

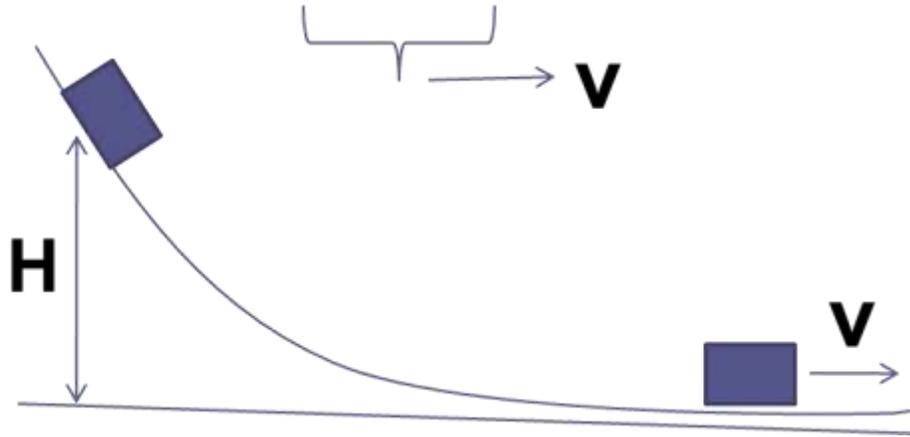
Об особенностях формулировок законов сохранения механической энергии и импульса в различных УМК и методика их применения при подготовке к ЕГЭ и вступительным испытаниям в ВУЗ

Грачев Александр Васильевич

Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова



Ворона и санки



ИСО1 (с горкой):

$$mgH + 0 = 0 + \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \sqrt{2gH}$$

ИСО2 (с вороной):

$$mgH + \frac{mv^2}{2} = 0 + 0 \quad (???)$$

$$2gH = 0$$

Требования к определениям и формулировкам

1. Корректные
2. Понятные (откуда взялись?)
3. Удобные для применения
(например, при решении задач)

3.С.М.Э.

Механическая энергия системы тел сохраняется если эта система является изолированной (замкнутой, нет внешних сил, **сумма внешних сил равна нулю**) и в системе нет сил трения.

А существуют ли такие системы тел?

Применим ли закон в подобной формулировке при решении задач?

3.С.М.Э.: примеры

- **Тело покоится на шероховатой наклонной плоскости** (трение есть, а механическая энергия сохраняется)
- **Нитяной маятник** (внешние силы есть, а механическая энергия сохраняется)
- **Растяжение пружины** (сумма внешних сил равна нулю, механическая энергия изменяется)
- **Разбрасывание тел** (сумма внешних сил равна нулю, механическая энергия изменяется)

Варианты формулировок 3.С. в различных УМК

Учебник 1: В замкнутой консервативной системе полная механическая энергия сохраняется (не изменяется с течением времени)

Изменение механической энергии системы равно работе всех непотенциальных сил

Замкнутая система – система тел, для которой равнодействующая внешних сил равна нулю

Результирующая (равнодействующая) сила, действующая на частицу со стороны других тел, равна векторной сумме сил, с которыми каждое из этих тел действует на частицу

Учебник 2: Если на систему тел не действуют внешние силы, то такую систему называют **замкнутой**, или **изолированной**

Варианты формулировок З.С. в различных УМК

Учебник 3: Полная механическая энергия системы тел, взаимодействующих между собой только силами тяготения и упругости, остается неизменной

Учебник 4: Полная механическая энергия замкнутой системы тел, взаимодействующих силами тяготения и упругости, остается неизменной.

Учебник 5: Система тел называется замкнутой, если внешние силы отсутствуют

Учебник 6: В изолированной системе тел, в которой действуют консервативные силы, механическая энергия сохраняется.

А что в ВУЗах?

О системах тел

- Изолированной называют такую систему тел, на тела которой не действуют другие тела
- Замкнутой называют такую систему тел, для которой сумма (равнодействующая?) всех внешних сил равна нулю

Возможные варианты формулировок: З.С.И.

Суммарный импульс замкнутой системы тел сохраняется

В.И. Николаев «О законах сохранения в разделе «Механика»», Физическое образование в вузах т. 13, №2, 2007

Возможные варианты формулировок: З.С.М.Э.

- Механическая энергия системы тел сохраняется неизменной, если эта система является изолированной и в ней отсутствуют силы трения

Или

- Механическая энергия системы тел сохраняется неизменной, если, во-первых, эта система является изолированной и, кроме того, во-вторых, в ней отсутствуют силы трения

Или

- Механическая энергия системы тел сохраняется неизменной если, во-первых, работа внешних сил равна нулю и, кроме того, во-вторых, работа сил трения внутри системы также равна нулю

**А откуда взялись законы
сохранения и зачем они
нужны?**

ИМПУЛЬС. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Импульс материальной точки в ИСО:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}.$$

Изменение импульса материальной точки в ИСО (как следствие второго закона Ньютона):

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t,$$

где \vec{F} – сумма всех действующих на тело сил, Δt – время их действия.

Импульс системы из двух материальных точек:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2.$$

Изменение суммарного импульса системы из двух материальных точек в ИСО:

$$\Delta \vec{p} = (\vec{F}_{1ex} + \vec{F}_{2ex}) \cdot \Delta t,$$

где $\vec{F}_{1ex} + \vec{F}_{2ex}$ – сумма всех внешних сил, так как сумма внутренних сил по третьему закону Ньютона равна нулю.

Закон сохранения импульса

Если сумма всех внешних сил, действующих на тела системы, равна нулю, то импульс системы тел в ИСО не изменяется с течением времени (сохраняется).

$$\text{Если } (\vec{F}_{1ex} + \vec{F}_{2ex}) = 0, \text{ то } \Delta \vec{p} = 0.$$

Закон сохранения проекции импульса

Если проекция на координатную ось ИСО суммы всех внешних сил, действующих на тела системы, равна нулю, то проекция импульса системы тел на эту ось не изменяется с течением времени (сохраняется).

Движение тела, возникающее за счёт отталкивания от себя вещества, называют реактивным движением.

МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Работой постоянной силы \vec{F} над материальной точкой при её перемещении Δr называют произведение модулей силы и перемещения, умноженное на косинус угла между ними: $A = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha$.

Кинетическая энергия материальной точки:

$$K = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Изменение кинетической энергии материальной точки:

$$K_k - K_0 = A.$$

Кинетическая энергия системы N тел (материальных точек):

$$K = K_1 + K_2 + \dots + K_N.$$

Изменение кинетической энергии системы тел в ИСО равно совершенной над ними работе A :

$$K_k - K_0 = A.$$

Работа A всех сил над телами системы равна сумме работ A_n внутренних потенциальных сил, $A_{тр}$ внутренних сил трения и A_{ex} внешних сил:

$$A = A_n + A_{тр} + A_{ex}$$

$$K_k - K_0 = A_n + A_{тр} + A_{ex}.$$

Изменение механической энергии системы тел в ИСО равно сумме работ внутренних сил трения $A_{тр}$ и внешних сил A_{ex} над телами системы.

$$(K_k + \Pi_k) - (K_0 + \Pi_0) = A_{тр} + A_{ex},$$

$$\text{или } E_k - E_0 = A_{тр} + A_{ex}.$$

Закон сохранения механической энергии

Если суммарная работа внутренних сил трения и внешних сил над телами системы равна нулю, то механическая энергия системы тел в ИСО не изменяется (сохраняется).

