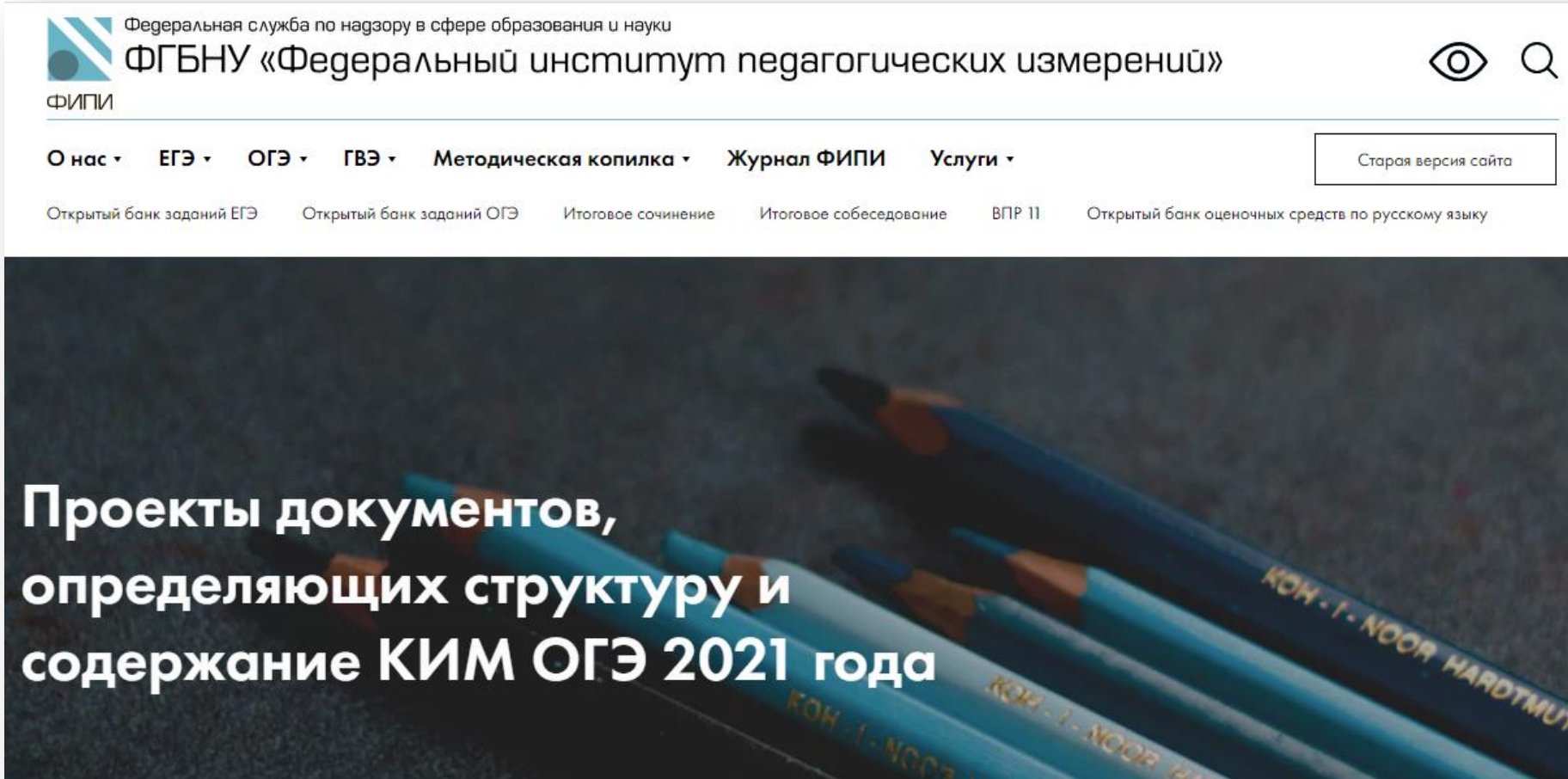


Система подготовки к профильному ЕГЭ по математике. Задания 1-12.

Методические рекомендации обучающимся по организации индивидуальной подготовки к ОГЭ

Методические рекомендации для выпускников по самостоятельной подготовке к ЕГЭ



Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки
ФИПИ
ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»

О нас ▾ ЕГЭ ▾ ОГЭ ▾ ГВЭ ▾ Методическая копилка ▾ Журнал ФИПИ Услуги ▾

Открытый банк заданий ЕГЭ Открытый банк заданий ОГЭ Итоговое сочинение Итоговое собеседование ВПР 11 Открытый банк оценочных средств по русскому языку

Старая версия сайта

**Проекты документов,
определяющих структуру и
содержание КИМ ОГЭ 2021 года**

19 заданий

Часть 1	8 заданий	Базовый уровень с кратким ответом
Часть 2	4 задания	Повышенный уровень с кратким ответом
	7 заданий	Повышенный и высокий уровень с развернутым ответом

3 часа 55 минут (235 минут)

Максимальное количество первичных баллов – 32 балла.

Задания 1–12 по 1 баллу,

Задания 13–15 – максимально по 2 балла,

Задания 16 и 17 – максимально по 3 балла,

Задания 18 и 19 – максимально по 4 балла.

Для прохождения государственной итоговой аттестации по математике профильного уровня необходимо набрать

6 первичных баллов (27 тестовых).

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

На экзамене разрешается пользоваться только теми справочными материалами, которые находятся в работе (пять тригонометрических формул сразу после инструкции по выполнению работы). При выполнении заданий разрешается пользоваться линейкой. Калькулятор на экзамене не используется.

Единый государственный экзамен по математике



- Демонстрационный вариант для базового уровня
- Спецификация для базового уровня
- Кодификатор требований
- Кодификатор элементов
- Демонстрационный вариант для профильного уровня
- Спецификация для профильного уровня



В демонстрационном варианте представлены конкретные примеры заданий, не исчерпывающие всего многообразия возможных формулировок заданий на каждой позиции варианта экзаменационной работы.

ЕГЭ 2021 по математике (профильный уровень)

Рекомендуется использовать следующую таблицу, включающую все темы и элементы содержания, которые могут быть проверены на едином государственном экзамене по математике

№ задания	Элементы содержания	Пройдено	Необходимо изучить / повторить
Часть 1			
Алгебра			
1	Целые, дробные числа, действия с рациональными числами, проценты		
Уравнения и неравенства			
5	Квадратные, рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические уравнения		
Функции			
2	Табличное и графическое представление данных. График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях		
Начала математического анализа			
7	По графику: геометрический смысл производной, уравнение касательной; применение производной к исследованию функции		
Геометрия			
3	Геометрия на «клетках»: длина отрезка, величина угла, площадь фигуры		
6	Треугольник, параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция, окружность и круг: длина отрезка, величина угла, площадь фигуры		
8	Призма, пирамида, многогранники, цилиндр, конус, шар и сфера: длина, величина угла, площадь, объём		

ЕГЭ 2021 по математике (профильный уровень)

№ задания	Элементы содержания	Пройдено	Необходимо изучить / повторить
Часть 1			
Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей			
4	Вероятность события		
Часть 2			
Алгебра			
9	Значение выражения: рационального, иррационального, тригонометрического, показательного, логарифмического		
17	Решение задачи с экономическим содержанием, задачи на оптимальный выбор		
19	Построение и исследование математических моделей		
Уравнения и неравенства			
10	Работа с формулой – применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки		
11	Решение текстовой задачи		
13	Решение рационального, тригонометрического, показательного, логарифмического уравнения; решение рациональных неравенств		
15	Решение рационального, показательного, логарифмического неравенства		
Функции			
18	Элементарное исследование функций, решение уравнений и неравенств		
Начала математического анализа			
12	Применение производной к исследованию функции		
Геометрия			
14	Решение стереометрической задачи		
16	Решение планиметрической задачи		

ЕГЭ 2021 по математике (профильный уровень)

№ задания	Элементы содержания	Уровень	Примерное время выполнения задания выпускником, изучавшим математику на базовом уровне, в минутах	Примерное время выполнения задания выпускником, изучавшим математику на профильном уровне, в минутах
1	Целые, дробные числа, действия с рациональными числами, проценты	Б	5	2
2	Табличное и графическое представление данных. График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях	Б	5	2
3	Геометрия на «клетках»: длина отрезка, величина угла, площадь фигуры	Б	5	2
4	Вероятность события	Б	5	3
5	Квадратные, рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические уравнения	Б	5	3

ЕГЭ 2021 по математике (профильный уровень)

