



НАЧИНАЕМ ИЗУЧАТЬ ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В 10-м КЛАССЕ

(при использовании УМК «Лаборатория А.Г.Мордковича»)

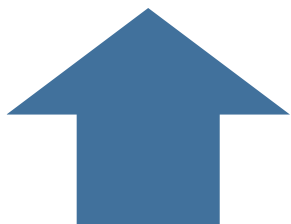
24.08.2021 г.

Вопросы для обсуждения

1. Ключевые идеи построения курса алгебры и начал математического анализа. Начало тригонометрии.
2. Особенности построения образовательного процесса в начале учебного года 10 класса.
3. Примеры эффективных методов и средств обучения.

1. Ключевые идеи построения курса алгебры и начал математического анализа. Начало тригонометрии.





Математика в школе – не наука, а учебный предмет.



Математика в школе – предмет общекультурной направленности с гуманитарным потенциалом.

Основные принципы развивающего обучения

1) Теория занимает приоритетное положение.



2) Быстрый темп изучения материала.



3) Прохождение материала на высоком уровне сложности.



4) Организованное проблемное обучение.



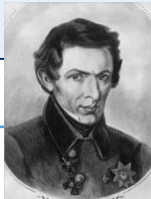
5) Развитие всех учащихся.



Леонид Владимирович
Занков
(1901-1977)



Математика – это язык, на котором говорят все точные науки.



Н.И.Лобачевский

Алгебра и начала математического анализа, 10-11 классы

Класс	Функция	Реальные и физические процессы
7 класс	Линейная функция.	Равномерные процессы.
8 класс	Квадратичная функция. Функции $y = x $, $y = \frac{k}{x}$ и $y = \sqrt{x}$.	Равноускоренные процессы.
9 класс	Функции $y = x^3$ и $y = \sqrt[3]{x}$. Обобщение изученного в основной школе, формализация некоторых определений и понятий.	
10 класс	Тригонометрические функции. Степенные, показательные и логарифмические функции.	Периодические процессы, гармонические колебания. Процессы органического роста.
11 класс	Элементы теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления; обобщение изученного.	Мгновенная скорость, площадь и объём, оптимальные значения некоторых величин.

Примерное планирование



пп	Тема	Кол-во часов	пп	Тема	Кол-во часов
Глава 1. Тригонометрические функции (23 ч)					
1	Что такое числовая окружность.	2	8	Периодические функции.	2
2	Числовая окружность на координатной плоскости.	2	9	Свойства и график функции $y = \cos x$.	2
3	Дуги числовой окружности на координатной плоскости.	1	10	Свойства и график функции $y = \sin x$.	2
4	Понятия косинуса и синуса числа.	2	11	Как, зная график функции $y = f(x)$, построить график функции $y = kf(x)$.	1
5	Понятия тангенса и котангенса числа.	1	12	Как, зная график функции $y = f(x)$, построить график функции $y = f(mx)$.	1
6	Соотношения между тригонометрическими функциями.	2	13*	График гармонического колебания.	1
7	Тригонометрические функции числового аргумента.	1	14	Графики функций $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$.	1
	<i>Контрольная работа № 1.</i>	1		<i>Контрольная работа № 2.</i>	1

Примерное планирование



пп	Тема	Кол-во часов	пп	Тема	Кол-во часов
Глава 2. Обратные тригонометрические функции. Решение тригонометрических уравнений (16 ч.)			Глава 3. Формулы тригонометрии (12 ч)		
15	Понятие обратной функции.	1	25	Формулы приведения.	1
16	Функция $y = \arcsin x$.	2	26	Формулы синуса и косинуса суммы и разности аргументов.	2
17	Функция $y = \arccos x$.	2	27	Формулы тангенса суммы и разности аргументов.	1
18	Функция $y = \operatorname{arctg} x$.	1	28	Формулы двойного аргумента.	2
19	Функция $y = \operatorname{arcctg} x$.	1	29	Формулы понижения степени.	1
20	Решение уравнения $\cos x = a$.	1	30	Формулы сложения (вычитания) синусов (косинусов).	2
21	Решение уравнения $\sin x = a$.	2	31*	Формулы преобразования произведения синусов (косинусов) в сумму.	2
22	Решение уравнений $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$.	1		<i>Контрольная работа № 4.</i>	1
23	Методы решения тригонометрических уравнений.	2			
24	Однородные тригонометрические уравнения.	2			
	<i>Контрольная работа № 3.</i>	1			

§ 1. Что такое числовая окружность

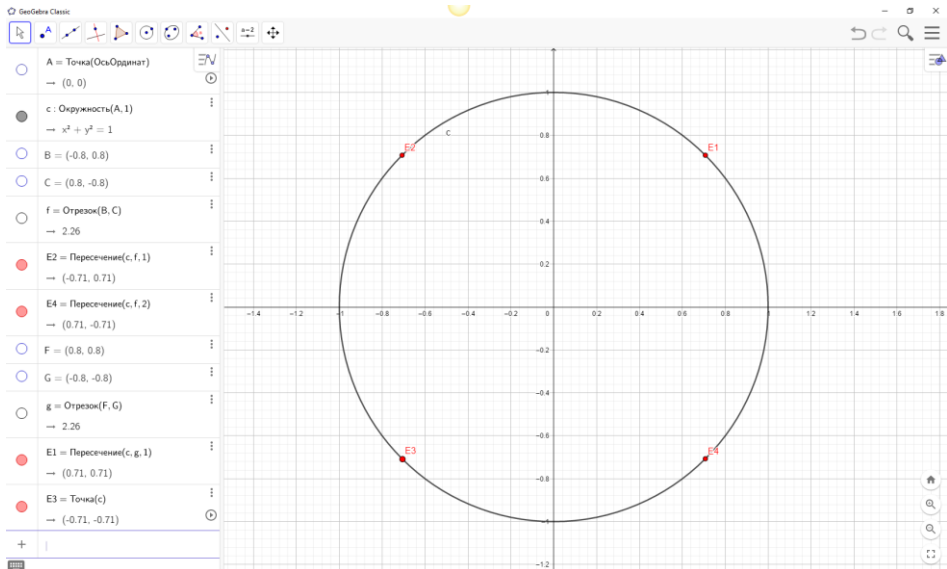
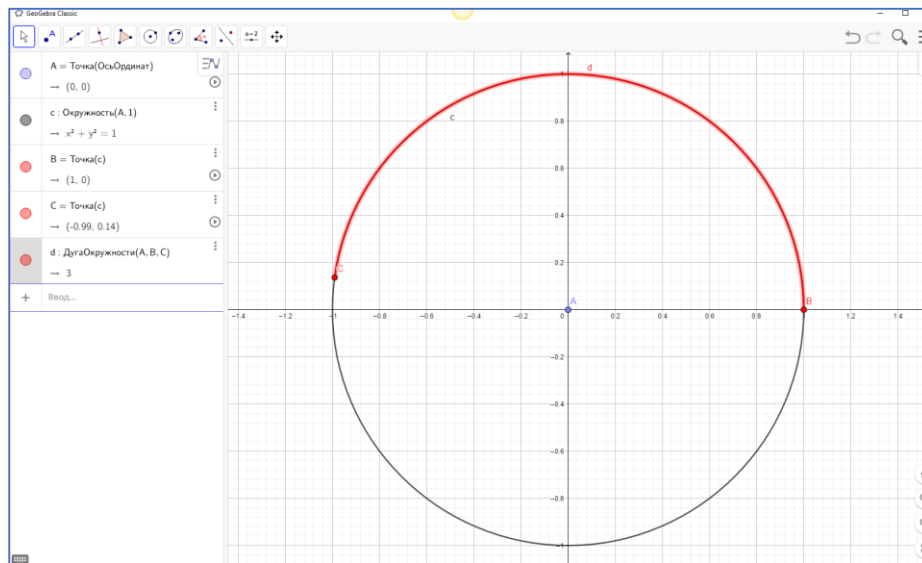
Укажите на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу.

1.3. а) $\frac{2\pi}{3}$;

1.4. а) $-\frac{29\pi}{6}$;

1.5. а) $\frac{4\pi}{9}$;

ИКТ 1.6. а) 3;



Запишите формулой все числа, которым на числовой окружности соответствует точка P.

1.8. а) $P\left(\frac{3\pi}{4}\right)$; 1.9. а) $P\left(\frac{19\pi}{9}\right)$;

1.10. Запишите одной формулой все числа, которым на числовой окружности соответствуют данные точки:

а) $N\left(\frac{\pi}{3}\right)$ и $M\left(-\frac{\pi}{3}\right)$; в) $E_1\left(\frac{\pi}{4}\right)$, $E_2\left(\frac{3\pi}{4}\right)$, $E_3\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ и $E_4\left(\frac{7\pi}{4}\right)$;

§ 2. Числовая окружность на координатной плоскости

Укажите знаки абсциссы и ординаты данной точки числовой окружности.

2.8. а) $\frac{3\pi}{7}$;

2.9. а) 2;

ИКТ 2.10. а) 24;



Для данной точки числовой окружности найдите декартовы координаты.

2.1. а) $\frac{\pi}{2}$;

2.2. а) $-\frac{\pi}{3}$;

2.3. а) $\frac{17\pi}{6}$;

2.4. Найдите наименьшее положительное число, которому на числовой окружности соответствует точка M с заданными координатами в декартовой системе координат:

а) $M\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$;

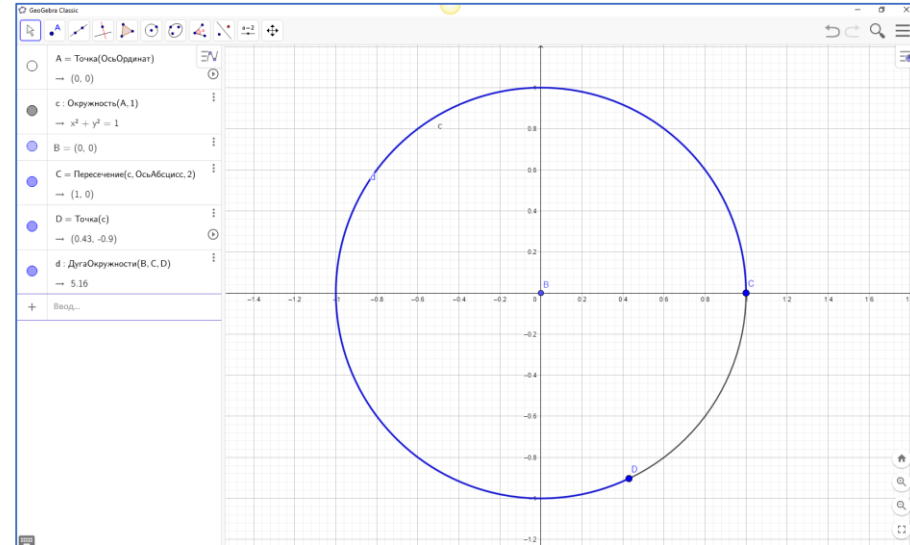
в) $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;

д) $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$;

2.5. Найдите наибольшее отрицательное число, которому на числовой окружности соответствует точка M с заданными координатами в декартовой системе координат:

а) $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$;

в) $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;



На числовой окружности укажите точку P , координаты которой удовлетворяют данным условиям, и запишите все числа, которым соответствует эта точка.