Если $A_{тр} + A_{ex} = 0$, то $E_0 = E_k$ (или $\Pi_0 + K_0 = \Pi_k + K_k$).

Потенциальная энергия системы взаимодействующих тел:

система «тело – Земля» –

$$\Pi = m \cdot g \cdot h,$$

деформированная пружина –

$$\Pi = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2}.$$

Изменение потенциальной энергии:

$$\Pi_k - \Pi_0 = -A_n.$$

З.С.М.Э.

- Закон сохранения – частный случай закона изменения.
- При переходе от общего к частному необходимо формулирование условий
- Лучше, если школьник сам осознанно совершит этот переход и сформулирует закон, акцентируя внимание на условиях

З.И.М.Э. и З.С.М.Э.

$$П_0 + K_0 + (A_{\text{тр}} + A_{\text{ex}}) = П_к + K_к$$

Следовательно, если $(A_{\text{тр}} + A_{\text{ex}}) = 0$, то $П + K = \text{const}$

Удобно применять при решении задач

- **Механическая энергия системы тел сохраняется неизменной если суммарная работа всех внешних сил и сил трения внутри системы равна нулю.**

Для З.С.И.:

- **Суммарный импульс системы тел сохраняется неизменным, если сумма всех внешних сил, действующих на тела системы, равна нулю.**

Работа с формулировкой закона

Либо учить

Либо понимать

Выбор за вами

Не учить, а изучать!

Примерная рекомендуемая последовательность вопросов при изучении закона

1. Объект (объекты)
2. Явление
3. Физические величины (!важно – уже определенные!)
4. Утверждение (например, в виде формулы)
5. Условие выполнимости утверждения (см. п. 4)

!Важно! п. 5 входит в формулировку закона

Про единицы измерения

Можно вернуться к задаче про ворону

Примеры решения задач

Алгоритм решения задач на применение закона сохранения импульса

На рис. 161 показано схематическое устройство ракеты. В камеру сгорания 1 поступают топливо 2 и окислитель 3. Продукты сгорания выбрасываются из сопла 4.

В заключение рассмотрим пример решения задачи с использованием закона сохранения импульса.

Задача

Ядро массой $m = 10$ кг летит вниз под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонтали, попадает в стоящую на гладкой горизонтальной площадке платформу с песком и застревает в песке (рис. 162). После этого платформа скользит поступательно. Модуль скорости ядра в момент падения $v = 400$ м/с. Масса платформы с песком $M = 0,99$ т. Определите модуль скорости скольжения платформы с застрявшим в песке ядром.

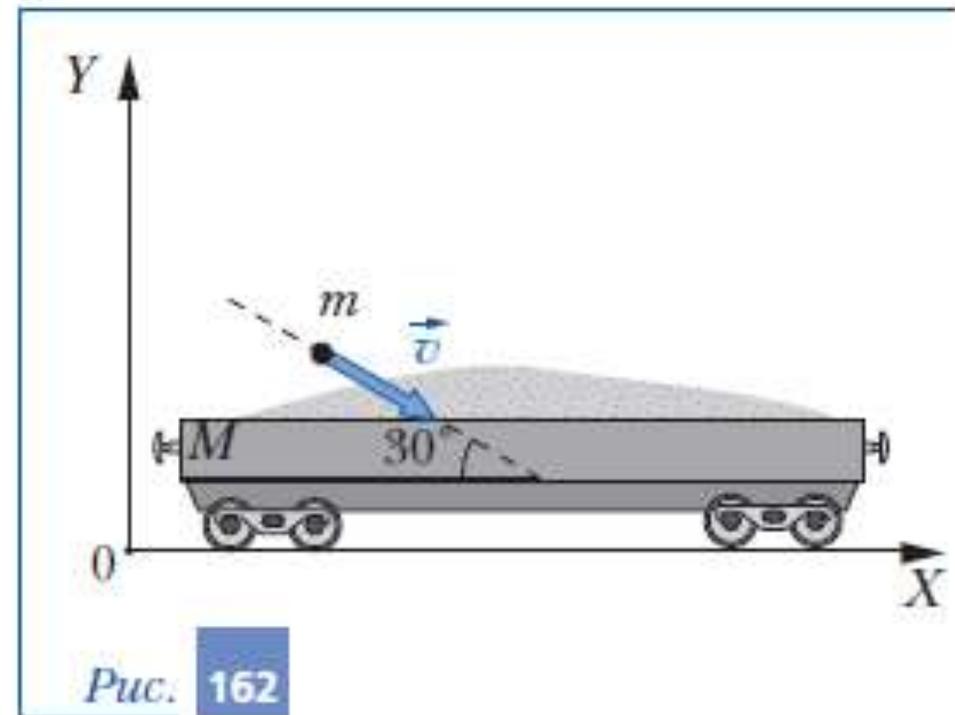


Рис. 162

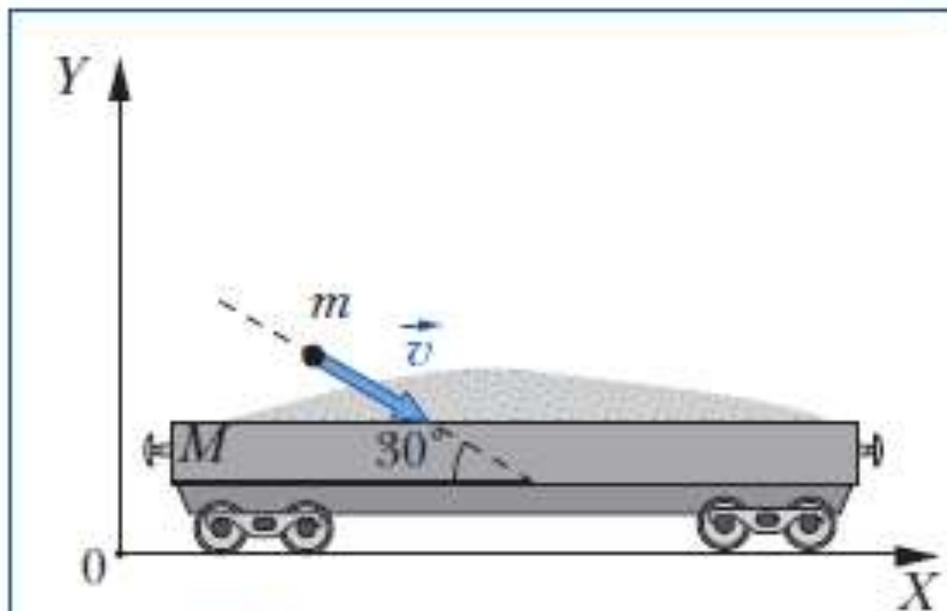


Рис. 162

Решение.

Шаг 0. Будем считать платформу с песком и ядро материальными точками.

Шаг 1. Инерциальную систему отсчёта свяжем с поверхностью Земли.

