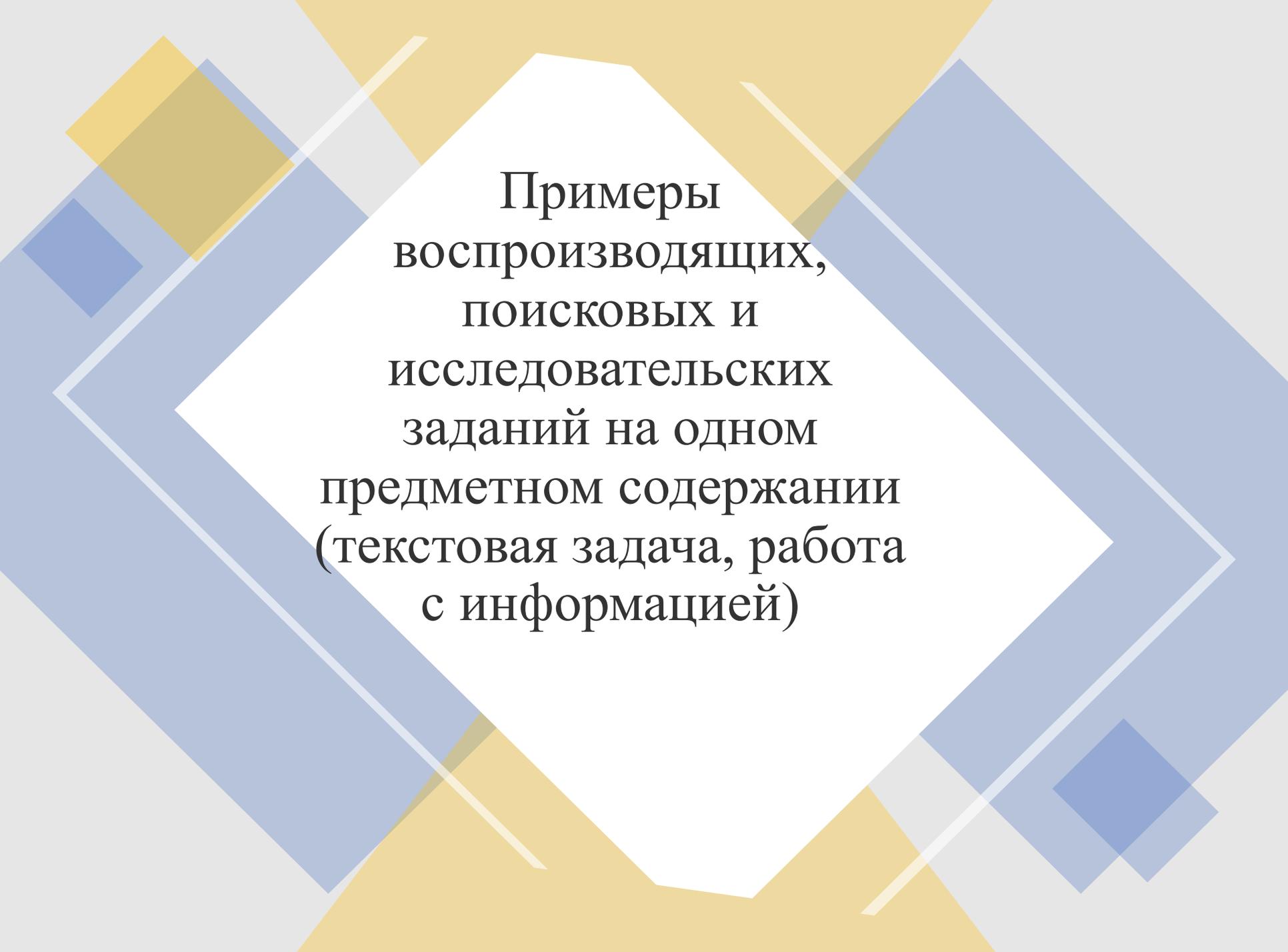
Сколько книг прочитал Иван?