2.11. а) $y = \frac{\sqrt{3}}{2}, x < 0$;

б) $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}, x < 0$;

2.12. а) $x = \frac{\sqrt{2}}{2}, y < 0$;

б) $x = -\frac{1}{2}, y < 0$;

§ 3. Дуги числовой окружности на координатной плоскости



3.1. Изобразите на числовой окружности дугу:

а) $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$; б) $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3}\right]$; в) $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$; г) $\left[-\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right]$.

3.2. Запишите с помощью двойного неравенства, каким числам t соответствует дуга NM числовой окружности, изображённая на данном рисунке:

- а) рис. 22; в) рис. 24; д) рис. 26;
 б) рис. 23; г) рис. 25; е) рис. 27.

3.3. Точка P — середина первой четверти числовой окружности $ABCD$. Составьте аналитическую запись замкнутой дуги:

- а) AP ; б) PA ; в) PC ; г) DP .

3.5. Точка P — середина первой четверти числовой окружности $ABCD$, третья четверть которой разделена на три равные части точками N и M , считая от C . Составьте аналитическую запись открытой дуги:

- а) PN ; в) NA ; д) NM ;
 б) MP ; г) NP ; е) AM .

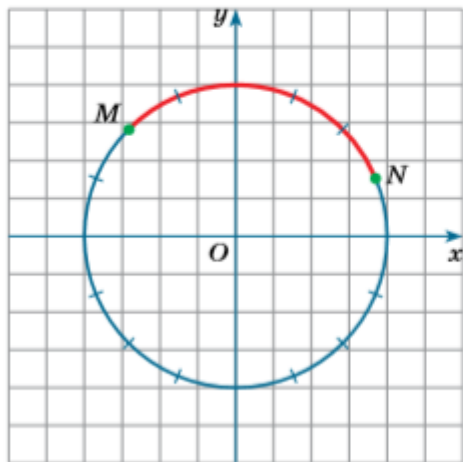


Рис. 22

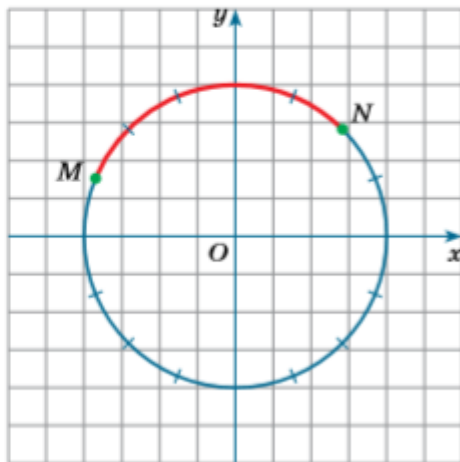


Рис. 23



Определение. Если точка M числовой окружности на координатной плоскости xOy соответствует числу t , то абсциссу точки M называют **косинусом числа t** и обозначают $\cos t$, а ординату точки M называют **синусом числа t** и обозначают $\sin t$.

Итак (рис. 28),

$$\text{если } M(t) = M(x; y), \text{ то} \\ x = \cos t, y = \sin t.$$

Из определения косинуса и синуса сразу получается целый ряд важных соотношений.

1) Поскольку для абсциссы и ординаты любой точки числовой окружности выполняются неравенства $-1 \leq x \leq 1$, $-1 \leq y \leq 1$, то для любого числа t :

$$-1 \leq \cos t \leq 1, \\ -1 \leq \sin t \leq 1.$$

2) Поскольку числам t , $t + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$, соответствует одна и та же точка числовой окружности, то:

$$\cos(t + 2\pi n) = \cos t, \\ \sin(t + 2\pi n) = \sin t.$$

3) Поскольку $x > 0$, $y > 0$ в первой четверти; $x < 0$, $y > 0$ во второй четверти; $x < 0$, $y < 0$ в третьей четверти; $x > 0$, $y < 0$ в четвёртой четверти, то можно указать знаки косинуса и синуса по четвертям числовой окружности — они представлены на рисунке 29.

4) Если числу t соответствует точка M числовой окружности, то числу $-t$ соответствует точка P , симметричная точке M относительно оси абсцисс (рис. 30). У точек M и P одна и та же абсцисса, а это значит, что $\cos(-t) = \cos t$. У точек M и P равные по модулю, но противоположные по знаку ординаты, а это значит, что $\sin(-t) = -\sin t$. Итак, для любого числа t

$$\cos(-t) = \cos t, \\ \sin(-t) = -\sin t.$$

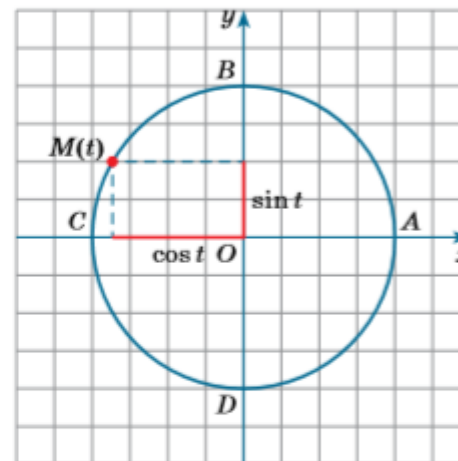
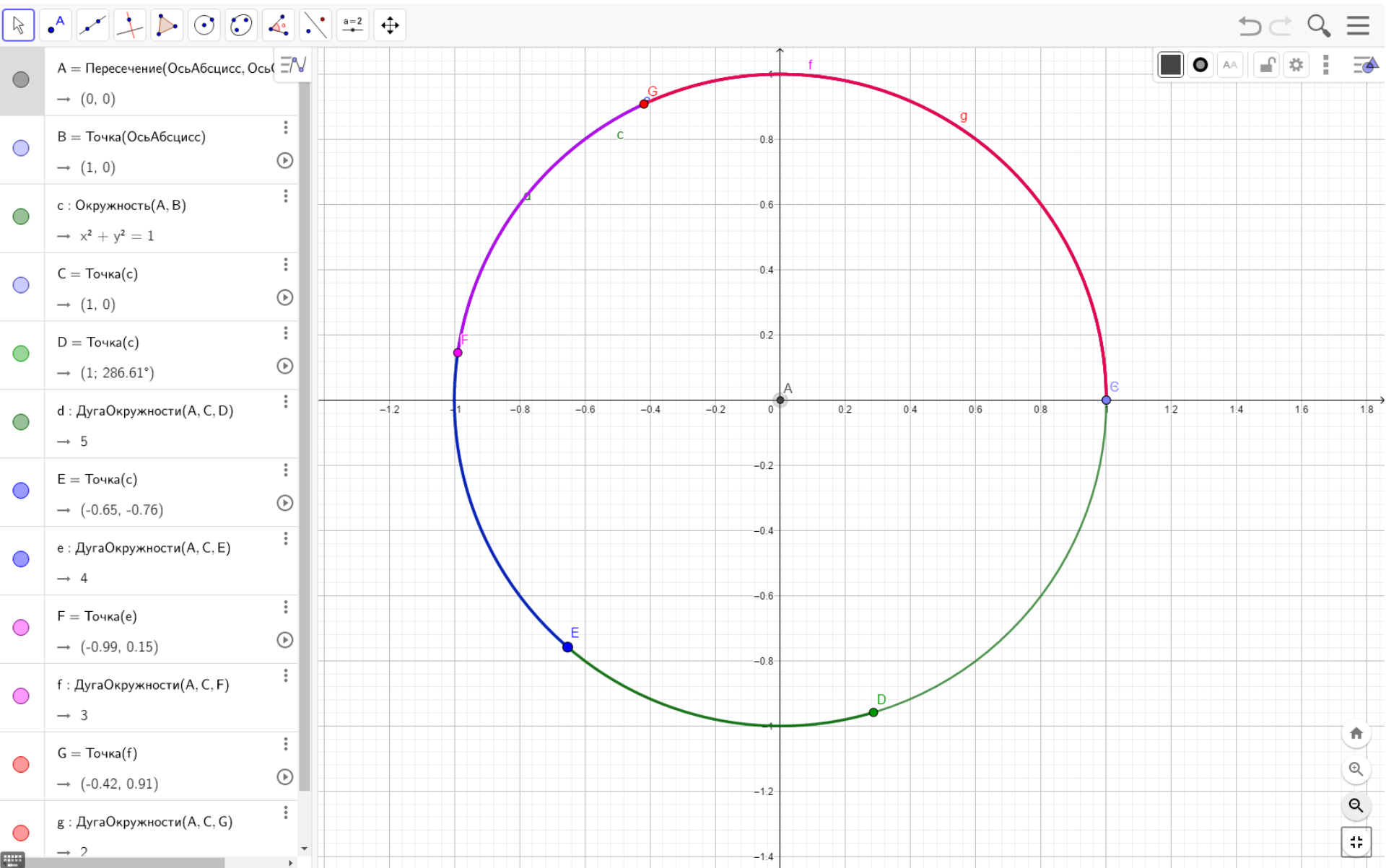


Рис. 28

ИКТ 4.21. Расположите в порядке возрастания числа:

в) $\sin 2$; $\sin 3$; $\cos 4$; $\cos 5$;



2. Особенности построения образовательного процесса в начале учебного года 10 класса





Вид повторения

Цель повторения

Вводное

Актуализация элементов ранее изученного содержания для облегчения изучения нового материала.

Поддерживающее

В ходе работы над темой актуализация ранее изученного материала этой же темы.

Систематизирующее

Укрупнение логической структуры изученного материала путём объединения его элементов в группы по тем или иным признакам, выявленным в ходе работы и выстраивание системы взаимосвязи между этими группами.

Обобщающее

Выделение основных содержательных и функциональных линий материала изученной темы, ключевых фактов, алгоритмов и ценностных установок.

Итоговое

В завершении работы над темой (или определённого временного периода) актуализация материала изученной (-ых) темы.

Какие темы из курса алгебры основной школы полезно актуализировать в начале 10-го класса



1. Рациональные уравнения.

2. Системы рациональных уравнений.

3. Рациональные неравенства.

4. Системы рациональных неравенств.

5. Степени и корни.

6. Функции и графики.



1. Рациональные уравнения



1. Какие из уравнений равносильны уравнению

$$-2x = 9?$$

а) $|x| = 4,5$; б) $10,8 = 2,4x$; в) $1,5x + 6,25 = 0$.

2. Решите уравнения:

1) $1 + \frac{x}{2} = 2x - \frac{3x - 4}{3}$;

2) $3\left(0,75x + \frac{5}{6}\right) - 2x = \frac{1}{4}x + 2,5$;

3. При каких значениях a уравнение

$$(5 - a)x = a - 5$$

имеет множество корней?