Шаг 2. Будем рассматривать платформу с песком и ядро как систему тел. Поскольку поверхность площадки гладкая, то в течение интересующего нас промежутка времени торможения ядра в песке на тела системы вдоль оси X действуют только силы их взаимодействия. Поэтому проекция суммы всех внешних сил на эту ось равна нулю.

Шаг 3. Из шага 2 по закону сохранения проекции импульса следует, что проекция на ось X начального импульса \vec{p}_0 системы (в момент времени перед касанием ядром песка) равна проекции на ту же ось конечного импульса $\vec{p}_к$ системы (в момент времени сразу после застревания ядра в песке):

$$p_{0x} = p_{кx}. \quad (1)$$

Шаг 4. В начальный момент времени, когда ядро движется со скоростью \vec{v} , платформа покоится. Поэтому проекция начального импульса системы тел на ось X равна:

$$p_{0x} = mv \cos \alpha + M \cdot 0 = mv \cos \alpha. \quad (2)$$

После застревания ядра в песке ядро и платформа движутся как одно тело массой $M + m$. Поэтому проекция конечного импульса системы тел на ось X равна:

$$p_{кx} = (M + m) v_к. \quad (3)$$

Шаг 5. Подставив уравнения (2) и (3) в уравнение (1), получим:

$$mv \cos \alpha = (M + m) v_k, \text{ откуда}$$

$$v_k = \frac{mv \cos \alpha}{M + m}. \quad (4)$$

Шаг 6. Проведём анализ полученного результата.

1) Выражение имеет размерность скорости. Поэтому с точки зрения размерности полученный результат верен.

2) Увеличение массы ядра или модуля его скорости приведёт к увеличению числителя дроби. Так как при этом масса платформы с песком много больше массы ядра, то знаменатель практически не изменится. В результате модуль скорости платформы с песком и ядром увеличится.

3) Если увеличить только массу платформы с песком, то знаменатель дроби увеличится при неизменном числителе. В результате модуль скорости платформы с песком и ядром уменьшится.

4) Увеличение угла между вектором скорости ядра и горизонтом приведёт к уменьшению косинуса этого угла. Косинус угла стоит в числителе. Поэтому модуль конечной скорости системы уменьшится.

Полученный ответ имеет физический смысл.

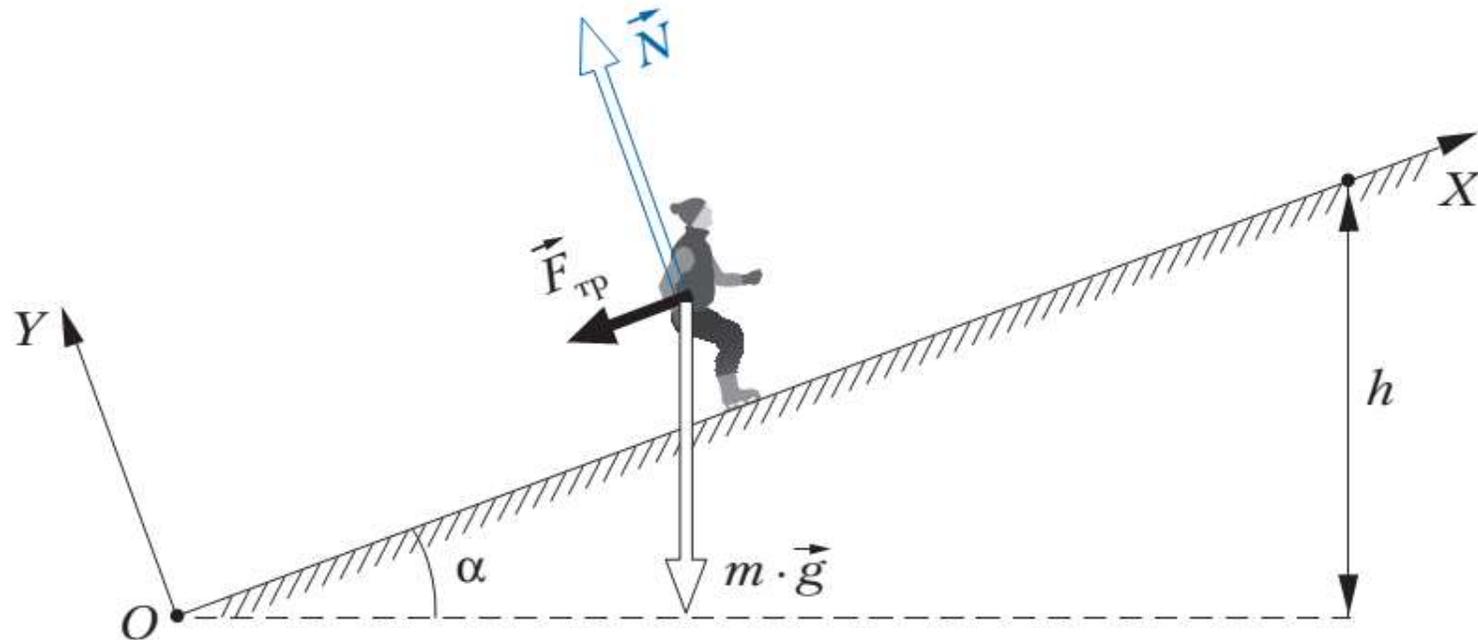
Алгоритм решения задач на применение закона сохранения (изменения) механической энергии

Задача 2

Конькобежец массой m разогнался до скорости \vec{v}_0 и въехал на ледяную горку, наклон которой составляет угол α с горизонтом (рис. 112). Определите максимальную высоту h , на которую въедет конькобежец, если коэффициент трения коньков о лёд равен μ .

Решение.

Шаг 0. Рассмотрим систему тел «конькобежец – Земля». Будем считать конькобежца материальной точкой.



Шаг 1. Выберем систему отсчёта, связанную с горкой так, как показано на рис. 112.

Шаг 2. Изобразим силы, которые действуют на въезжающего вверх на горку конькобежца: силу тяжести $m \cdot \vec{g}$, силу реакции опоры горки \vec{N} и силу трения скольжения $\vec{F}_{\text{тр}}$.

Шаг 3. Внешних сил нет. Для расчёта работы силы трения определим её проекцию на направление перемещения конькобежца, т. е. на координатную ось X . Для этого определим модуль силы реакции опоры N . Сумма проекций на ось Y сил, действующих на конькобежца, равна нулю. Следовательно, модуль силы реакции опоры $N = m \cdot g \cdot \cos \alpha$. Проекция на ось X силы трения скольжения отрицательна: $F_{\text{тр}x} = -\mu \cdot N = -\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$.

