

Решение разноуровневых задач по астрономии на тему "Солнце и звезды"

Ведущий программист ГАИШ МГУ,
Учитель астрономии МОУ Гимназии №1 и МОУ Лицея №14,
Руководитель астрономического кружка им Е.П. Левитана г.
Жуковского,
ЦПМК ВСОШ по Астрономии

ЗАДАЧНИК (ГОТОВИТСЯ К ВЫПУСКУ)

Авторы:

ТАТАРНИКОВ Андрей Михайлович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Государственного астрономического института им. П. К. Штернберга МГУ им. М. В. Ломоносова, автор более 60 научных статей.

Педагог дополнительного образования в Астрономической школе «Вега» г. Железнодорожного. Член ЦПМК Всероссийской олимпиады школьников по астрономии и ПМК Москвы и Московской области.

ТАТАРНИКОВА Анна Александровна, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Государственного астрономического института им. П. К. Штернберга МГУ им. М. В. Ломоносова, автор более 40 научных статей.

Руководитель кружка «Олимпиадная астрономия» в Москве.

ФАДЕЕВ Евгений Николаевич, младший научный сотрудник Астрокосмического центра Физического института им. П. Н. Лебедева РАН, 9 научных статей. В 2017—2019 гг. — главный тренер команды Москвы на Всероссийской олимпиаде школьников. Член ЦПМК Всероссийской олимпиады школьников по астрономии и ПМК Москвы.



А. М. Татарников,
А. А. Татарникова,
Е. Н. Фадеев
Астрономия. 10—11 кл.
Задачник
(под ред. А. В. Засова,
В. Г. Сурдина)
Формат 70×90 1/16.
Обложка

В издании представлено более 500 задач по курсу астрономии для 10—11 классов, для большей части которых даны ответы. Задачник по содержанию и структуре соответствует учебнику А. В. Засова, В. Г. Сурдина «Астрономия. 10—11 классы». Каждая глава задачника состоит из небольшого теоретического введения, нескольких задач

с подробным решением и ответом и задач для самостоятельного решения, которые представлены на трёх уровнях сложности. Задачник можно использовать как для текущей работы на уроке астрономии, так и для подготовки к решению задачи 24 ЕГЭ по физике.

Функция Планка

- Мощность излучения на единицу площади излучающей поверхности в единичном интервале длин волн (размерность в СИ: Дж·с⁻¹·м⁻²·м⁻¹)

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

$$\varepsilon = \sigma T^4$$

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} \cong 5,6704 \cdot 10^8 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$$

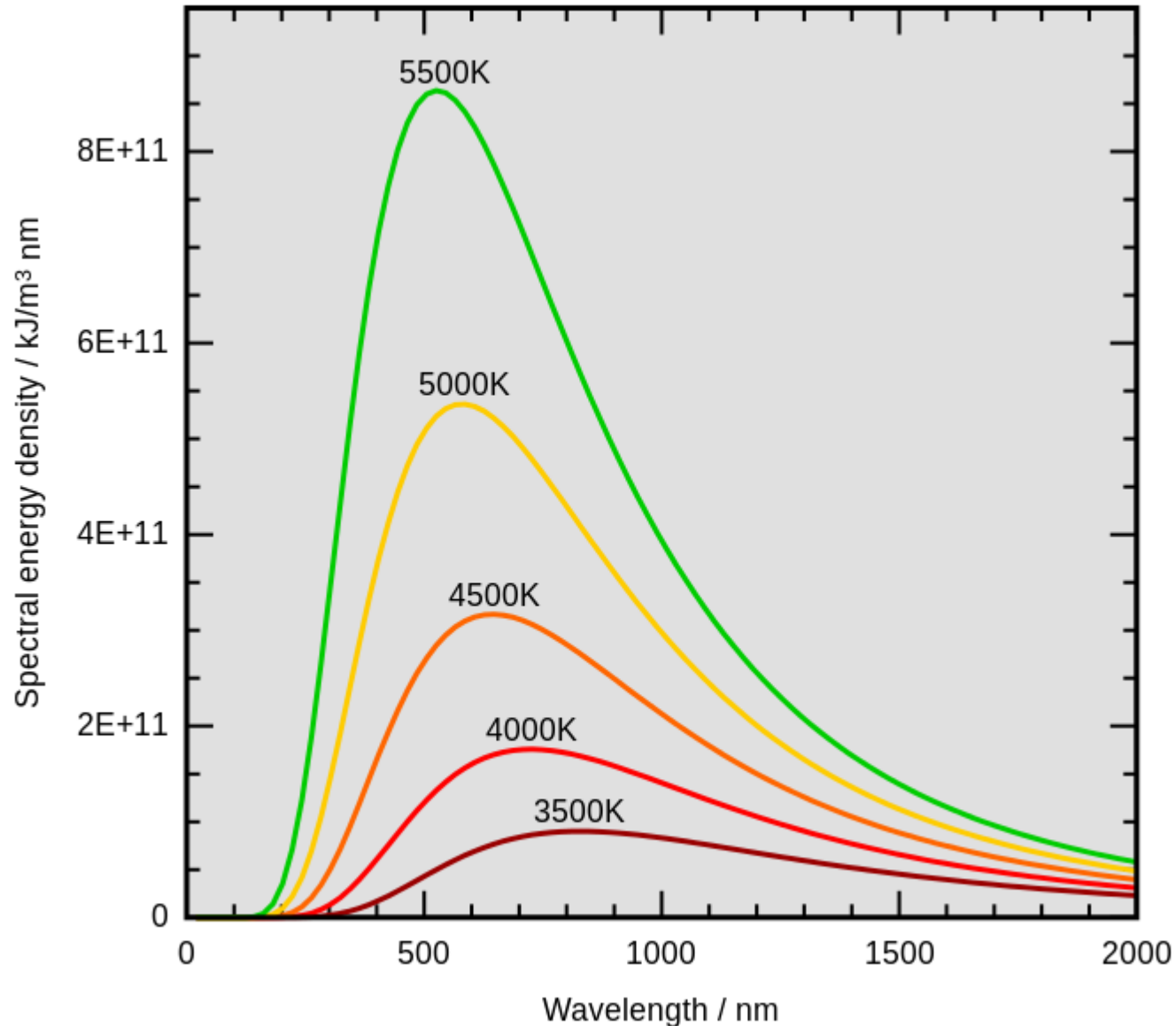
$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

Температурный интервал в кельвинах	Цвет
до 1000	Красный
1000—2000	Оранжевый
2000—3000	Жёлтый
3000—4500	Бледно-жёлтый
4500—5500	Желтовато-белый
5500—6500	Чисто белый
6500—8000	Голубовато-белый
8000—15000	Бело-голубой
15000 и более	Голубой

Закон смещения Вина

- Длина волны, при которой энергия излучения абсолютно чёрного тела максимальна

- $\lambda_{\text{макс}} = \frac{0,0029}{T} \text{ [м]} = \frac{29 \cdot 10^6}{T} \text{ [Å]}$



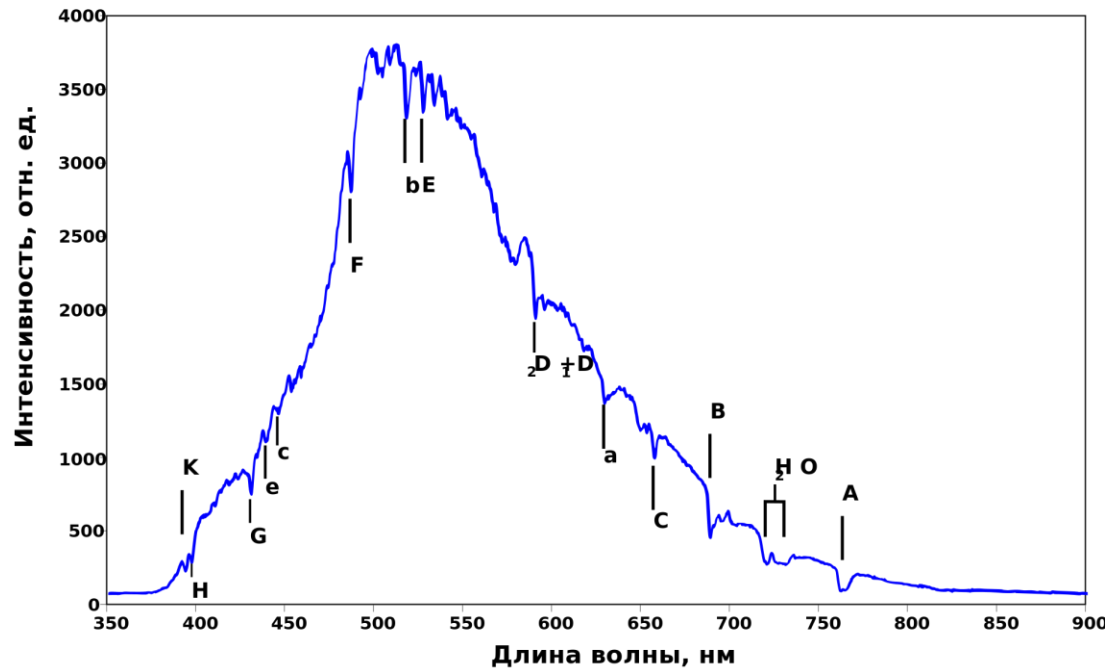
Светимость

- Полная энергия, излучаемая астрономическим объектом (планетой, звездой, галактикой и т. п.) в единицу времени. Измеряется в абсолютных единицах (СИ — Вт; СГС — эрг/с) либо в единицах светимости Солнца ($L_{\odot} = 3,86 \cdot 10^{33}$ эрг/с = $3,86 \cdot 10^{26}$ Вт/с).
- Светимость не зависит от расстояния до объекта. Светимость — одна из важнейших звёздных характеристик, позволяющая сравнивать между собой различные типы звёзд на диаграммах «спектр — светимость», «масса — светимость».
- Светимость звезды можно рассчитать по формуле:

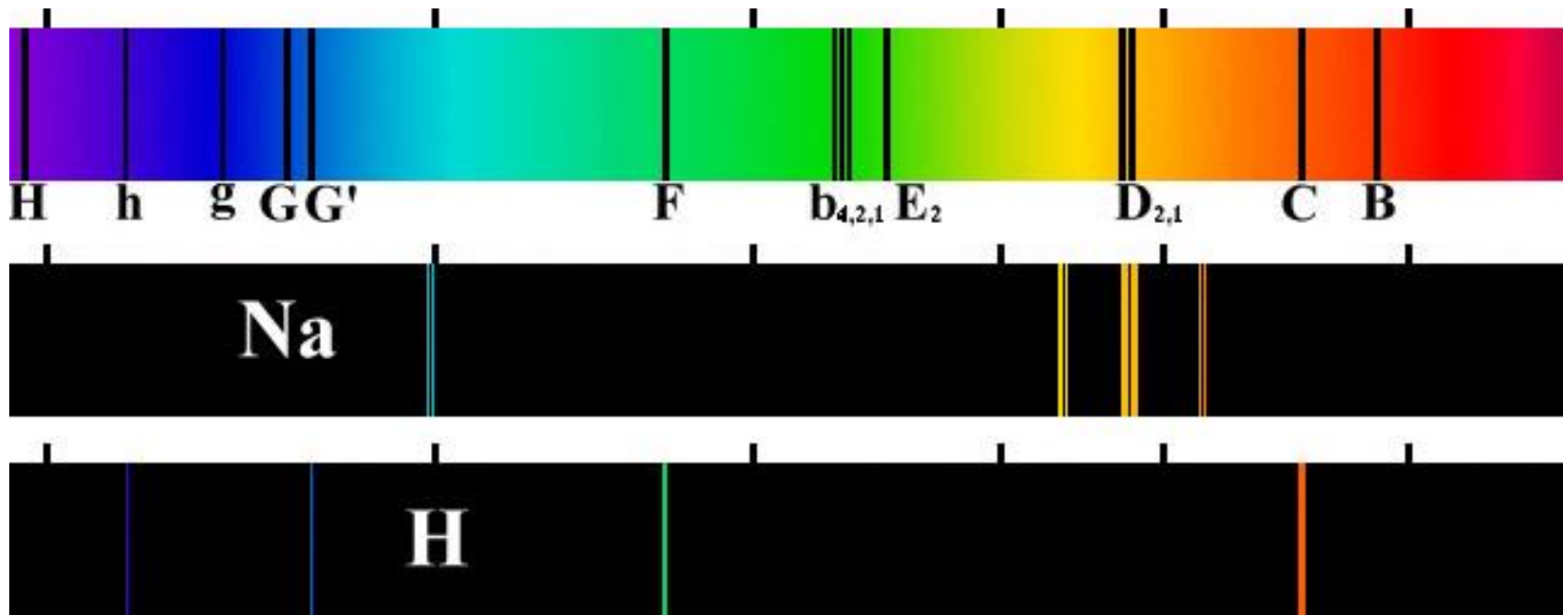
$$L = S_{\text{поверхности}} \sigma T^4 = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

- Где R — радиус звезды, T — эффективная температура ее излучающей поверхности, σ — постоянная Стефана-Больцмана