4. Одно число на 15 % больше другого. Если к меньшему числу прибавить 16, а из большего вычесть 32, то числа станут равными.

Найдите эти числа.

5. Найдите корни уравнений:

1) $\frac{5}{x^2 - 2x + 4} = \frac{1}{x + 2} + \frac{4}{x^3 + 8}$;

6. Решите уравнения:

1) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$;

2) $24x^4 + 16x^3 - 3x - 2 = 0$;

7. Найдите корни уравнений:

1) $(x^2 - 3x)^2 - 2(x^2 - 3x) = 8$;

2) $(2x^2 + 3x - 1)^2 - 10x^2 - 15x + 9 = 0$;

2. Системы рациональных уравнений



1. Решите системы уравнений способом подстановки:

$$1) \begin{cases} x - 6y = -2, \\ 2x + 3y = 11; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{x + 3y + 1}{y} - \frac{y - 3x + 3}{2(x - 2)} = 2, \\ y - x = 1; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x - y = 1, \\ x^3 - y^3 = 7; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x + y = 3, \\ x^2 + y^2 = 29. \end{cases}$$

2. Решите системы уравнений способом сложения:

$$1) \begin{cases} \frac{3x}{4} + \frac{y}{2} = 2, \\ \frac{y}{5} - \frac{x + y}{2} = -1; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{4}{y} = 1, \\ \frac{2}{x} + \frac{5}{y} = 4, 5; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x + y^2 = 3, \\ 3x + y^4 = 4; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x^2 + y^2 = 20, \\ xy = 8. \end{cases}$$

3. Решите системы уравнений способом введения новых переменных:

$$1) \begin{cases} xy = 5, \\ \frac{x + y}{x - y} + \frac{x - y}{x + y} = \frac{13}{6}; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{1}{x + y} - \frac{10}{x - y} = 1, \\ \frac{1}{x + y} + \frac{2}{x - y} = -\frac{3}{5}; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 3xy - 11\frac{x}{y} = 4, \\ 2xy - 3\frac{x}{y} = 20; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} \frac{1}{x} + y = \frac{3}{2}, \\ \frac{1}{x^2} + y^2 = \frac{5}{4}. \end{cases}$$

4. Решите системы уравнений:

$$1) \begin{cases} x + y = 3, \\ x^3 + x^2y = 12; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x + xy + y = 11, \\ x - xy + y = 1; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^2 + 2y + 1 = 0, \\ y^2 + 2x + 1 = 0; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x^2 - xy = 28, \\ y^2 - xy = -12; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x^3 + y^3 = 35, \\ x^2y + y^2x = 30; \end{cases} \quad 6) \begin{cases} x^2 + y^2 + 4xy = -11, \\ x + y - 2xy = 13; \end{cases}$$



3. Рациональные неравенства

1. Решите неравенства и изобразите множества их решений на координатной прямой:

1) $5(3x+2) < 4x-1$; 2) $2-5x < 3-5(x+2)$;

3) $1 - \frac{2}{3}x < \frac{x}{4} + x$; 4) $\frac{2x-5}{-3} - x \leq 1$;

5) $\frac{2x+1}{3} - x + 1 \geq \frac{-x-2}{6} - \frac{3-2x}{5}$;

6) $(x+1)^2 \geq (x+1)(x-1) + 2x$.

2. Решите неравенства с использованием графиков соответствующих квадратичных функций:

1) $5x^2 + 7x \leq 0$; 2) $16 - 24x + 9x^2 < 0$;

3) $-4x^2 + 4x - 1 \geq 0$; 4) $x^2 + 2x + 5 > 0$;

5) $2x^2 + x + 3 < 0$; 6) $(x-2)(4+x) < 3$.

3. Решите неравенства методом интервалов:

1) $(7-3x)(x-1) \geq 0$; 2) $5-2x^2-2x > 0$;

3) $-4x^2 + 2x + 1 \leq 0$; 4) $(5x-3)(7x-2-6x^2) < 0$;

5) $(x-5)^2(6-x)^3(x+2)x^4 \leq 0$;

6) $(4-x)^5(x+6)^4(5x-2)(x^2+2x) \leq 0$.

4. Решите неравенства:

1) $\frac{8x^2-2}{3x^2+x} \geq 0$; 2) $\frac{(x^2-9)(1-x)}{x^2+2x+1} \geq 0$;

3) $\frac{x^2(6-x)^3(x+4)}{(x+7)^4} \leq 0$; 4) $\frac{5x-x^2-4}{(x^2-x)^2} \geq 0$;

5) $\frac{(x-2)(x^2+x-2)^2}{6-x-x^2} \geq 0$; 6) $\frac{1}{x-2} + \frac{2}{x} \geq \frac{3}{x-1}$;

7) $\frac{(x^2-6x+9)(3x^2-2x-1)}{5-x} \geq \frac{(x^2-6x+9)(2+2x-4x^2)}{5-x}$.

4. Системы рациональных неравенств



1. Решите системы неравенств:

$$1) \begin{cases} -2x^2 + 5x - 3 \geq 0, \\ 5x - 6 < 0; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 5(x-1) + 2 \geq 3 - (4+x), \\ x - 30 - 2(x-5) > 4x + 5, \\ \frac{x+10}{5} \geq 0; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{x^2}{x-1} \geq 0, \\ \frac{x^2-3}{3x+5} \leq 0; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x^2 \geq 8, \\ \frac{x+5}{x-4} \leq 0, \\ \frac{7-x}{2} + \frac{x+3}{3} > 4,5; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 3+2x < 0, \\ \frac{x^2+x}{x+1} \geq 0, \\ x^2+5x+4 < 0; \end{cases} \quad 6) \begin{cases} \frac{1}{x} < x^2, \\ \frac{1}{x^2} \leq x^2, \\ \frac{1}{x^2} \geq x; \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} x^2 - 9x + 14 \leq 0, \\ \frac{x-7}{(x-4)^2} \geq 0, \\ x^2 - 4x + 4 > 0; \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} \frac{(x-1)^2-1}{5} + \frac{x}{2} < \frac{2(x-1)^2+3}{10} + \frac{x-1}{2} + 3, \\ 1-x > \frac{0,5(x-1)-1}{2} - \frac{2(x-1)+4,5}{3}. \end{cases}$$

2. Решите двойные неравенства:

$$1) 1 < \frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} \leq 6; \quad 2) -1,25 < \frac{1}{4}(1-3x) \leq 1\frac{1}{4};$$

$$3) 1 < \frac{3x-1}{12} + x + 2 < 3; \quad 4) 5x - 20 \leq x^2 \leq 8x.$$



5. Степени и корни



1. Найдите значение выражения:

1) $\frac{12^5}{2^{10} \cdot 81}$; 2) $\frac{(4^{-2})^{-3}}{(2^5)^2}$; 3) $(3 \cdot 2^{-3})^{-2}$;

4) $\frac{2^{-2} + 2^0}{(0,5)^{-2} - 5 \cdot (-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}$;

5) $\frac{(3\sqrt{2})^4 - (6\sqrt{5})^2}{(\sqrt{6} \cdot \sqrt{3})^2}$; 6) $\sqrt[3]{\sqrt{64}} - \sqrt{\sqrt[3]{\frac{1}{64}}}$;

7) $\sqrt[4]{16} + \sqrt[3]{1000} + \sqrt[4]{(-5)^4} + \sqrt[3]{(-6)^3} + \sqrt{(-3)^2}$;

8) $100^{0,5} + 27^{\frac{2}{3}} + 16^{-\frac{3}{4}} + 81^{-0,25}$;

9) $1,5^3 \cdot 2,25^{-1,5} \cdot 0,75^{-1}$; 10) $\sqrt{\frac{2^{-2} \cdot 5^3 \cdot 10^{-4}}{2^{-3} \cdot 5^2 \cdot 10^{-5}}}$;

2. Упростите выражение:

1) $\sqrt{5 + \sqrt{24}}$; 2) $\sqrt{28 - \sqrt{300}}$;

3) $\sqrt{12 - 6\sqrt{3}}$; 4) $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$.

3. Упростите выражение:

1) $\frac{y \cdot \sqrt[10]{y} \cdot \sqrt[3]{y^2}}{\sqrt[6]{y^5}}$; 2) $\frac{a \cdot \sqrt[5]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^{-3}}}{\sqrt[4]{a}}$;

3) $2 \cdot \sqrt[3]{x} \cdot x^{\frac{2}{3}} - \frac{2}{x^{-1}} + 4 \cdot x^{\frac{4}{5} - 0,8}$.

4. Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[4]{x}}{x^2} : \frac{\sqrt{\sqrt{x+65}}}{\sqrt{x}},$$

если $x = 16$.

6. Функции и графики



1	$y = x^2 - 2$	А		4	$y = (x - 2)^2 + 2$	Г	
2	$y = (x - 2)^2$	Б		5	$y = -(x + 2)^2$	Д	
3	$y = (x + 2)^2 - 2$	В		6	$y = 2 - x^2$	Е	



6. Функции и графики

3. Установите соответствие между функцией (1–5), ее графиком (А–Д) и свойством (I–III).



1	$y = x^3$	А	
2	$y = -\frac{1}{x}$	Б	
3	$y = \sqrt{x}$	В	

4	$y = \frac{1}{x^2}$	Г	
5	$y = -\sqrt[3]{x}$	Д	

I	Функция четная
II	Функция нечетная
III	Функция ни четная, ни нечетная

6. Функции и графики



1. Найдите значение функции в точке x_0 :

1) $y = 2x + 3$, $x_0 = 0,4$; 2) $y = \frac{1}{3}x - 4$, $x_0 = -15$;

3) $y = \sqrt{x^2 + 7}$, $x_0 = -3$; 4) $y = \frac{1}{3}x^2 - 3x + 1$, $x_0 = 6$;

5) $y = -\frac{5}{x}$, $x_0 = \frac{1}{5}$; 6) $y = -5 + 0,25x^3$, $x_0 = 4$.

2. Найдите область определения функции:

1) $y = \frac{x-1}{x^2+3x}$; 2) $y = \sqrt{2x-3}$;

3) $f(x) = \sqrt{-x^2}$; 4) $f(x) = \frac{7}{\sqrt{14-2x}}$.

3. Найдите область значений функции:

1) $y = -x^4 + 2$; 2) $y = 5 - 3x^2$;

3) $f(x) = \sqrt{x} - 1$; 4) $f(x) = x^2 - 10x + 25$.

4. Какие из заданных функций являются четными? 1) $y = 4 - x^2$; 2) $y = x - 5$; 3) $y = \sqrt{x+1}$;

4) $y = (4-x)^2$; 5) $y = \frac{2}{x}$; 6) $y = (x+1)^2 + 1$.