Методы решения:

А) Метод перебора.

Б) Метод представления информации в удобной форме.

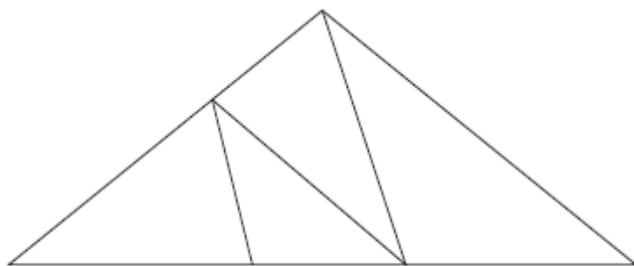
В) Метод моделирования.



Примеры  
воспроизводящих,  
поисковых и  
исследовательских  
заданий на одном  
предметном содержании  
(текстовая задача, работа  
с информацией)

# Воспроизведение

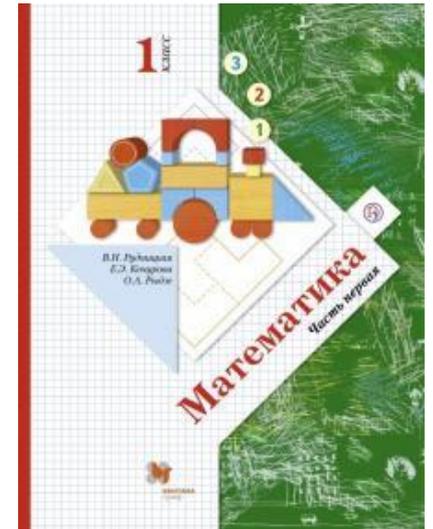
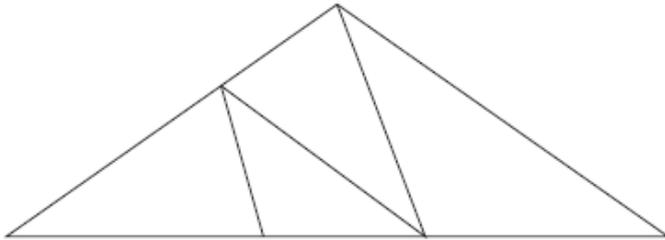
- 5 Сосчитай все треугольники на чертеже. Используй способ, указанный в таблице.



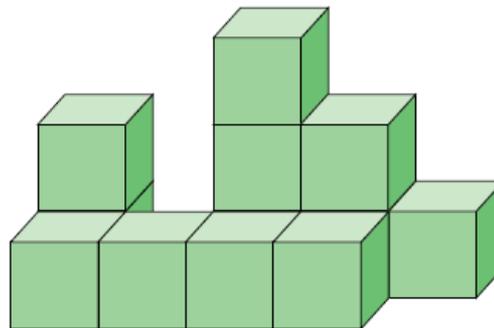
Количество частей в треугольниках	Количество треугольников
1	4
2	
3	
4	
Всего:	

# Поиск и элементарное исследование

Сосчитай все треугольники на чертеже.



Как сосчитать число кубиков в постройке? Предложи разные способы. Составь план подсчёта кубиков к одному способу.



# Воспроизведение и поиск

- 3** В автомате можно купить горячие напитки. Автомат сдачу не даёт. Маша хочет купить чай за 16 рублей. У неё есть такие деньги:



Запиши все решения для оплаты чая в таблицу.

Монеты	Количество монет			
	Решение 1	Решение 2	Решение 3	Решение 4
10 рублей				
5 рублей				
2 рубля				
1 рубль				
Общее количество рублей				



- 6** Имеются монеты:



Набери 11 рублей всеми возможными способами.

# Поиск и исследование

- 8 Путешественники преодолели путь длиной 3 км. Они проехали верхом 700 м, столько же проплыли на лодке, затем прошли 400 м по дороге. Оставшуюся часть пути шли лесом. Какое расстояние путешественники прошли лесом?