№ задания	Элементы содержания	Уровень	Примерное время выполнения задания выпускником, изучавшим математику на базовом уровне, в минутах	Примерное время выполнения задания выпускником, изучавшим математику на профильном уровне, в минутах
6	Треугольник, параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция, окружность и круг: длина отрезка, величина угла, площадь фигуры	Б	10	3
7	По графику: геометрический смысл производной, уравнение касательной; применение производной к исследованию функции	Б	10	5
8	Призма, пирамида, многогранники, цилиндр, конус, шар и сфера: длина, величина угла, площадь, объём	Б	10	5

ЕГЭ 2021 по математике (профильный уровень)

№ задания	Элементы содержания	Уровень	Примерное время выполнения задания выпускником, изучавшим математику на базовом уровне, в минутах	Примерное время выполнения задания выпускником, изучавшим математику на профильном уровне, в минутах
9	Значение выражения: рационального, иррационального, тригонометрического, показательного, логарифмического	П	10	5
10	Работа с формулой – применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки	П	15	5
11	Решение текстовой задачи	П	20	10
12	Применение производной к исследованию функции	П	20	10

120 минут

55 минут

Этапы индивидуальной подготовки

1. Определить свой уровень подготовки

- Решить три-пять разных вариантов, соответствующих демонстрационному варианту ЕГЭ профильного уровня 2021 г.
- Результаты занести в лист достижений – таблицу, в которой столбик – вариант (номер варианта, работы), строчки – номера заданий, например, обозначая правильные ответы знаком «+», а неправильные – знаком «-».

Лист достижений

Задания	Варианты				
	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

Этапы индивидуальной подготовки

1. Определить свой уровень подготовки

ЛИСТ ДОСТИЖЕНИЙ (ПРИМЕР)

№	Проверяемые элементы содержания	КЭС (fipi.ru)	Вариант				
			1	2	3	4	5
ЧАСТЬ 1							
Время выполнения заданий части 1			10 мин	15 мин	20 мин	15 мин	15 мин
1	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	1.1.1, 1.1.3, 2.1.12	–	–	+	+	+
2	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	3.1–3.3, 6.2.1	–	–	–	–	+
3	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	5.1, 5.5	+	+	+	+	+
4	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	6.3	–	+	+	–	–
5	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1	+	+	+	+	+
6	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	5.1.1–5.1.4, 5.5.1–5.5.5	–	+	+	+	+
7	Уметь выполнять действия с функциями	4.1–4.3					–
8	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	5.2–5.5	–	+	+	–	+
ИТОГО (часть 1)			2	5	6	4	6

Этапы индивидуальной подготовки

1. Определить свой уровень подготовки

Пять групп участников с разными уровнями математической подготовки

Группа минимального уровня подготовки
выполняют не более пяти заданий (соответствует 23 тестовым баллам).
Выпускники не обладают математическими умениями на базовом, бытовом и общественно значимом уровне.

Группа первого базового уровня подготовки
выполняют от шести заданий (27 тестовых баллов) до десяти заданий (50 тестовых баллов).
Выпускники освоили курс математики на базовом уровне, но не имеют достаточной подготовки для продолжения образования по техническим специальностям.

Группа второго базового уровня подготовки
получают от 11 первичных баллов (56 тестовых баллов) до 13 первичных баллов (68 тестовых баллов).
Выпускники успешно освоили базовый курс математики и могут быть зачислены на технические специальности большинства вузов.

Группа повышенного уровня подготовки
получают от 14 первичных баллов (70 тестовых баллов) до 22 первичных баллов (86 тестовых баллов).
Выпускники успешно освоили курс математики и имеют достаточный уровень математической подготовки для продолжения образования по большинству специальностей, требующих повышенной и высокой математической компетентности.

Группа высокого уровня подготовки
получают от 23 первичных баллов (88 тестовых баллов) до 32 первичных баллов (100 тестовых баллов).
Выпускники успешно освоили курс математики и имеют достаточный уровень математической подготовки для продолжения образования с самыми высокими требованиями к математической компетентности.

2. Сформулировать цель сдачи экзамена

- Пройти государственную итоговую аттестацию (набрать не менее 6 первичных баллов) – выполнять задания части 1 (8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности).
- Поступить в вуз, который не предъявляет высоких требований к уровню математической подготовки абитуриентов – может хватить 60 баллов – решить все задания с кратким ответом.
- Поступить в вуз, который не предъявляет высоких требований к уровню математической подготовки абитуриентов, но требует набрать более 60 баллов, кроме всех заданий с кратким ответом, нужно уверенно решать два-три задания с развёрнутым ответом.
- Поступить в вуз с большим конкурсом, который предъявляет высокие требования к уровню математической подготовки абитуриентов, следует подготовиться к успешному выполнению почти всех заданий экзаменационной работы.

2. Сформулировать цель сдачи экзамена

Структура экзаменационной работы соответствует этим разным целям сдачи экзамена:

- первые восемь заданий рассчитаны на тех, кто хочет лишь преодолеть минимальный балл или планирует поступать в вузы с минимальными требованиями к результатам ЕГЭ профильного уровня;
- верное выполнение следующих четырёх заданий позволит претендовать на поступление в массовые технические вузы с невысоким конкурсом;
- выполнение следующих четырёх заданий позволяет бороться за место в ведущих региональных университетах и в ведущих вузах страны на специальности со средним конкурсом;
- последние три задания позволят показать высокий уровень математической подготовки и побороться за место в ведущих вузах страны на специальности с высоким конкурсом.

3. Выстроить стратегию подготовки к экзамену

Если цель – только сдать экзамен, а уровень подготовки – минимальный или базовый, то нужно тренироваться выполнять задания, которые хорошо получаются, добиваться стабильного верного их решения. При переходе к решению новых задач сначала изучите материал по учебникам, а затем с использованием видеоуроков, печатных и электронных учебных пособий переходите к решению задач. В первую очередь следует обратить внимание на правильность понимания вопроса задания, верность вычислений.

3. Выстроить стратегию подготовки к экзамену

Цель– поступить в вуз, не предъявляющий высоких требований к уровню математической подготовки абитуриентов.

Среди первых 12 заданий с кратким ответом нужно выявить (с помощью листа достижений) те задания, которые Вы можете выполнить, содержание которых Вам понятно, и продолжать их решать, доводя до получения стабильного верного результата. Потом нужно переходить к тем заданиям, выполнение которых вызывает затруднения, и с помощью учебника и пособий попробовать понять причину затруднения. При выполнении таких заданий простая сверка полученного ответа с эталонным ничего не даёт, нужно учиться их решать с помощью печатных и электронных учебных пособий.

3. Выстроить стратегию подготовки к экзамену

Цель– поступить в вуз, не предъявляющий высоких требований к уровню математической подготовки абитуриентов.

Оптимальная стратегия подготовки к экзамену – набрать из открытых банков заданий по всем 12 линиям заданий с кратким ответом, из них на каждый день составлять себе тренировочный вариант, решать каждое задание, выполняя все шаги, засекая время выполнения. Отдельно рассмотреть решение заданий, которые не получились, зафиксировать эти задания, чтобы вновь решать их через какое-то время. Торопиться при решении не надо! Решать варианты и задания нужно самостоятельно – без калькулятора, справочников, Интернета, звонков другу...

Этапы индивидуальной подготовки

3. Выстроить стратегию подготовки к экзамену

Цель– поступить в вуз, где требуются высокие и очень высокие баллы.

Нужно учиться решать задания всего варианта. На выполнение всех заданий с кратким ответом нужно отводить 40–60 минут, торопиться не надо, это ведёт к вычислительным ошибкам, особенно при счёте в уме, невнимательному прочтению условия. В конечном итоге это приводит к потере баллов.

Оптимальная стратегия подготовки к экзамену – тематическая подготовка, основанная на материалах открытого банка ФИПИ, сборниках, прошедших научно-методическую оценку ФИПИ, и других авторитетных источников. Тренировочные варианты следует решать не более двух раз в неделю, отдельно решая задания по темам, которые усвоены плохо.

Этапы индивидуальной подготовки

4. Выстроить график подготовки к экзамену

Заниматься математикой нужно постоянно,
желательно каждый день,
чередую повторение тем с решением полных вариантов.

4. Выстроить график подготовки к экзамену

Оптимальный график подготовки к экзамену для тех, кто выбирает «60 минус»

- набрать из открытых банков или готовых пособий типы заданий по всем 12 заданиям с кратким ответом, из них на каждый день составлять себе тренировочный вариант,
- решать каждое задание, выполняя все шаги, засекая время выполнения,
- отдельно рассмотреть решение заданий, которые не получились, чтобы вновь решать их через какое-то время.

Занятие по математике должно продолжаться столько, чтобы успеть выполнить всё запланированное.