1. Постройте графики функций:

1) $y = -x^2 + 5x + 6$; 2) $y = -\sqrt[3]{x-2}$;

3) $y = \frac{x^2 + 4x - 5}{2x + 10}$; 4) $y = -\frac{1-x}{x^2 - x^3}$;

5) $y = |x+4| - 1$; 6) $y = \begin{cases} -x^3, & \text{если } x \leq 1, \\ x-2, & \text{если } x > 1; \end{cases}$

7) $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \leq 1, \\ 2-x, & \text{если } 1 < x < 3, \\ -\frac{3}{x}, & \text{если } x \geq 3. \end{cases}$

2. Решите графически уравнения:

1) $x - 6 = -\sqrt{x}$; 2) $x^2 - 2x + \frac{1}{x} = 0$;

3) $\frac{9-x^2}{x+3} + x^2 + 6x + 9 = 0$; 4) $|x| + x^2 - 2 = 0$.

3. Решите графически системы уравнений:

1) $\begin{cases} y = |x|, \\ y + x^2 = 2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = y + 6, \\ y = \frac{4x^2 - x^4}{x^2 - 4}. \end{cases}$

3. Примеры эффективных методов и средств обучения.



Определение. Если точка M числовой окружности на координатной плоскости xOy соответствует числу t , то абсциссу точки M называют **косинусом** числа t и обозначают $\cos t$, а ординату точки M называют **синусом** числа t и обозначают $\sin t$.
Итак (рис. 28),

если $M(t) = M(x; y)$, то
 $x = \cos t, y = \sin t$.

Составление схемы определения
понятия

Косинус числа t :

1. абсцисса точки M **и**
2. точка M на числовой окружности
соответствует числу t **и**
3. числовая окружность на координатной
плоскости xOy **и**
4. $\cos t = x$

Определение ближайшего родового понятия.
Выделение **видовых** отличий.
Структурирование информации.

Глава 1

Тригонометрические функции

§ 1. Что такое числовая окружность

Вам известно, что прямую, на которой заданы начальная точка O , масштаб (единичный отрезок) и положительное направление, называют *числовой прямой*. Любому действительному числу мы можем сопоставить единственную точку числовой прямой, и наоборот: любая точка числовой прямой соответствует единственному числу. Например, числу 3 соответствует точка A , числу -2 соответствует точка B (рис. 1), и наоборот: точке C соответствует число 5, а точке D — число -4 (рис. 2).

Но в реальной жизни приходится двигаться не только по прямой. Довольно часто рассматривается движение по окружности, например, по беговой дорожке стадиона, стандартная длина которой равна 400 м (это, конечно, не окружность, но, идеализируя ситуацию, как принято в математике, её считают окружностью; более того, в обиходной речи называют даже кругом). Как и в случае с числовой прямой, здесь есть точка отсчёта (она расположена на линии старта), есть масштаб — 1 м, указывается направление движения — обычно против часовой стрелки (положительное направление). Так что вполне можно говорить не просто об окружности, а о *числовой окружности*. В зависимости от заданной дистанции (100 м, 200 м, 400 м, 800 м, 1500 м и т. д.) проводят линию финиша. Иными словами, любому числу соответствует единственная точка окружности (не только положительному числу, но и отрицательному — ведь забеги можно устраивать и

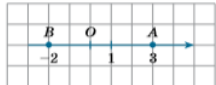


Рис. 1

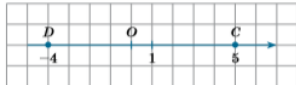


Рис. 2

в отрицательном направлении — в направлении по часовой стрелке). А вот обратное неверно: одна и та же точка окружности вполне может соответствовать разным числам. Например, для забегов на 400 м («один круг»), 800 м («два круга»), 10 000 м («двадцать пять кругов») проводят одну и ту же линию финиша, т. е. числам 400, 800, 10 000 соответствует одна и та же точка числовой окружности.

В принципе любую окружность можно рассматривать как числовую, но мы будем использовать для этой цели окружность, радиус которой принимается за единицу измерения; такую окружность для краткости будем называть *единичной окружностью*. Это будет наша «беговая дорожка», её длина l равна 2π ($l = 2\pi R$; здесь $R = 1$), что составляет примерно 6,28.

На рисунке 3 изображена единичная окружность, проведены горизонтальный и вертикальный диаметры CA и DB . Условимся называть дугу AB *первой четвертью*, дугу BC — *второй четвертью*, дугу CD — *третьей четвертью*, дугу DA — *четвёртой четвертью*. Длина каждой четверти единичной окружности равна $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \approx 1,57$.

Пример 1 В единичной окружности проведены два взаимно перпендикулярных диаметра: горизонтальный CA и вертикальный DB . Дуга AB разделена точкой M на две равные части, а дуга CD точками K и P — на три равные части (рис. 4). Чему равна длина дуги:
а) AM , MB ; б) CK , KP , PD ; в) AK , BP ?

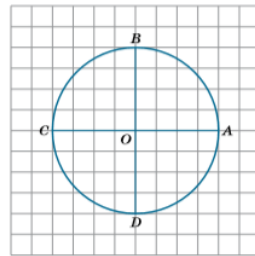


Рис. 3

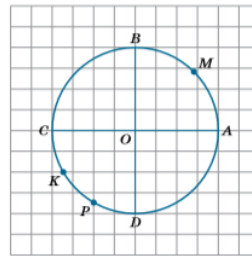


Рис. 4

Решение. Обычно дугу AB обозначают так: \overline{AB} , а длину дуги обозначают так: $|AB|$. Чтобы не усложнять записи, мы будем в обоих случаях писать просто AB , а из текста будет ясно, о чём идёт речь — о дуге или о её длине.

$$а) AB = \frac{\pi}{2}, \text{ значит, } AM = MB = \frac{\pi}{4}.$$

$$б) CD = \frac{\pi}{2}, \text{ значит, } CK = KP = PD = \frac{\pi}{6}.$$

$$в) AK = AC + CK = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6};$$

$$BP = BC + CP = \frac{\pi}{2} + 2 \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}.$$

Сформулируем определение числовой окружности, которым мы будем пользоваться в нашем курсе. Начальной точкой будем считать точку A — правый конец горизонтального диаметра (см. рис. 3).

Определение. Поставим в соответствие каждому действительному числу t точку единичной окружности (см. рис. 3) по следующему правилу.

- 1) Числу $t = 0$ поставим в соответствие точку A ; $A = A(0)$.
- 2) Если $t > 0$, то, двигаясь из точки A в направлении *против часовой стрелки* (положительное направление обхода окружности), пройдем по окружности расстояние AM , равное t . Точка M и будет искомой точкой $M(t)$.
- 3) Если $t < 0$, то, двигаясь из точки A в направлении *по часовой стрелке* (отрицательное направление обхода окружности), пройдем по окружности расстояние AM , равное $|t|$. Точка M и будет искомой точкой $M(t)$.

Единичную окружность с установленным соответствием (между действительными числами и точками окружности) будем называть *числовой окружностью*.

Пример 2 Найти на числовой окружности точку, которая соответствует заданному числу:

$$а) 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{7\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, 2\pi, 8\pi;$$

$$б) -\frac{\pi}{2}, -\frac{2\pi}{3}, -\frac{7\pi}{4}.$$





Глава 1

Тригонометрические функции

§ 1. Что такое числовая окружность

Вам известно, что прямую, на которой заданы начальная точка O , масштаб (единичный отрезок) и положительное направление, называют *числовой прямой*. Любому действительному числу мы можем сопоставить единственную точку числовой прямой, и наоборот: любая точка числовой прямой соответствует единственному числу. Например, числу 3 соответствует точка A , числу -2 соответствует точка B (рис. 1), и обратно: точке C соответствует число 5, а точке D — число -4 (рис. 2).

Но в реальной жизни приходится двигаться не только по прямой. Довольно часто рассматривается движение по окружности, например, по беговой дорожке стадиона, стандартная длина которой равна 400 м (это, конечно, не окружность, но, идеализируя ситуацию, как принято в математике, её считают окружностью; более того, в обиходной речи называют даже кругом). Как и в случае с числовой прямой, здесь есть точка отсчёта (она расположена на линии старта), есть масштаб — 1 м, указывается направление движения — обычно против часовой стрелки (положительное направление). Так что вполне можно говорить не просто об окружности, а о *числовой окружности*. В зависимости от заданной дистанции (100 м, 200 м, 400 м, 800 м, 1500 м и т. д.) проводят линию финиша. Иными словами, любому числу соответствует единственная точка окружности (не только положительному числу, но и отрицательному — ведь забеги можно устраивать и

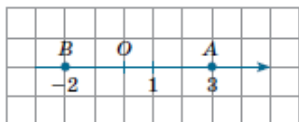


Рис. 1

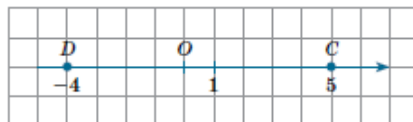


Рис. 2

Ключевые слова	Выписки из текста	Почему эта цитата важна для меня
Числовая прямая	...прямую, на которой заданы начальная точка O , масштаб (единичный отрезок) и положительное направление, называют числовой прямой.	С помощью числовой прямой обеспечивается наглядность при изучении действительных чисел и действий с ними.
Числовая окружность	...есть точка отсчёта (она расположена на линии старта), есть масштаб — 1 м, указывается направление движения — обычно против часовой стрелки...	В реальной жизни кроме движения по прямой, часто встречается движение по кругу.



в отрицательном направлении — в направлении по часовой стрелке). А вот обратное неверно: одна и та же точка окружности вполне может соответствовать разным числам. Например, для забегов на 400 м («один круг»), 800 м («два круга»), 10 000 м («двадцать пять кругов») проводят одну и ту же линию финиша, т. е. числам 400, 800, 10 000 соответствует одна и та же точка числовой окружности.

В принципе любую окружность можно рассматривать как числовую, но мы будем использовать для этой цели окружность, радиус которой принимается за единицу измерения; такую окружность для краткости будем называть *единичной окружностью*. Это будет наша «беговая дорожка», её длина l равна 2π ($l = 2\pi R$; здесь $R = 1$), что составляет примерно 6,28.

На рисунке 3 изображена единичная окружность, проведены горизонтальный и вертикальный диаметры CA и DB . Условимся называть дугу AB *первой четвертью*, дугу BC — *второй четвертью*, дугу CD — *третьей четвертью*, дугу DA — *четвёртой четвертью*. Дли-

на каждой четверти единичной окружности равна $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \approx 1,57$.

Пример 1 В единичной окружности проведены два взаимно перпендикулярных диаметра: горизонтальный CA и вертикальный DB . Дуга AB разделена точкой M на две равные части, а дуга CD точками K и P — на три равные части (рис. 4). Чему равна длина дуги:

- а) AM, MB ; б) CK, KP, PD ; в) AK, BP ?