Запиши решение и ответ.

- 8 Примеры верного решения:

Пример 1

- 1)  $700 \cdot 2 = 1400$  (м) — проехали верхом и проплыли;
- 2)  $3000 - 1400 - 400 = 1200$  (м) — прошли через лес.

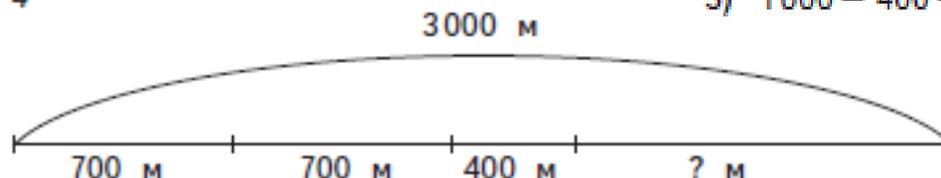
Пример 2

$$3000 - (700 + 700 + 400) = 1200 \text{ (м) — прошли через лес.}$$

Пример 3

- 1)  $3 \text{ км} = 3000 \text{ м,}$
- 2)  $3000 - 700 \cdot 2 = 1600$  (м) — прошли по дороге и через лес;
- 3)  $1600 - 400 = 1200$  (м) — прошли через лес.

Пример 4



$$3000 - 700 - 700 - 400 = 1200 \text{ (м) — прошли через лес.}$$

Допускается другая последовательность действий, обоснованно приводящая к верному ответу.

Ответ: 1200 м.

# Поиск и исследование

## 1. Заполни таблицы на основе текста.

Петя и Дима соревнуются в двоеборье: бег 60 м, прыжок в длину с разбега. Петя пробежал 60 метров за 10 секунд, Дима показал результат на 1 секунду хуже. Дима прыгнул на 295 см. Димин результат на 10 см лучше результата Пети.

Таблицы результатов двоеборья

Участник	Бег (с)	Прыжки в длину с разбега (см)
Петя		
Дима		

Вид соревнований	Петя	Дима
Бег (с)		
Прыжки в длину с разбега (см)		

## 2. Найди и исправь ошибки в заполнении таблиц на основе текста.

Петя и Дима соревнуются в двоеборье: бег 60 м, ...

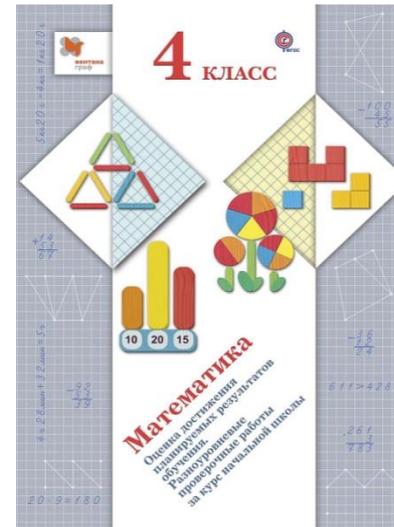
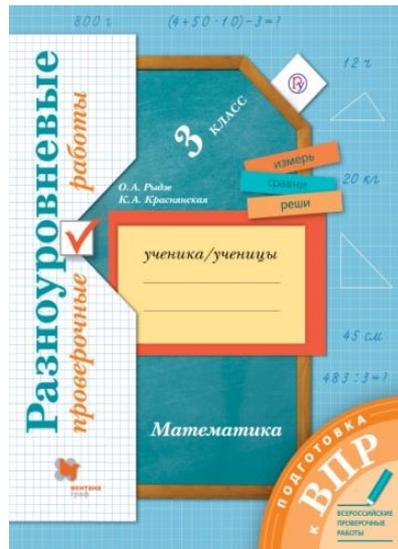
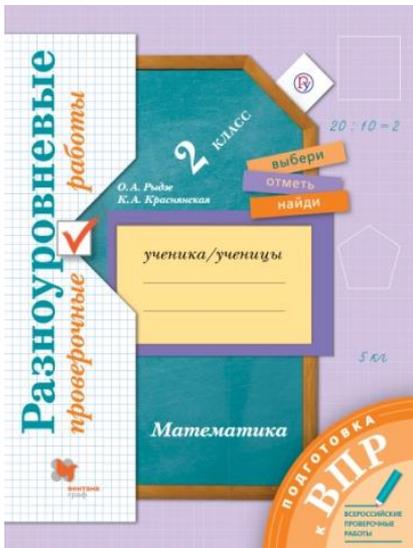
Таблицы результатов двоеборья