4. Выстроить график подготовки к экзамену

Оптимальный график подготовки к экзамену для тех, кто выбирает «60 плюс» –

- набрать из открытых банков или печатных учебных пособий тренировочные варианты и каждый день выполнять не более одного варианта, отдельно решая задания по тем темам, которые усвоены плохо.
- на каждом занятии нужно решать как задания по алгебре, так и задания по геометрии.

Нужно накапливать опыт решения задач.

Задание 1.

Оптовая цена учебника 160 р. Розничная цена на 40 % выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 5000 р.?

Задание 1.

Оптовая цена учебника 160 р. Розничная цена на 40 % выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 5000 р.?

Решение.

$160 + 160 \cdot 0,4 = 224$ (р.) – розничная цена;

Задание 1.

Оптовая цена учебника 160 р. Розничная цена на 40 % выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 5000 р.?

Решение.

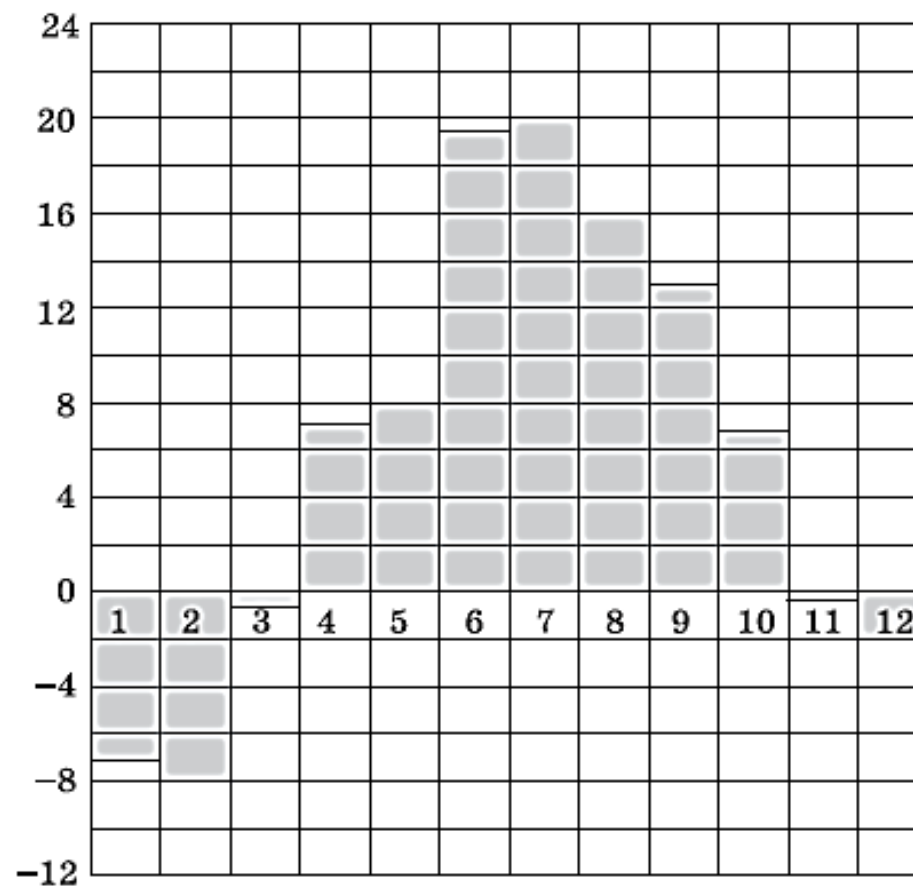
$160 + 160 \cdot 0,4 = 224$ (р.) – розничная цена;

$$\frac{5000}{224} = \frac{625}{28} = 22\frac{9}{28}$$

Задание 2

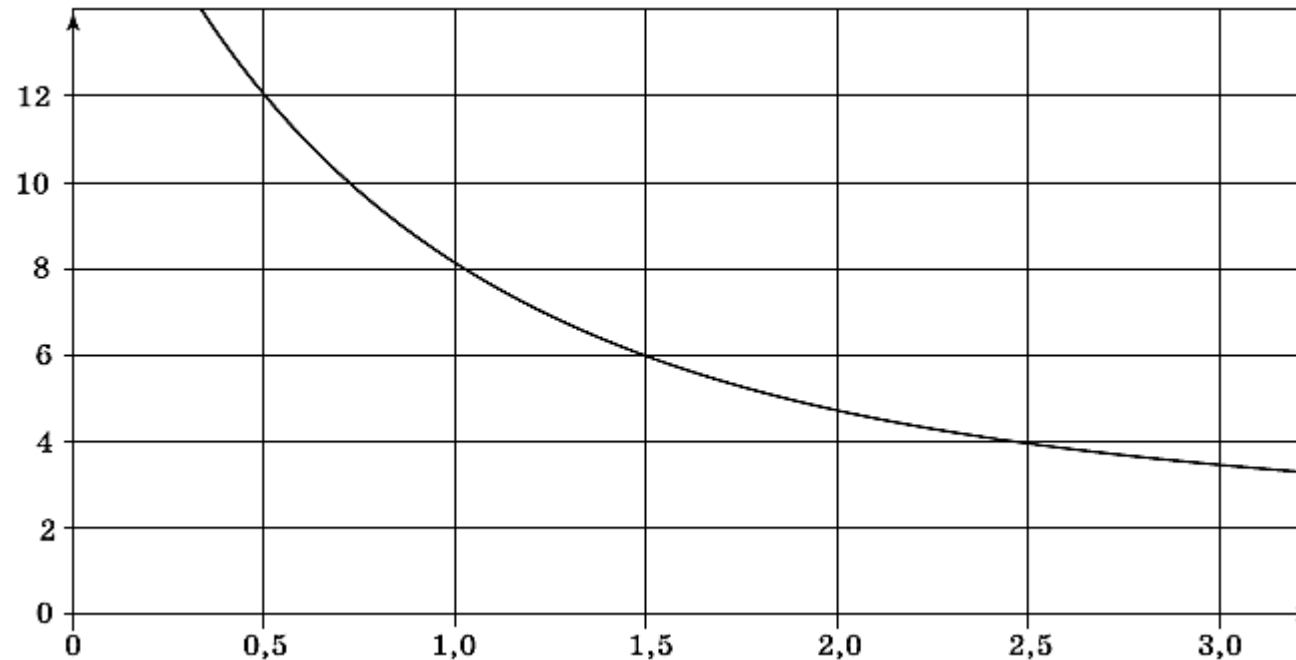
На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 г. По горизонтали указаны номера месяцев, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько месяцев с положительной среднемесячной температурой было в Санкт-Петербурге в 1999 г.

Ответ. 7



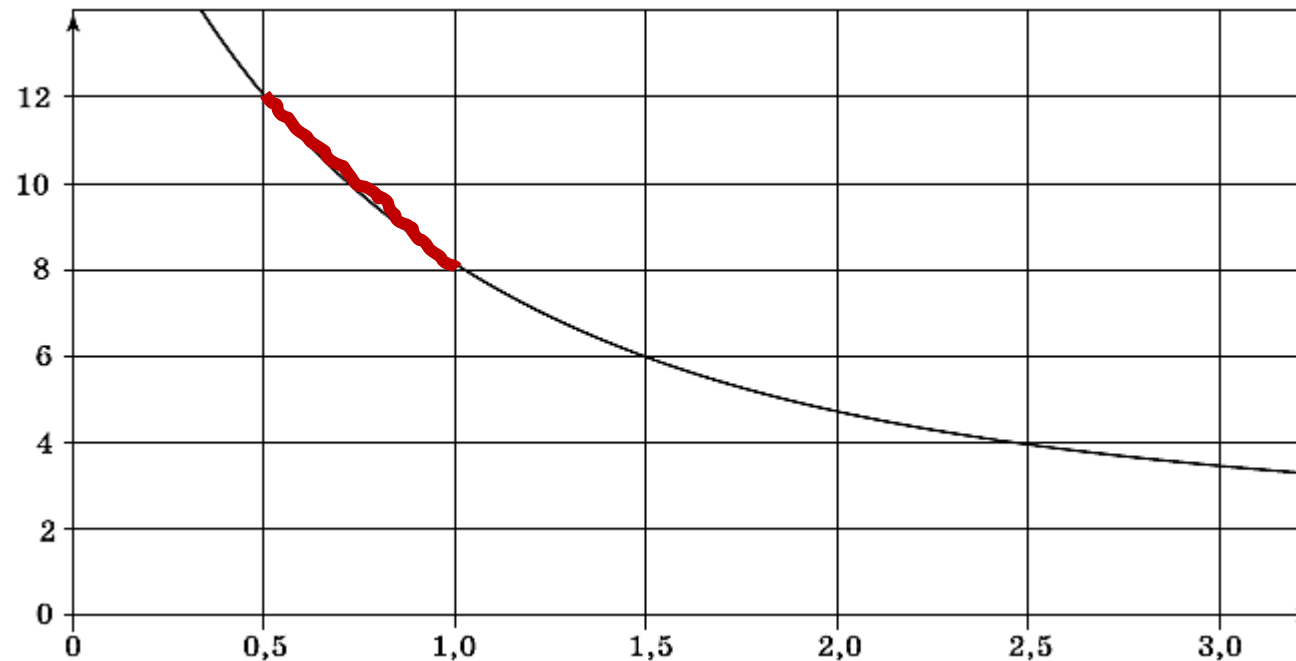
Задание 2

На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в Ом), на оси ординат — сила тока (в А). На сколько ампер изменится сила тока, если увеличить сопротивление с 0,5 до 1 Ом?