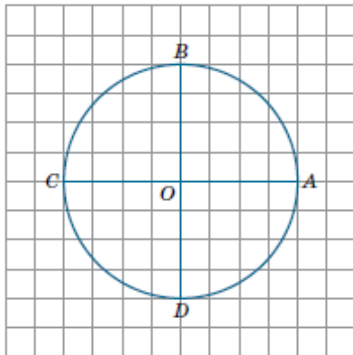


Рис. 3

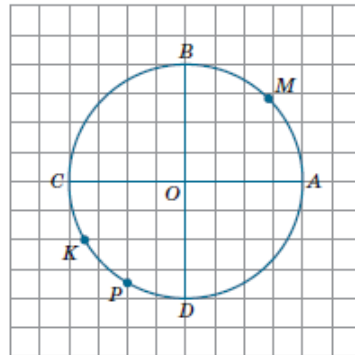


Рис. 4

Ключевые слова	Выписки из текста	Почему эта цитата важна для меня
Единичная окружность	...окружность, радиус которой принимается за единицу измерения ...будем называть единичной окружностью.	Это новая математическая модель.



Решение. Обычно дугу AB обозначают так: \widehat{AB} , а длину дуги обозначают так: $|AB|$. Чтобы не усложнять записи, мы будем в обоих случаях писать просто AB , а из текста будет ясно, о чём идёт речь — о дуге или о её длине.

а) $AB = \frac{\pi}{2}$, значит, $AM = MB = \frac{\pi}{4}$.

б) $CD = \frac{\pi}{2}$, значит, $CK = KP = PD = \frac{\pi}{6}$.

в) $AK = AC + CK = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$;

$BP = BC + CP = \frac{\pi}{2} + 2 \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}$.

Сформулируем определение числовой окружности, которым мы будем пользоваться в нашем курсе. Начальной точкой будем считать точку A — правый конец горизонтального диаметра (см. рис. 3).

Определение. Поставим в соответствие каждому действительному числу t точку единичной окружности (см. рис. 3) по следующему правилу.

1) Числу $t = 0$ поставим в соответствие точку A ; $A = A(0)$.

2) Если $t > 0$, то, двигаясь из точки A в направлении *против часовой стрелки* (положительное направление обхода окружности), пройдем по окружности расстояние AM , равное t . Точка M и будет искомой точкой $M(t)$.

3) Если $t < 0$, то, двигаясь из точки A в направлении *по часовой стрелке* (отрицательное направление обхода окружности), пройдем по окружности расстояние AM , равное $|t|$. Точка M и будет искомой точкой $M(t)$.

Единичную окружность с установленным соответствием (между действительными числами и точками окружности) будем называть **числовой окружностью**.

Пример 2 Найти на числовой окружности точку, которая соответствует заданному числу:

а) $0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{7\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, 2\pi, 8\pi$;

б) $-\frac{\pi}{2}, -\frac{2\pi}{3}, -\frac{7\pi}{4}$.

Числовая окружность:

1. Окружность **И**
2. Радиус – единица измерения **И**
3. Начало отсчёта – правый конец горизонтального диаметра **И**
4. Положительное направление – против часовой стрелки **И**
5. Установлено соответствие между точками окружности и всеми действительными числами.

§ 2. Числовая окружность на координатной плоскости

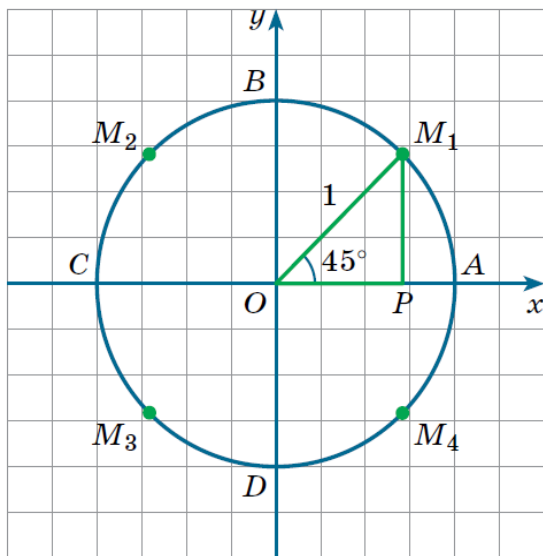


Рис. 11

Составление предписания для решения задач определенного вида

1. Построим точку M на числовой окружности;
2. Опустим перпендикуляр на прямую OA ;
3. Рассмотрим треугольник OAM ;
4. Найдём длины катетов с учётом соотношений в полученном прямоугольном треугольнике;
5. Определим знаки соответствующих координат.

Точка $M_1\left(\frac{\pi}{4}\right)$ — середина первой четверти. Опустим из точки M_1

перпендикуляр M_1P на прямую OA и рассмотрим треугольник OM_1P (см. рис. 11). Так как дуга AM_1 составляет половину дуги AB , то $\angle POM_1 = 45^\circ$. Значит, OM_1P — равнобедренный прямоугольный треугольник; $OP = M_1P$, т. е. у точки M_1 абсцисса и ордината равны: $x = y$. Кроме того, координаты точки $M_1(x; y)$ удовлетворяют уравнению числовой окружности $x^2 + y^2 = 1$. Таким образом, для нахождения координат точки M_1 нужно решить систему уравнений

Кроме того, координаты точки $M_1(x; y)$ удовлетворяют уравнению числовой окружности $x^2 + y^2 = 1$. Таким образом, для нахождения координат точки M_1 нужно решить систему уравнений

$$\begin{cases} x = y, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

Подставив x вместо y во второе уравнение системы, получим:

$$x^2 + x^2 = 1; \quad x^2 = \frac{1}{2}; \quad x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(мы учли, что абсцисса точки M_1 положительна). А так как $y = x$, то

$$и y = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Итак, } M_1\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right).$$

• Информационная схема



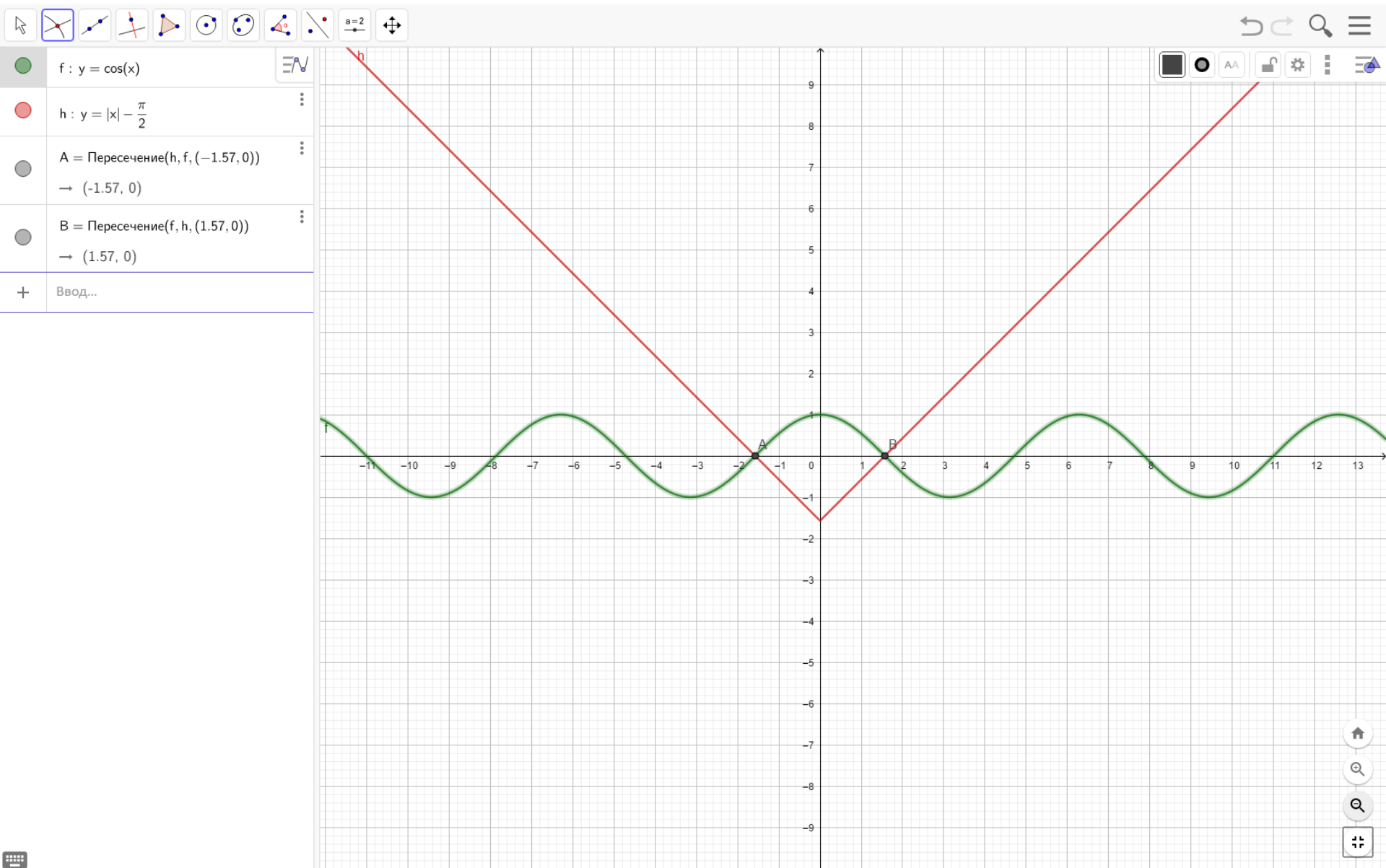
Уравнение	Решение
$\sin x = a$	$x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
$\sin x = a$	$x = \arcsin a + 2\pi n, x = \pi - \arcsin a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
Частные случаи	
$\sin x = 0$	$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$
$\sin x = 1$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
$\sin x = -1$	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

Решите уравнение.

ИКТ

9.9.

в) $\cos x = |x| - \frac{\pi}{2}$;



Урок по теме «Как, зная график функции $y = f(x)$, построить график функции $y = f(mx)$ ».

Структурный компонент урока	Деятельность на уроке
Проверка домашнего задания, актуализация знаний.	Повторяются: графики функций $y = x^3$, $y = \cos x$, $y = \sin x$.
Мотивация открытия нового знания. Побуждение к получению новой информации.	Постановка задачи: построить графики функций, $y = f(x)$ и $y = f(mx)$. сравнить, сделать вывод о взаимосвязи
Получение новой информации	Работа с текстом учебника. Заполнение журнала.
Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи.	Решение заданий в группах. Закрепление нового понятия. Составление предписания.
Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону.	Выполнение самостоятельной работы
Рефлексия. Осмысление изученного и сделанного	Подведение к выводу: раз мы узнали способ построения графиков большой группы функций, необходимо это знание закрепить, рассмотреть возможные применения нового знания (в частности для графического решения уравнений и др.).
Информация о домашнем задании, инструктаж по его выполнению.	