Шаг 4. Запишем выражение для начальных и конечных кинетических и потенциальных энергий:

$$P_0 = m \cdot g \cdot 0 = 0, \quad K_0 = \frac{m \cdot v_0^2}{2};$$

$$P_k = m \cdot g \cdot h, \quad K_k = \frac{m \cdot 0^2}{2} = 0.$$

Модуль перемещения Δx конькобежца равен отношению высоты h к $\sin \alpha$. Поэтому работа силы трения за время подъёма конькобежца:

$$A_{\text{тр}} = F_{\text{тр}x} \cdot \Delta x = -\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \frac{h}{\sin \alpha}.$$

Шаг 5. Воспользуемся законом изменения механической энергии:

$$K_0 + \Pi_0 + A_{\text{тр}} + A_{\text{ex}} = K_{\text{к}} + \Pi_{\text{к}}.$$

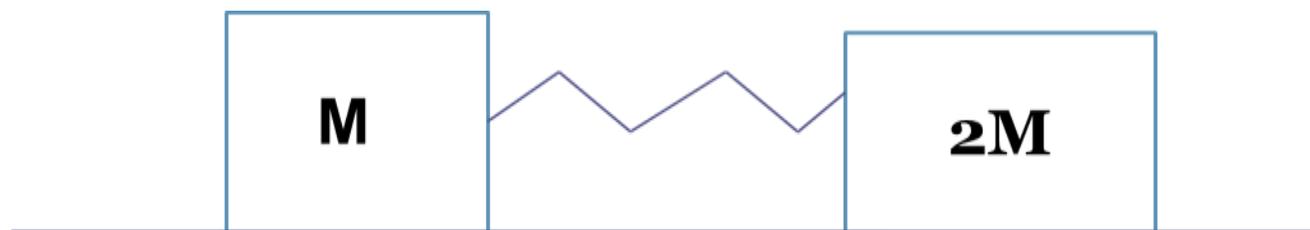
Работа внешних сил равна нулю, поэтому с учётом результата шага 4 получаем:

$$\frac{m \cdot v_0^2}{2} + 0 - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \frac{h}{\sin \alpha} + 0 = 0 + m \cdot g \cdot h.$$

Следовательно, $h = \frac{v_0^2}{2g \cdot (\mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha + 1)}.$

Ответ: максимальная высота $h = \frac{v_0^2}{2g \cdot (\mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha + 1)}.$

Совместное применение законов сохранения



Задача 1. На гладкой горизонтальной поверхности стоят два связанных нитью бруска. Масса первого бруска равна M , а второго — $2M$. Между брусками вставлена лёгкая пружина жёсткостью k . Пружина сжата на величину Δl . После того как нить пережигают, бруски под действием пружины разъезжаются в противоположные стороны. Определите скорости движения брусков, если известно, что они движутся поступательно.

Решение.

Шаг 0. Рассмотрим систему тел «бруски — пружина». После пережигания нити бруски движутся поступательно, поэтому будем считать их материальными точками. Влиянием сил сопротивления со стороны воздуха пренебрежём.

Шаг 1. Инерциальную систему отсчёта свяжем с поверхностью стола. Ось X направим параллельно нити и оси пружины от первого бруска ко второму.

Шаг 2. На бруски действуют силы тяжести, силы реакции опоры и силы упругости пружины.

Шаг 3. Силы тяжести и реакции опоры перпендикулярны направлению движения брусков, а действующие на бруски силы упругости направлены вдоль оси X .

Шаг 4. По условию задачи массой пружины следует пренебречь. Поэтому её кинетическая энергия и импульс равны нулю. Сразу после пережигания нити (в начальный момент времени) бруски покоятся. Поэтому начальные кинетическая энергия и импульс системы равны нулю:

$$K_0 = 0, p_0 = 0.$$

В начальный момент времени пружина сжата на Δl . Поэтому начальная потенциальная энергия пружины равна:

$$П_0 = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2}.$$

Пусть v_1 и v_2 — проекции на ось X скоростей первого и второго брусков после того как пружина разожмётся и перестанет действовать на них. Тогда кинетическая энергия системы, потенциальная энергия пружины и проекция импульса системы на ось X в этот момент времени будут соответственно равны:

$$K_k = \frac{Mv_1^2}{2} + \frac{2Mv_2^2}{2}; \quad П_k = 0; \quad p_k = Mv_1 + 2Mv_2.$$

Шаг 5. Поскольку внешние силы — силы тяжести и реакции опоры — перпендикулярны направлению движения брусков, то работа этих сил равна нулю. По этой же причине они не изменяют импульса системы тел. Силы упругости пружины являются внутренними потенциальными силами. Поэтому они не изменяют ни импульс, ни механическую энергию системы. Силы трения отсутствуют. Запишем законы сохранения механической энергии и проекции импульса на ось X :

$$K_0 + \Pi_0 = K_k + \Pi_k, p_0 = p_k.$$

С учётом результатов шага 4, имеем:

$$0 + \frac{k \cdot \Delta l^2}{2} = \frac{Mv_1^2}{2} + \frac{2Mv_2^2}{2} + 0; \quad (1)$$

$$0 = Mv_1 + 2Mv_2. \quad (2)$$

Выразив v_1 из уравнения (2) и подставив его в (1), получаем:

$$v_1 = -\sqrt{\frac{2k}{3M}} \cdot \Delta l, \quad v_2 = \sqrt{\frac{k}{6M}} \cdot \Delta l.$$

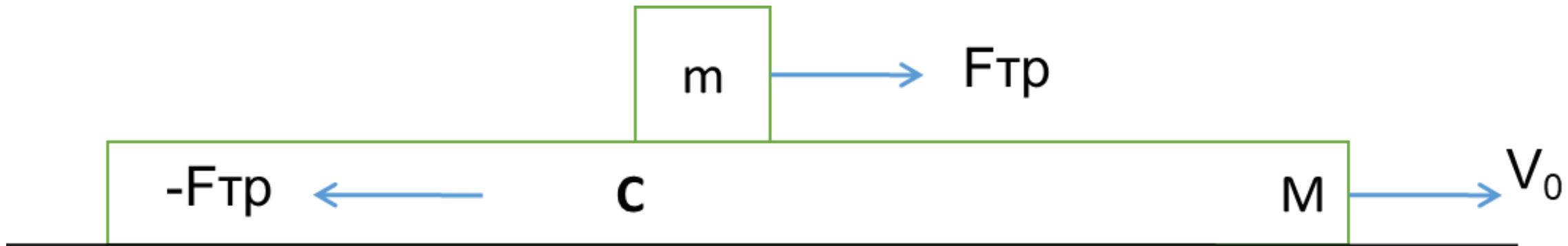
Шаг 6. Проанализируем полученный результат. Прежде всего отметим, что полученные выражения имеют размерность скорости:

$$\left[\frac{\text{м}}{\text{с}} \right] = \sqrt{\frac{[\text{Н/м}]}{[\text{кг}]}} \cdot [\text{м}] = \sqrt{\frac{[\text{кг} \cdot \text{м}]}{[\text{кг} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}]}} \cdot [\text{м}].$$

Шаг	Динамика	ЗСИ	ЗСМЭ	ЗСИ+ЗСМЭ
0	Выбор модели	Выбор модели	Выбор модели	Выбор модели
1	Выбор ИСО	Выбор ИСО	Выбор ИСО	Выбор ИСО
2	Изображение сил	Выбор тел системы, рассмотрение сил	Рассмотрение сил	Рассмотрение сил
3	Определение проекций сил	Запись ЗСИ	Установление сил, совершающих работу	Установление сил, совершающих работу
4	Запись уравнений движения и III закона Ньютона	Запись начальных и конечных значений импульсов тел системы	Запись начальных и конечных значений энергий	Запись начальных и конечных значений импульсов и энергий
5	Использование свойств сил	Составление уравнения, его решение	Запись ЗСМЭ (ЗИМЭ при наличии сил трения или внешних сил), решение уравнения	Запись ЗСИ, ЗСМЭ, решение системы уравнений
6	Уравнение кинематической связи	Анализ ответа	Анализ ответа	Анализ ответа
7	Система уравнений			
8	Решение системы			
9	Анализ ответа			