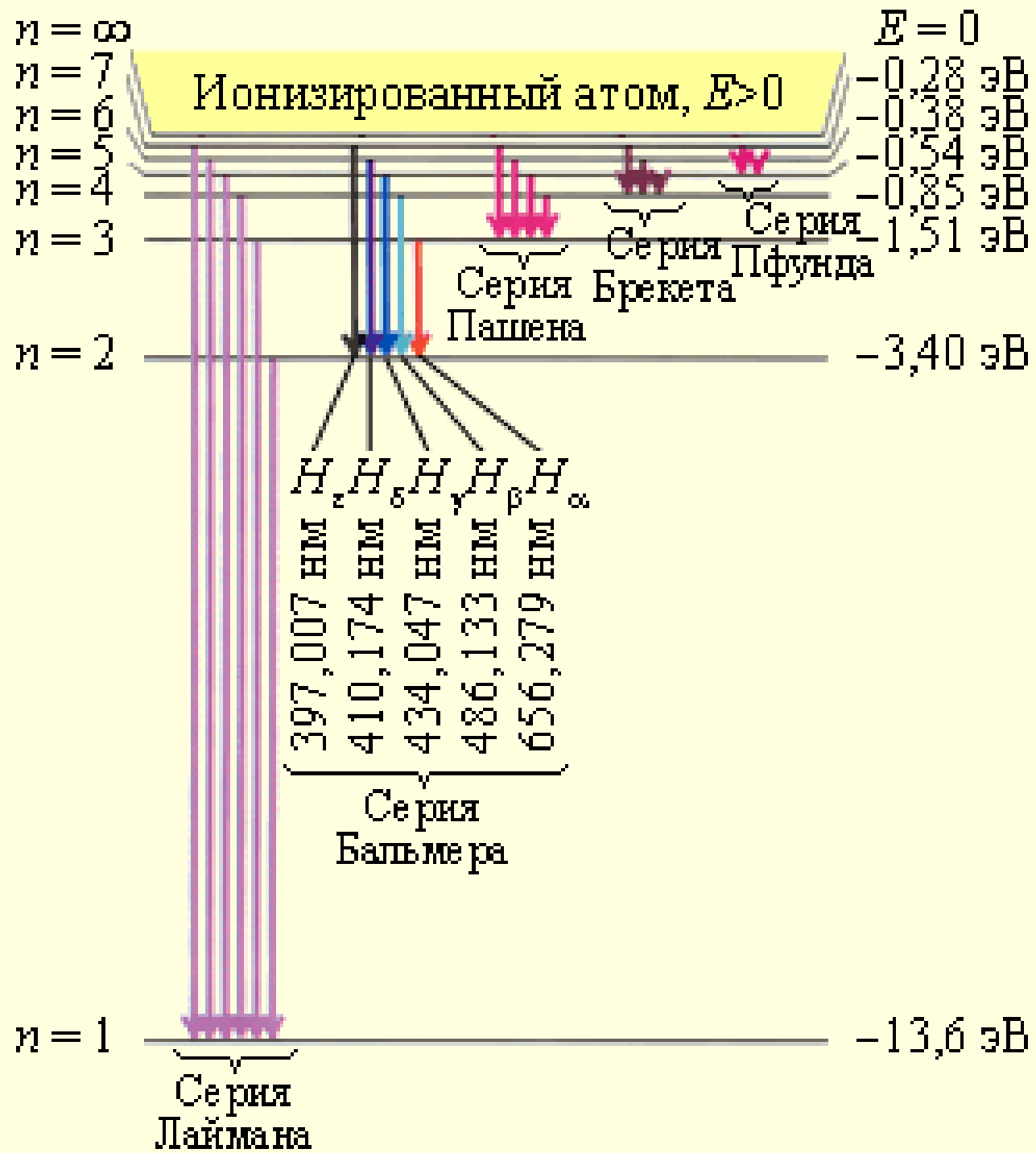
Фраунгоферовы линии

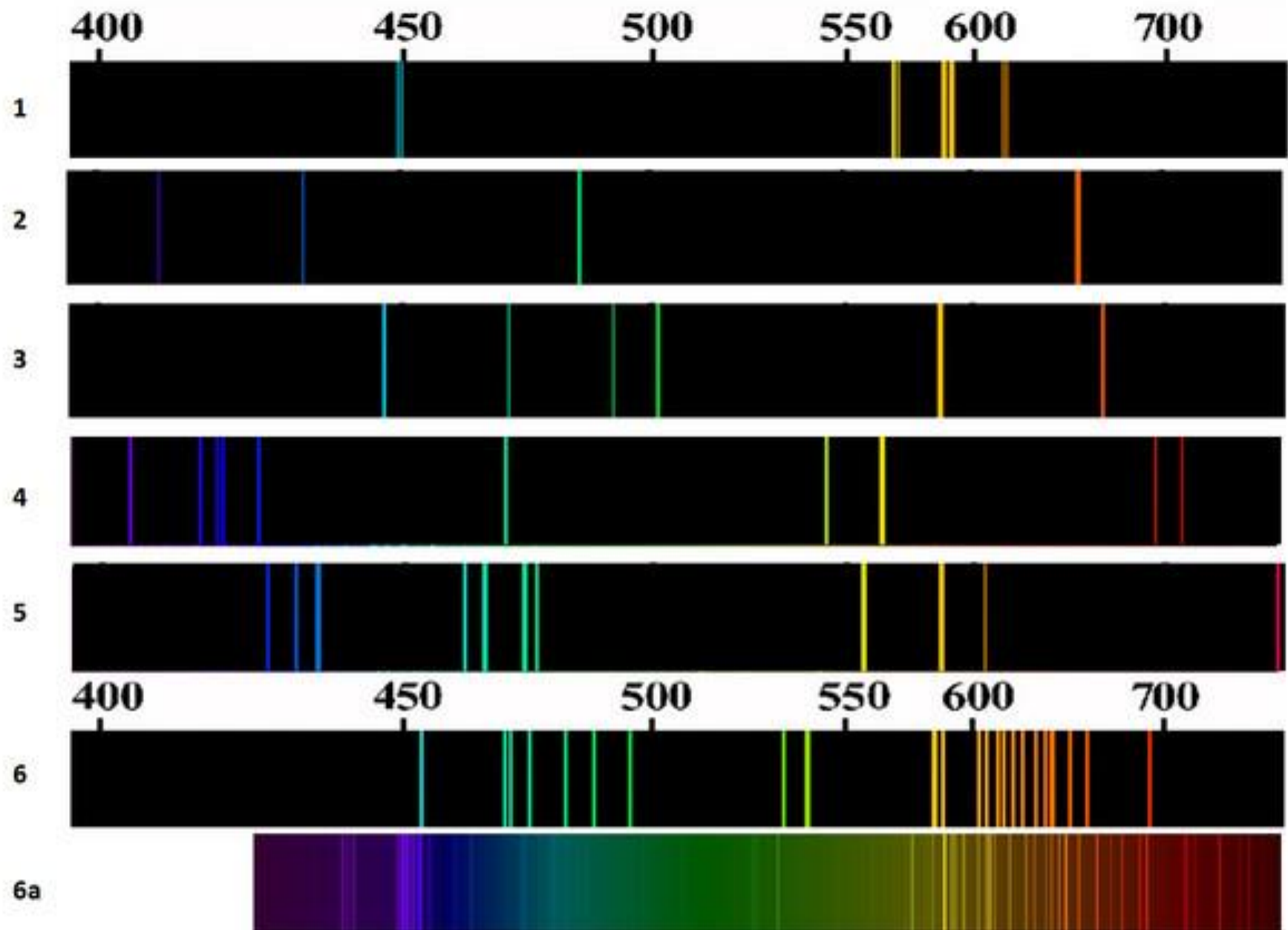


- Были открыты в 1802 году английским физиком и химиком Уильямом Волластоном и исследованы и подробно описаны немецким физиком Йозефом Фраунгофером в 1814 году при спектроскопических наблюдениях Солнца.
- Фраунгофер выделил и обозначил свыше 570 линий, причём сильные линии получили буквенные обозначения от А до К, а более слабые были обозначены оставшимися буквами



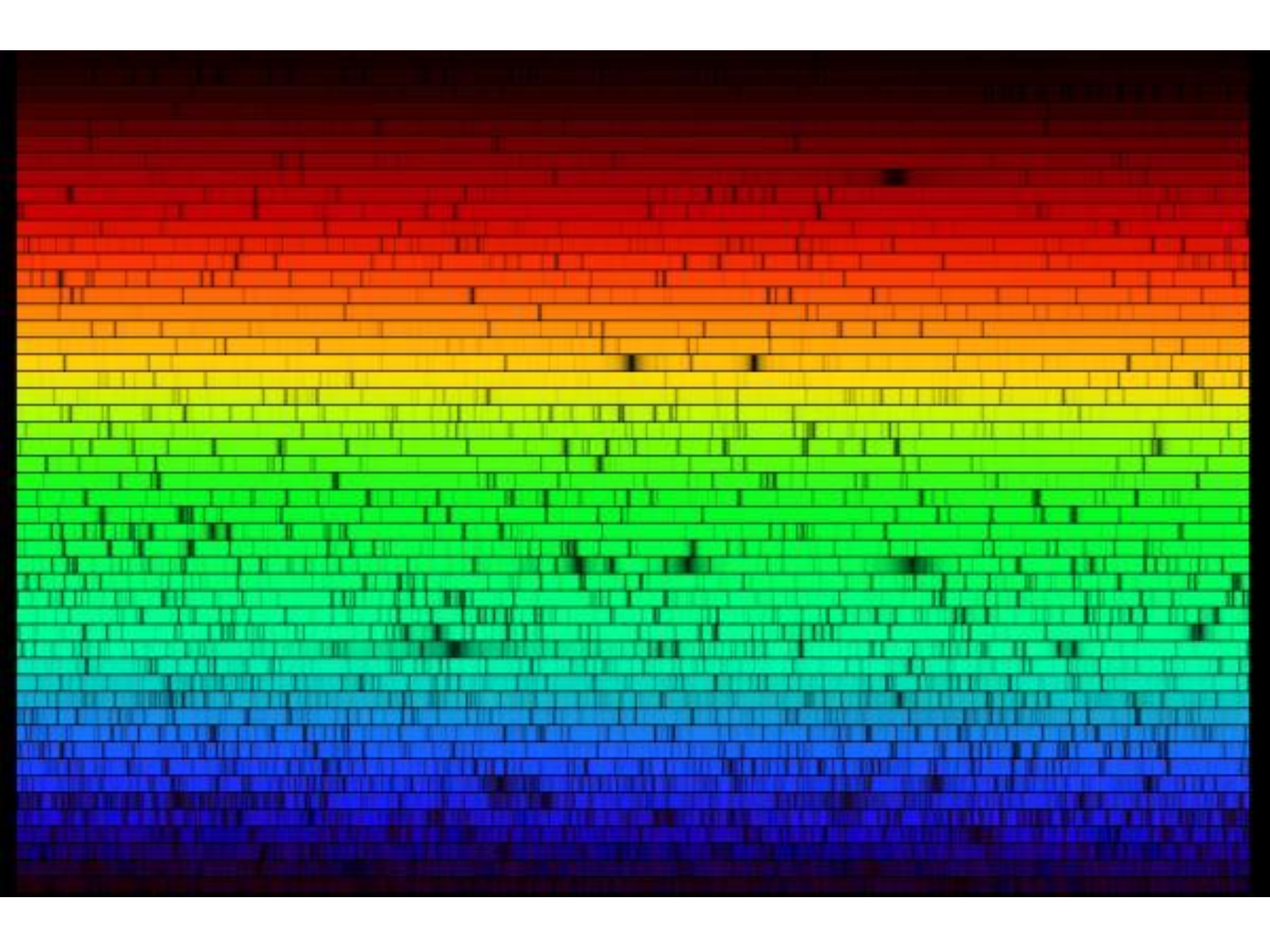
- В 1859 году Г. Кирхгоф и Р. Бунзен после серии экспериментов заключили: каждый химический элемент имеет свой неповторимый линейчатый спектр, и по спектру небесных светил можно сделать выводы о составе их вещества.





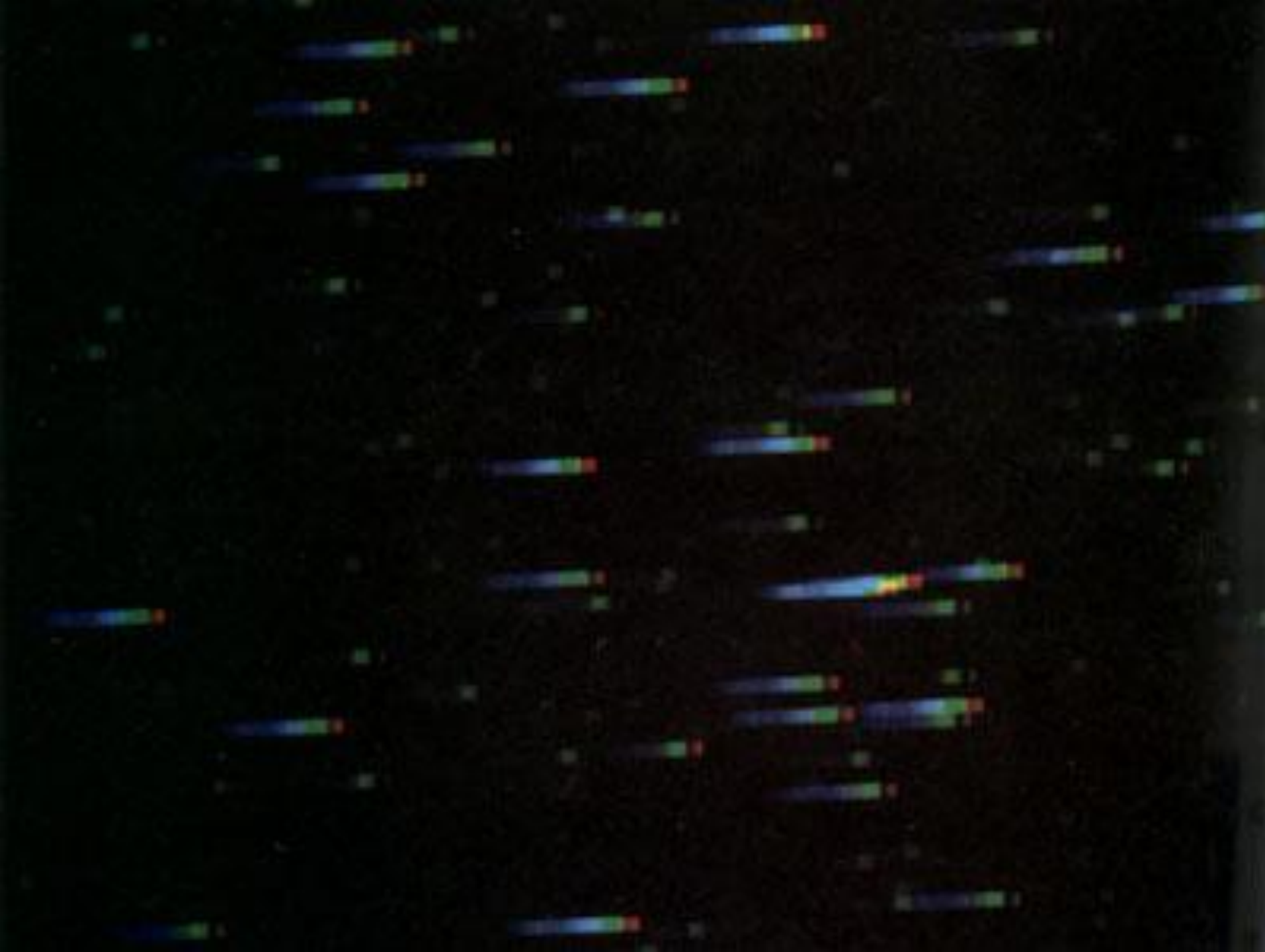
Спектры испускания: 1 – натрия; 2 – водорода; 3 – гелия; 4 – аргона; 5 – криптона; 6 – неона.
 6а – спектр неона, полученный при более высоком разрешении.

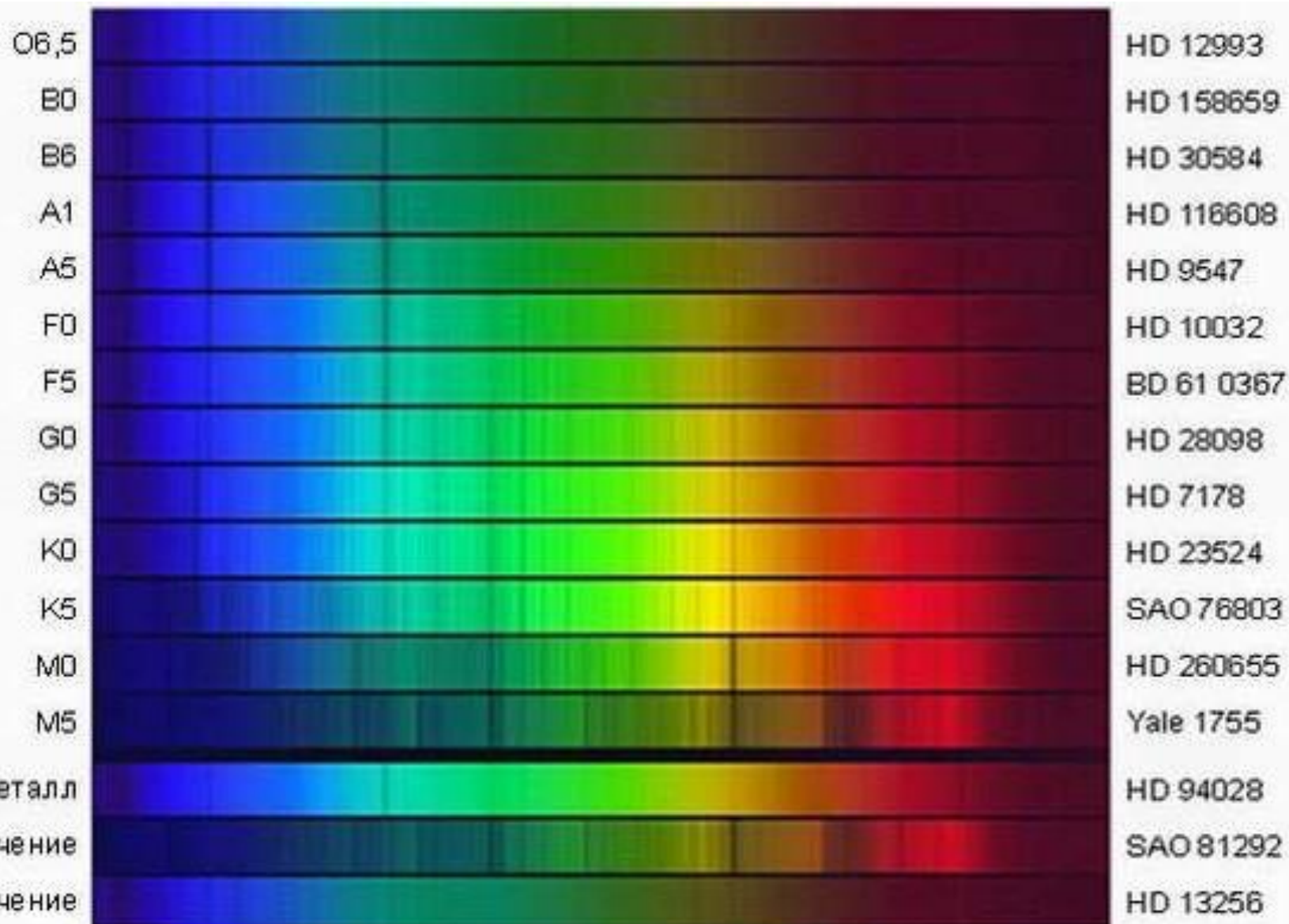




Физические условия в разных слоях Солнца







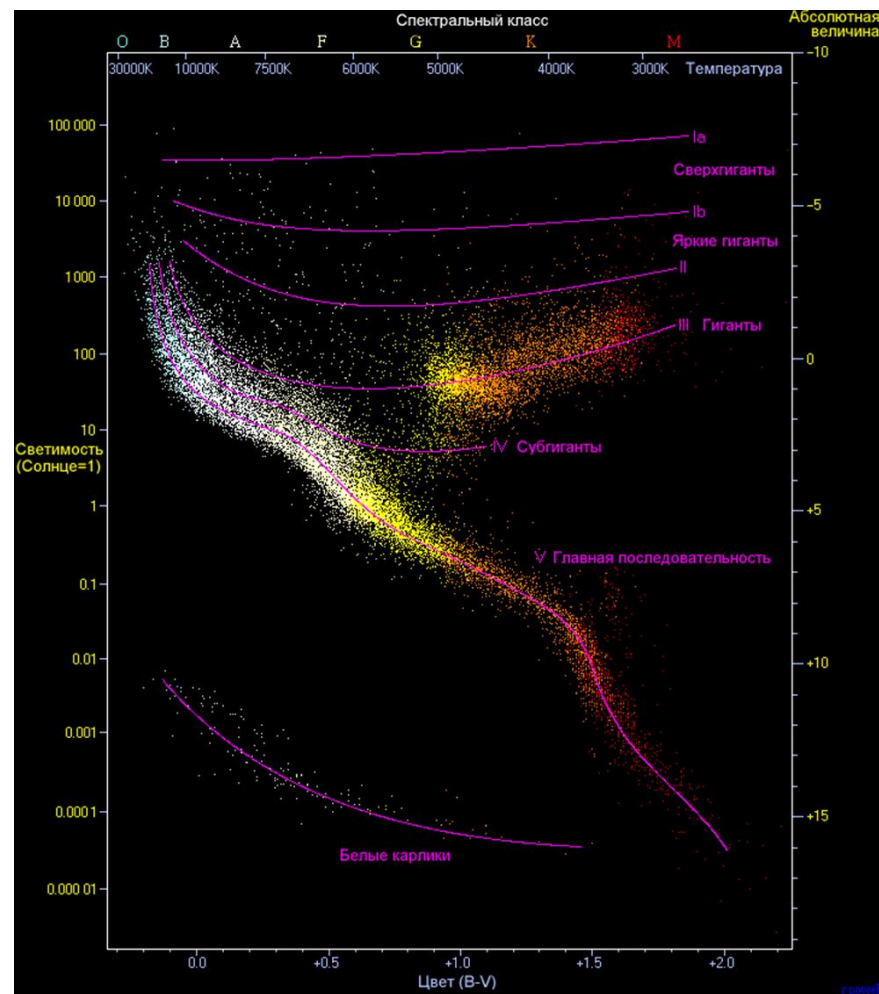
Спектральный класс	Цвет	Температура, К	Особенности спектра	Типичные звезды
W	Голубой	80 000	Излучения в линиях гелия, азота, кислорода	γ Парусов
O	Голубой	40 000	Интенсивные линии ионизированного гелия, линий металлов нет	Минтака
B	Голубовато-белый	20 000	Линии нейтрального гелия. Слабые линии H и K ионизованного кальция	Слика
A	Белый	10 000	Линии водорода достигают наибольшей интенсивности. Видны линии H и K ионизованного кальция, слабые линии металлов	Сириус, Вега
F	Желтоватый	7 000	Ионизированные металлы. Линии водорода ослабевают	Процион, Канопус
G	Желтый	6 000	Нейтральные металлы, интенсивные линии ионизованного кальция K и H	Солнце, Капелла
K	Оранжевый	4 500	Линий водорода почти нет. Присутствуют слабые полосы окиси титана. Многочисленные линии металлов	Арктур, Альдебаран
M	Красный	3 000	Сильные полосы окиси титана и других молекулярных соединений	Антарес, Бетельгейзе
L	Темно-красный	2 000	Сильные полосы C ₂ H, рубидия, цезия	Kel _u -1
T	"Коричневый карлик"	1 500	Интенсивные полосы поглощения воды, метана, молекулярного водорода	Gliese 229B

Задача №1

- **Задача.** Вследствие чего одиночная звезда массой $40 M_{\odot}$ теряет массу в процессе эволюции ?