Получение новой информации

Журнал

y	x, если функция	
	$y = f(x)$	$y = f(mx)$
0	0	0
1	1	1
$\frac{27}{8}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$
8	2	1

Такое преобразование называют *растяжением от оси ординат с коэффициентом 3*.

Вообще график функции $y = f(mx)$, где $0 < m < 1$, получается из графика функции $y = f(x)$ с помощью *растяжения от оси Oy с коэффициентом $\frac{1}{m}$* (впрочем, используют и другую формулировку: *сжатие с коэффициентом m*).

Образовательный продукт: предписание для выполнения построения графика функции $y = f(mx)$

§ 12. Как, зная график функции $y = f(x)$, построить график функции $y = f(mx)$

На рисунке 77 изображён график функции $y = x^3$, $x \in [0; +\infty)$. Нам понадобится небольшая таблица 1 значений этой функции:

Таблица 1

x	0	1	$\frac{3}{2}$	2
y	0	1	$\frac{27}{8}$	8

Теперь построим график функции $y = (2x)^3$, $x \in [0; +\infty)$. Заметим, что если для функции $y = x^3$ ввести обозначение $y = f(x)$, то $y = (2x)^3$ — это $y = f(2x)$. Составим таблицу 2 значений функции $y = f(2x)$, причём так, чтобы вторая строка таблицы совпала со второй строкой таблицы 1. Что тогда будет в первой строке? Смотрите: $(2x)^3 = 0$ при $x = 0$; $(2x)^3 = 1$ при $x = \frac{1}{2}$; $(2x)^3 = \frac{27}{8}$ при $x = \frac{3}{4}$; $(2x)^3 = 8$ при $x = 1$. Вот как выглядит таблица 2:

Таблица 2

x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1
y	0	1	$\frac{27}{8}$	8

Как видите, ординаты в таблицах 1 и 2 одинаковы, а абсциссы в таблице 2 в 2 раза меньше соответствующих абсцисс из таблицы 1.

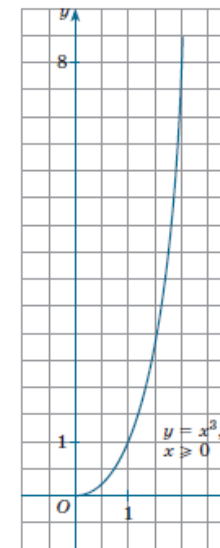
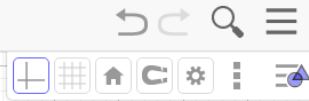
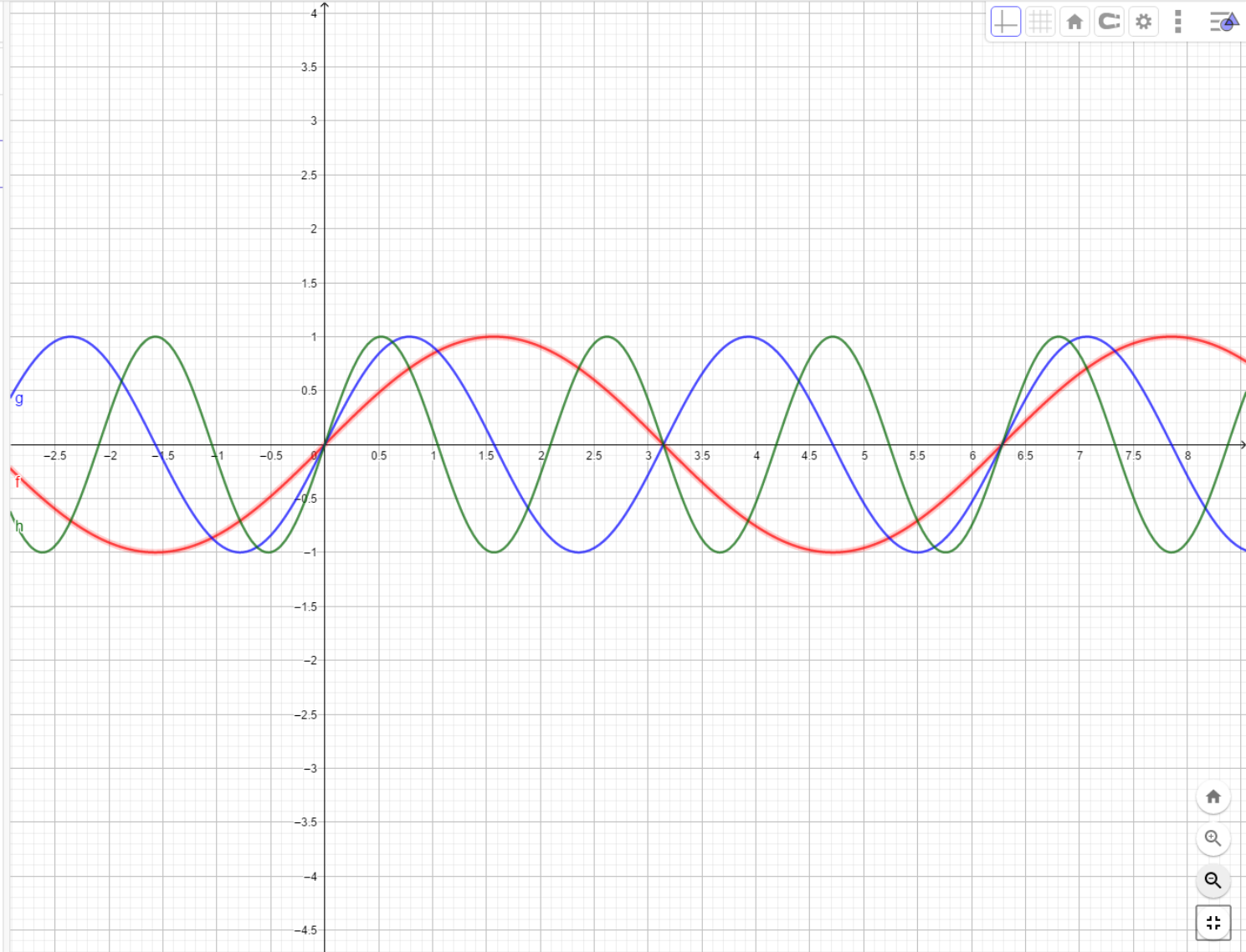


Рис. 77

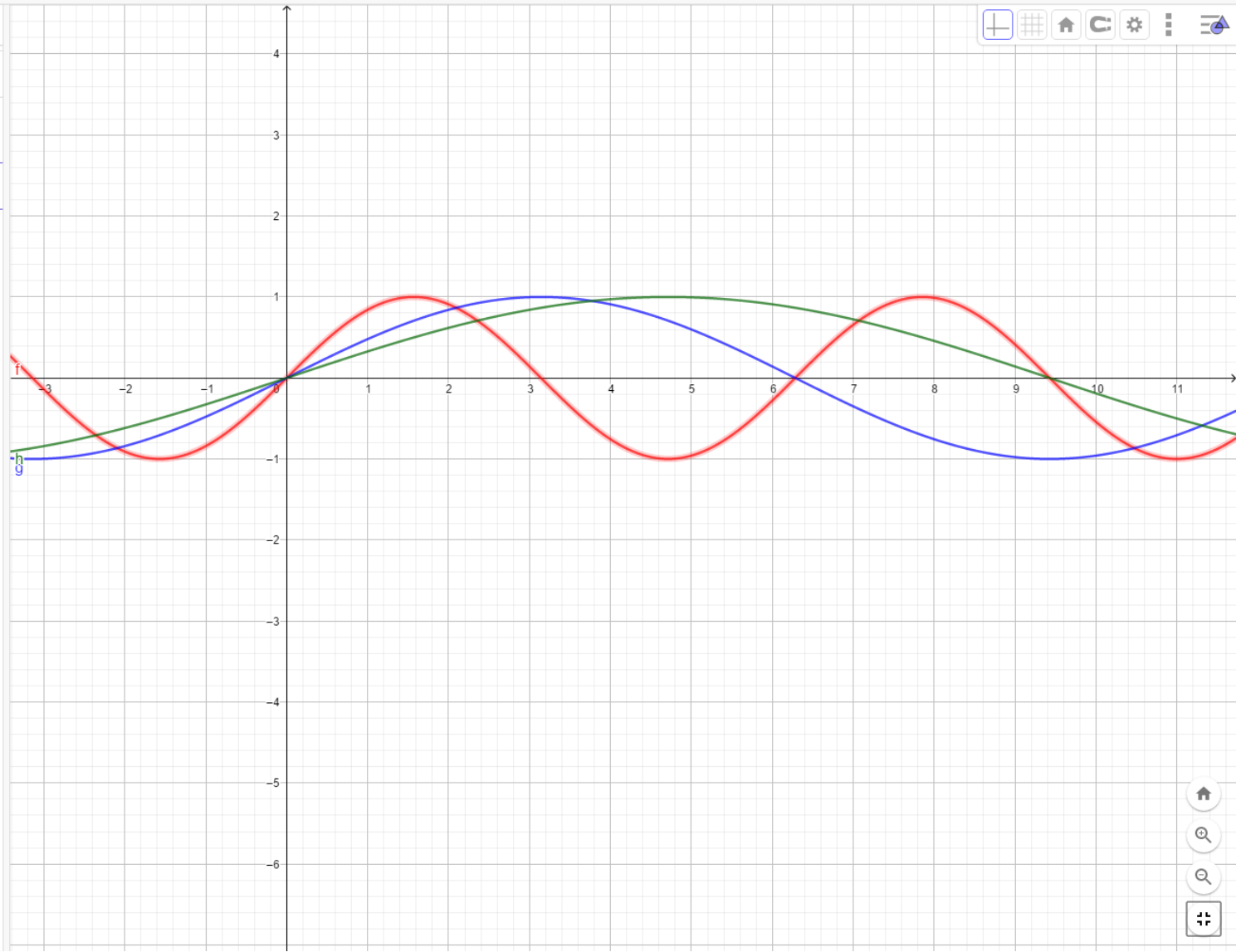


- $f : y = \sin(x)$
- $g : y = \sin(2x)$
- $h : y = \sin(3x)$
- + Ввод...





- $f : y = \sin(x)$
- $g : y = \sin(0.5 x)$
- $h : y = \sin\left(\frac{1}{3} x\right)$
- + Ввод...