Задание 2

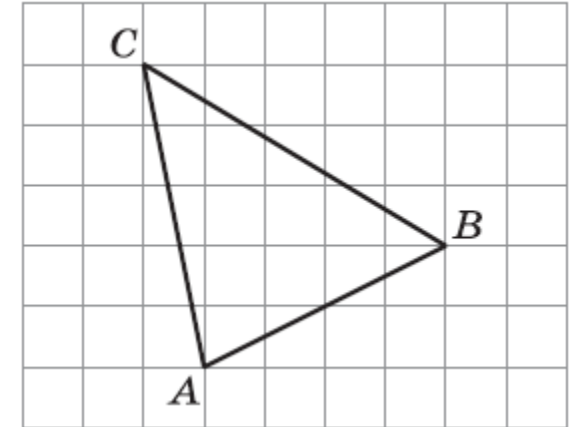
На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в Ом), на оси ординат — сила тока (в А). На сколько ампер изменится сила тока, если увеличить сопротивление с 0,5 до 1 Ом?



Ответ. 4

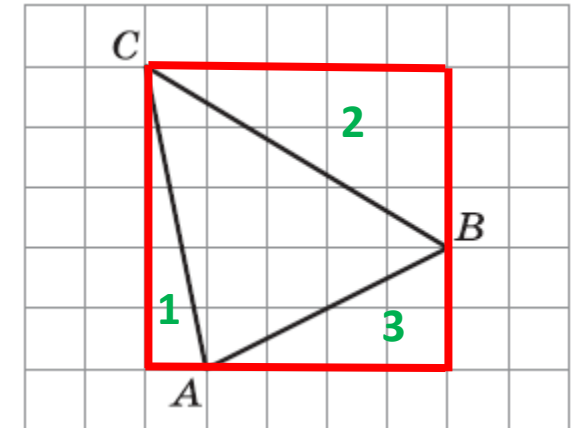
Задание 3

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите его площадь.



Задание 3

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите его площадь.



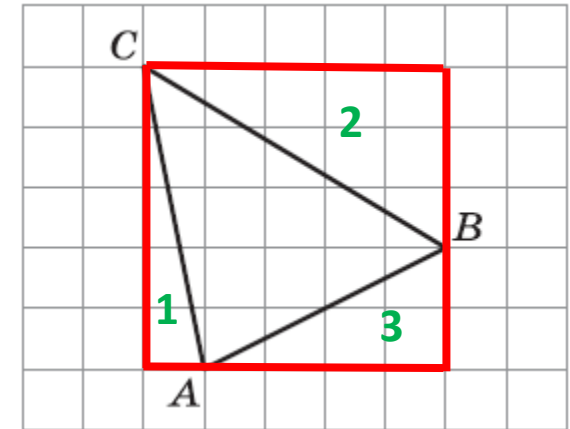
Задания, на которые необходимо обратить особое внимание

Задание 3

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите его площадь.

Решение.

$$S_{\triangle ABC} = S_{\text{кв.}} - S_1 - S_2 - S_3$$



Задание 4.

Библиотечка состоит из десяти различных книг, причём пять книг стоят по 200 р. каждая, три книги — по 50 р. и две книги — по 100 р. Найдите вероятность того, что две книги, взятые наудачу, стоят 250 р. Ответ округлите до сотых.

Задание 4.

Библиотечка состоит из десяти различных книг, причём пять книг стоят по 200 р. каждая, три книги — по 50 р. и две книги — по 100 р. Найдите вероятность того, что две книги, взятые наудачу, стоят 250 р. Ответ округлите до сотых.

Решение.

Первая взятая книга стоит 200 рублей, вторая 50.

Или первая взятая книга стоит 50 рублей, вторая 200.

Задание 4.

Библиотечка состоит из десяти различных книг, причём пять книг стоят по 200 р. каждая, три книги — по 50 р. и две книги — по 100 р. Найдите вероятность того, что две книги, взятые наудачу, стоят 250 р. Ответ округлите до сотых.

Решение.

Первая взятая книга стоит 200 рублей, вторая 50.

Или первая взятая книга стоит 50 рублей, вторая 200.

$$P_1 = \frac{5}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{15}{90}; \quad P_2 = \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{15}{90}.$$

$$P_1 + P_2 = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$$

Задание 4.

Библиотечка состоит из десяти различных книг, причём пять книг стоят по 200 р. каждая, три книги — по 50 р. и две книги — по 100 р. Найдите вероятность того, что две книги, взятые наудачу, стоят 250 р. Ответ округлите до сотых.

Решение.

Первая взятая книга стоит 200 рублей, вторая 50.

Или первая взятая книга стоит 50 рублей, вторая 200.

$$P_1 = \frac{5}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{15}{90}; \quad P_2 = \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{15}{90}.$$

$$P_1 + P_2 = \frac{30}{90} = \frac{1}{3} \approx 0,33$$

4	0	,	3	3															
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Задание 5. Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{2}{3x-45}} = \frac{1}{7\sqrt{3}}$.

Задание 5. Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{2}{3x-45}} = \frac{1}{7\sqrt{3}}$.

Решение.

$$\sqrt{\frac{2}{3x-45}} = \frac{1}{7\sqrt{3}};$$

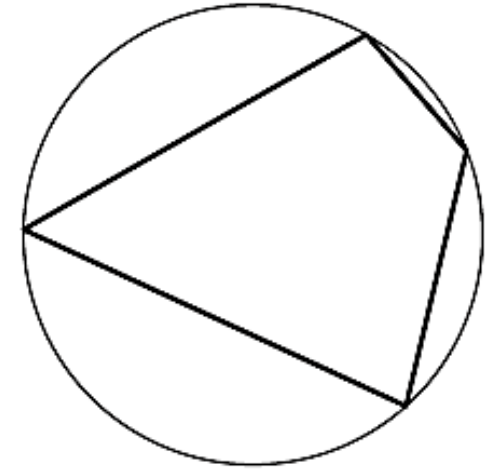
$$\frac{2}{3x-45} = \frac{1}{147};$$

$$3x - 45 = 294;$$

$$x = 113.$$

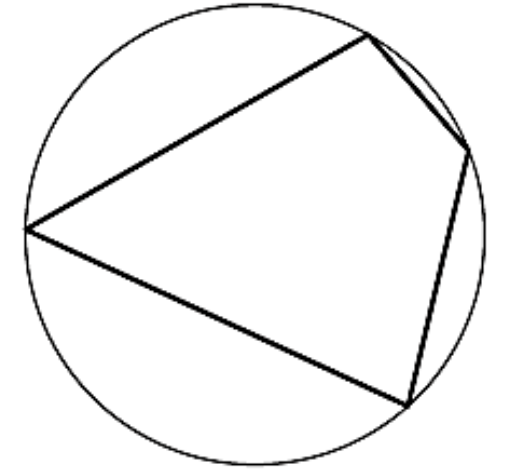
Задание 6

Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 16° и 33° . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



Задание 6

Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 16° и 33° . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



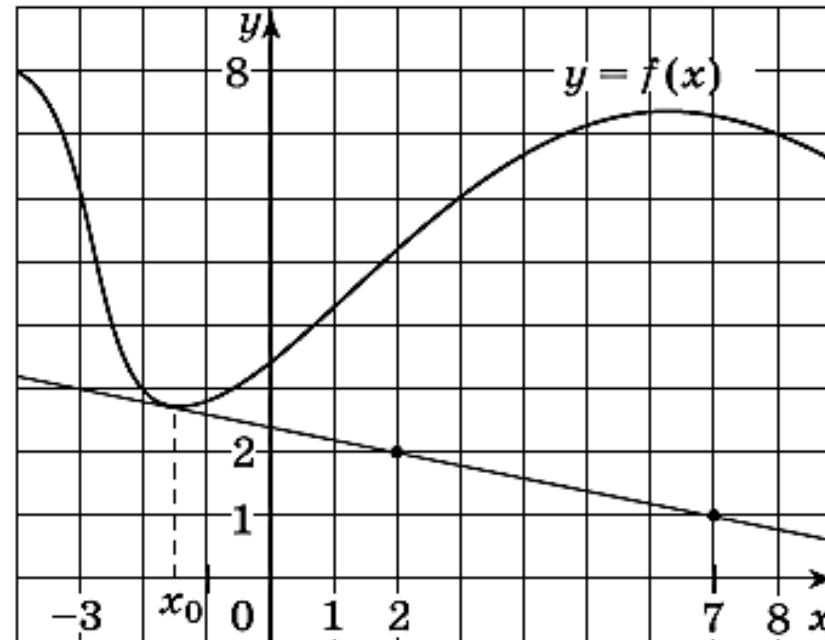
Решение.