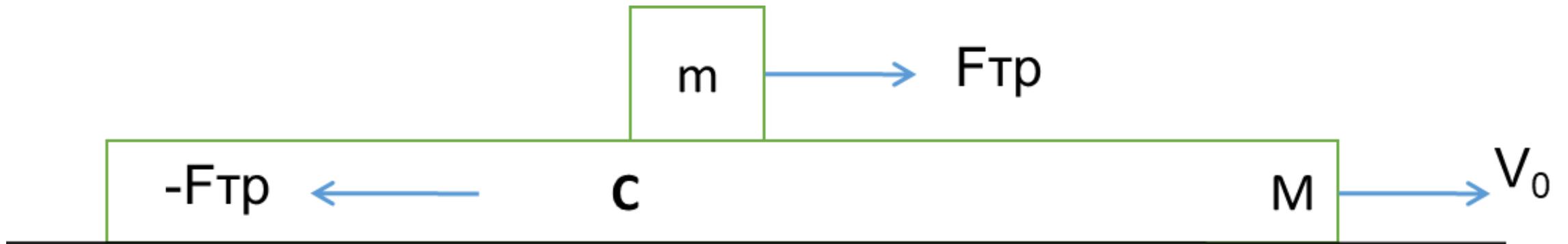
Ломоносов – 2015

Достаточно длинная доска массой M движется поступательно по горизонтальной гладкой поверхности вдоль своей длинной стороны со скоростью v_0 . В центр доски аккуратно кладут маленький брусок массой m . Коэффициент трения между бруском и доской μ . Определите максимальное смещение бруска относительно доски.