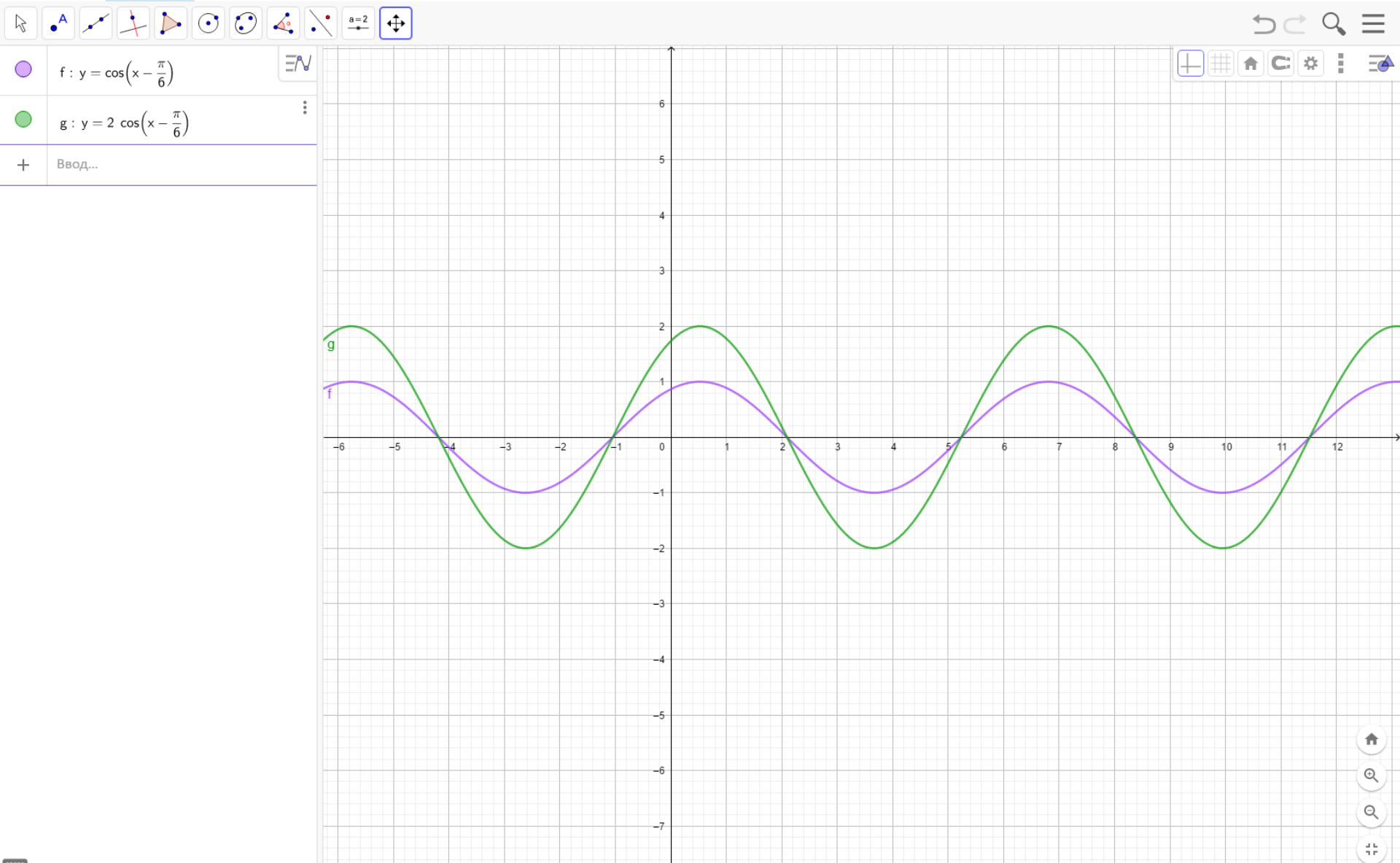


Постройте в одной системе координат графики заданных функций.

ИКТ

11.2.

б) $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ и $y = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$;



УМК «Лаборатория А.Г. Мордковича»





профессор МГПУ, доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, научный руководитель Международного семинара преподавателей математики педвузов (1987 г.-н.в.);

имеет награды: Премия Президента РФ в области образования, заслуженный деятель науки РФ, Отличник народного образования, Медаль К.Д.Ушинского.

Павел Владимирович Семёнов



профессор факультета математики НИУ ВШЭ, доктор физико-математических наук, профессор, член Федеральной предметной группы по разработке КИМ для ЕГЭ по математике (2001-2007 гг), разработчик заданий с развернутым ответом, автор более 20 учебно-методических пособий по подготовке учащихся к ЕГЭ и подготовке экспертов к проверке работ учащихся;

имеет награды: Почётный работник высшего профессионального образования РФ; Почетная грамота Министерства образования РФ.

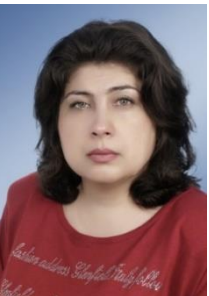
Лидия Александровна Александрова



учитель математики, методист ГБОУ Школы 1317 г. Москва, учитель высшей категории, член предметной комиссии по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ЕГЭ по математике;

имеет награды: Отличник народного просвещения РФ.

Елена Львовна Мардахаева



заведующий лабораторией математики ГК «Просвещение», кандидат педагогических наук, доцент, председатель предметной комиссии ЕГЭ по математике Московской области (2006-2007 гг); член-корреспондент Международной академии научного педагогического образования (МАНПО);

имеет награды: Грант Москвы в сфере образования; Почётная грамота Министерства образования Московской области.

Алгебра, 7-9 классы

Алгебра и начала математического анализа, 10-11 классы

Включены в Федеральный перечень

- Учебники
- ЭФУ
- Примерные рабочие программы
- Методические пособия для учителя
- Рабочие тетради
- Контрольные работы
- Самостоятельные и проверочные работы
- Алгебраические практикумы



Отличительные особенности УМК «Лаборатория А.Г. Мордковича»



Курс построен на основе приоритетности функционально-графической линии, математическое моделирование является идейным стержнем.

Учебник и задачник соединены в одну книгу.

Порядок тем соответствует ПООП, отражает психологические особенности обучающихся.

Выстроена вероятностно-стохастическая линия в тесной взаимосвязи с основным содержанием.

Каждая глава содержит разделы «Повторение», «Итак, в Главе...», «Вопросы», «Дополнительные задачи», «Из истории математики».

Трёхуровневая система заданий отражает требования ФГОС ОО, итоговой аттестации. Добавлены задачи практического содержания, высокого уровня сложности.

Включён материал, рекомендованный к изучению с использованием ИТ-средств.



Упражнения располагаются от простого к высокому, трёх уровней сложности:

базового,
повышенного,
высокого.

Ко всем упражнениям, кроме базового уровня, имеются ответы.

Выделены задания, предназначенные для решения с использованием ИТ-средств

Укажите на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу.

ИКТ 1.6. а) 3; б) 2; в) 5,5; г) -4,5; д) -7; е) 9.

ИКТ 4.21. Расположите в порядке возрастания числа:

а) $\cos\left(-\frac{5\pi}{7}\right)$; $\cos\frac{\pi}{9}$; $\cos\frac{4\pi}{11}$; $\cos\frac{2\pi}{3}$; $\cos\left(-\frac{3\pi}{10}\right)$; $\cos\frac{\pi}{2}$;

б) $\sin 3$; $\sin 4$; $\sin 6$; $\sin 7$;

ИКТ 6.14. Постройте график функции:

а) $y = x^2 - \left(\sin^2\frac{2}{x} + \cos^2\frac{2}{x}\right)$;

б) $y = 2x - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x$;

В конце каждого параграфа выделены упражнения для повторения

Решите уравнение.

4.11. а) $\operatorname{cost} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\operatorname{sint} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\operatorname{cost} = -\frac{1}{2}$; г) $\operatorname{sint} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; д) $\operatorname{cost} = 2$; е) $\operatorname{sint} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

а) $12\operatorname{cost} = \sqrt{108}$; б) $\sqrt{50}\operatorname{sint} = 5$; в) $\sqrt{18}\operatorname{cost} + 3 = 0$;

г) $\sqrt{32}\operatorname{sint} = 8$;
д) $6\operatorname{cost} = \sqrt{27}$;
е) $10\operatorname{sint} + \sqrt{75} = 0$.

4.12. а) $12\operatorname{cost} = \sqrt{108}$;

б) $|\sin t| = 1$;

в) $\sqrt{1 - \cos^2 t} = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

г) $-\frac{2}{\sqrt{3}}\operatorname{sint} = \sin^2 3 + \cos^2 3$;

д) $|\cos t| = 1$;

е) $\sqrt{1 - \sin^2 t} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

4.13. а) $\sin^2\frac{\pi}{8} + \cos^2\frac{\pi}{8} - \sqrt{2}\operatorname{cost} = 0$;

б) $(t^2 - 3t + 3)\frac{|\sin t|}{\operatorname{sint}} = 1$.

Упражнения для повторения

2.13. Используя каждую из цифр 0; 2; 4; 6 не более одного раза, составьте все возможные числа, которые кратны числу:
а) 3; б) 6; в) 9; г) 5; д) 4; е) 12.

2.14. а) Докажите, что значение выражения $7^7 - 7^5$ делится на 12.
б) Докажите, что значение выражения $23^{11} + 23^{10}$ делится на 6.

2.15. Разложите число на простые множители. Ответ запишите в виде произведения степеней простых множителей.
а) 54 000; б) 1 157 625; в) 157 300; г) 32 400; д) 99 225; е) 2 556 125.

Построение индивидуальной образовательной траектории



В конце каждой главы предложен тест для самопроверки и самоконтроля

В конце каждой главы есть раздел «Дополнительные задачи»

Тест

- Укажите значения t , соответствующие координатам точки $M\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.
 а) $\frac{3\pi}{4}$ б) $\frac{15\pi}{4}$ в) $-\frac{\pi}{4}$ г) $-\frac{5\pi}{4}$
- Найдите значение выражения $\cos(-\pi) - \operatorname{tg}\frac{\pi}{3} \cdot \operatorname{ctg}\frac{\pi}{6} + \sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right)$.
- Установите соответствие между радианной и градусной мерами дуги числовой окружности.
 А. $\frac{13\pi}{6}$ Б. $\frac{11\pi}{4}$ В. $\frac{5\pi}{2}$
 1) 495° 2) 390° 3) 450°
- Зная, что $\cos t = 0,96$ и $-\frac{\pi}{2} < t < 0$, найдите $\sin t$.
- Расположите числа $\cos 2$, $\cos 5$, $\cos 3$, $\cos 4$ в порядке возрастания:
 а) $\cos 3$, $\cos 4$, $\cos 2$, $\cos 5$ в) $\cos 5$, $\cos 4$, $\cos 3$, $\cos 2$
 б) $\cos 5$, $\cos 2$, $\cos 4$, $\cos 3$ г) $\cos 2$, $\cos 3$, $\cos 4$, $\cos 5$
- Решите уравнение $\cos t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
 а) $\pm\frac{5\pi}{6} + \pi n$ в) $\pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$
 б) $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$ г) $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$
- Найдите период функции $y = 3\sin\frac{\pi x}{2}$.