Сумма противоположных углов вписанного четырехугольника равна 180° . Больший из оставшихся углов лежит напротив меньшего из указанных в условии. Поэтому он равен $180^\circ - 16^\circ = 164^\circ$.

Ответ. 164

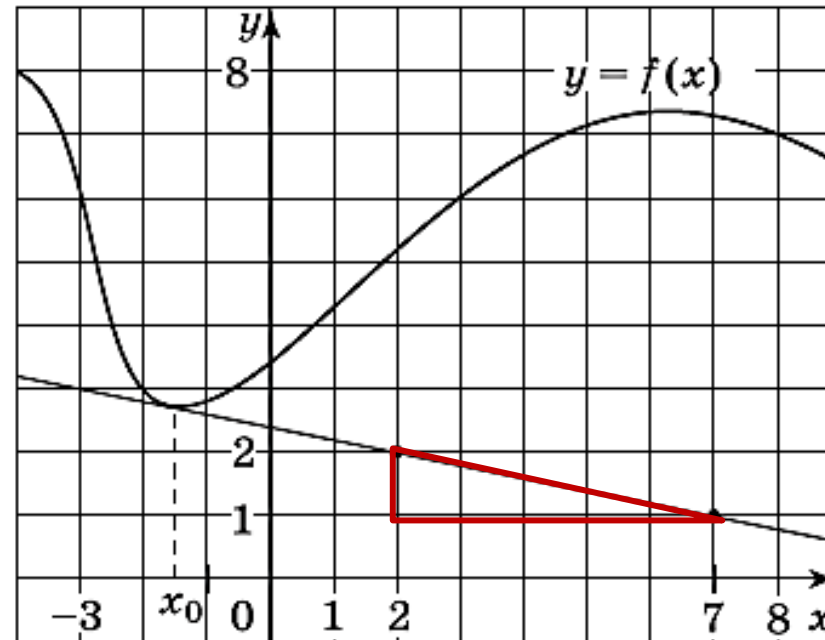
Задание 7

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Задание 7

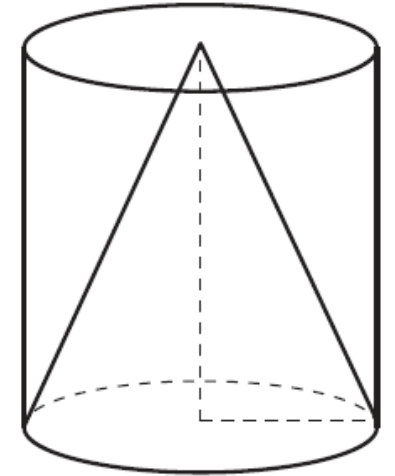
На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ. -0,2

Задания, на которые необходимо обратить особое внимание

Задание 8 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём цилиндра равен 27. Найдите объём конуса.



Задания, на которые необходимо обратить особое внимание

Задание 8 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объем цилиндра равен 27. Найдите объем конуса.

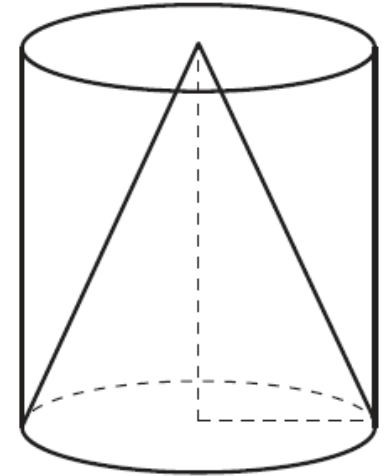
Решение.

Объем конуса равен $V = \frac{1}{3}Sh$

где S — площадь основания, а h — высота конуса.

Объем цилиндра равен $V = Sh$ и поэтому он в 3 раза больше объема конуса.

Таким образом, объем конуса равен 9.



Ответ. 9

Задание 9

Найдите значение выражения $\frac{\log_{11} 5}{\log_{11} 14} + \log_{14} 0,2$.

Решение.

$$\frac{\log_{11} 5}{\log_{11} 14} + \log_{14} 0,2 = \log_{14} 5 + \log_{14} 0,2 = \log_{14} 1 = 0.$$

Ответ. 0

Задание 10 Автомобиль, двигавшийся со скоростью $v_0 = 27$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 4,5$ м/с². Определите время, прошедшее от момента начала торможения до полной остановки, если известно, что за это время автомобиль проехал 81 м. Тормозной путь, время торможения и ускорение связаны формулой $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$. Ответ выразите в секундах.

Задание 10 Автомобиль, двигавшийся со скоростью $v_0 = 27$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 4,5$ м/с². Определите время, прошедшее от момента начала торможения до полной остановки, если известно, что за это время автомобиль проехал 81 м. Тормозной путь, время торможения и ускорение связаны формулой $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$. Ответ выразите в секундах.

Решение.

$$81 = 27t - \frac{4,5t^2}{2};$$

Задание 10 Автомобиль, двигавшийся со скоростью $v_0 = 27$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 4,5$ м/с². Определите время, прошедшее от момента начала торможения до полной остановки, если известно, что за это время автомобиль проехал 81 м. Тормозной путь, время торможения и ускорение связаны формулой $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$. Ответ выразите в секундах.

Решение.

$$81 = 27t - \frac{4,5t^2}{2};$$

$$81 = 27t - \frac{9t^2}{4}; \left(\cdot \frac{4}{9} \right)$$

Задание 10 Автомобиль, двигавшийся со скоростью $v_0 = 27$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 4,5$ м/с². Определите время, прошедшее от момента начала торможения до полной остановки, если известно, что за это время автомобиль проехал 81 м. Тормозной путь, время торможения и ускорение связаны формулой $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$. Ответ выразите в секундах.

Решение.

$$81 = 27t - \frac{4,5t^2}{2};$$

$$81 = 27t - \frac{9t^2}{4}; \left(\cdot \frac{4}{9} \right)$$

$$36 = 12t - t^2;$$

Задание 10 Автомобиль, двигавшийся со скоростью $v_0 = 27$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 4,5$ м/с². Определите время, прошедшее от момента начала торможения до полной остановки, если известно, что за это время автомобиль проехал 81 м. Тормозной путь, время торможения и ускорение связаны формулой $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$. Ответ выразите в секундах.

Решение.

$$81 = 27t - \frac{4,5t^2}{2};$$

$$t^2 - 12t + 36 = 0;$$

$$(t - 6)^2 = 0;$$

$$81 = 27t - \frac{9t^2}{4}; \left(\cdot \frac{4}{9} \right)$$

$$t = 6 \text{ (с)}$$

$$36 = 12t - t^2;$$

Задание 11 Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 16 км/ч , проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 4 км/ч , стоянка длится 7 ч , а в исходный пункт теплоход возвращается через 31 ч после отплытия из него. Сколько километров прошёл теплоход за весь рейс?

Задание 11 Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 16 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 7 ч, а в исходный пункт теплоход возвращается через 31 ч после отплытия из него. Сколько километров прошёл теплоход за весь рейс?

Решение.

	Скорость, км/ч	Время, ч	Расстояние, км
По течению	$16 + 4 = 20$	$\frac{S}{20}$	S
Против течения	$16 - 4 = 12$	$\frac{S}{12}$	S
Стоянка	—	7	—

Задание 11 Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 16 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 7 ч, а в исходный пункт теплоход возвращается через 31 ч после отплытия из него. Сколько километров прошёл теплоход за весь рейс?

Решение.

