



ИП
ПРОСВЕЩЕНИЕ



LAB
ЛАБОРАТОРИЯ
А. Г. Мордковича



ПРИМЕНЕНИЕ ИТ-СРЕДСТВ ПРИ ОБУЧЕНИИ РЕШЕНИЮ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ НЕИЗВЕСТНЫМИ

14.09.2021 г.

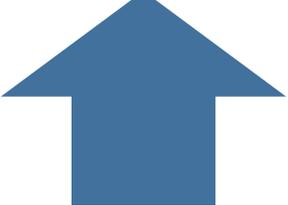
Вопросы для обсуждения

1. Ключевые идеи построения курса алгебры на основе приоритетности функционально-графической линии.
2. Дидактические цели применение IT-средств при обучении алгебры.
3. Примеры использования динамической программной среды при обучении решению систем уравнений с двумя неизвестными.

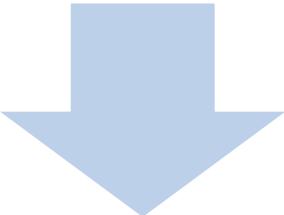


1. Ключевые идеи построения курса алгебры на основе приоритетности функционально-графической линии.





Математика в школе – не наука, а учебный предмет.



Математика в школе – предмет общекультурной направленности с гуманитарным потенциалом.

Основные принципы развивающего обучения

1) Теория занимает приоритетное положение.

2) Быстрый темп изучения материала.

3) Прохождение материала на высоком уровне сложности.

4) Организованное проблемное обучение.

5) Развитие всех учащихся.



Леонид Владимирович
Занков
(1901-1977)



Математика – это язык, на котором говорят все точные науки.

Н.И.Лобачевский



Алгебра и начала математического анализа, 10-11 классы

Класс	Функция	Реальные и физические процессы
7 класс	Линейная функция.	Равномерные процессы.
8 класс	Квадратичная функция. Функции $y = x $, $y = \frac{k}{x}$ и $y = \sqrt{x}$.	Равноускоренные процессы.
9 класс	Функции $y = x^3$ и $y = \sqrt[3]{x}$. Обобщение изученного в основной школе, формализация некоторых определений и понятий.	
10 класс	Тригонометрические функции. Степенные, показательные и логарифмические функции.	Периодические процессы, гармонические колебания. Процессы органического роста.
11 класс	Элементы теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления; обобщение изученного.	Мгновенная скорость, площадь и объём, оптимальные значения некоторых величин.

пп	Тема	Кол-во часов
Глава 1. Математический язык. Математические модели.		17
1	Числовые и алгебраические выражения.	3
2	Понятие о математическом языке.	2
3	Свойства степеней с натуральными показателями.	3
4	Понятие о математических моделях.	2
5	Линейные уравнения с одной переменной.	3
6	Координатная прямая.	1
7	Числовые промежутки на координатной прямой.	2
	<i>Контрольная работа № 1.</i>	<i>1</i>
Глава 2. Линейная функция.		13
8	Координатная плоскость. Координаты точки на плоскости.	1
9	Координатная плоскость. Построение точки на плоскости по заданным координатам.	1
10	Линейное уравнение с двумя переменными.	1
11	График линейного уравнения с двумя переменными.	3
12	Что такое линейная функция.	2

Тематическое планирование

пп	Тема	Кол-во часов
13	Линейная функция $y = kx$.	2
14	Наименьшее и наибольшее значения функции на заданном промежутке.	1
15	Взаимное расположение графиков линейных функций.	1
	<i>Контрольная работа № 2.</i>	<i>1</i>
Глава 3. Системы двух линейных уравнений с двумя переменными.		11
16	Что такое система уравнений. Графический метод решения систем двух линейных уравнений с двумя переменными.	2
17	Решение систем линейных уравнений методом подстановки.	3
18	Решение систем линейных уравнений методом алгебраического сложения.	2
19	Системы линейных уравнений как математические модели реальных ситуаций.	3
	<i>Контрольная работа № 3.</i>	<i>1</i>

Тематическое планирование

пп	Тема	Кол-во часов
	Глава 1. Системы уравнений.	17
1	Уравнения с двумя переменными.	1
2	График уравнения с двумя переменными.	2
3	Уравнение окружности на координатной плоскости.	2
4	Основные понятия, связанные с системами уравнений с двумя переменными.	2
5	Решение систем уравнений методом подстановки.	2
6	Решение систем уравнений методом алгебраического сложения.	2
7	Решение систем уравнений методом введения новых переменных.	1
	<i>Контрольная работа № 1.</i>	<i>1</i>
8	Системы уравнений как математические модели реальных ситуаций.	4

2. Дидактические цели применение IT-средств при обучении алгебре.





Нужны ли IT-средства при обучении алгебре?



Зачем?

Основные дидактические принципы обучения

Я.О.Коменский

- объективности и научности;
- связи теории с практикой;
- последовательности и систематичности;
- доступности при необходимой степени трудности;
- наглядности;
- разнообразия методов;
- активности обучаемых;
- прочности усвоения знаний, умений и навыков в сочетании с опытом творческой деятельности.