$$F_{\text{тр}} = ma_{\text{Б}} = \mu mg$$

$$-F_{\text{тр}} = Ma_{\text{Д}} = -\mu mg$$



$$V_{\text{Б}} = 0 + \mu g t$$

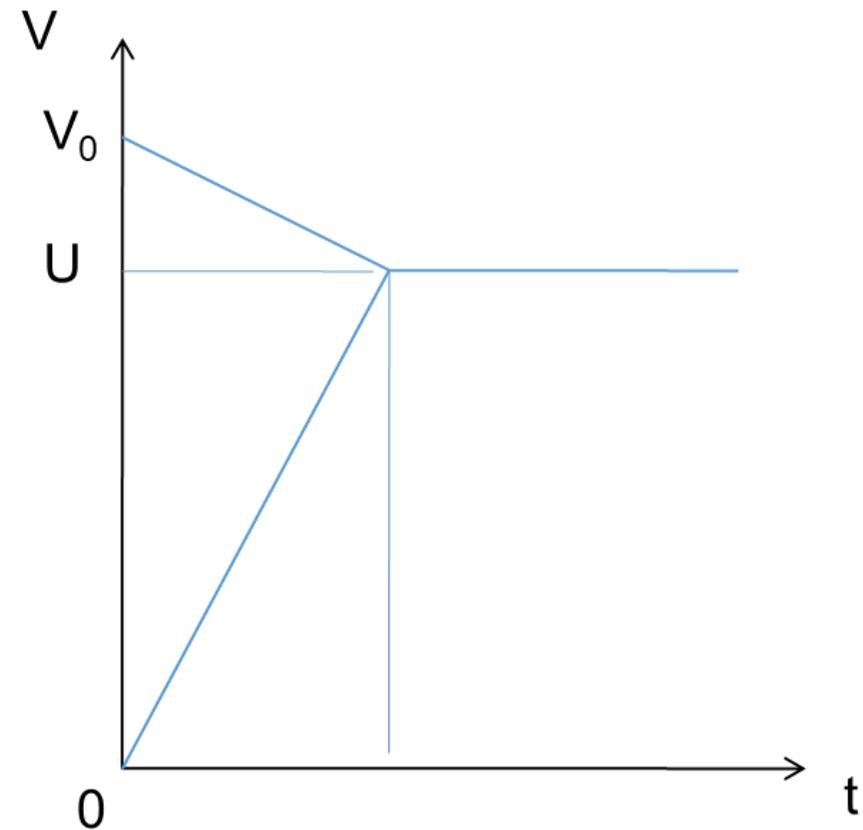
$$V_{\text{Д}} = V_0 - \mu m g t / M$$

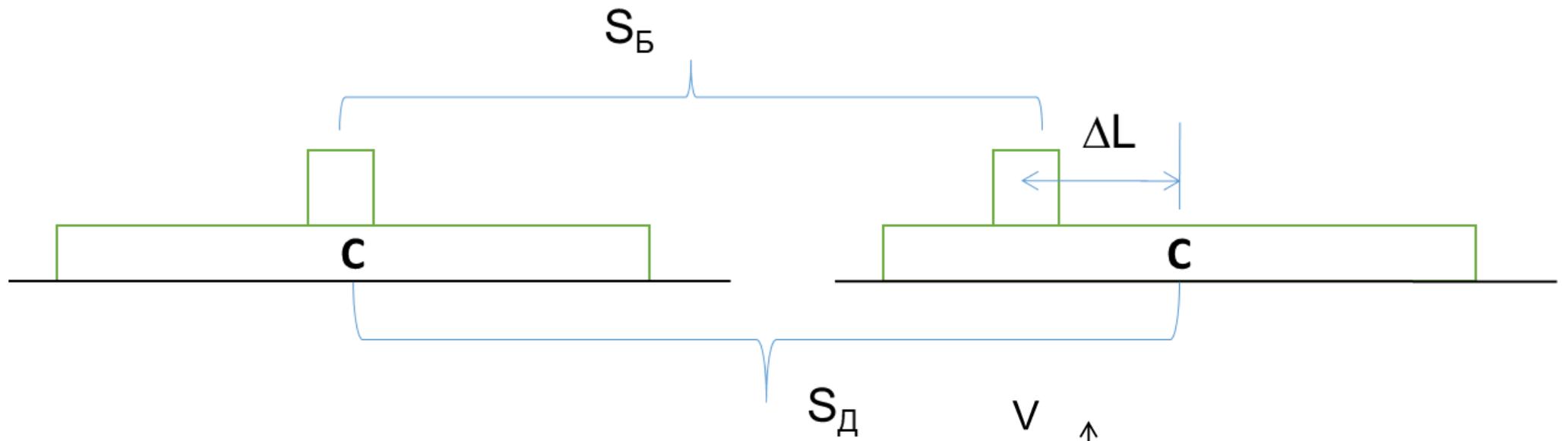
$$S_{\text{Б}} = \mu g t^2 / 2$$

$$S_{\text{Д}} = V_0 t - \mu m g t^2 / 2M$$

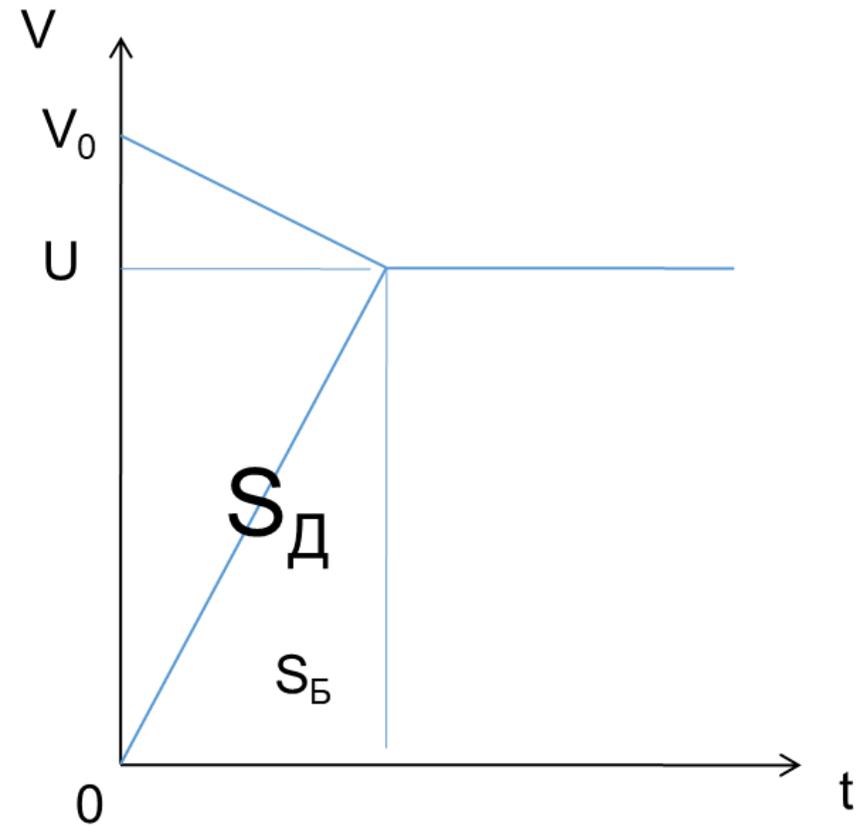
$$V_0 - \mu m g t / M = 0 + \mu g t$$

$$\Delta L = S_{\text{Д}} - S_{\text{Б}}$$





$$\Delta L = S_D - S_B$$



Применим законы сохранения

$$MV_0 + m \cdot 0 = (m + m)U$$

$$\Pi_0 + K_0 + A_{\text{ТР}} + A_{\text{ex}} = \Pi_{\text{К}} + K_{\text{К}}$$

$$\Pi_0 = \Pi_{\text{К}} = 0$$

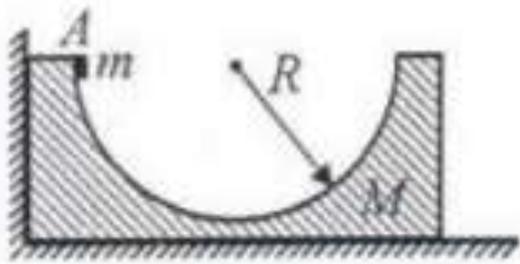
$$A_{\text{ex}} = 0$$

$$A_{\text{ТР}} = F_{\text{ТР}}S_{\text{Б}} - F_{\text{ТР}}S_{\text{Д}} = -\mu mg\Delta L$$

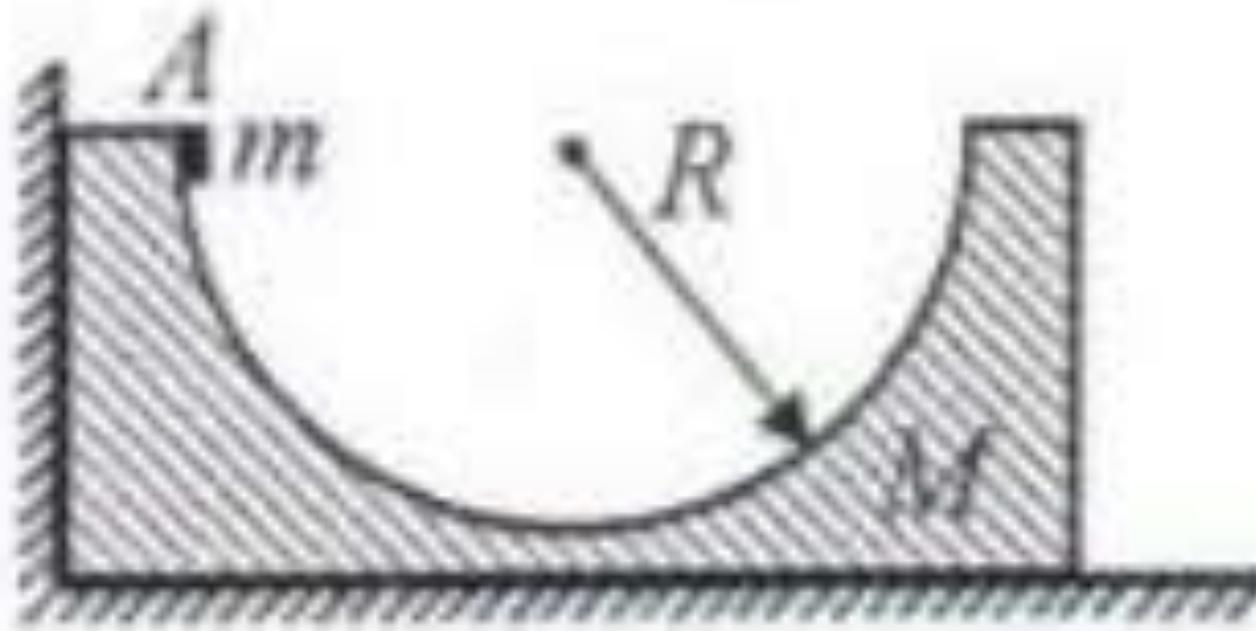
$$\frac{MV_0^2}{2} - \mu mg\Delta L = \frac{(m + M)U^2}{2}$$

1.4.1. Дайте определение кинетической энергии материальной точки и определение потенциальной энергии механической системы.