1. излучение с поверхности звезды
2. химические реакции в атмосфере звезды
3. звёздный ветер
4. термоядерные реакции на поверхности звезды
5. аннигиляция вещества и антивещества
6. вспышка сверхновой

- Ответ: 1,3,6



Задача №2

- **Задача.** У Солнца в среднем на 90 атомов (и ионов) водорода приходится 10 атомов и ионов гелия. Найдите массовые доли водорода и гелия при условии, что наличием других элементов можно пренебречь.
- **Ответ:** 0,75 и 0,25.

- **Решение.**

- Найдем массу атома H –
 $1.00784 \text{ а.е.м.} = 1.00784 \times (1.66 \times 10^{-27}) \text{ кг} = 1.673 \times 10^{-27} \text{ кг}$
- Найдем массу атома He –
 $4.002602 \text{ а.е.м.} = 4.002602 \times (1.66 \times 10^{-27}) \text{ кг} = 6.644 \times 10^{-27} \text{ кг}$
- Массовая доля H будет:
- $$\frac{X \cdot m_H}{X \cdot m_H + Y \cdot m_{He}} = 0.75$$
- Массовая доля He будет:
- $$\frac{Y \cdot m_{He}}{X \cdot m_H + Y \cdot m_{He}} = 0.25$$

Задача №3

• **Задача.** На сколько градусов изменится средняя температура на Земли, если вся поверхность Солнца покроется пятнами? Принять, что температура Солнца 6000 К, а пятно на 1000 К холоднее. Парниковым эффектом пренебречь.

• **Ответ:** понизится примерно на 40 градусов.

• **Решение:**

$$\bullet \frac{L_{\Pi}}{L_0} = \frac{4\pi R^2 \sigma T_{\Pi}^4}{4\pi R^2 \sigma T_0^4} = \left(\frac{T_{\Pi}}{T_0}\right)^4 = \left(\frac{5000}{6000}\right)^4 = 0.48$$

• Теперь выведем зависимость равновесной температуры на планете – абсолютно серое тело:

$$\bullet \frac{R^2 \sigma T^4}{a^2} \cdot \pi r_{\Pi}^2 = 4\pi r_{\Pi}^2 \sigma T_{\Pi}^4$$

$$\bullet T_{\text{пл}} = T \cdot \sqrt{\frac{R}{2a}}$$

• понизится примерно на 40 К.

Размеры звёзд

- Сверхгиганты

$$10^2 R_{\odot} < R < 10^4 R_{\odot}$$

- Гиганты

$$10 R_{\odot} < R < 10^2 R_{\odot}$$

- Карлики

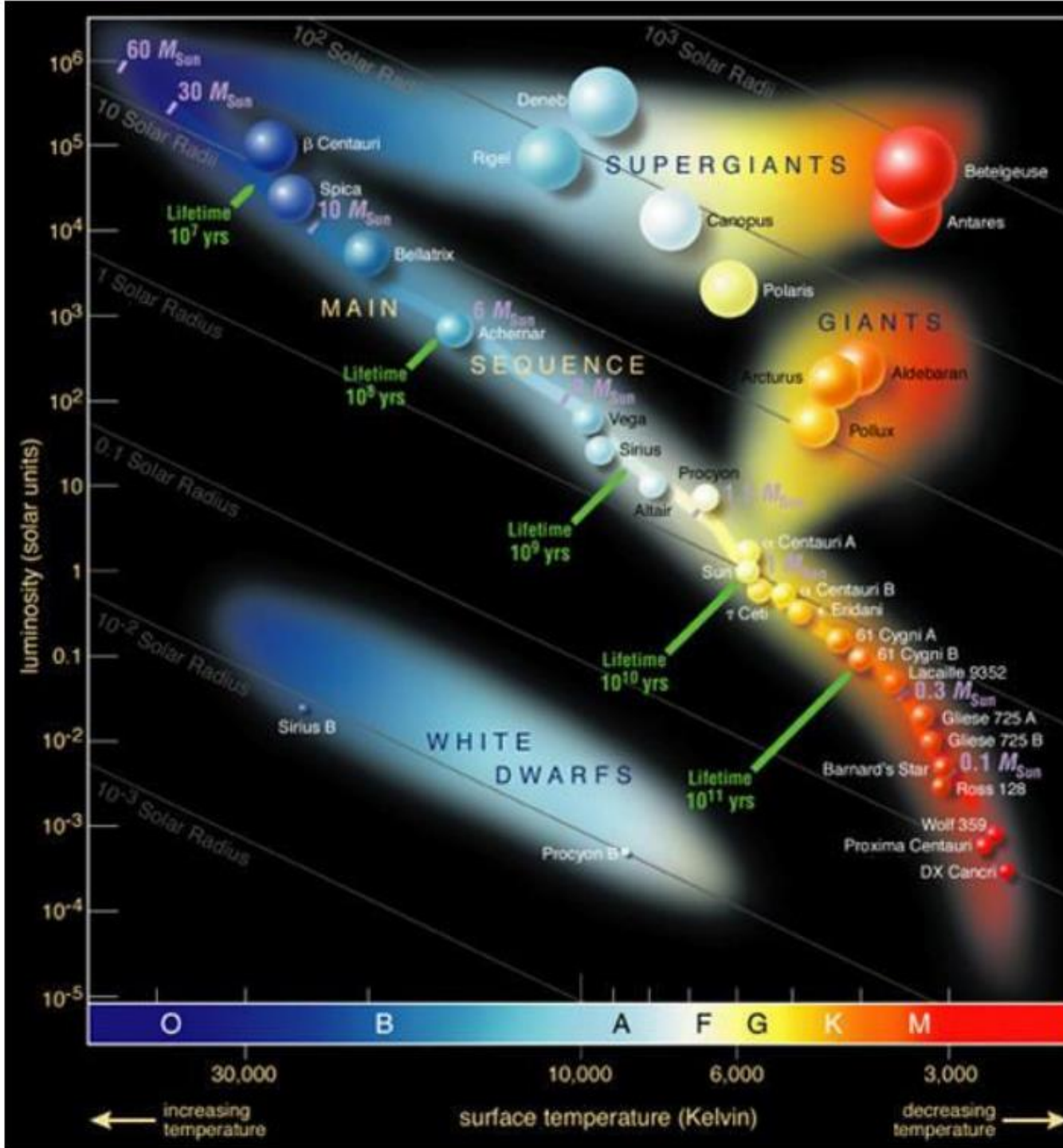
$$10^{-1} R_{\odot} < R < 10 R_{\odot}$$

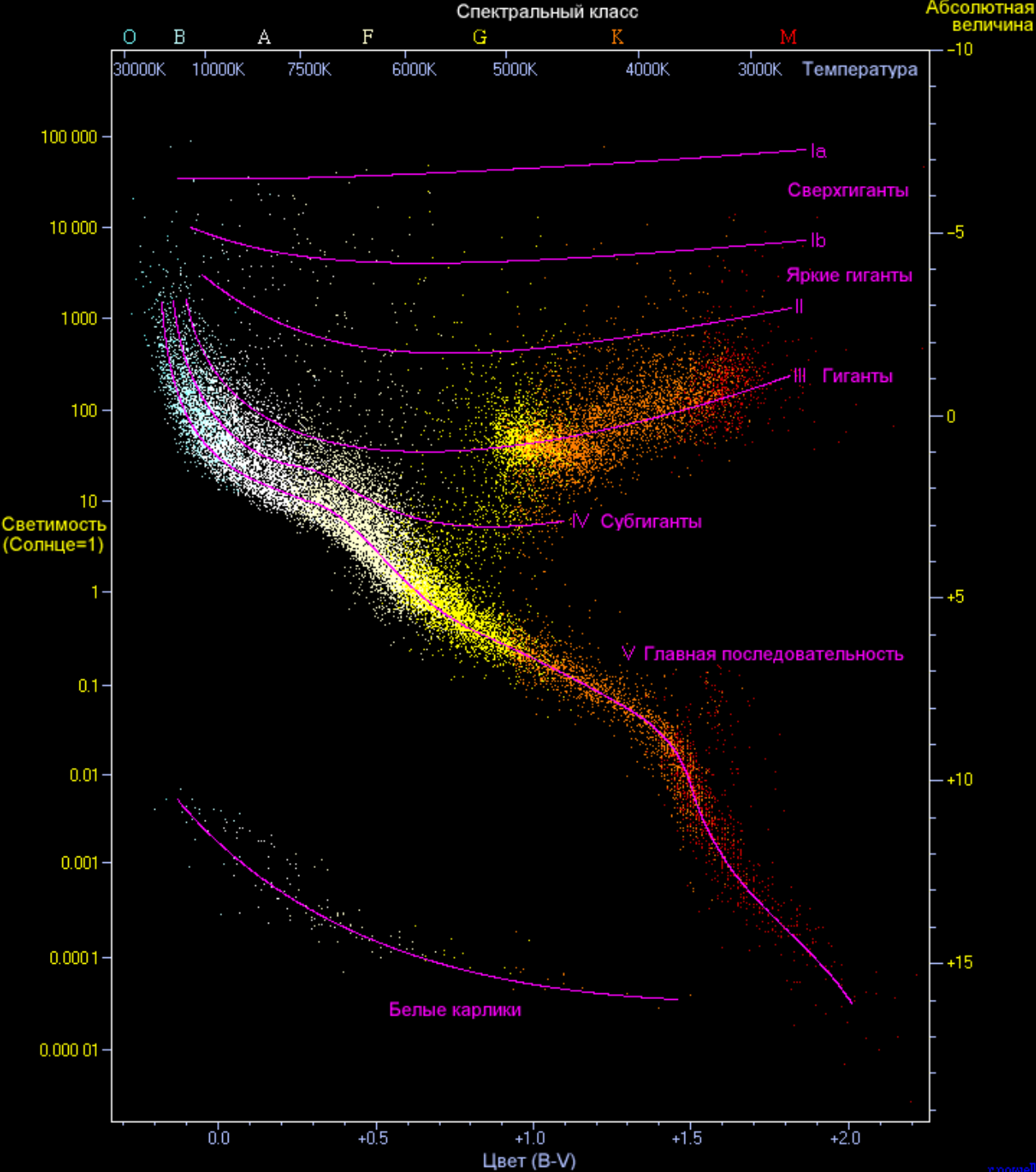
- Белые карлики

$$\sim R_{\oplus}$$

- Нейтронные звезды

$$\sim 10 \text{ км}$$





Йеркская классификация

В соответствии с этой классификацией звезде приписывают гарвардский спектральный класс и класс светимости:

- Ia+ или 0 — гипергиганты
- I, Ia, Iab, Ib — сверхгиганты
- II, IIa, IIb — яркие гиганты
- III, IIIa, IIIab, IIIb — гиганты
- IV — субгиганты
- V, Va, Vb — карлики (звезды главной последовательности)
- VI — субкарлики
- VII — белые карлики

- Закон Стефана-Больцмана

$$L_* = S\sigma T^4 = 4\pi R^2\sigma T^4 \Rightarrow L_* \sim T^4$$

- Зависимость Масса – Светимость

$$L_* \sim M^\alpha$$

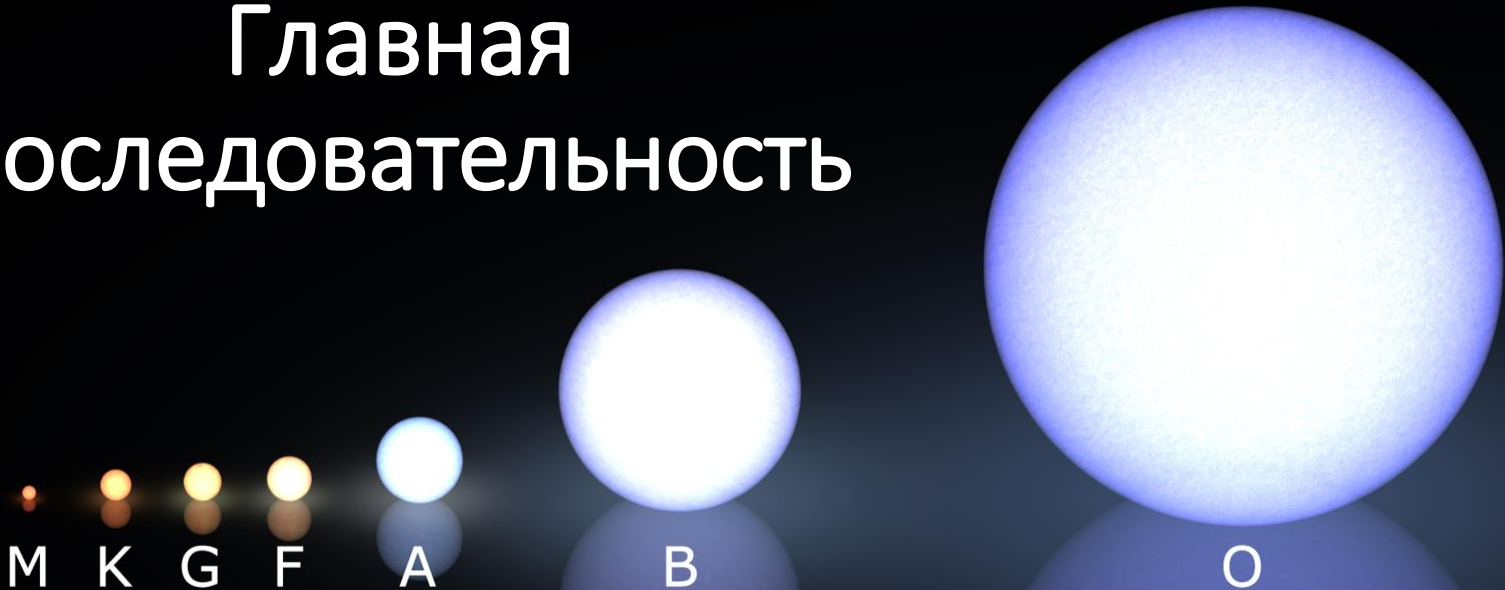
, где $\alpha=2,3$ ($M < 0,43M_\odot$), $\alpha=4$ ($0,43M_\odot < M < 2M_\odot$),

$\alpha=3,5$ ($2M_\odot < M < 20M_\odot$), $\alpha=1$ ($20M_\odot < M$)