	Скорость, км/ч	Время, ч	Расстояние, км
По течению	$16 + 4 = 20$	$\frac{S}{20}$	S
Против течения	$16 - 4 = 12$	$\frac{S}{12}$	S
Стоянка	—	7	—

Время движения в сумме все составило 31 час. Получаем уравнение:

$$\frac{S}{20} + \frac{S}{12} + 7 = 31.$$

Решив уравнение, получим, что путь в одном направлении составил 180 км.

Тогда за весь рейс туда и обратно теплоход прошел 360 км.

Ответ. 360.

Задание 12

Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 196}$.

Задание 12

Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 196}$.

Решение.

Найдем производную заданной функции:

$$y' = -\left(\frac{x}{x^2 + 196}\right)' = -\frac{1 \cdot (x^2 + 196) - x \cdot (2x)}{(x^2 + 196)^2} = \frac{x^2 - 196}{(x^2 + 196)^2}$$

Задание 12

Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 196}$.

Решение.

Найдем производную заданной функции:

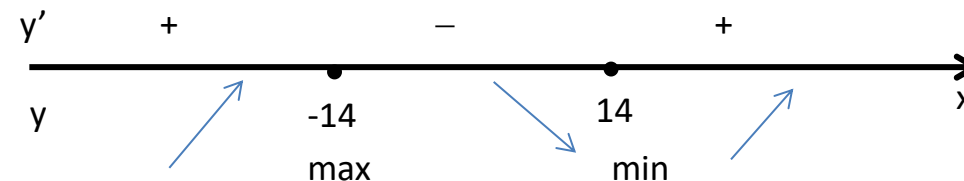
$$y' = -\left(\frac{x}{x^2 + 196}\right)' = -\frac{1 \cdot (x^2 + 196) - x \cdot (2x)}{(x^2 + 196)^2} = \frac{x^2 - 196}{(x^2 + 196)^2}$$

Найдём нули производной:

$$\begin{aligned}x^2 - 196 &= 0, \\x &= \pm 14,\end{aligned}$$

Определим знаки производной функции и изобразим на рисунке поведение функции:

Искомая точка максимума $x = -14$



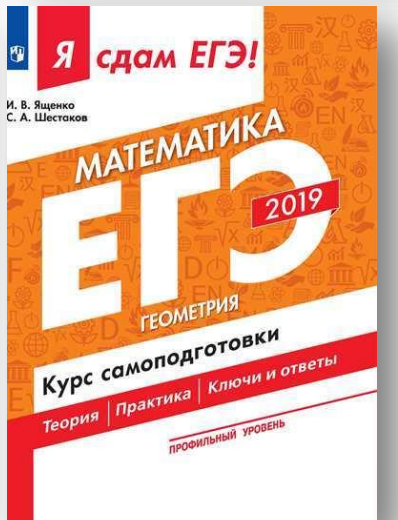
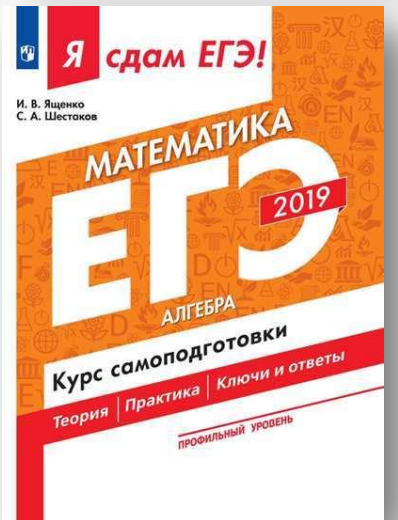
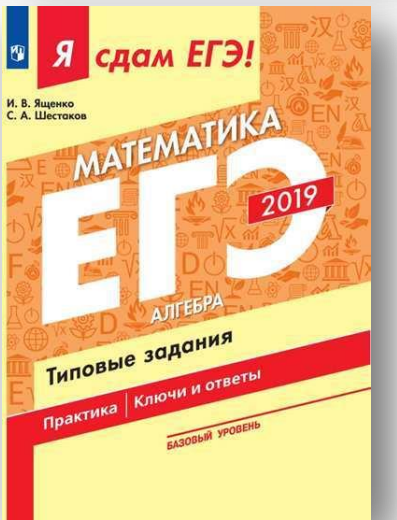
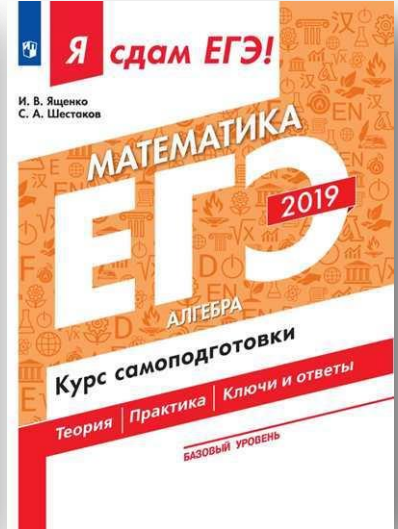
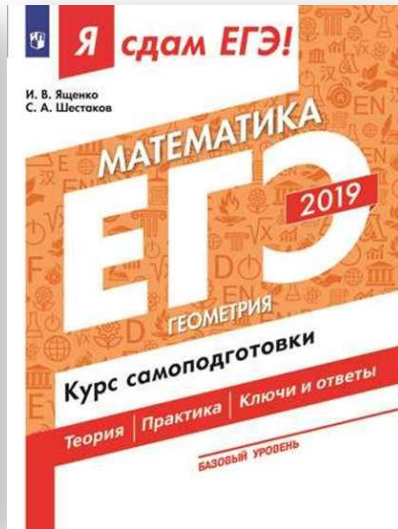
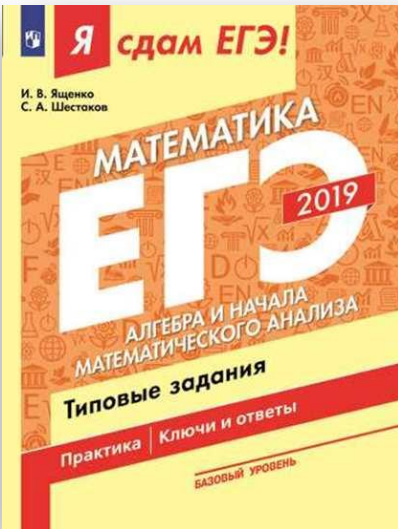
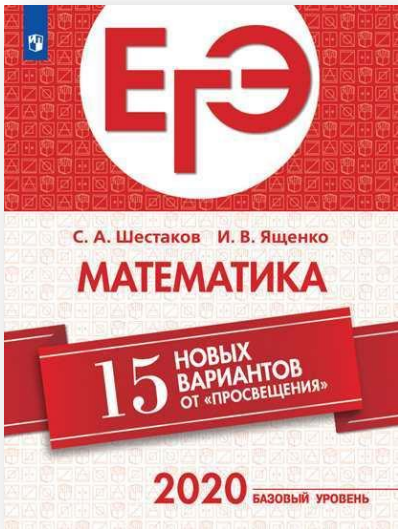
Ответ. -14