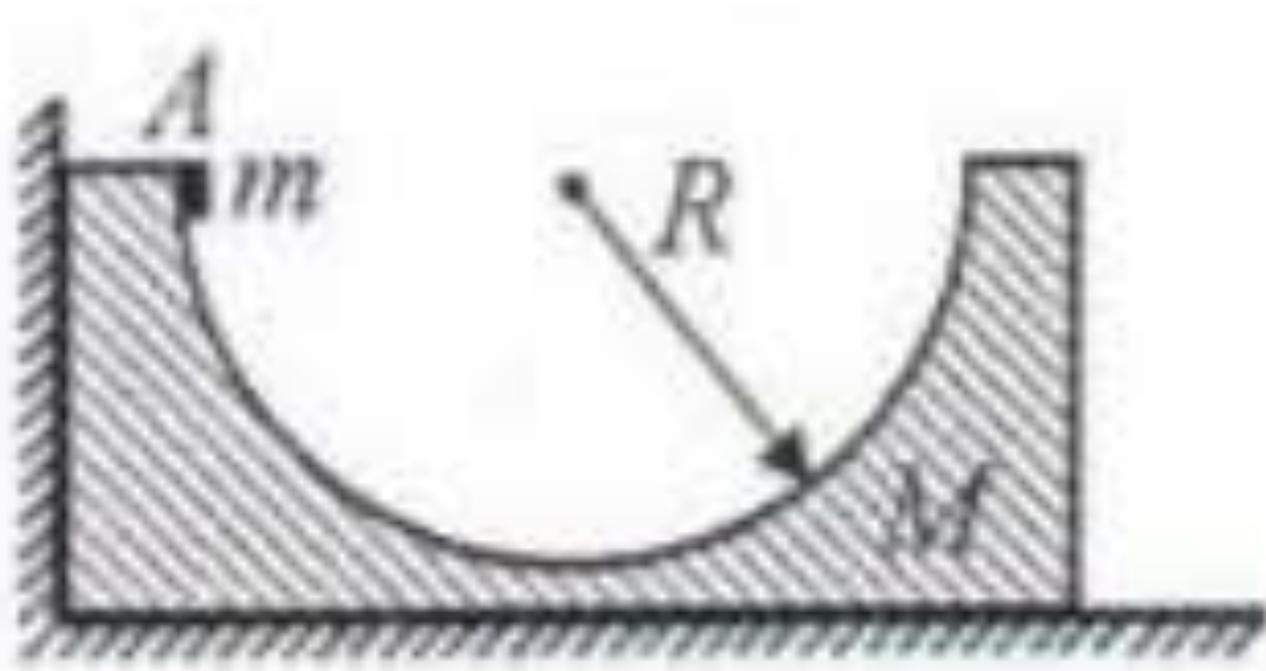
Задача. На гладкой горизонтальной поверхности вплотную к вертикальной стенке стоит брусок массой $M = 0,8$ кг, в котором сделано гладкое углубление полусферической формы радиусом $R = 0,2$ м (см. рисунок). Из точки A без начальной скорости начинает соскальзывать маленькая шайба массой $m = 0,2$ кг. Найдите максимальную высоту h относительно нижней точки полусферы, на которую поднимется шайба при ее последующем движении.



$M = 0,8$ кг, в котором сделано гладкое углубление полусферической формы радиусом $R = 0,2$ м (см. рисунок). Из точки A без начальной скорости начинает соскальзывать маленькая шайба массой $m = 0,2$ кг. Найдите максимальную высоту h относительно нижней точки полусферы, на которую поднимется шайба при ее последующем движении.



$$mgR = \frac{mv^2}{2}$$



$$mv = (m + M)u$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{(m + M)u^2}{2} + mgh$$

УМК «Физика» Грачёва А.В. и др.



7 – 9 класс

1.1.2.5.1.3.1

1.1.2.5.1.3.2

1.1.2.5.1.3.3



10 – 11 класс

Базовый и углублённый уровни

1.1.3.5.1.5.1

1.1.3.5.1.5.2



Рабочие программы

В свободном доступе



7 - 9 класс

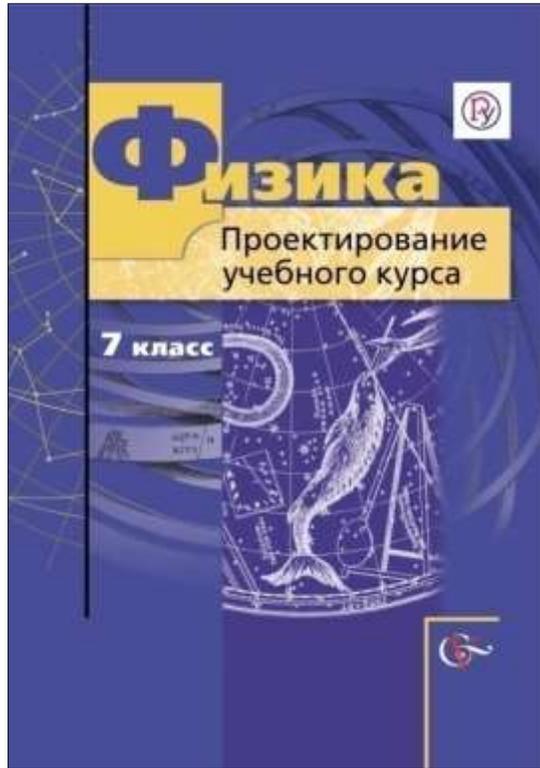


10-11 класс



Методические пособия В свободном доступе

[СКАЧАТЬ ЗДЕСЬ](#)



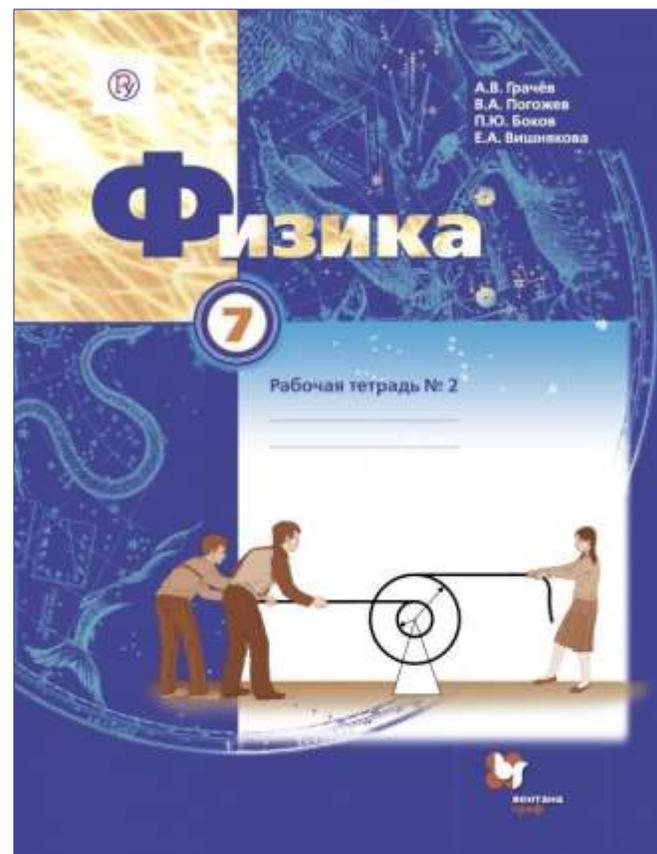
[СКАЧАТЬ ЗДЕСЬ](#)



[СКАЧАТЬ ЗДЕСЬ](#)