- Зависимость Радиус – Светимость

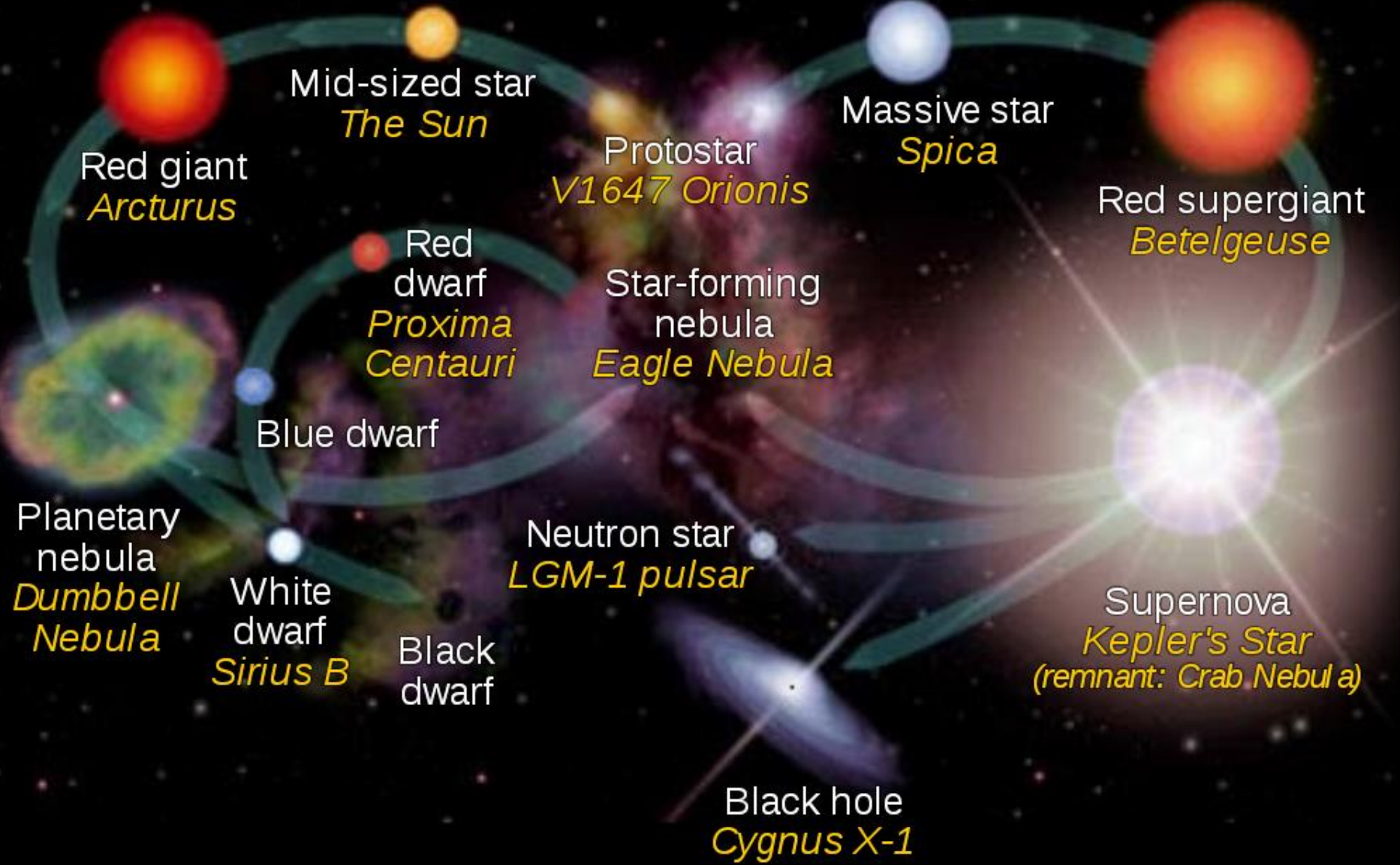
$$L_* \sim R^{5,2}$$

Главная последовательность



Low-mass stars

High-mass stars

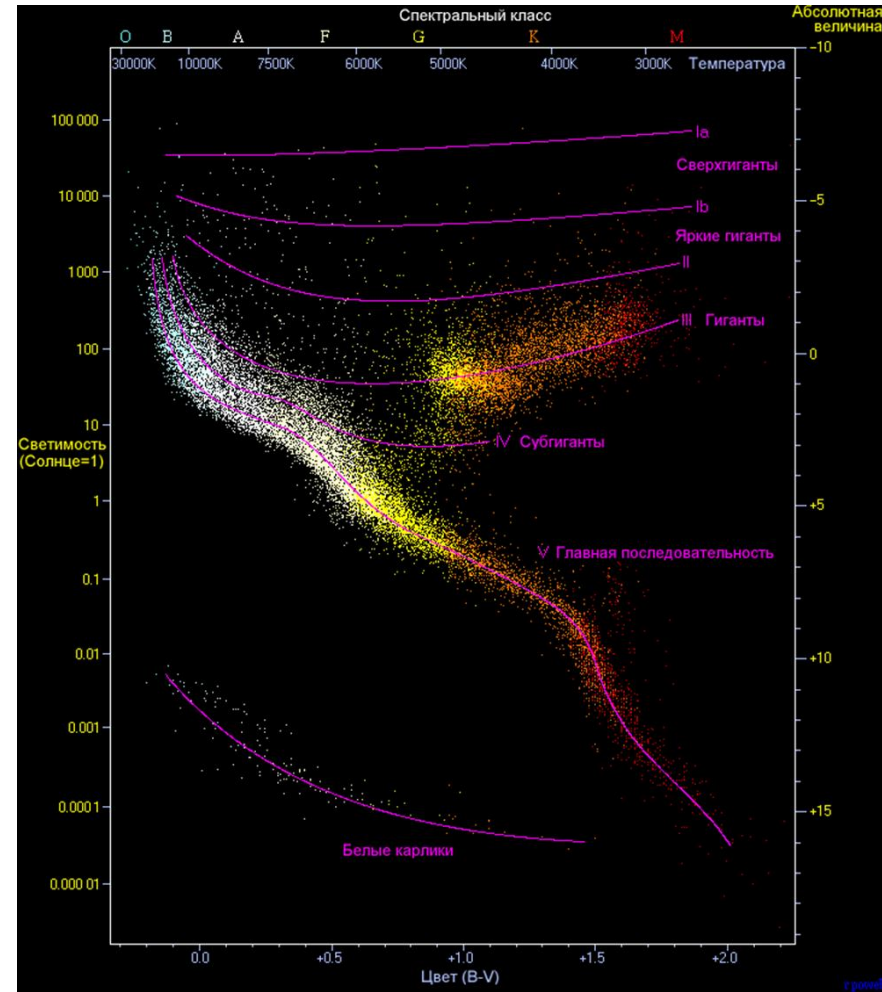


Задача №4

- **Задача.** Какие из величин можно откладывать по оси абсцисс на диаграмме Герцшпрунга-Рассела?

1. Масса звезды
2. Радиус звезды
3. Спектральный класс звезды
4. Показатель цвета звезды
5. Температура поверхности
6. Температура ядра

- **Ответ:** 3, 4, 5.

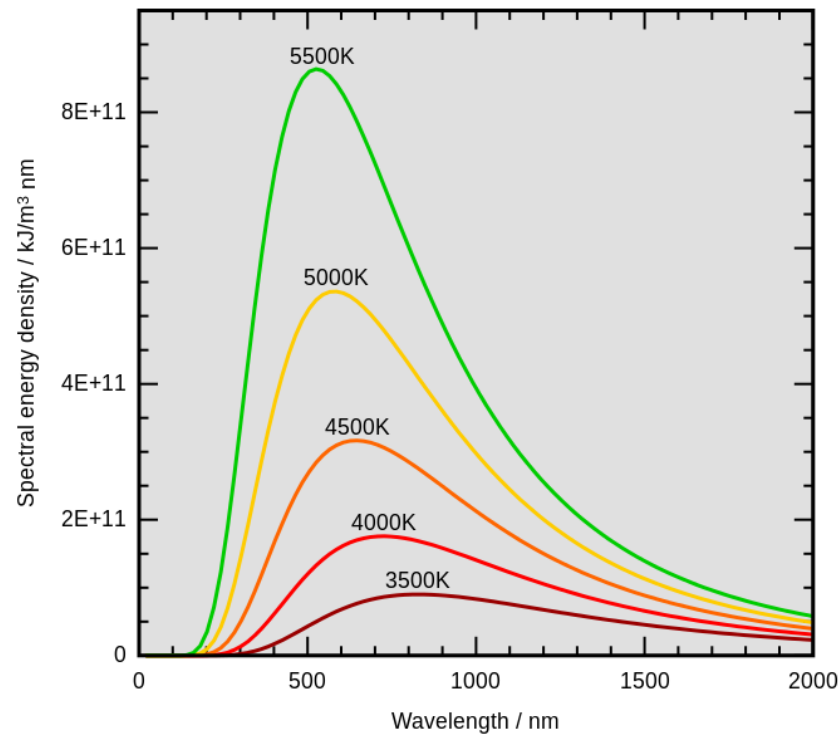


Задача №5

- **Задача.** У каких звёзд максимум излучения приходится на УФ диапазон:

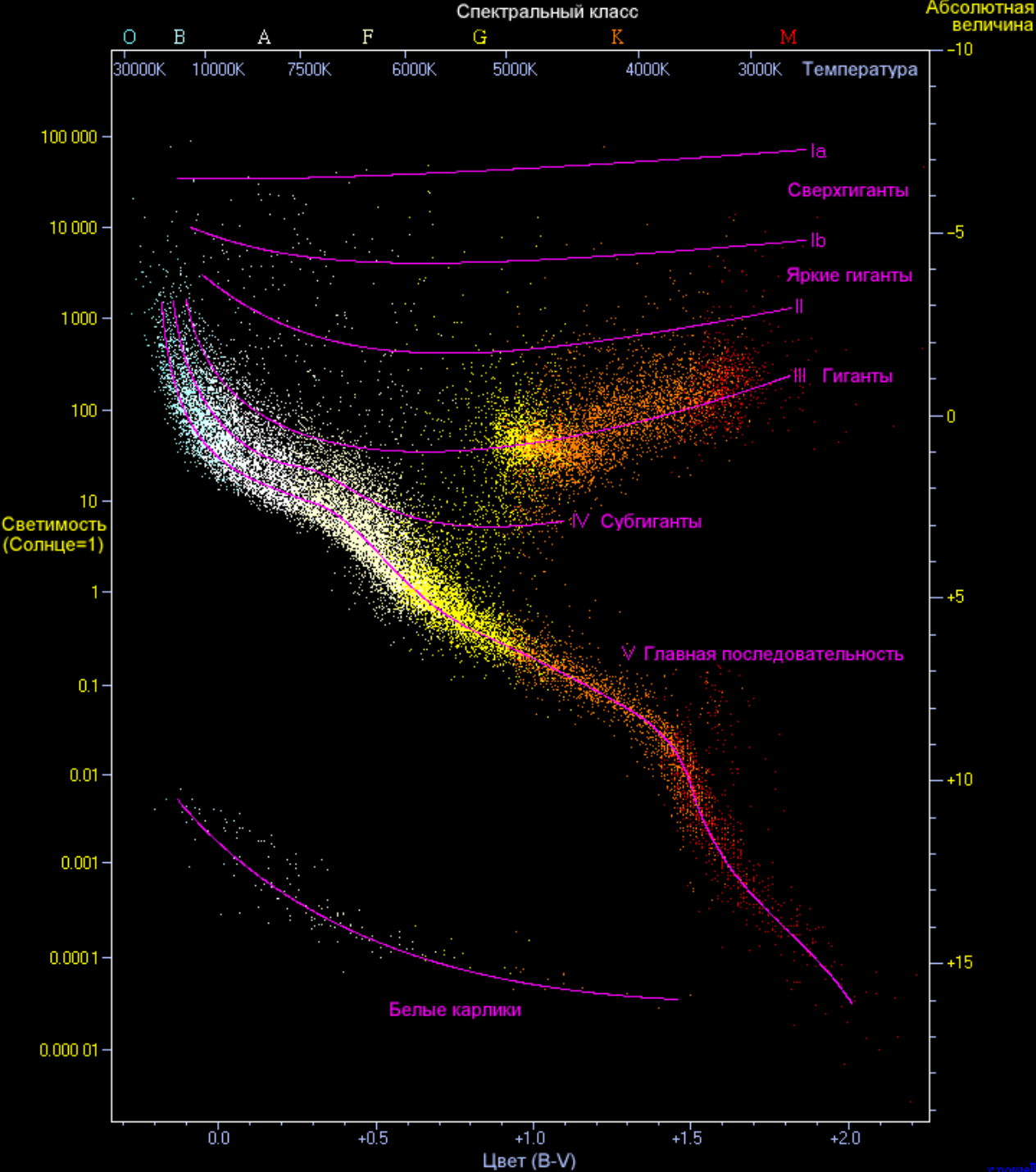
1. Звезда спектрального класса F
2. Звезда спектрального класса B
3. Звезда, температурой поверхности 100 тыс. К
4. Звезда, температурой поверхности 2500 К
5. Звезда, у которой показатель цвета $B-V = -0,1$
6. Звезда, у которой показатель цвета $B-V = +0,5$

- **Ответ:** 2, 3, 5.



- Длина волны, при которой энергия излучения абсолютно чёрного тела максимальна

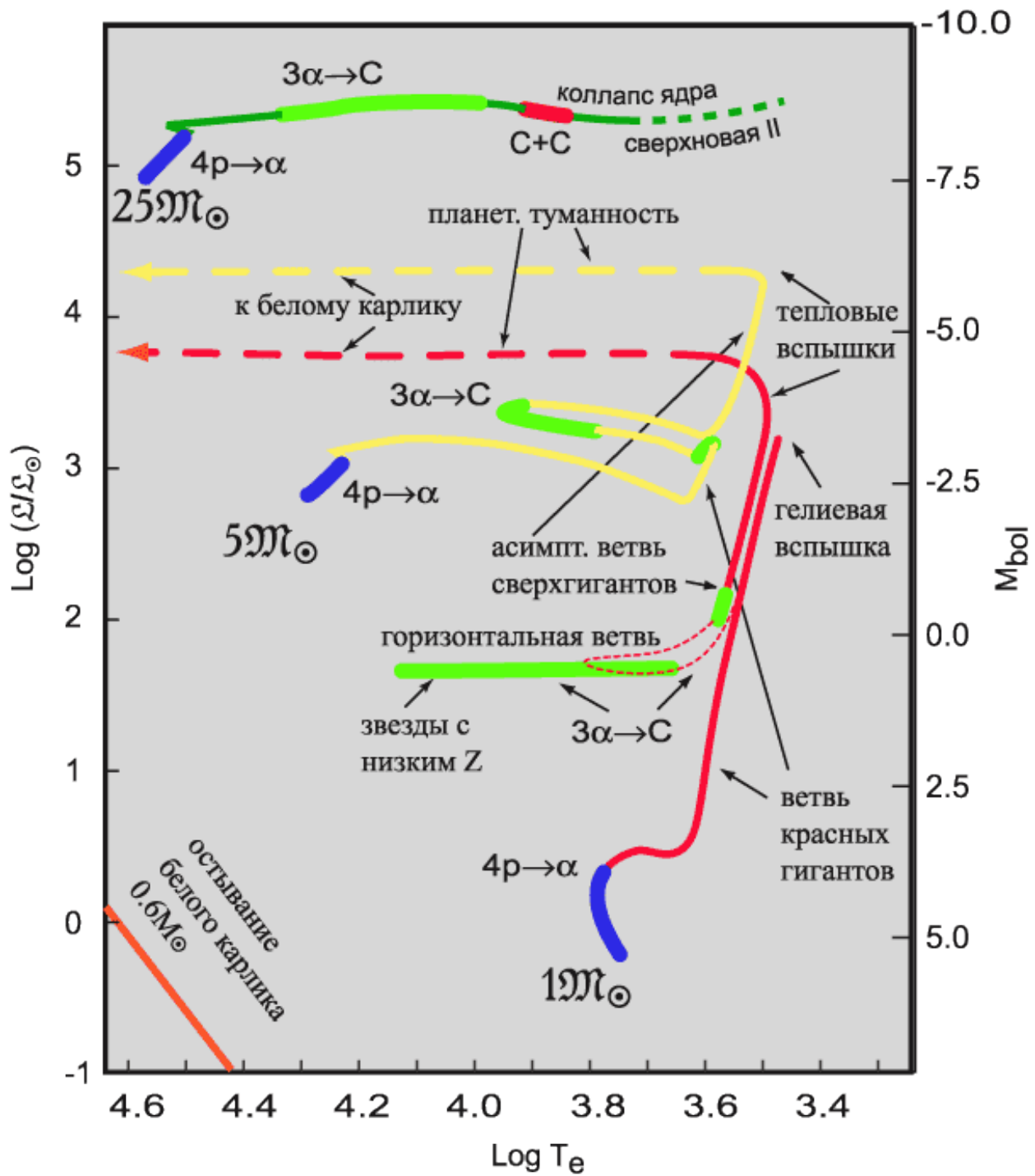
- $$\lambda_{\text{макс}} = \frac{0,0029}{T} \quad [\text{м}] = \frac{29 \cdot 10^6}{T} \quad [\text{\AA}]$$



Йеркская классификация

В соответствии с этой классификацией звезде приписывают гарвардский спектральный класс и класс светимости:

- Ia+ или 0 — гипергиганты
- I, Ia, Iab, Ib — сверхгиганты
- II, IIa, IIb — яркие гиганты
- III, IIIa, IIIab, IIIb — гиганты
- IV — субгиганты
- V, Va, Vb — карлики (звезды главной последовательности)
- VI — субкарлики
- VII — белые карлики