Участник	Бег (с)	Прыжки в длину с разбега (см)
Петя	10	305
Дима	9	295

Вид соревнований	Петя	Дима
Бег (с)	10	11
Прыжки в длину с разбега (см)	305	295

# Разноуровневые проверочные работы.

«Подготовка к ВПР. Математика. 4 класс. Разноуровневые проверочные работы». Авторы: О.А. Рыздзевская, К.А. Краснянская



## Работа № 1. Одноуровневая.

Задания базового уровня.

Контроль освоения планируемых результатов в соответствии с требованиями «ученик научится».

## Работа № 2. Двухуровневая.

Задания базового и повышенного уровня.

Контроль способности применять знания в стандартных и нестандартных ситуациях.

## Работа № 3. Трехуровневая.

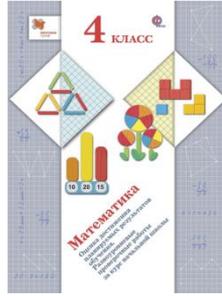
Задания базового, повышенного, высокого уровня в соответствии с требованиями «ученик научится» и *«ученик получит возможность научиться»*.



# Кодификатор

Код	Проверяемые умения	Номер работы и задания
<b>1. Раздел «Числа и величины»</b>		
1.1. Выпускник научится		
1.1.1	Читать, записывать, характеризовать, сравнивать, упорядочивать числа от нуля до миллиона	ПР-1, № 1
1.1.2	Устанавливать закономерность — правило, по которому составлена последовательность чисел (фигур, предметов), составлять конечную последовательность по заданному или самостоятельно выбранному правилу (увеличение/уменьшение числа на несколько единиц, увеличение/уменьшение числа в несколько раз)	ПР-1, № 15, ПР-2, № 1, ПР-3, № 10
1.1.3	Группировать числа (фигуры) по заданному или самостоятельно установленному основанию (правилу)	ПР-1, № 4, ПР-2, № 19
1.1.4	Читать, различать, записывать и сравнивать величины: масса (тонна, центнер, килограмм, грамм); вместимость (литр); время (час, минута, секунда); длина (километр, метр, дециметр, сантиметр, миллиметр); площадь (квадратный метр, квадратный сантиметр); скорость (километр в час, метр в час); переходить от одних единиц измерения к другим, используя следующие основные единицы измерения величин и соотношения между ними (килограмм — грамм; час — минута, минута — секунда; километр — метр, метр — дециметр, дециметр — сантиметр, метр — сантиметр, сантиметр — миллиметр, километров в час — метров в час); выбирать единицу для измерения данной величины (массы, стоимости, времени в сюжетной ситуации), объяснять свои действия	ПР-1, № 21, 22, ПР-2, № 1, 12, ПР-3, № 1
1.2. Выпускник получит возможность научиться		
1.2.1	Классифицировать числа (геометрические фигуры) по нескольким (более двух) основаниям, объяснять свои действия	ПР-2, № 19

# Работа № 1



Задание №5. Гена за 5 мин прошёл 300 м. Сколько метров он пройдёт мин, если будет идти с такой же скоростью? Запиши решение и ответ.