Дополнительные задачи

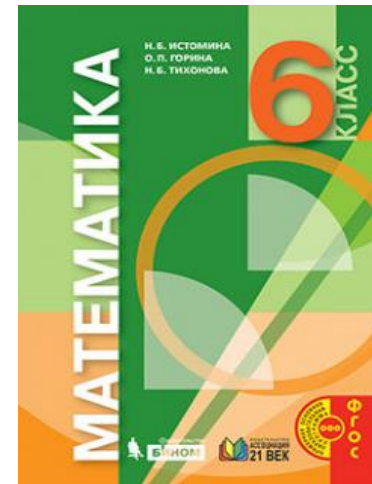
В следующих задачах рассмотрены движения минутной и часовой стрелок на часах с круговым циферблатом¹.

- Сколько полных оборотов сделает минутная стрелка за время:
 а) с 12:00 до 13:00; г) с 19:00 сегодня до 8:00 завтра;
 б) с 13:00 до 15:00; д) с 23:00 сегодня до 12:00 послезавтра;
 в) с 17:00 до 24:00; е) с 17:00 30 декабря до 7:00 2 января?
- По числу n полных оборотов минутной стрелки и началу a отсчёта времени найдите конец b отсчёта или по концу b найдите начало a отсчёта времени.
 а) $a = 12:15$, $n = 5$, $b = ?$; г) $b = 8:05$, $n = 5$, $a = ?$;
 б) $a = 13:30$, $n = 10$, $b = ?$; д) $b = 9:10$, $n = 25$, $a = ?$;
 в) $a = 14:45$, $n = 15$, $b = ?$; е) $b = 10:15$, $n = 40$, $a = ?$.
- На сколько градусов повернётся минутная стрелка за время:
 а) с 12:00 до 12:15; г) с 9:10 до 10:05;
 б) с 15:00 до 15:30; д) с 11:35 до 12:40;
 в) с 8:40 до 9:05; е) с 23:59 до 00:11?
- На сколько градусов повернётся часовая стрелка за время:
 а) с 12:00 до 13:00; г) с 17:45 сегодня до 7:00 завтра;
 б) с 14:00 до 19:00; д) с 8:15 сегодня до 6:00 завтра;
 в) с 15:30 до 23:00; е) с 9:20 сегодня до 20:10 послезавтра?
- Найдите величину угла (в градусах и в радианах) между минутной и часовой стрелками:
 а) в 12:00; в) в 14:30; д) в 16:45;
 б) в 13:00; г) в 15:30; е) в 19:10.
- В 12:00 совпадают направления часовой и минутной стрелок. Пусть t — время на часах, когда впервые после 12:00 совпадут направления стрелок.
 1) Проверьте, что:
 а) $t > 13$ ч 00 мин; б) $t > 13$ ч 05 мин; в) $t < 13$ ч 06 мин.



Математика, 5-6 классы

Авторы: Н.Б.Истомина,
О.П.Горина, Н.Б.Тихонова



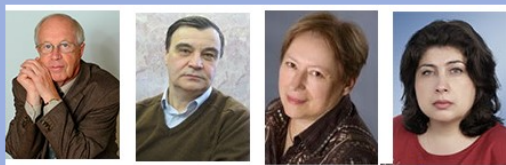
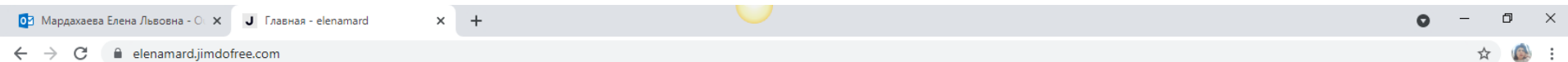
Включены в Федеральный перечень



- Учебники
- Рабочие тетради
- Тестовые задания
- Методические пособия для учителя
- Пособия для внеурочной деятельности: «Наглядная геометрия», «Учимся решать комбинаторные задачи»



Авторский сайт <https://elenamard.jimdo.com>



Главная	Об авторском коллективе	Материалы к урокам	Где купить УМК А.Г.Мордковича и др.
Внеурочная деятельность 5-6 классы	Предпрофильная подготовка 7-9 классы		
Профильное обучение 10-11 классы	IT-средства при обучении алгебре: методические рекомендации		
Апробация УМК	Очные региональные семинары	Региональные семинары в формате онлайн	
Вебинары	Электронные ресурсы	Курсы повышения квалификации	Обратная связь

Лаборатория математики: в помощь учителю

НОВОСТИ!

Приказом Министерства просвещения Российской Федерации от **31 мая 2021 года № 287** утвержден федеральный государственный образовательный стандарт общего основного образования.


Приказ № 287


Сайт Лаборатории математики ГК "Просвещение"


Сайт для учителей математики. Для тех, кто любит свою профессию и хочет


Методическая поддержка через сайт издательства <http://www.lbz.ru>


← → ↻ lbz.ru ☆ 👤 ⋮


 **ИЗДАТЕЛЬСТВО**
БИНОМ
Лаборатория знаний





 **Гармония**

 СИСТЕМА
Д.Б. ЭЛЬКОНИНА -
В.В. ДАВЫДОВА

 МЕТОДИЧЕСКАЯ
ПОДДЕРЖКА

 СИСТЕМА
РАЗВИВАЮЩЕГО
ОБУЧЕНИЯ
Л.В. ЗАНКОВА

 БИНОМ ДЕТСТВА

☎ +7 (495) 789-30-40
✉ YKrylova@prosv.ru
Поиск по сайту

ГЛАВНАЯ ОБ ИЗДАТЕЛЬСТВЕ ДОКУМЕНТЫ ЭФУ БИНОМ АВТОРСКИЕ МАСТЕРСКИЕ ИНТЕРНЕТ-ГАЗЕТЫ ВЕБИНАРЫ КАК КУПИТЬ КОНТАКТЫ

Каталог

🔍 Поиск книг

Новинки
[Новинки БИНОМ. Лаборатория знаний](#)
[Новинки БИНОМ Детства](#)

Система «Учусь учиться» Л.Г. Петерсон
[Мир открытый](#)
[Мир деятельности](#)
[Математика](#)


Дошкольное образование
[Раннее развитие](#)
[Читаем дома и в детском саду](#)
[Книги и тетради Елены Матвеевой](#)
[Учимся играя. Книги-игры](#)
[Книги Юлии Даниловой](#)
[Школа Натальи Теремковой](#)
[Школа развития МАЯК](#)
[Книги в дорогу. Досуг для выходных](#)
[Развитие речи](#)
[Учимся читать](#)
[Учимся писать](#)
[Учимся считать. Математика](#)
[Мир вокруг нас](#)
[Готовимся к школе](#)
[Программы дошкольного образования](#)
[Мир открытый](#)
[Английский язык](#)
[Ступеньки детства](#)
[Моя Москва](#)
[Развиваем таланты](#)


Начальная школа
[Система «Учусь учиться» Л.Г. Петерсон](#)
[Лидер-кейс](#)
[Система Д.Б.Эльконина-В.В.Давыдова](#)
[Система «Гармония»](#)
[Система Л.В. Занкова](#)
[Школа диалога](#)
[Информатика](#)
[Русский язык](#)
[Технология](#)
[Английский язык](#)
[Окружающий мир](#)
[Риторика](#)

Издательство «БИНОМ. Лаборатория знаний»


Опубликован обновленный федеральный перечень учебников

2 марта 2021 года опубликован Приказ № 766 Министерства просвещения Российской Федерации от 23.12.2020




 В разделе **Документы** публикуются [законы](#), [официальные письма](#), [приказы](#) Минобрнауки РФ, [образовательные стандарты](#), [примерные основные образовательные программы](#), [рекламные материалы](#) Издательства, [официальные документы](#), [информационные письма](#).

Пользователям сайта: как получить полную информацию о книге

 Основной всего нашего сайта является **каталог пособий** - полную структуру вы видите слева. Зайдя в нужный вам раздел, вы попадаете на подразделы с описанием, ведущие на перечень карточек книг, относящихся к тому или иному **УМК**. Перейдя по ссылке на карточку книги, вы сможете получить информацию об этом пособии и заказать его в интернет-магазине. Из карточки пособия, с помощью круга-пиктограммы, вы сможете перейти в **авторскую мастерскую**, скачать **программу**, **методическое пособие**, а также ознакомиться с авторскими материалами к урокам, получить возможность принять участие в конкурсах и вебинарах, посмотреть их записи, изучить рекламные листовки Издательства и многое другое.

Новости

 24.06.2021 **Поздравляем с юбилеем, с 75-летием Льва Элевича Генденштейна!**

УВАЖАЕМЫЙ ЛЕВ ЭЛЕВИЧ! С ЮБИЛЕЕМ!
*Желаем Вам неиссякаемого вдохновения, крепкого здоровья и удачи во всех Ваших начинаниях!
Желаем, чтобы Вы по-прежнему были энергичны и активны, и пусть каждый новый день приносит Вам большие и маленькие радости.*
Пусть Ваши отклики на все задания всегда радуют энтузиазм не считая, а любовь к жизни только растёт!

Приказ № 766 от 23.12.2020

О внесении изменений в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, утверждённый приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 20.05.2020 г. № 254

1.1.2.4.1.11.1 1.1.2.4.1.11.2	Математика	Истомина Н.Б., Горина О.П., Тихонова Н.Б.	5 6	АО «Издательство «Просвещение»	Конобеева Т.А., Бондаренко Р.А., Кожанова А.П., Павлова Л.А.	До 1 июля 2025 года
1.1.2.4.1.3.1 1.1.2.4.1.3.2	Математика	Петерсон Л.Г., Дорофеев Г.В.	5 6	ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»; АО «Издательство «Просвещение»		От 20 мая 2020 года № 254
1.1.2.4.2.13.1 1.1.2.4.2.13.2 1.1.2.4.2.13.3	Алгебра	Мордкович А.Г., Семенов П.В., Александрова Л.А., Мардахаева Е.Л.	7 8 9	ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»; АО «Издательство «Просвещение»		От 20 мая 2020 года № 254
1.1.2.4.2.11.1 1.1.2.4.2.11.2 1.1.2.4.2.11.3	Алгебра	Петерсон Л.Г., Агаханов Н.,Х., Петрович А.Ю. и др.	7 8 9	ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»; АО «Издательство «Просвещение»		От 20 мая 2020 года № 254
1.1.2.4.3.10.1 1.1.2.4.3.10.2 1.1.2.4.3.10.3	Геометрия	Смирнов В.А., Смирнова И.М.	7 8 9	ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»; АО «Издательство «Просвещение»		От 20 мая 2020 года № 254
1.1.3.4.1.25.1 1.1.3.4.1.25.2	Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа	Мордкович А.Г., Семенов П.В., Александрова Л.А., Мардахаева Е.Л.	10 11	АО «Издательство «Просвещение»	Польшакова О.Е., Еремченко И.А., Кожанова А.П., Кочагина М.Н.	До 28 июня 2025 года



**Спасибо за внимание!
Удачи в делах!**

Адрес обратной связи:

kaf.matematika@gmail.com

Авторский сайт:

<https://elenamard.jimdo.com/>

Сайт издательства:

<http://lbz.ru/>

Мы готовы к диалогу!