Белые карлики

- Светимость

$$\sim 10^{-4} L_{\odot} \quad \text{E}$$

- Масса

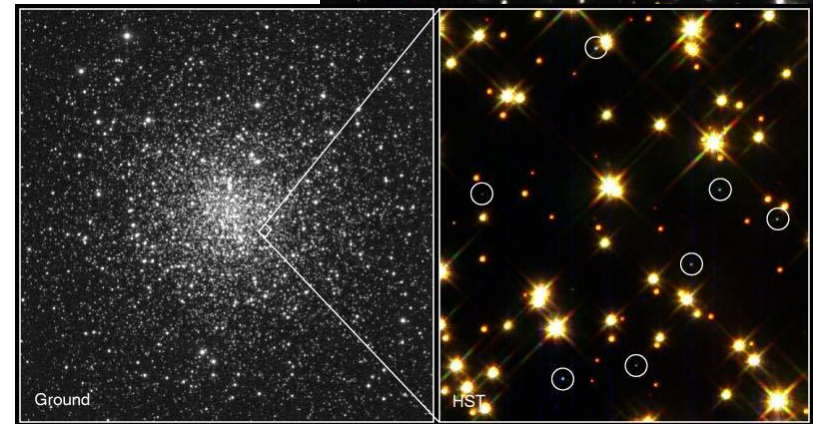
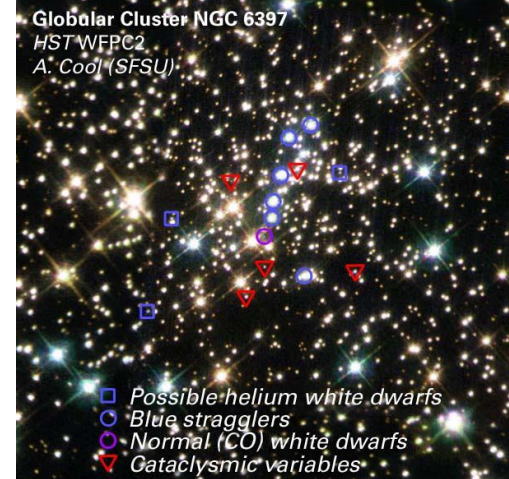
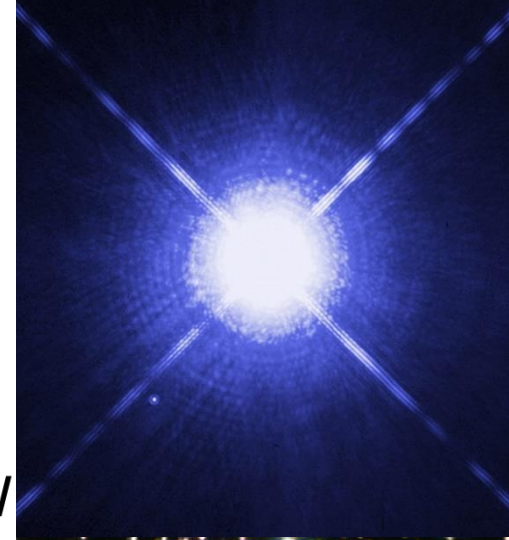
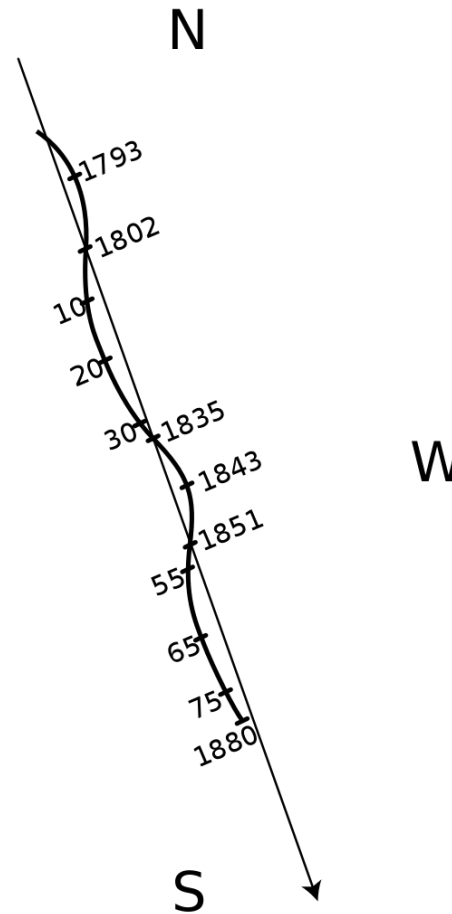
$$M_{WD} < 1,44 M_{\odot}$$

- Радиус

$$\sim R_{\oplus} \approx 0,01 R_{\odot}$$

- Уравнение состояния – вырожденный электронный газ:

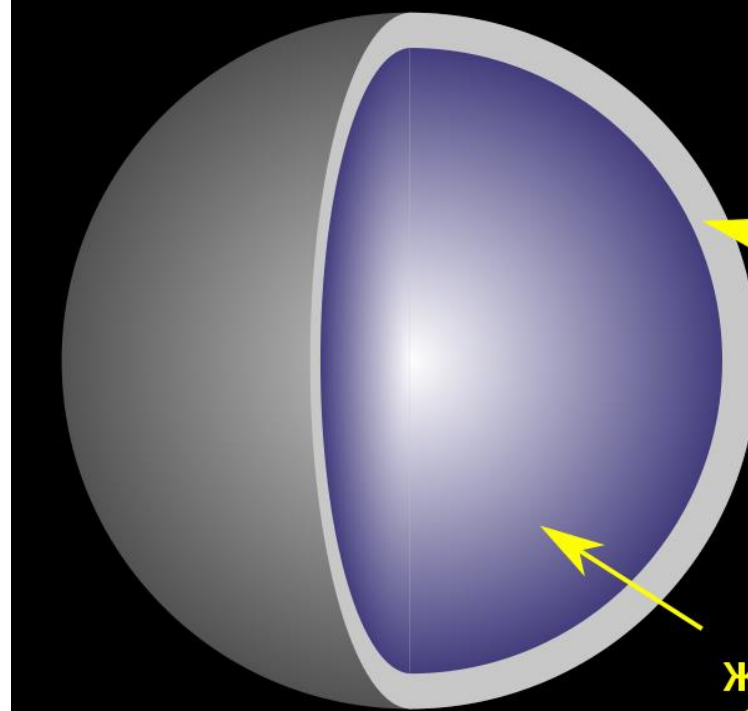
$$P = k\rho^{5/3}$$



Нейтронные звёзды

Нейтронная звезда

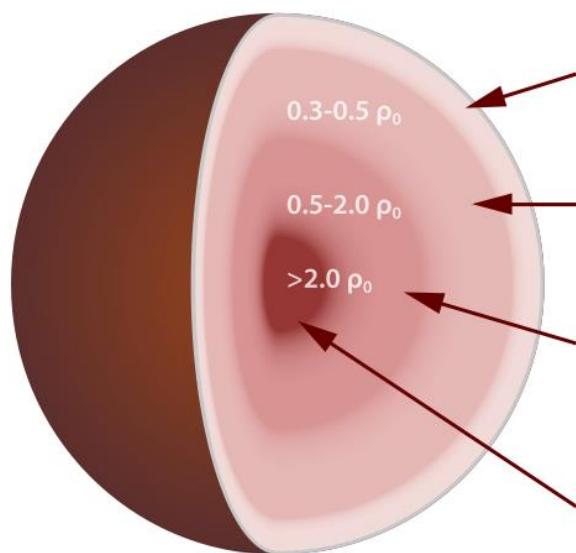
1,5 массы Солнца
~ 20 км в диаметре



Твердая оболочка
~ 2 км

Жидкая середина

Состоящая в основном из нейтронов, а также из других частиц



outer crust 0.3-0.5 km
ions, electrons

$0.3-0.5 \rho_0$

inner crust 1-2 km
electrons, neutrons, nuclei

$0.5-2.0 \rho_0$

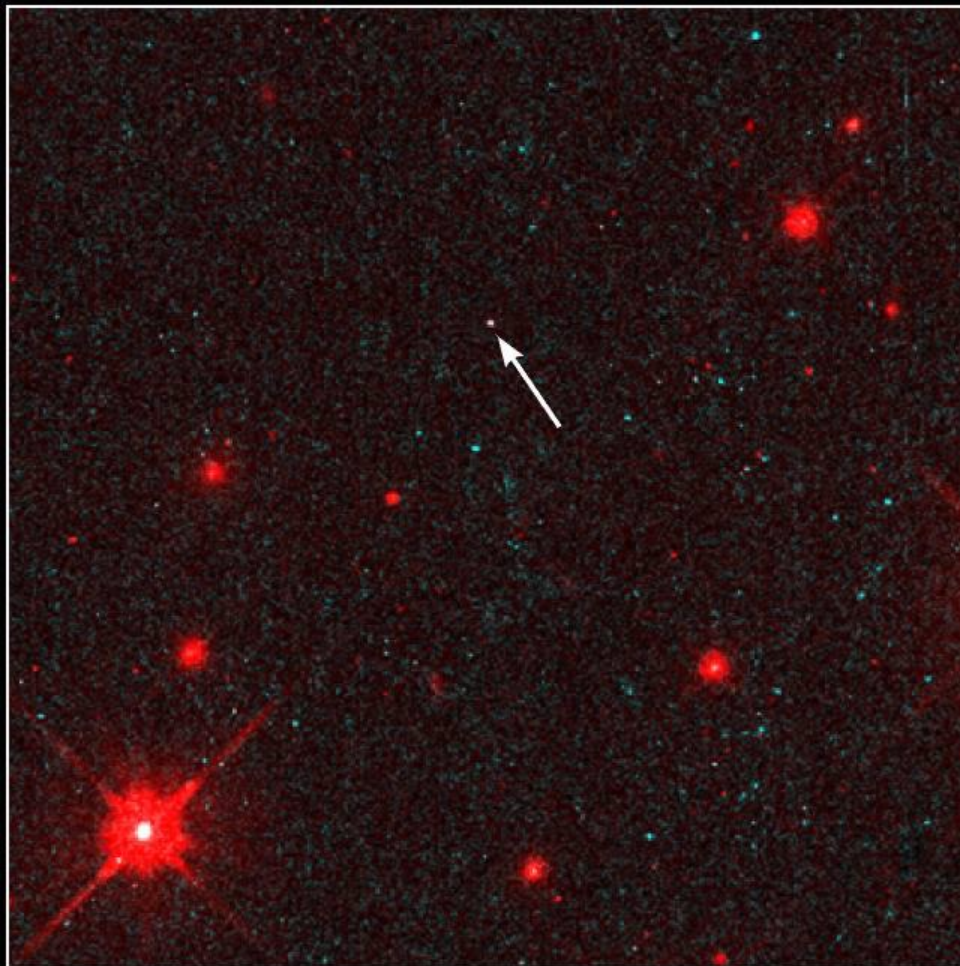
outer core ~ 9 km
**neutron-proton Fermi liquid
few % electron Fermi gas**

$>2.0 \rho_0$

inner core 0-3 km
quark gluon plasma?

- Масса
 $0,6M_{\odot} < M_{\text{НЗ}} < 2,5M_{\odot}$
- Плотность
- $\sim 10^{14}$ г/см³

Пульсары



Isolated Neutron Star RX J185635-3754 HST • WFPC2

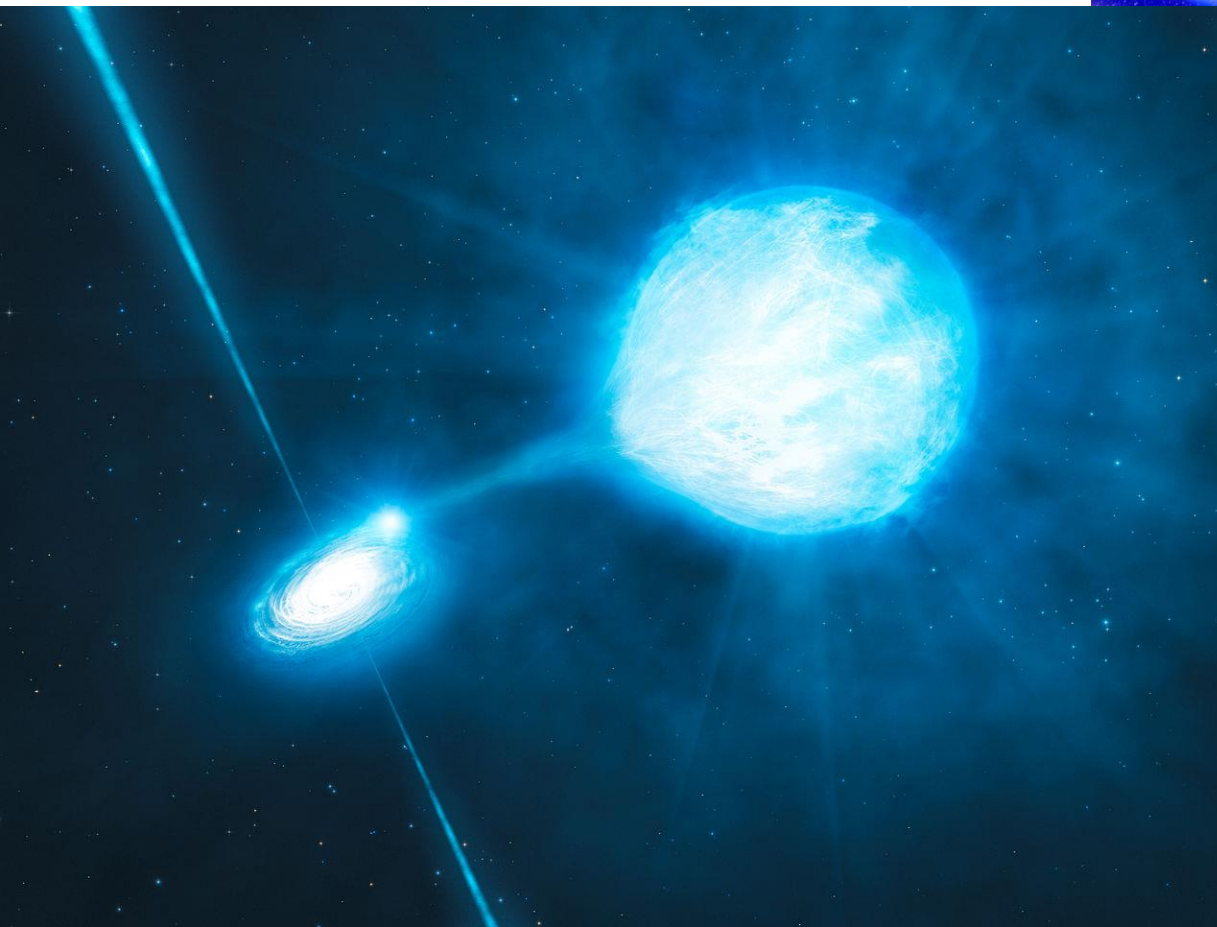
PRC97-32 • ST ScI OPO • September 25, 1997
F. Walter (State University of New York at Stony Brook) and NASA



- Мощное магнитное поле – 10^{12} Гс
- Маленький период осевого вращения до 0,001 с



Черные дыры



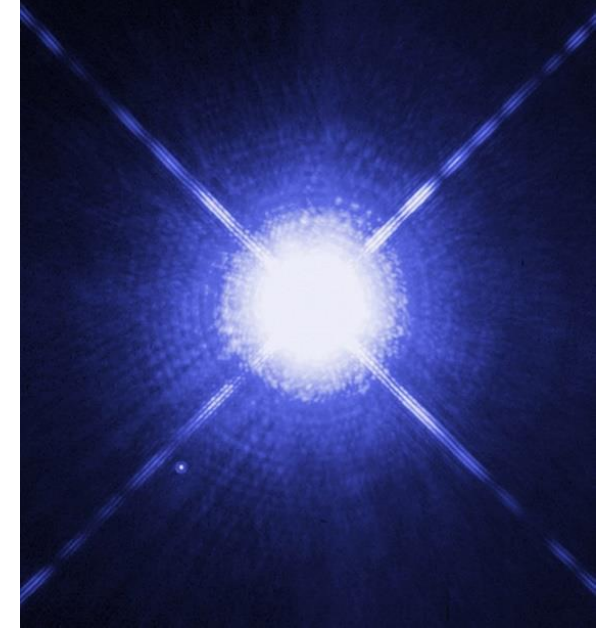
- Массы
 $M_{\text{чд}} > 2,5M_{\odot}$
- Радиус
$$R_{\text{чд}} = \frac{2GM}{c^2}$$
- Плотность
$$\rho = \frac{3c^6}{32\pi M^2 G^3}$$

 $\sim 10^{30} \text{ г/см}^3$

Задача №6

- **Задача.** Оцените плотность вещества белого карлика ($R = 10\,000$ км, $M = 1 M_{\odot}$) и нейтронной звезды ($R = 10$ км, $M = 2 M_{\odot}$).

- **Ответ:** $5 \cdot 10^8$ кг/м³ и 10^{18} кг/м³. Тут подразумевалось, что учащийся должен найти в учебнике значения радиусов и масс звезд



- **Решение.**

- Белый карлик

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}}{\frac{4}{3}\pi(10^7)^3 \text{ м}^3} = 5 \cdot 10^8 \text{ кг/м}^3$$

- Нейтронная звезда

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}}{\frac{4}{3}\pi(10^4)^3 \text{ м}^3} = 10^{18} \text{ кг/м}^3$$

Задача №7

- **Задача.** Какова должна быть масса чёрной дыры, чтобы её средняя плотность была равна плотности воды? А плотности воздуха? Ответ выразите в солнечных массах
- **Ответ:** $2.7 \cdot 10^{38}$ кг и $7.8 \cdot 10^{39}$ кг или 135 млн масс Солнца и 3,9 млрд масс Солнца.

- **Решение.**

- Радиус

$$R_{\text{чд}} = \frac{2GM}{c^2}$$

- Плотность

$$\rho = \frac{3c^6}{32\pi M^2 G^3}$$

$2.7 \cdot 10^{38}$ кг и $7.8 \cdot 10^{39}$ кг
или

135 млн масс Солнца и
3,9 млрд масс Солнца.

Задача №8

- **Задача.** Каков размер (гравитационный радиус) сверхмассивной чёрной дыры массой $M = 4$ млн M_{\odot} , находящейся в центре Млечного пути.