Задание №7. В кружке юных астронавтов занимаются 12 девочек, что составляет треть от числа всех мальчиков, занимающихся в кружке. Сколько мальчиков занимаются в этом кружке?

Ответ: \_\_\_\_\_ м.

Задание №18. В автобусе было 35 пассажиров. На остановке вышли 14 пассажиров, а 12 пассажиров вошли. Сколько пассажиров стало в автобусе?

Укажи два верных решения.

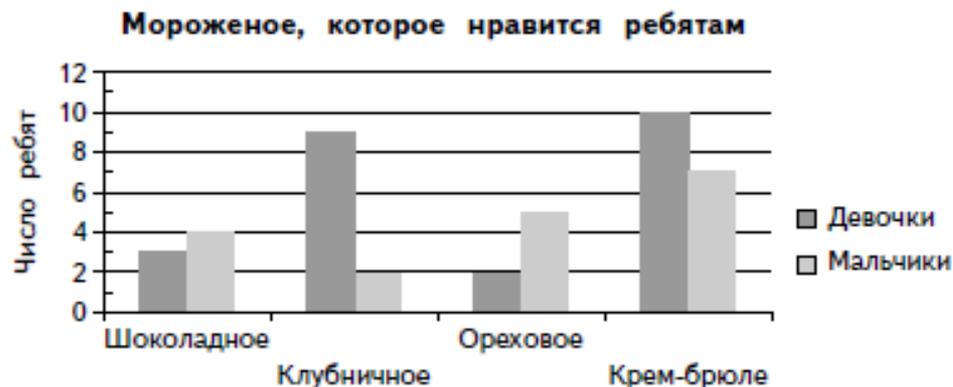
*Первое решение*    *Второе решение*    *Третье решение*    *Четвертое решение*

14 – 12 = 2 (п.)            1) 14 – 12 = 2 (п.)            1) 35 + 12 = 47 (п.)            1) 35 – 12 = 23 (п.)

35 – 2 = 33 (п.)            2) 35 + 2 = 37 (п.)            2) 47 – 14 = 33 (п.)            2) 23 + 14 = 37 (п.)

Ответ: \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_

25. Учащиеся четвёртых классов собираются праздновать окончание учебного года в школе. Наде поручили узнать, какое мороженое нравится ребятам больше всего. Она опросила всех четвероклассников и полученные данные представила на диаграмме.



- 1) Верно ли, что больше ребят любят шоколадное мороженое, чем ореховое? Запиши ответ и объясни его.

Ответ: \_\_\_\_\_

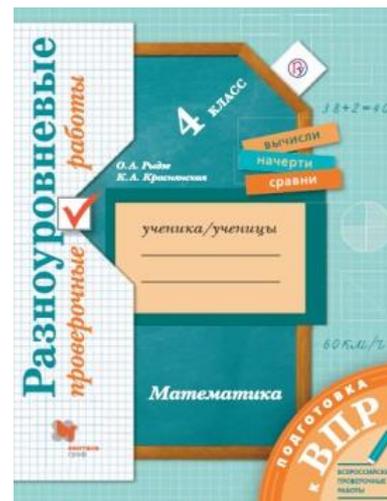
Объяснение: \_\_\_\_\_

- 2) Мороженое крем-брюле продаётся в коробках, по 6 шариков в каждой. Решили, что шарики из одной коробки разделят поровну на троих ребят. Надя подсчитала, что на всех любителей этого мороженого хватит пяти коробок.

Права ли Надя? Запиши ответ и объясни его.

Ответ: \_\_\_\_\_

Объяснение: \_\_\_\_\_



Варианты записи ответа и объяснения.