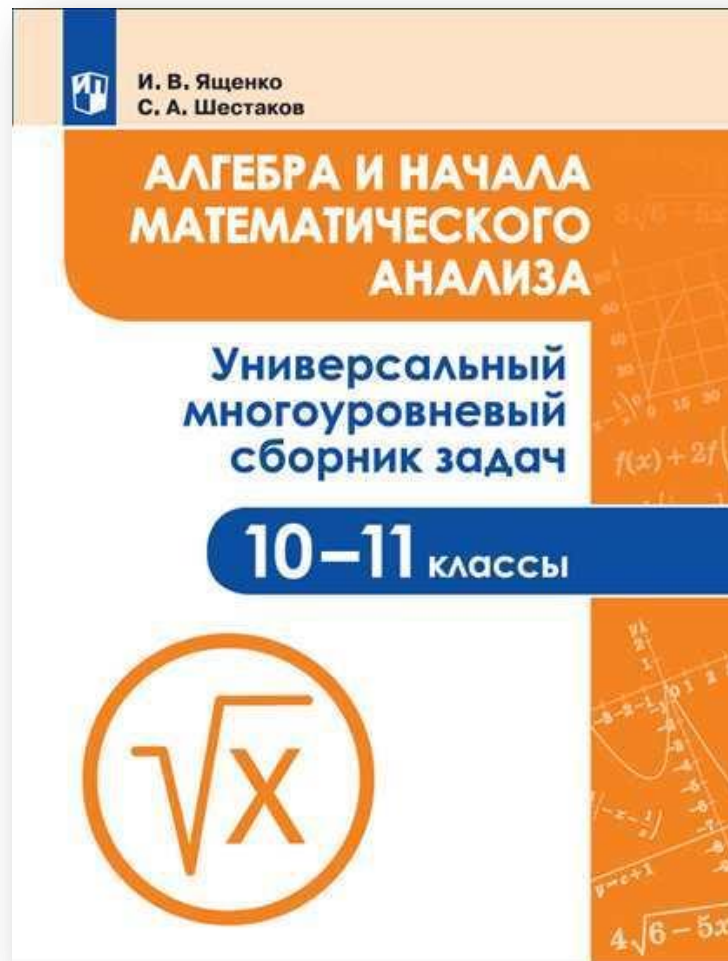
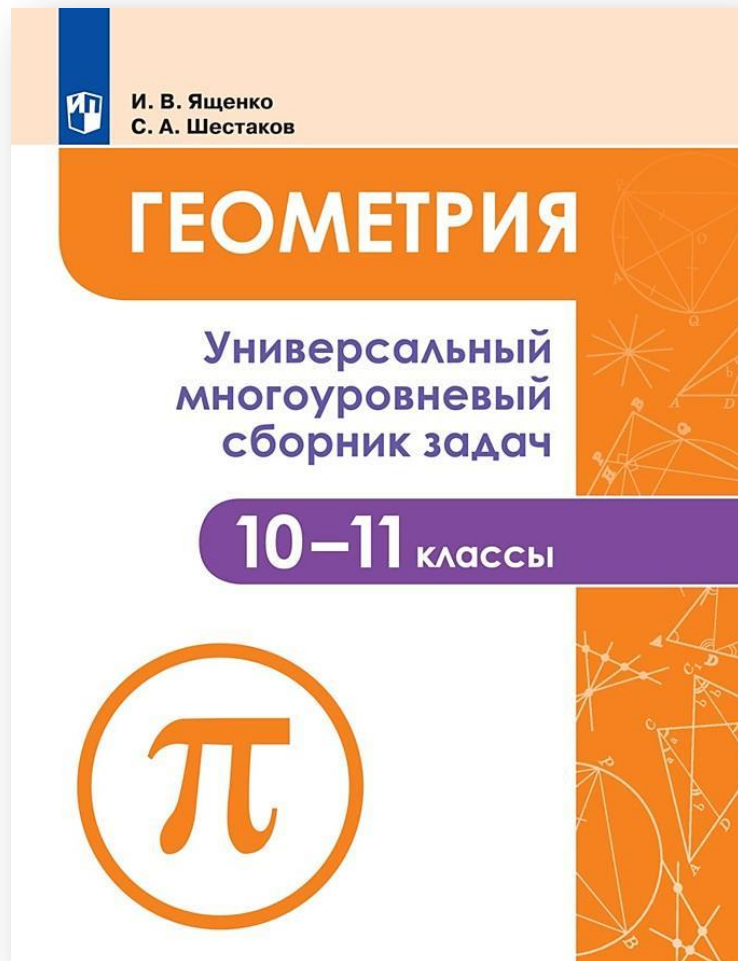
Материалы для подготовки

- демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2021 года по математике. Профильный уровень;
- спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2021 году единого государственного экзамена по математике. Профильный уровень;
- кодификатор требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена по математике;
- кодификатор элементов содержания по математике для составления контрольных измерительных материалов для проведения единого государственного экзамена;



Материалы для подготовки







Дополнительные материалы



★ Ответы к задачку "Геометрия. Универсальный многоуровневый сборник задач 10-11 классы." (Яценко И.В., Шестаков С.А.)

ПЛАНИМЕТРИЯ

Глава 1. Отрезки, углы, треугольники

- 1.1. Отрезки и углы
- 1.2. Равносторонний и равнобедренный треугольники
- 1.3. Прямоугольный треугольник
- 1.4. Произвольный треугольник
- 1.5. Координаты и векторы

Глава 2. Многоугольники

- 2.1. Параллелограмм
- 2.2. Трапеция
- 2.3. Прочие многоугольники
- 2.4. Координаты и векторы

Глава 3. Окружности

- 3.1. Углы и отрезки, связанные с окружностью
- 3.2. Окружность и треугольники
- 3.3. Окружность и многоугольники

СТЕРЕОМЕТРИЯ

Глава 4. Прямые, плоскости, призмы

- 4.1. Призма, её элементы. Правильная треугольная призма
- 4.2. Куб
- 4.3. Прямоугольный параллелепипед
- 4.4. Произвольный параллелепипед
- 4.5. Правильная шестиугольная призма
- 4.6. Произвольные многогранники

Глава 5. Пирамиды

- 5.1. Правильная треугольная пирамида
- 5.2. Правильная четырёхугольная пирамида
- 5.3. Правильная шестиугольная пирамида
- 5.4. Произвольная пирамида
- 5.5. Комбинации многогранников

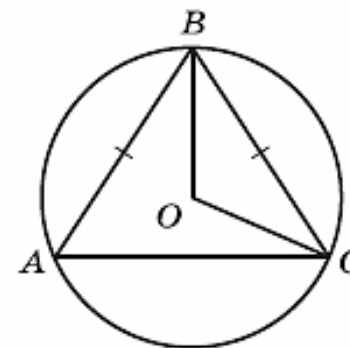
Глава 6. Тела вращения

- 6.1. Цилиндр
- 6.2. Конус
- 6.3. Сфера и шар
- 6.4. Комбинации тел вращения и многогранников

3.2. Окружность и треугольники

Уровень А

- A1. а) В треугольнике ABC стороны $AC = 8$, $BC = 15$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.
- б) В треугольнике ABC стороны $AC = 10$, $BC = 24$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.
- A2. а) В треугольнике ABC стороны $AC = 8$, $BC = 15$, угол C равен 90° . Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.
- б) В треугольнике ABC стороны $AC = 10$, $BC = 24$, угол C равен 90° . Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.
- A3. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB = BC$. Найдите угол BOC , если:
- а) $\angle ABC = 57^\circ$;
- б) $\angle ABC = 25^\circ$.



Уровень В

- В1.** а) Углы B и C треугольника ABC равны 61° и 89° соответственно. Найдите сторону BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 10.
- б) Углы B и C треугольника ABC равны 73° и 77° соответственно. Найдите сторону BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 9.
- В2.** а) Углы B и C треугольника ABC равны 71° и 79° соответственно. Найдите сторону BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 8.
- б) Углы A и B треугольника ABC равны 63° и 87° соответственно. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $AB = 12$.

Уровень С

- С1.** В треугольнике ABC известны длины сторон AB и AC , точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD , если:
- а) $AB = 40$, $AC = 64$; б) $AB = 30$, $AC = 100$.
- С18.** а) Три окружности, радиусы которых равны 2 см, 3 см и 10 см, попарно касаются внешним образом. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, вершинами которого являются центры этих трёх окружностей.
- б) Три окружности, радиусы которых равны 4 см, 8 см и 12 см, попарно касаются внешним образом. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, вершинами которого являются центры этих трёх окружностей.



Дополнительные материалы



Ответы к задачку "Алгебра и начала математического анализа. Универсальный многоуровневый сборник задач." (Яценко И.В., Шестаков С.А.) (457.71 КБ)

Оглавление

Предисловие	3
Глава 1. Числа и числовые выражения	5
1.1. Целые числа и степени с натуральным показателем	—
1.2. Дроби и степени с целым показателем	7
1.3. Корни и степени с дробным показателем	10
1.4. Тригонометрические выражения	13
1.5. Показательные выражения и степени с действительным показателем	16
1.6. Логарифмы и логарифмические выражения	19
Глава 2. Алгебраические выражения	22
2.1. Целые алгебраические выражения	—
2.2. Дробно-рациональные алгебраические выражения	25
2.3. Иррациональные алгебраические выражения	28
2.4. Тригонометрические выражения	32
2.5. Показательные выражения	35
2.6. Логарифмические выражения	38
Глава 3. Уравнения	42
3.1. Целые уравнения	—
3.2. Дробно-рациональные уравнения	44
3.3. Иррациональные уравнения	47
3.4. Тригонометрические уравнения	50
3.5. Показательные уравнения	53
3.6. Логарифмические уравнения	56
Глава 4. Системы уравнений	59
4.1. Системы целых уравнений	—
4.2. Системы, содержащие дробно-рациональные уравнения	62
4.3. Системы, содержащие иррациональные уравнения	65
4.4. Системы, содержащие тригонометрические уравнения	69
4.5. Системы, содержащие показательные уравнения	72
4.6. Системы, содержащие логарифмические уравнения	75
Глава 5. Неравенства и системы неравенств	79
5.1. Целые неравенства и системы целых неравенств	—
5.2. Дробно-рациональные неравенства и системы, содержащие дробно-рациональные неравенства	82
5.3. Иррациональные неравенства и системы, содержащие иррациональные неравенства	86
5.4. Тригонометрические неравенства и системы, содержащие тригонометрические неравенства	88
5.5. Показательные неравенства и системы, содержащие показательные неравенства	91
5.6. Логарифмические неравенства и системы, содержащие логарифмические неравенства	93