- **Ответ:** примерно 11,8 млн км

- **Решение.**

- Радиус

$$R_{\text{чд}} = \frac{2GM}{c^2}$$

- Подставим параметры черной дыры в центре Млечного пути:

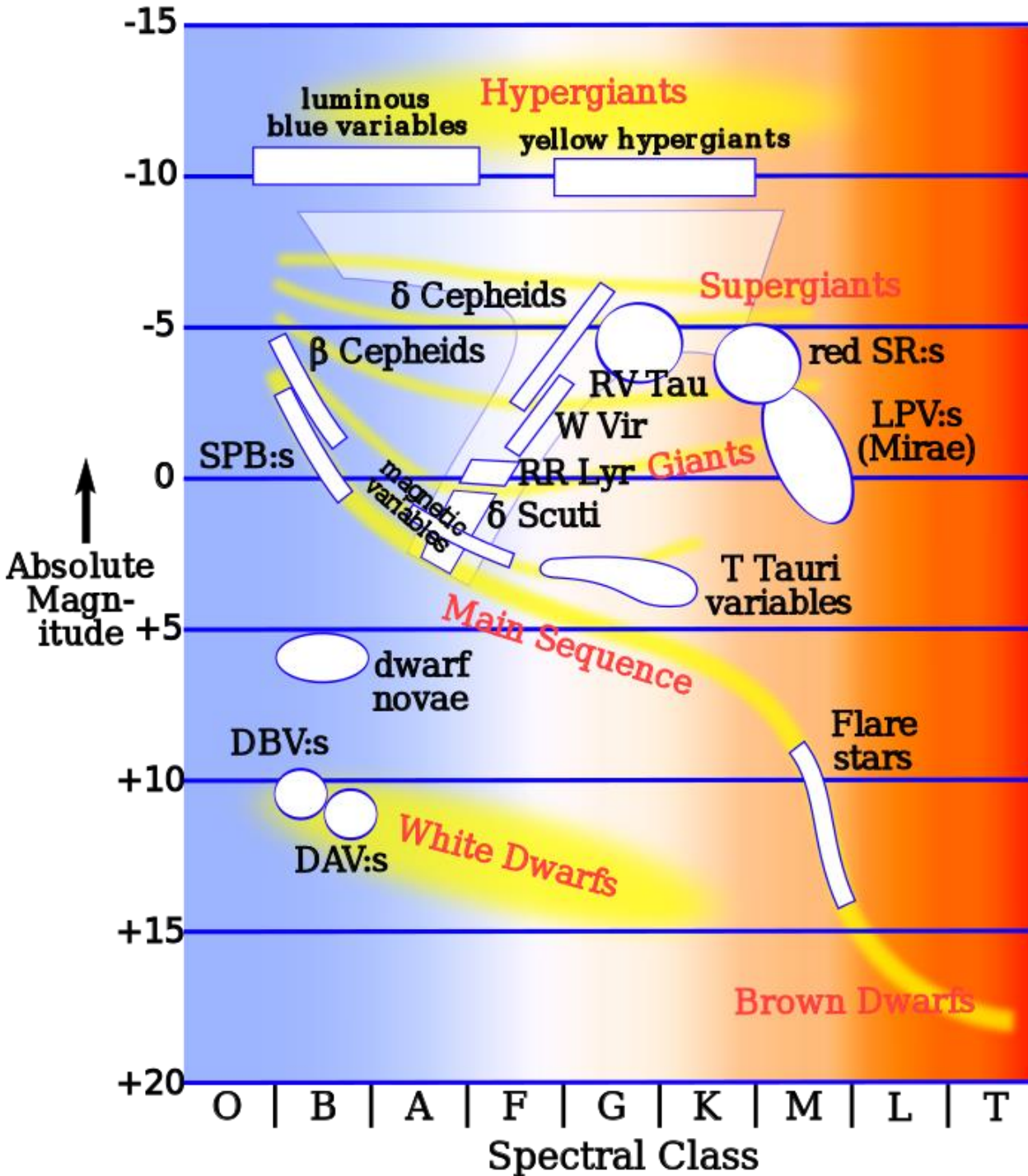
- $R_{\text{чд}} = \frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 11.8 \cdot 10^6 \text{ км} \approx 0.079 \text{ а. е.}$



Переменные звезды

Каких звезд больше?



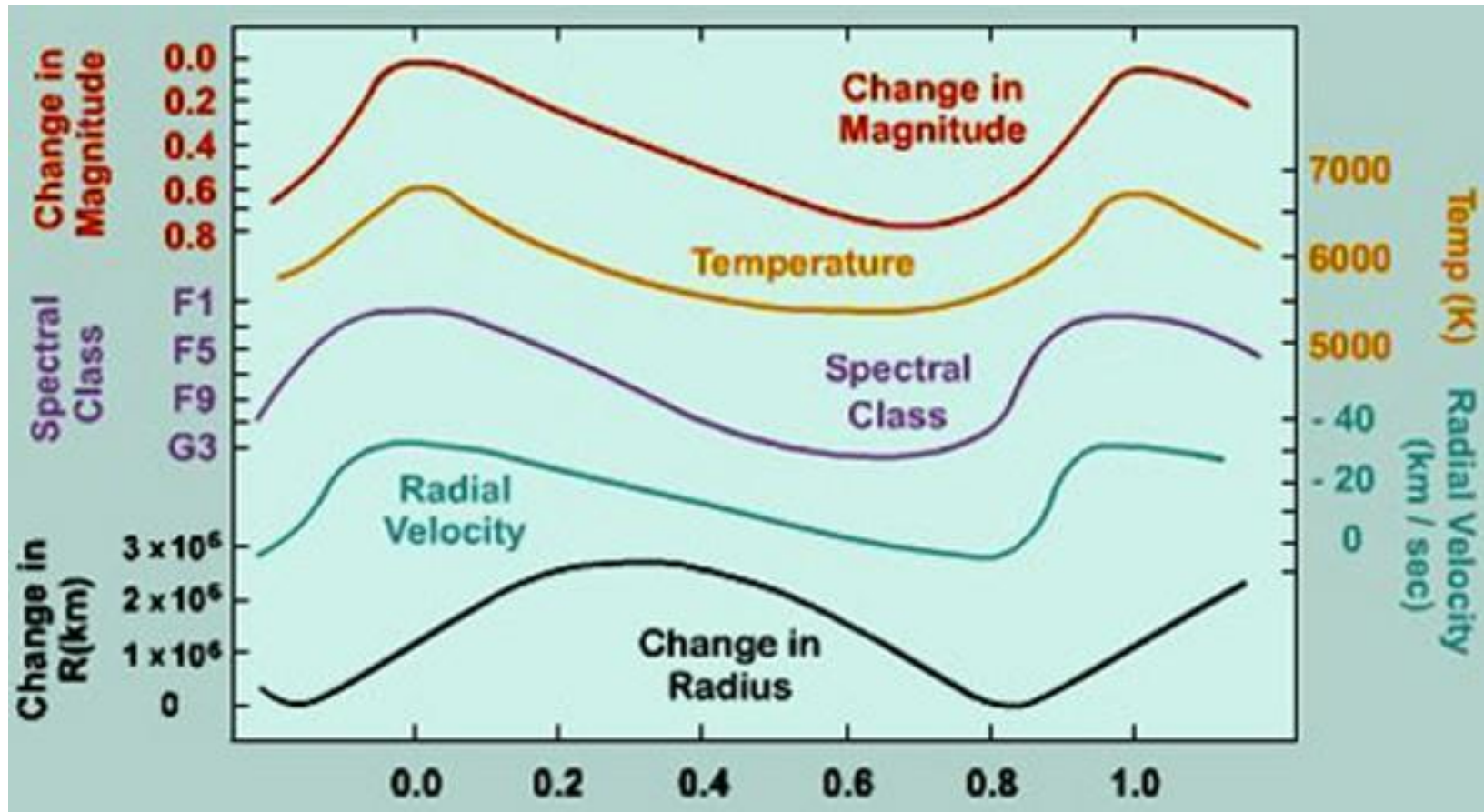


Современная классификация

- Пульсирующие переменные звёзды
- Эруптивные переменные звёзды
- Затменные переменные звёзды

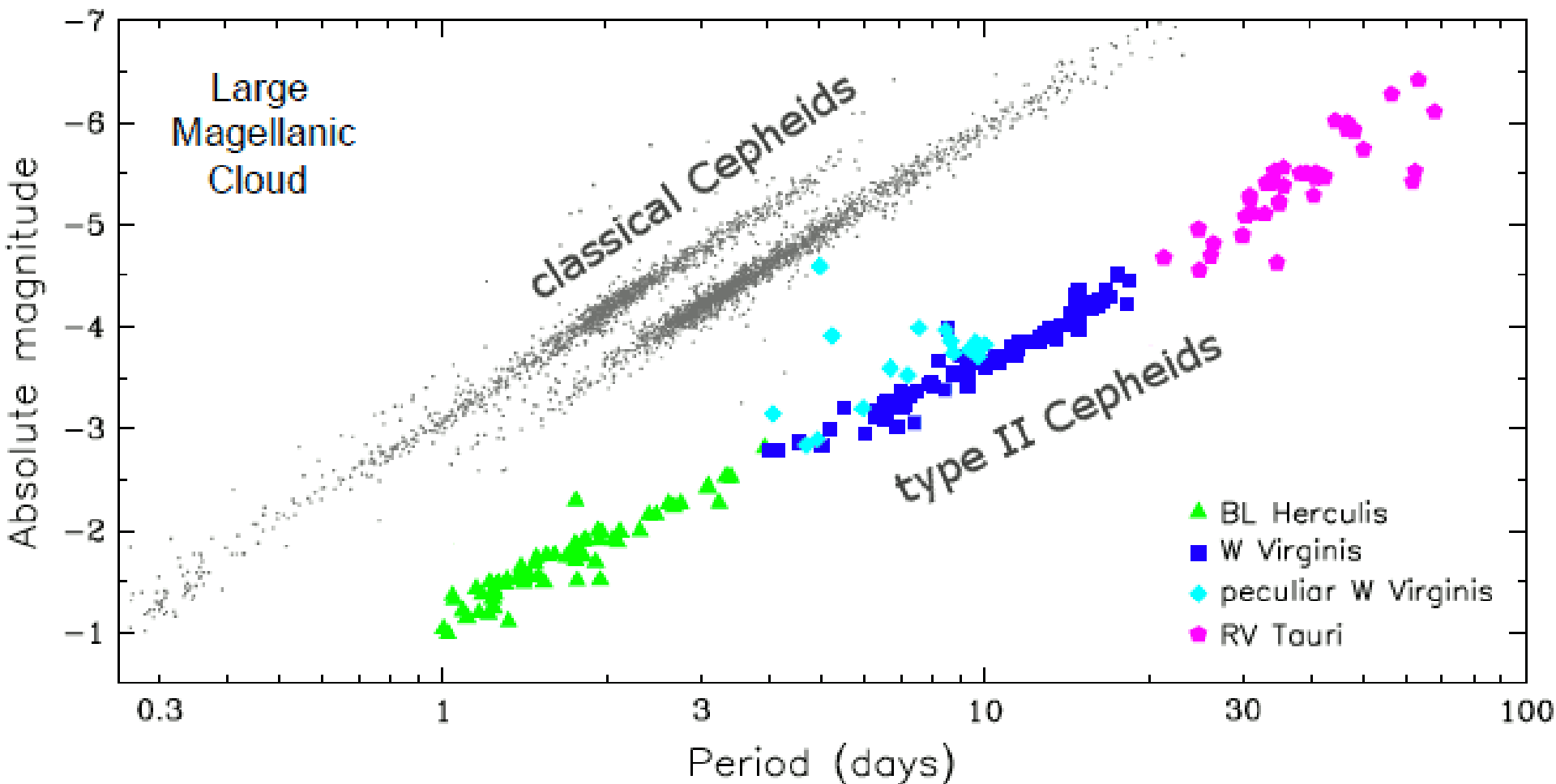
Долгопериодические цефеиды (Сер)

- Классические цефеиды (Сδ)
- Звёзды типа W Девы (CW)

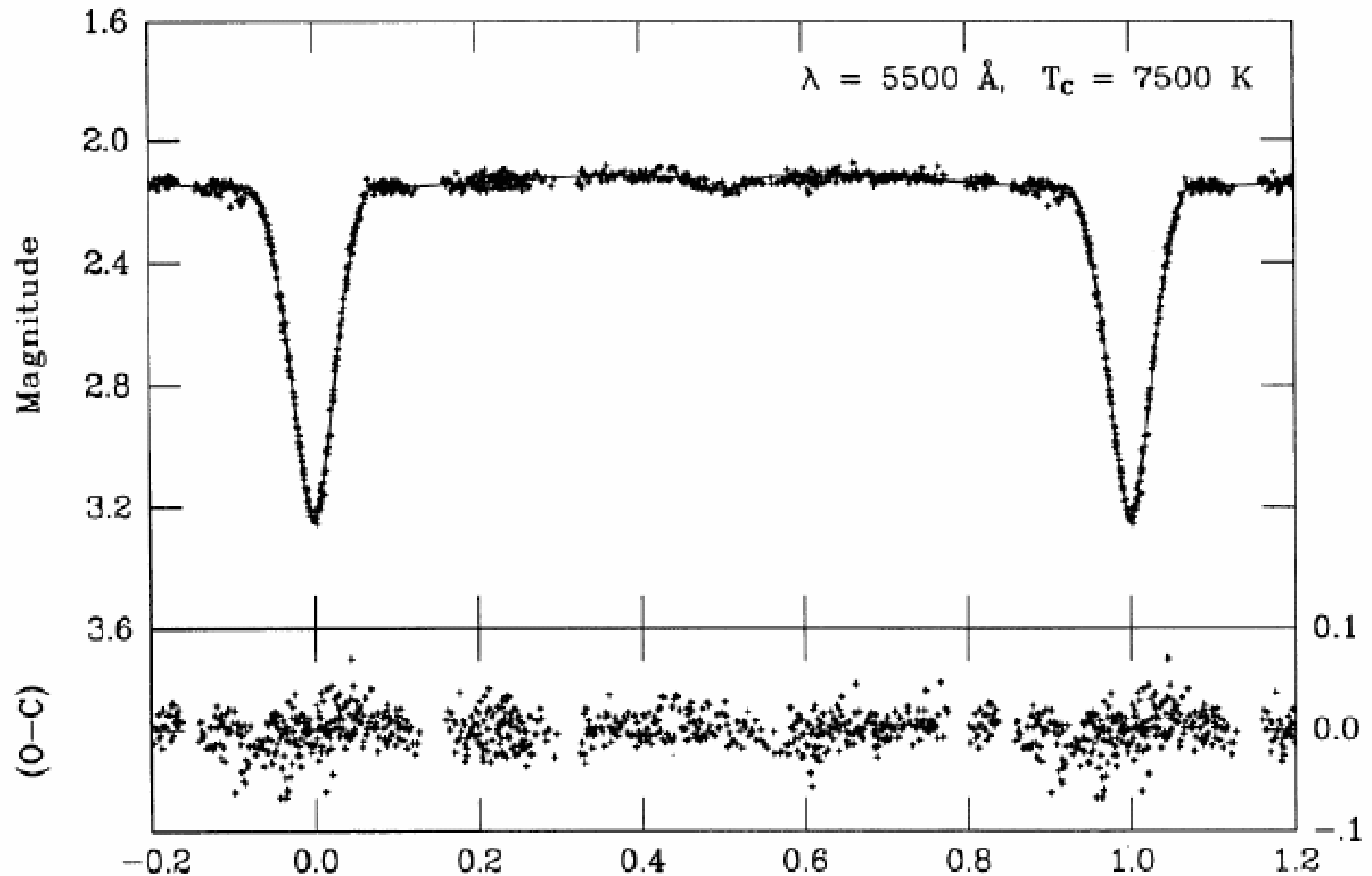


- Желтые гиганты, яркие гиганты, сверхгиганты
- Период 1-200 суток
- Амплитуда от 0.5^m до 2^m (10^3 - $10^5 L_{\odot}$)

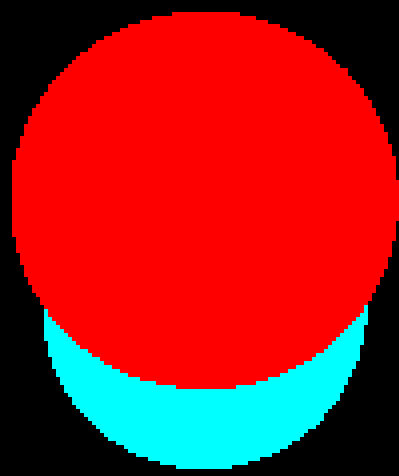
Зависимость период светимость



Затменные переменные типа Алголя (EA)