1) *Ответ: неверно (нет и т. п.).  
Объяснение:  $3 + 4 = 7$  (реб.),  $2 + 5 = 7$  (реб.), одинаковое число ребят любят шоколадное и ореховое мороженое.*

*Или: Шоколадное мороженое — 7 ребят, ореховое — 7 ребят, значит, столько же (или: одинаковое число ребят).*

2) *Ответ: нет (не права и т. п.).  
Объяснение:  $6 : 3 = 2$  (шар.),  $10 + 7 = 17$  (реб.),  $17 \cdot 2 = 34$  (шар.),  $6 \cdot 5 = 30$  (шар.),  $34 > 30$ , значит, 5 коробок не хватит.*

*Или:  $10 + 7 = 17$  (реб.),  $6 \cdot 5 = 30$  (шар.),  $30 : 2 = 15$  (реб.),  $15 < 17$ , значит, 5 коробок не хватит*

3 Варя нужно раскрасить чашку, блюдце, чайник — каждый предмет одним из трёх имеющихся цветов: синим, жёлтым, красным так, чтобы цвета не повторялись. Сколько вариантов получится? Используй два метода решения.

Метод 1. Варя начала составлять таблицу для ответа на вопрос.

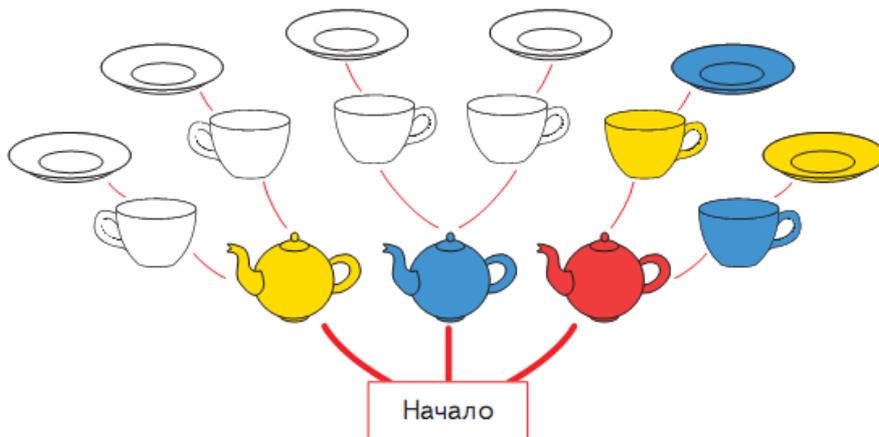
Продолжи заполнение таблицы, ответ на вопрос.



Чашка	Жёлтый								
Блюдце	Красный								
Чайник	синий								

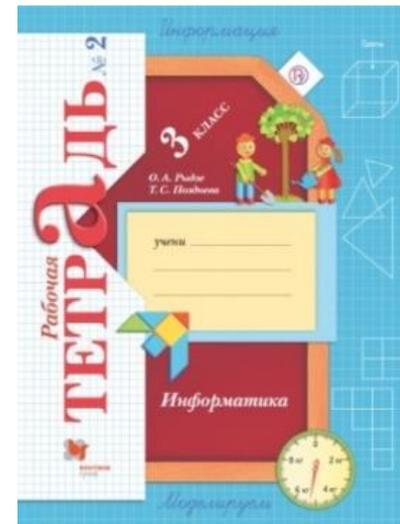
Ответ: \_\_\_\_\_

Метод 2. Варя начала составлять дерево всех решений. Продолжи решение этим методом.



Ответ: \_\_\_\_\_

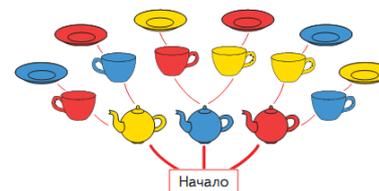
## Поисково-исследовательское задание



С. 53, № 3.

Вариантов всего 6.

Чашка	Жёлтый	Жёлтый	Красный	Красный	Синий	Синий
Блюдце	Красный	Красный	Жёлтый	Синий	Красный	Жёлтый
Чайник	Синий	Синий	Синий	Жёлтый	Жёлтый	Красный



**Спасибо за внимание!**