Глава 6. Задачи с текстовым условием	97
6.1. Арифметические задачи с практическим содержанием	—
6.2. Задачи на оптимальный выбор	101
6.3. Задачи на движение	110
6.4. Задачи на производительность и работу	119
6.5. Задачи на проценты, части, доли	126
6.6. Задачи на свойства целых чисел	133
Глава 7. Представление данных, статистика, вероятность	146
7.1. Представление данных	—
7.2. Описательная статистика	150
7.3. Случайные опыты с равновероятными элементарными событиями	156
7.4. Операции над событиями. Дерево вероятностей. Независимость событий	158
7.5. Условная вероятность. Формула полной вероятности	162
7.6. Независимые испытания	166
Глава 8. Функции и графики	170
8.1. Чтение графиков реальных зависимостей	—
8.2. Целые рациональные функции	179
8.3. Дробно-рациональные функции	181
8.4. Иррациональные функции	183
8.5. Тригонометрические функции	184
8.6. Показательная функция	187
8.7. Логарифмическая функция	188
Глава 9. Начала математического анализа. Исследование функций	191
9.1. Графические интерпретации	—
9.2. Целые рациональные функции	195
9.3. Дробно-рациональные функции	199
9.4. Иррациональные функции	204
9.5. Тригонометрические функции	209
9.6. Показательная функция	214
9.7. Логарифмическая функция	218
Глава 10. Уравнения и неравенства с параметром и нестандартные уравнения и неравенства	223
10.1. Логический перебор в задачах с параметром	—
10.2. Квадратный трёхчлен в задачах с параметром и нестандартных задачах	225
10.3. Применение свойств функций к решению уравнений и неравенств	228
10.4. Графические интерпретации	230
10.5. Геометрические идеи	232
10.6. Другие методы	235

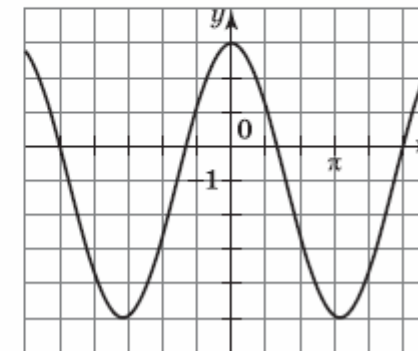
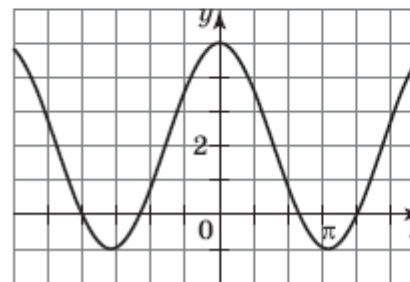
8.5. Тригонометрические функции

Уровень А

- A1.** Какие из следующих утверждений верны?
- 1) График функции $y = \sin x$ симметричен относительно оси абсцисс.
 - 2) График функции $y = \sin x$ симметричен относительно оси ординат.
 - 3) График функции $y = \sin x$ симметричен относительно начала координат.
 - 4) График функции $y = \sin x$ симметричен относительно прямой $y = x$?

A2. Эскиз графика какой из функций изображён на рисунке?

- | | |
|---|--|
| <ol style="list-style-type: none"> 1) $y = 2\cos x + 3$; 2) $y = \cos x + 4$; 3) $y = 4\cos x + 1$; 4) $y = 3\cos x + 2$. | <ol style="list-style-type: none"> 1) $y = 2\cos x + 1$; 2) $y = 5\cos x - 2$; 3) $y = 4\cos x - 1$; 4) $y = 3\cos x$. |
|---|--|



- A4.** Найдите множество значений функции:
- | | |
|------------------------|------------------------|
| а) $y = 7\sin x - 8$; | б) $y = 7 - 8\sin x$. |
|------------------------|------------------------|
- A5.** Найдите множество значений функции:
- | | |
|------------------------|------------------------|
| а) $y = 9 - 8\cos x$; | б) $y = 9\cos x - 8$. |
|------------------------|------------------------|

8.5. Тригонометрические функции

Уровень В

В1. Найдите множество значений функции:

а) $y = 5\sqrt{\sin x} - 4$; б) $y = 4\sqrt{\cos x} - 5$.

В2. Найдите множество значений функции:

а) $y = 6\sin^4 x + 7$; б) $y = 4\cos^6 x + 5$.

В3. а) Найдите наибольшее значение функции: $y = \frac{16}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 x + 16}}$.

б) Найдите наименьшее значение функции: $y = \frac{25}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 x + 25}}$.

В4. Найдите наименьший положительный период функции:

а) $y = 6\sin 4x$; б) $y = 4\cos 6x$.

В5. Найдите наименьший положительный период функции:

а) $y = 8\cos \frac{\pi x}{10}$; б) $y = 10\sin \frac{\pi x}{8}$.

8.5. Тригонометрические функции

Уровень С


- С1.** Найдите множество значений функции:
- а) $y = \sin x + 4\sqrt{\sin x} + 5$; б) $y = \cos x + 6\sqrt{\cos x} + 10$.
- С2.** Найдите наименьшее значение функции:
- а) $y = \frac{4}{\sqrt{\cos x}} + 25\sqrt{\cos x} + 3$; б) $y = \frac{4}{\sqrt{\sin x}} + 9\sqrt{\sin x} + 11$.
- С3.** Найдите наибольшее значение функции:
- а) $y = \sin^{2021} x + \cos^{2022} x + 2023$;
б) $y = \sin^{2020} x + \cos^{2023} x + 2024$.
- С4.** Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:
- а) $y = 19 \sin x - 2|3 \sin x - 1| - 3|4 \sin x - 3| + 7$;
б) $y = 3|5 \sin x - 2| + 2|3 \sin x - 4| + 9 - 22 \sin x$.
- С5.** Найдите все точки графика функции, лежащие на оси абсцисс:
- а) $y = 13 - 7 \cos(2\sqrt{13}\pi x) - 6 \cos(2\pi x)$;
б) $y = 11 - 6 \cos(2\sqrt{11}\pi x) - 5 \cos(2\pi x)$.

Ссылки на вебинары и онлайн уроки

- [Особенности подготовки к ОГЭ по математике Задания в формате PISA](#)
- [Особенности подготовки к ОГЭ по математике Алгебра](#)
- [Особенности подготовки к ОГЭ по математике. Геометрия](#)
- [Задачи по планиметрии в ОГЭ и ЕГЭ по математике](#)
- [Онлайн-урок. 9 класс. Повторение. Решение дробных рациональных уравнений](#)
- [Онлайн-урок, 9 класс. Разбираем первые пять заданий ОГЭ по математике](#)
- [Онлайн-урок 9 класс. Готовимся к ОГЭ по математике. Решение практико-ориентированных задач](#)
- [Онлайн урок. 9 класс. Повторение. Арифметическая и геометрическая прогрессии](#)
- [Онлайн урок. 9 класс. Повторение. Готовимся к ОГЭ. Решение текстовых задач](#)
- [Разбор перспективной модели измерительных материалов для государственной итоговой аттестации](#)
- [Организация итогового повторения с помощью онлайн ресурсов](#)

Ссылки на вебинары и онлайн уроки

- [Геометрия в итоговой аттестации по математике результаты проблемы и пути их решения](#)
- [Подготовка школьников к ЕГЭ. Формирование умений решения текстовых задач с экономическим содержанием](#)
- [Подготовка школьников к ЕГЭ. Формирование умений решения текстовых задач с экономическим содержанием](#)
- [Задачи по планиметрии в ОГЭ и ЕГЭ по математике](#)
- [Онлайн-уроки. 10-11 классы. Стереометрия. Разбор задания 16 профильного ЕГЭ по математике](#)
- [Онлайн-уроки. 10-11 классы. Решаем неравенства. Разбор задания 15 профильного ЕГЭ по математике](#)
- [Решаем уравнения. Разбор задания 13 профильного ЕГЭ](#)

Ведущий методист
Центр методической поддержки педагогов
Отдел методической поддержки педагогов и
образовательных организаций
Зубкова Екатерина Дмитриевна
Тел: (495) 789-30-40 (внутр. 42-03)
Моб. телефон 8(919) 839-05-78
E-mail: EZubkova@prosv.ru
 [@zubkovaed](#)