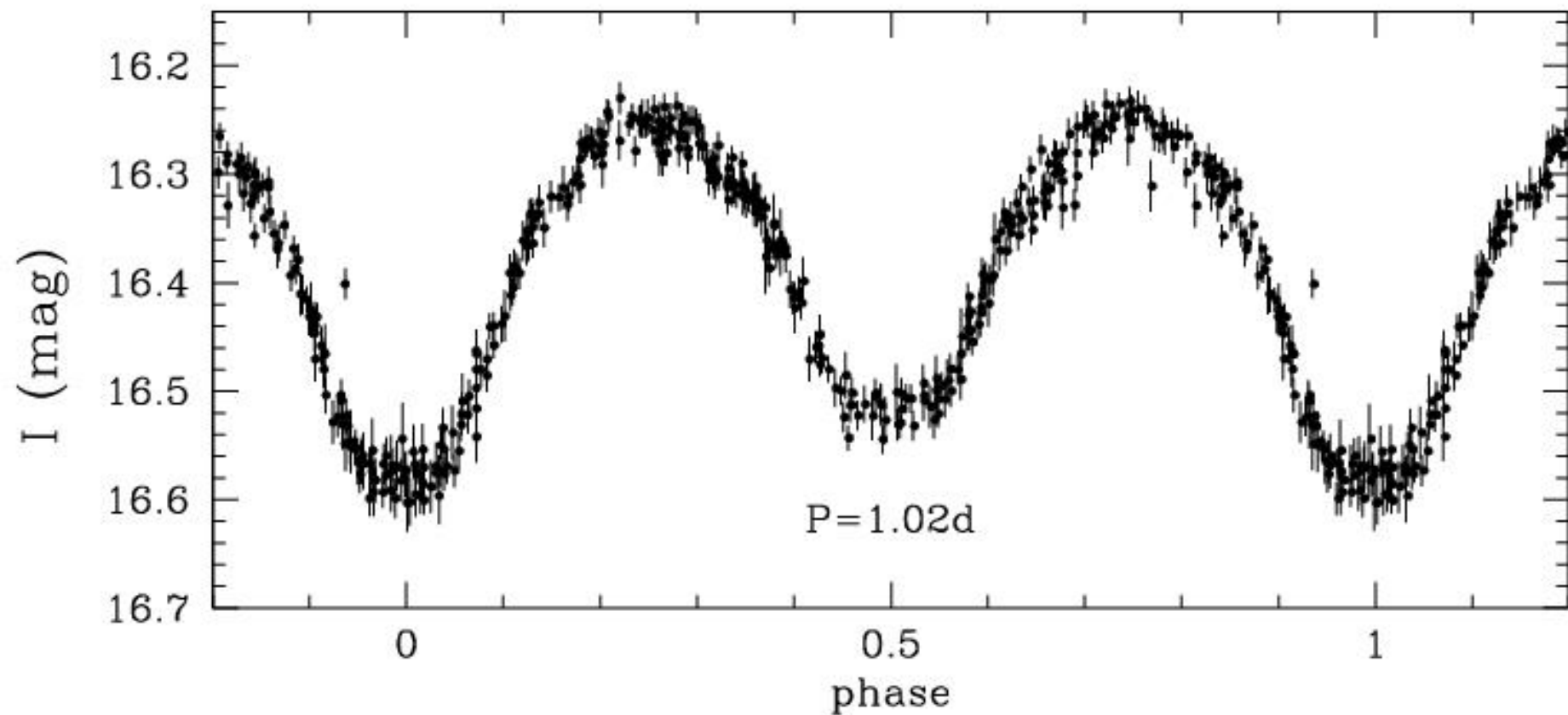
Algol



$\phi = 0.00$

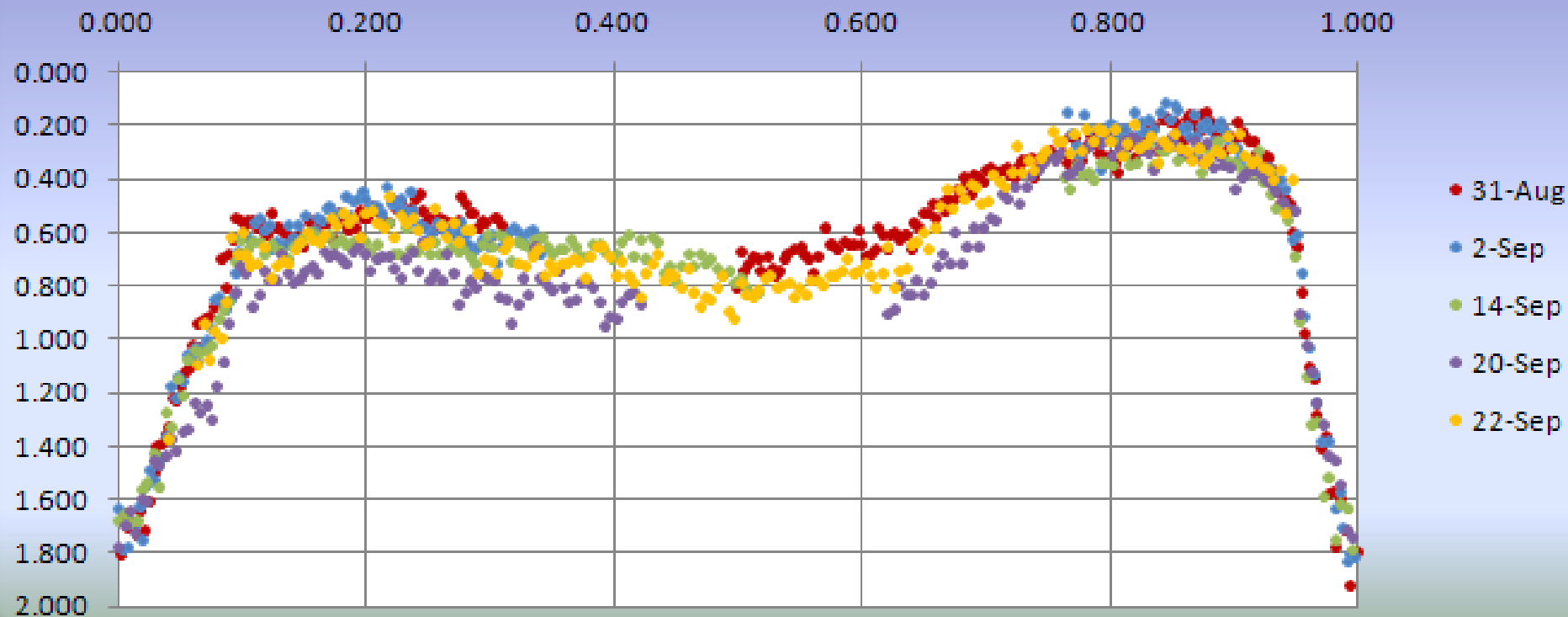
Затменные переменные типа В Лиры (EB)

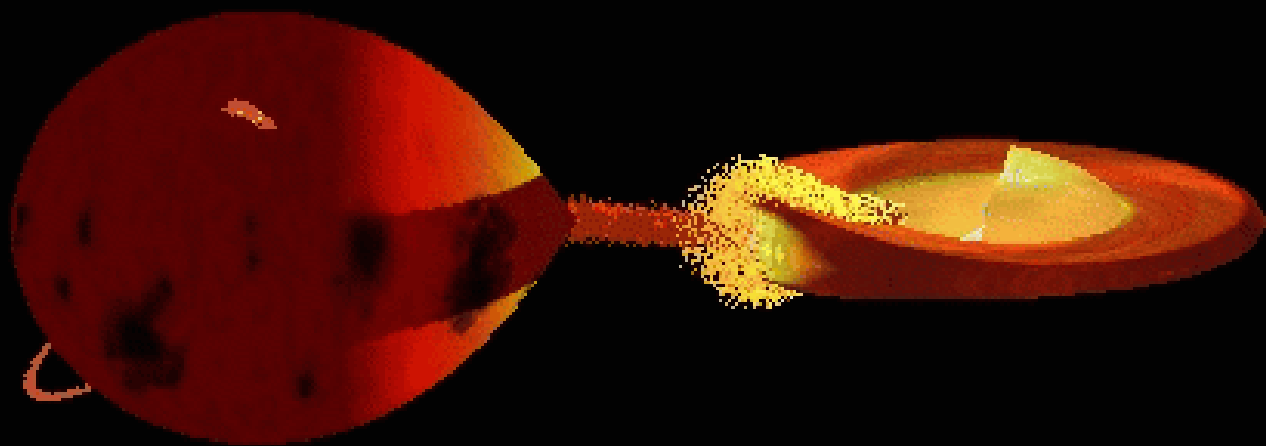
eclipsing binary (EB/EW)



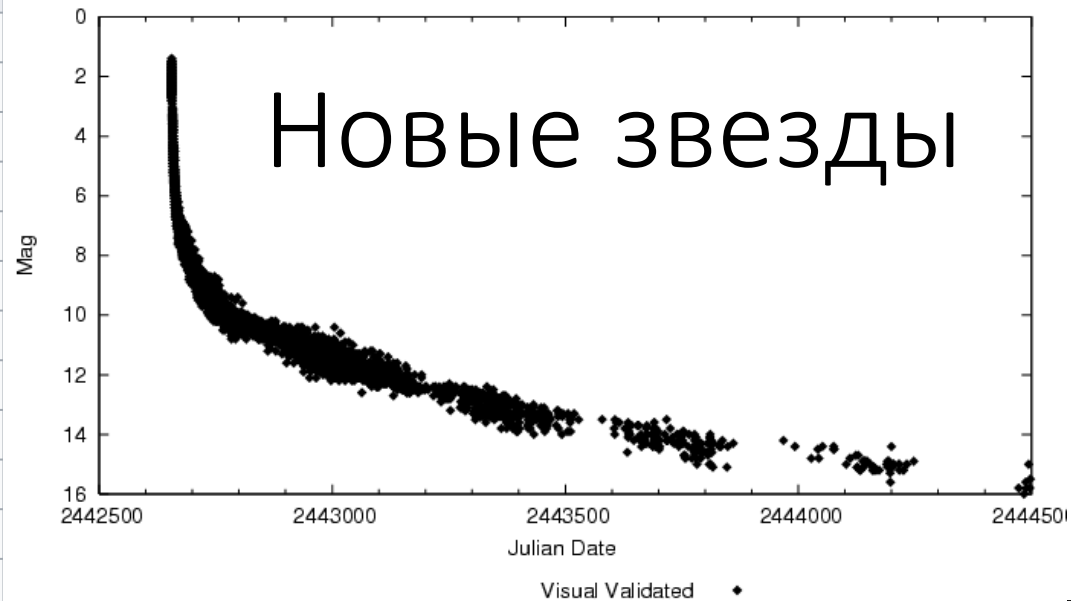
Переменные типа Z Жирафа (ZCam)

IP Pegasi

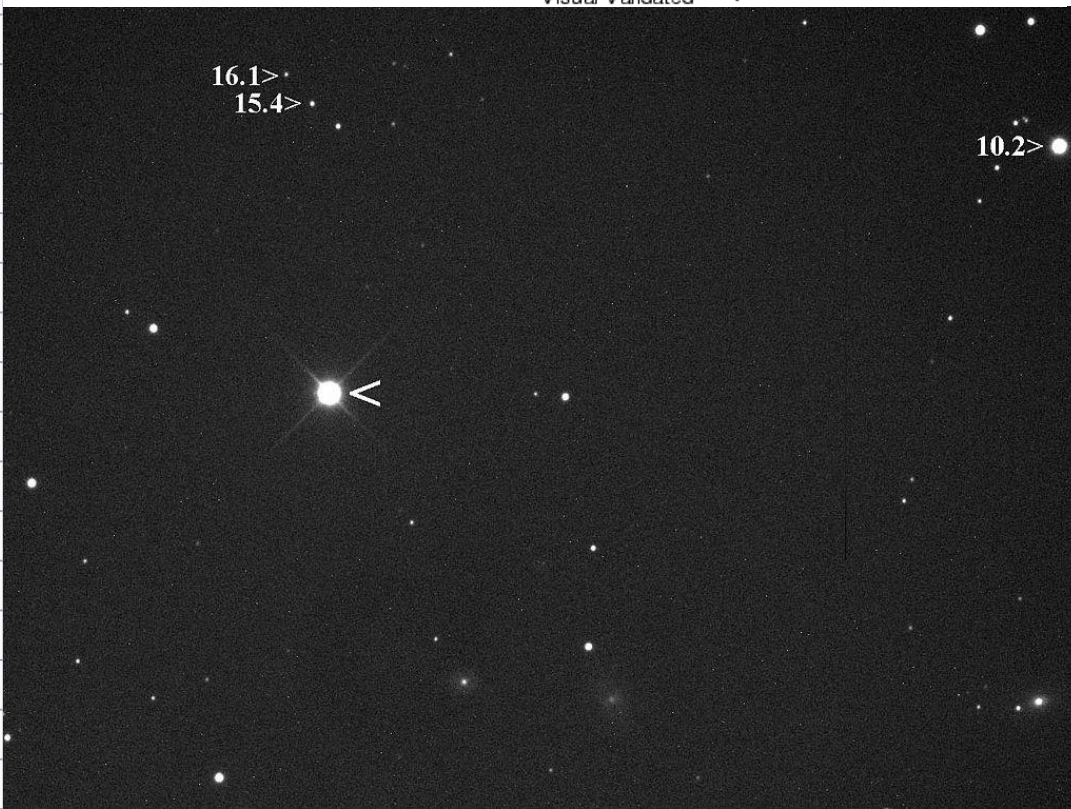




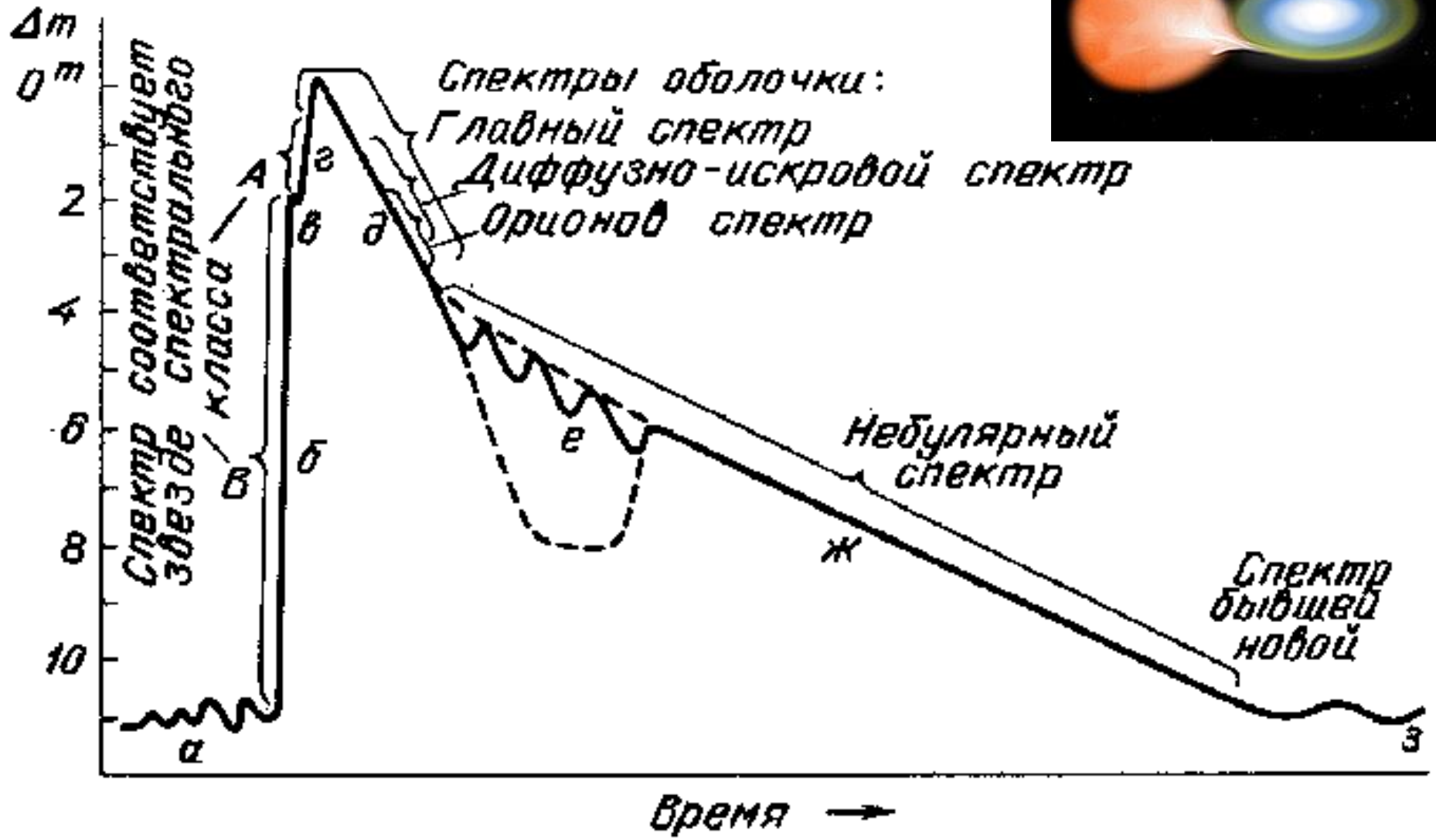
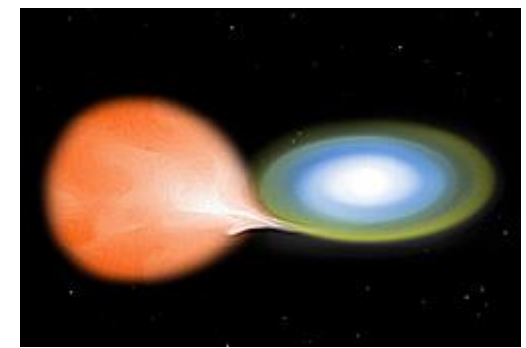
Год	Новая	Максимум блеска
1891	T Aurigae	3,8
1898	V1059 Sagittarii	4,5
1899	V606 Aquilae	5,5
1901	GK Persei	0,2
1910	Nova Lacertae 1910	4,6
1912	Nova Geminorum 1912	3,5
1918	V603 Aquilae	-1,8
1920	Nova Cygni 1920	2,0
1925	RR Pictoris	1,2
1934	DQ Геркулеса	1,4
1936	CP Lacertae	2,1
1939	BT Monocerotis	4,5
1942	CP Puppis	0,3
1950	DK Lacertae	5,0
1960	V446 Herculis	2,8
1963	V533 Herculis	3,0
1970	FH Serpentis	4,0
1975	V1500 Cygni	2,0
1984	QU Vulpeculae	5,2
1986	V842 Centauri	4,6
1991	V838 Herculis	5,0
1992	V1974 Cygni	4,2
1999	V1494 Aquilae	5,03
1999	V382 Velorum	2,6
2007	V1280 Scorpii	3,75
2013	V339 Дельфина	4,3
2013	V1369 Центавра	3,3
2015	Новая Стрельца 2015	4,0