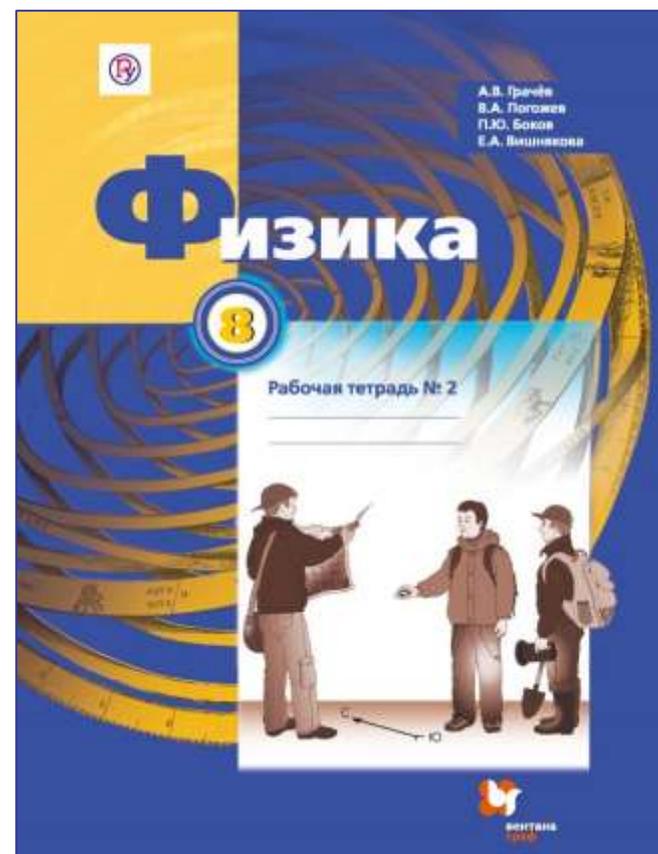


Рабочие тетради 7 класс



<https://shop.prosv.ru/>

Рабочие тетради 8 класс



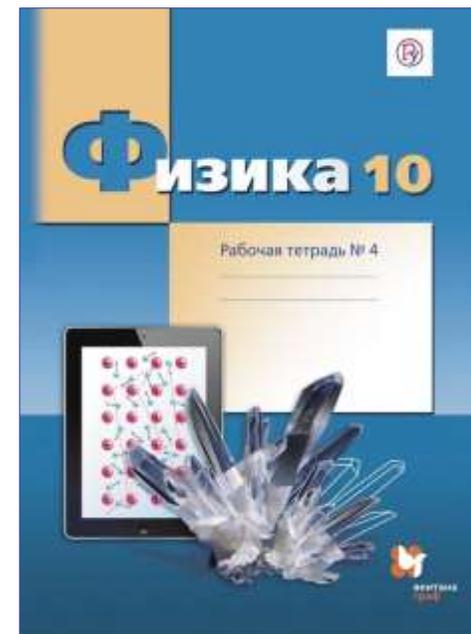
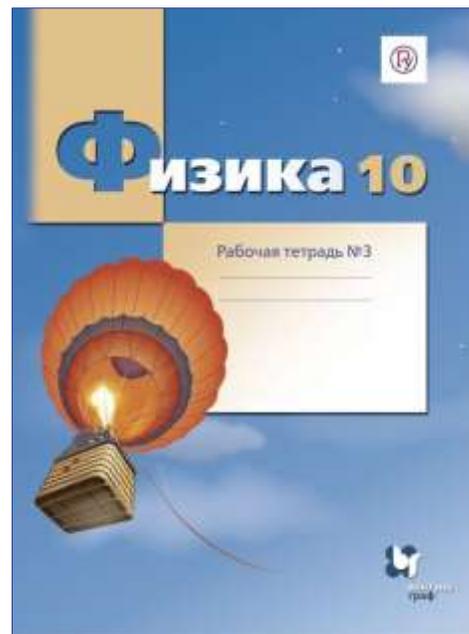
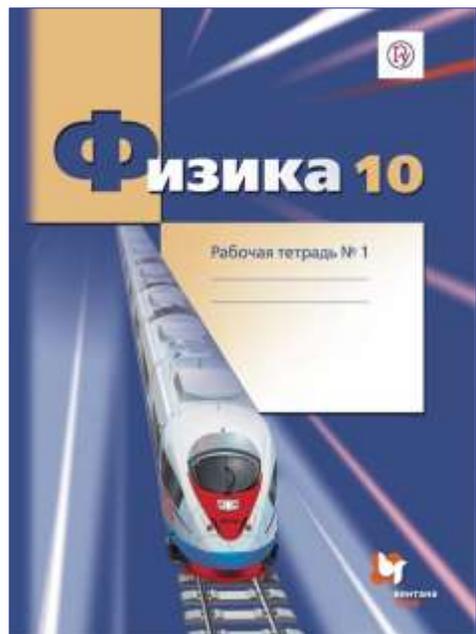
<https://shop.prosv.ru/>

Рабочие тетради 9 класс



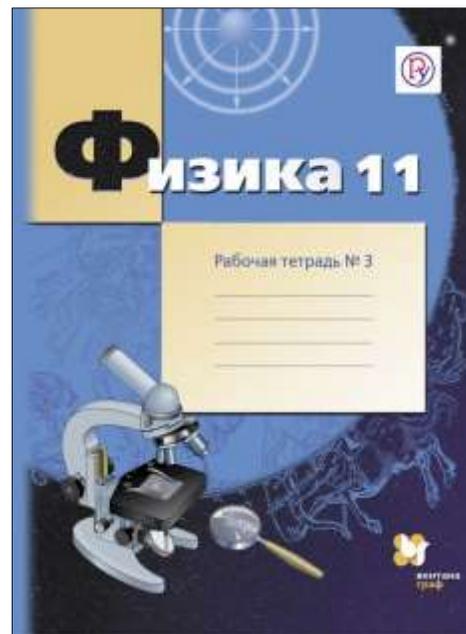
<https://shop.prosv.ru/>

Рабочие тетради 10 класс



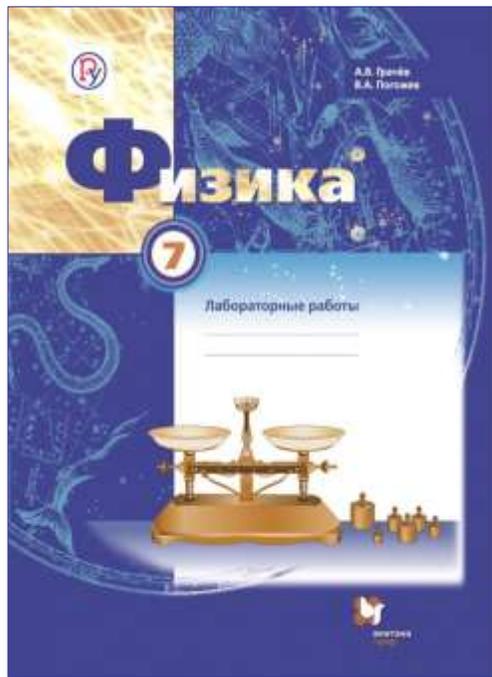
<https://shop.prosv.ru/>

Рабочие тетради 11 класс



<https://shop.prosv.ru/>

Тетради для лабораторных работ



<https://shop.prosv.ru/>

Электронная форма учебника



<https://lecta.rosuchebnik.ru/>

По всем вопросам можно обращаться



Опаловский Владимир Александрович

- ✓ Методист ГК «Просвещение»
- ✓ Учитель высшей квалификационной категории
- ✓ Кандидат технических наук



VOpalovskiy@prosv.ru

Instagram: @fiz_prosv

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

Хотите купить?

- Оптовые закупки: отдел по работе с государственными заказами тел.: +7 (495) 789-30-40, доб. 41-44, e-mail: GTrofimova@prosv.ru,
- Розница: самостоятельно заказать в нашем интернет-магазине shop.prosv.ru

Группа компаний «Просвещение»

Адрес: 127473, Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3, подъезд 8,
бизнес-центр «Новослободский»

Телефон: +7 (495) 789-30-40

Факс: +7 (495) 789-30-41

Сайт: prosv.ru

Горячая линия: vopros@prosv.ru