НОВЫЕ ЗВЕЗДЫ



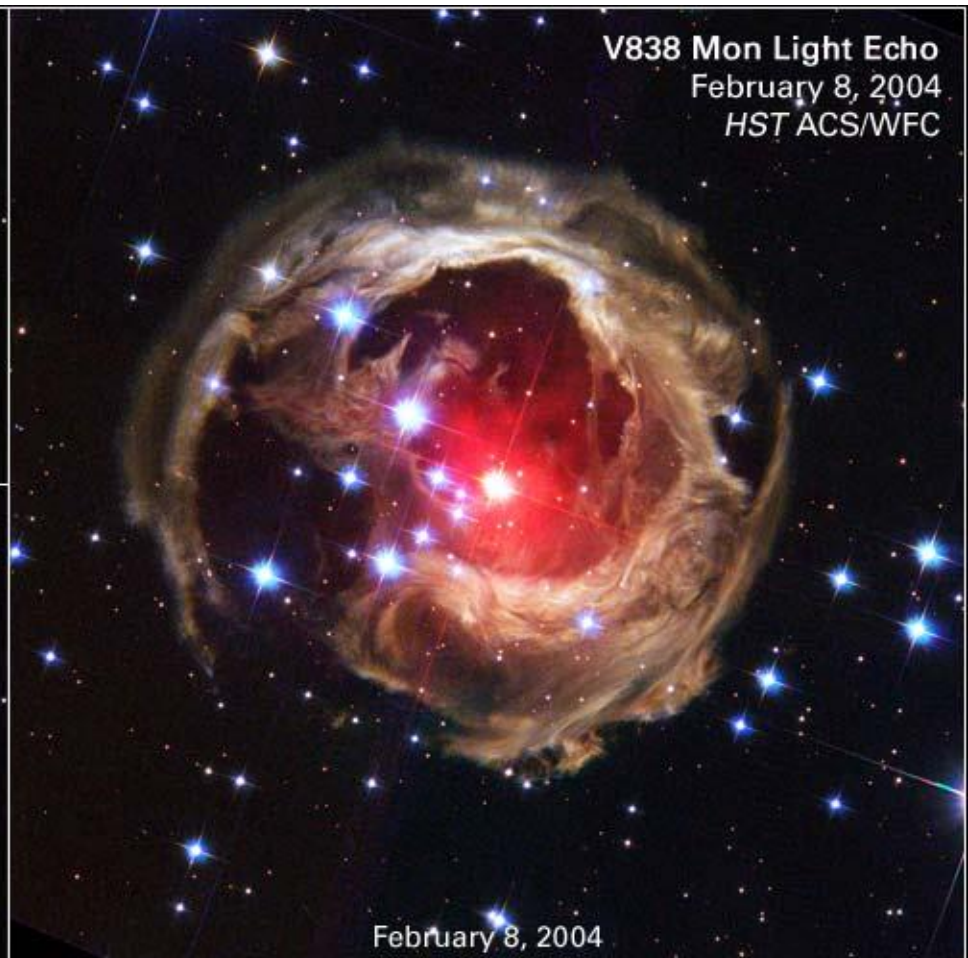
Новые звёзды (N)



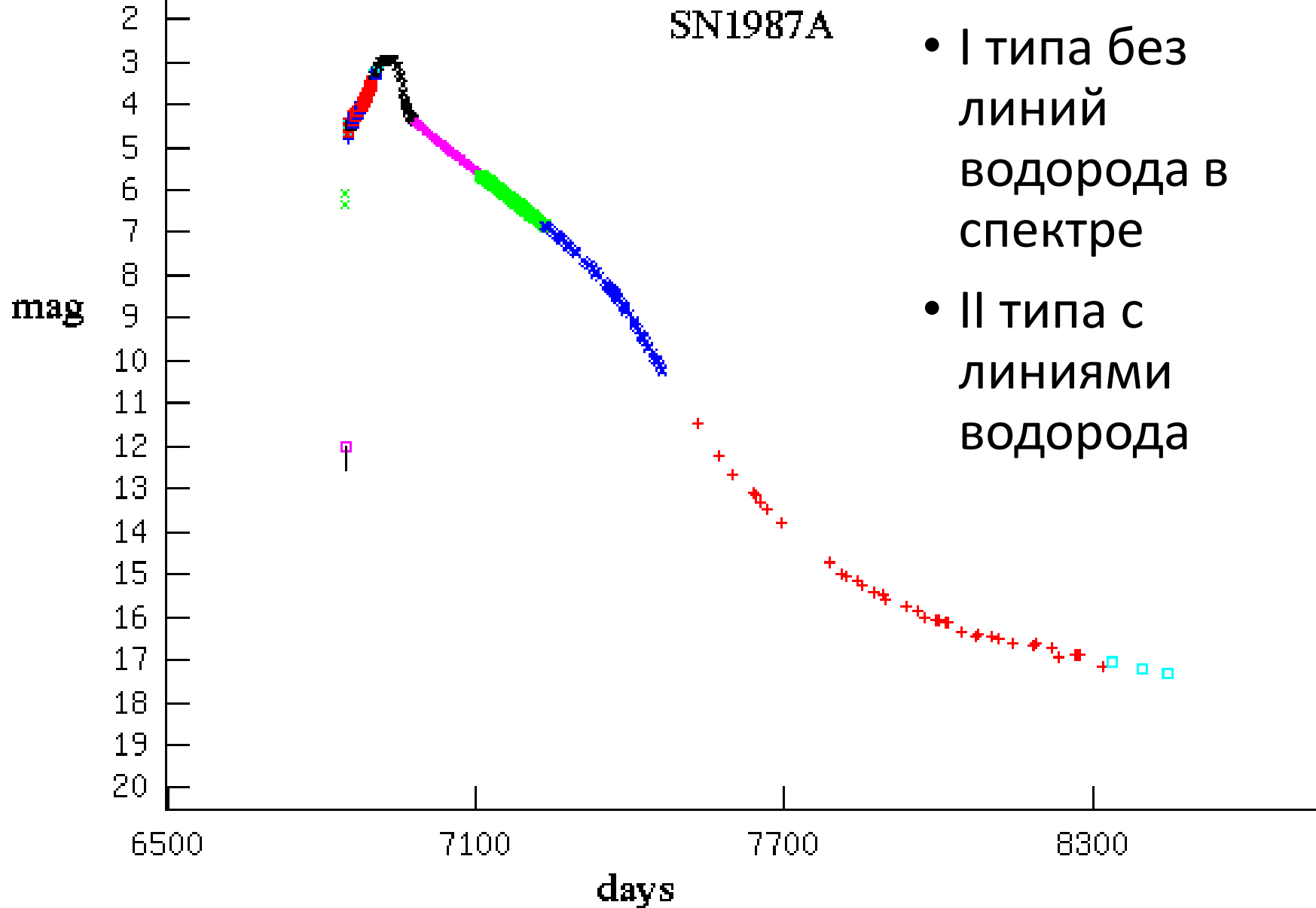
- Быстрые новые (Na), Медленные новые (Nb)
- Очень медленные новые (Nc), Повторные новые (Nr)

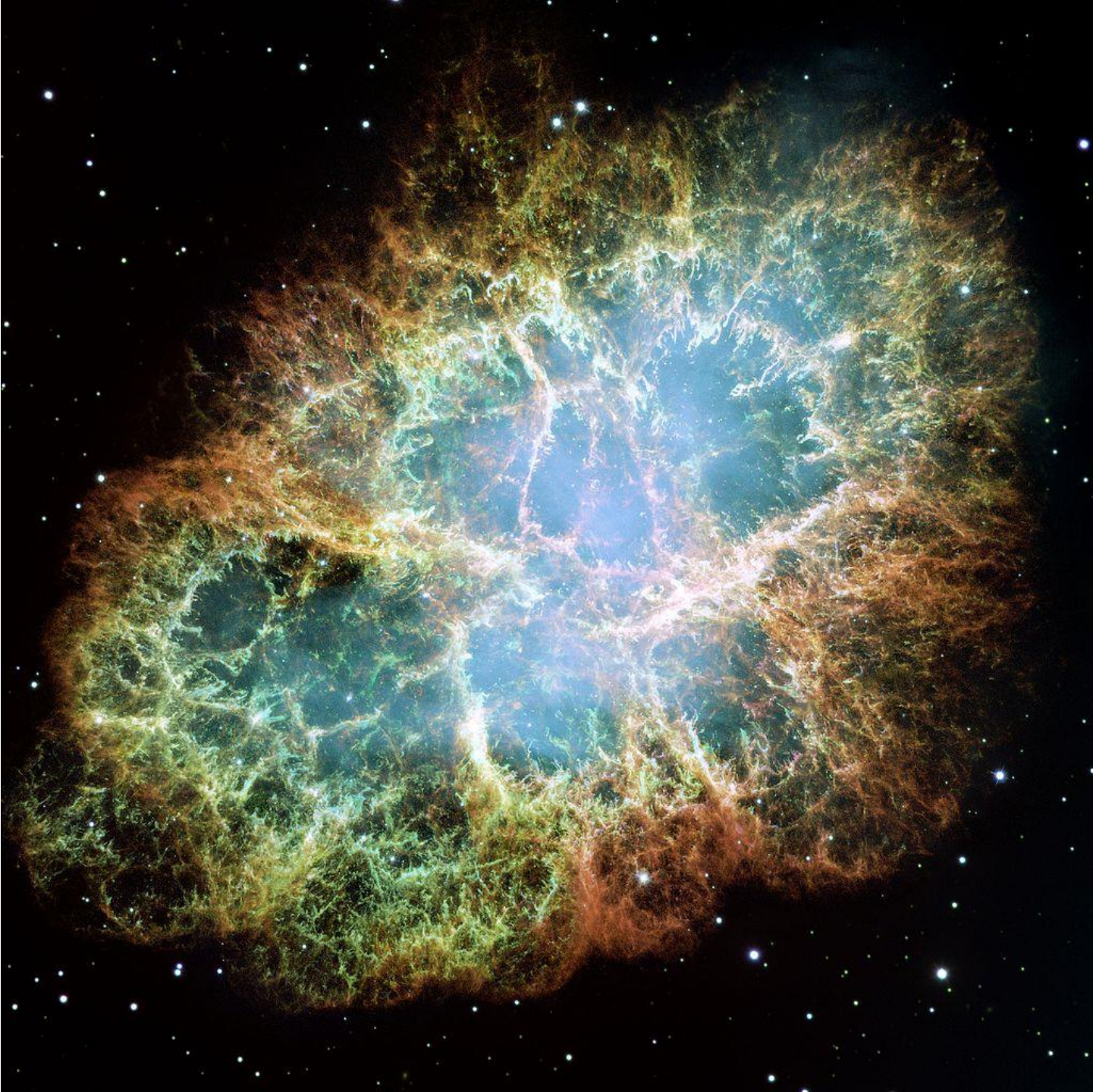
GK Per



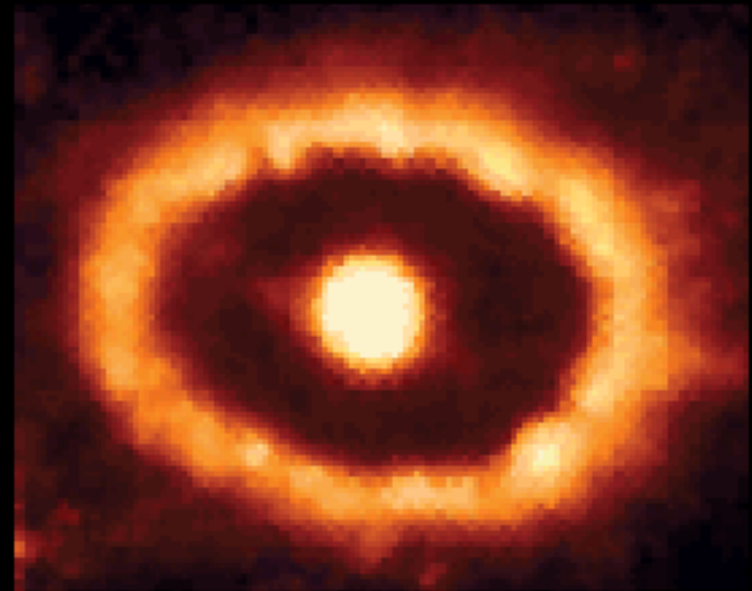
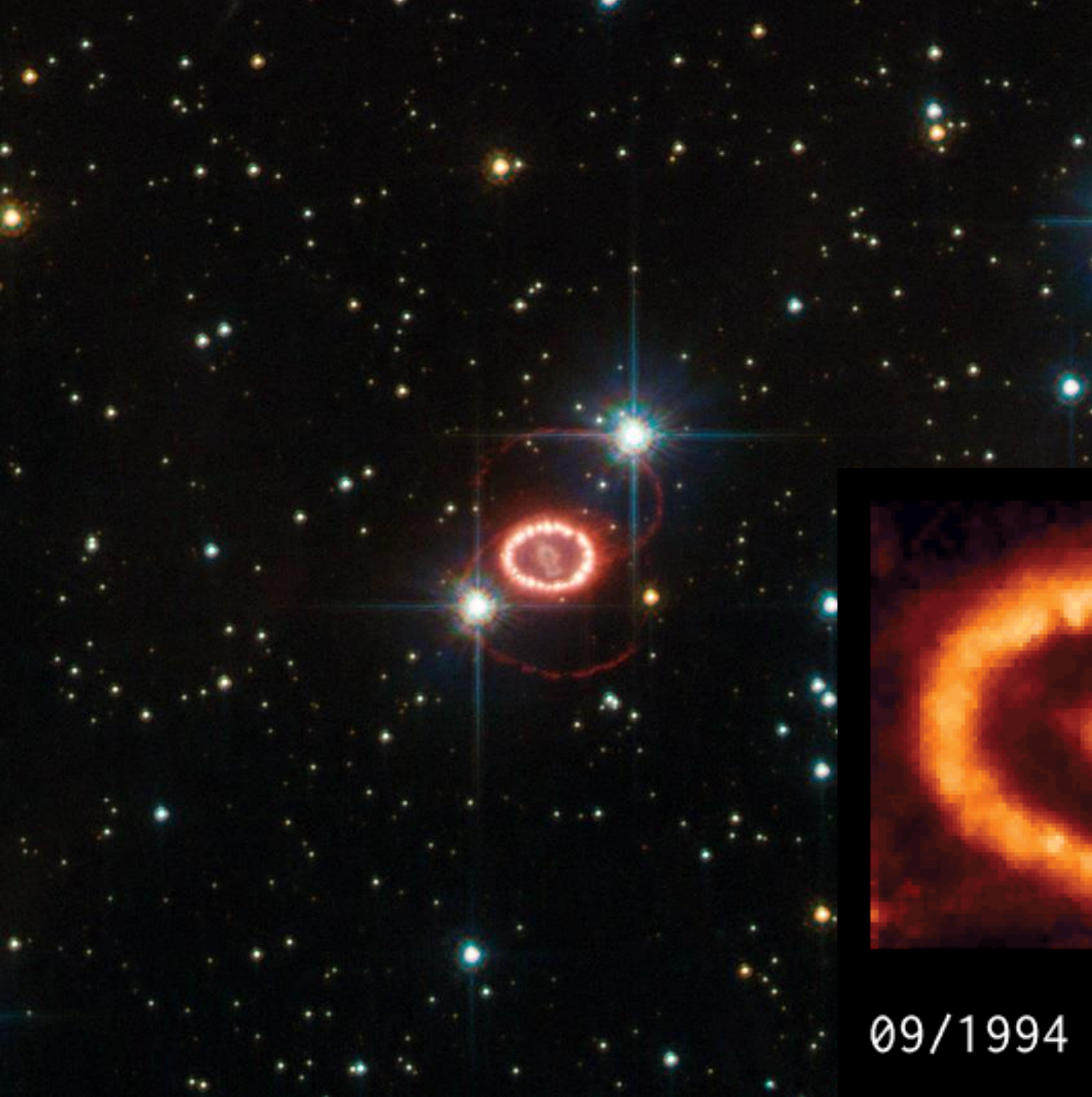


Сверхновые звезды (SN)





SN1987A



09/1994

Задача №9

- **Задача.** Чему равно отношение радиусов звёзд в системе затменной переменной типа Алголя, если затмение центральное, спутник тёмный, а отношение потоков от системы в максимуме и минимуме равно n ?

- Ответ: $\frac{r}{R} = \sqrt{1 - \frac{1}{n}}$.

- **Решение.**

- Центральное затмение означает, что в момент главного минимума темный спутник проходит по диску яркой звезды и $T_{\text{яр.}} \gg T_{\text{сл.}}$:

- $$\frac{(\pi R^2 - \pi r^2) \sigma T_{\text{яр.}}^4 + \pi r^2 \sigma T_{\text{сл.}}^4}{\pi R^2 \sigma T_{\text{яр.}}^4 + \pi r^2 \sigma T_{\text{сл.}}^4} = \frac{1}{n} \Rightarrow 1 - \frac{r^2}{R^2} = \frac{1}{n}$$

- Ответ: $\frac{r}{R} = \sqrt{1 - \frac{1}{n}}$.

Задача №10



- **Задача.** Определите расстояние до галактики, в которой сверхновая типа Ia наблюдалась как звезда 19^m .
- **Ответ:** примерно 500 Мпк.

- **Решение.**
- Абсолютная звездная величина сверхновых первого типа составляет $M = -19^m$
- Следовательно, расстояние до вспышки без учета поглощения составит:
- $M = m + 5 - 5 \lg R$
- Следовательно:
- $R = 10^{\frac{m-M}{5}+1} = 10^{\frac{19+19}{5}+1} \approx 500 \text{ Мпк}$

Скопление
R136

Спасибо за внимание!

ССЫЛКИ

- Группа задач Астрономических олимпиад в контакте в документах есть задачи олимпиад разных уровней с решениями в разделе Ресурсы - <https://vk.com/astroolympiads>
- Сайт ВсОШ по Астрономии с архивами задач и результатами – <http://www.astroolymp.ru/>
- Сайт Московской Астрономической олимпиады <http://mosastro.olimpiada.ru>
- Сайт Санкт-Петербургской астрономической олимпиады <http://school.astro.spbu.ru/?q=olymp>
- Фотоальбом НАСА - <https://photojournal.jpl.nasa.gov/>
- Проект карта Вселенной на разных масштабах - <http://www.atlasoftheuniverse.com/>
- Виртуальный планетарий- <https://celestiaproject.net/ru/>
- Виртуальный планетарий - <http://www.stellarium.org/>
- Задачи и Упражнения по Общей Астрономии - <http://www.astronet.ru/db/msg/1175352/node1.html>