GeoGebra

<https://www.geogebra.org>

Установка программы

The screenshot shows the GeoGebra website interface. At the top, there is a navigation bar with the GeoGebra logo and a search bar. Below the navigation bar, there is a sidebar with menu items: Главная, Новостная лента, Ресурсы, Профиль, люди, группы, and Загрузки приложений. The main content area features a large banner for 'GeoGebra Math Apps' with the text: 'Получите наши бесплатные онлайн математические инструменты для построения графиков, геометрии, 3D и многого другого!'. Below the banner are two buttons: 'НАЧАТЬ ГРАФИКИ' and 'РЕСУРСЫ КЛАССА'. The main content is divided into three columns: 'Новые математические приложения' (New mathematical applications), 'Классические приложения' (Classic applications), and 'Офлайн приложения' (Offline applications). The 'Офлайн приложения' column has a red circle around the 'Магазин приложений' link. Below these columns is a 'Ресурсы класса' (Classroom resources) section with several cards, including 'ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ' (Activity) and 'КНИГА' (Book).

GeoGebra | Free Math Apps - ru - x

https://www.geogebra.org

GeoGebra Search Classroom Resources

ВОЙТИ В СИСТЕМУ

GeoGebra Math Apps

Получите наши бесплатные онлайн математические инструменты для построения графиков, геометрии, 3D и многого другого!

НАЧАТЬ ГРАФИКИ РЕСУРСЫ КЛАССА

Новые математические приложения

- Графический калькулятор
- Геометрия
- 3D-графика
- Дополненная реальность

Классические приложения

- GeoGebra Classic
- таблица
- Вероятность
- CAS

Офлайн приложения

- Магазин приложений**
- Магазин Microsoft
- Загрузки приложений

Ресурсы класса

ПОКАЗАТЬ ВСЕ

- ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ **Внутри тора**
- КНИГА **Линейная регрессия**
- КНИГА **Оценочные**

© GeoGebra
Свяжитесь с нами: office@geogebra.org
Условия использования - Конфиденциальность - Лицензия
Язык: английский

16:43 04.02.2019

Установка программы

App Downloads - GeoGebra x +

https://www.geogebra.org/download

GeoGebra Search Classroom Resources

ВОЙТИ В СИСТЕМУ

Главная
Новостная лента
Ресурсы
Профиль
люди
группы
Загрузки приложений

Скачать приложения GeoGebra

Бесплатные офлайн приложения GeoGebra для iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook и Linux

 <p>Графический калькулятор График функции, исследовать уравнения и построить данные с помощью нашего бесплатного графического приложения</p> <p>СКАЧАТЬ START</p>	 <p>3D-графика Графики 3D-функций, построение поверхностей и 3D-геометрия с нашим бесплатным 3D Grapher</p> <p>СКАЧАТЬ START</p>
 <p>Геометрия Создайте круги, углы, преобразования и многое другое с помощью нашего бесплатного инструмента геометрии</p> <p>СКАЧАТЬ START</p>	 <p>GeoGebra Classic 6 Пакет приложений, включающий бесплатные инструменты для геометрии, электронных таблиц, вероятности и CAS</p> <p>СКАЧАТЬ START</p>
 <p>Дополненная реальность Поместите 3D математику в реальный мир с дополненной реальностью GeoGebra!</p> <p>СКАЧАТЬ</p>	 <p>GeoGebra Classic 5 Пакет приложений, включающий бесплатные инструменты для геометрии, электронных таблиц, вероятности и CAS</p> <p>СКАЧАТЬ</p>

© GeoGebra
Свяжитесь с нами: office@geogebra.org
Условия использования - Конфиденциальность - Лицензия
Язык: английский

Мобильные приложения
Магазин приложений
Гугл игры
Магазин Microsoft

Дополнительная информация
Больше загрузок
Приложения для встраивания
API приложений

16:43
04.02.2019

Запуск программы

The image shows the GeoGebra Classic software interface. At the top, the title bar reads "GeoGebra Classic". Below it is a toolbar with various icons for drawing and editing. The main workspace is a large coordinate grid with x and y axes ranging from -14 to 9. A menu is open on the right side, listing several options: "GeoGebra Classic", "Graphing" (highlighted), "Геометрия", "3D графика", "CAS калькулятор", "Spreadsheet", "Probability", "Экран", and "Загрузить". At the bottom, there is a calculator interface with a grid of mathematical symbols and numbers. The Windows taskbar is visible at the very bottom of the screen.

GeoGebra Classic

- Graphing
- Геометрия
- 3D графика
- CAS калькулятор
- Spreadsheet
- Probability
- Экран
- Загрузить

123 f(x) АБГ абу ABC

x	y	z	π	7	8	9	*	+
$\frac{\square}{\square}$	\square^{\square}	$\sqrt{\square}$	e	4	5	6	-	-
<	>	\leq	\geq	1	2	3	=	\times
()	\square	.	0	-	<	>	\leftarrow

17:52 13.03.2019

Основные инструменты



GeoGebra Classic

The image shows the GeoGebra Classic interface. At the top is a toolbar with icons for selection, point, line, ray, angle, circle, ellipse, triangle, and a slider set to $a=2$. A dropdown menu is open under the point tool, listing various options: "Точка", "Точка на объекте", "Прикрепить / Снять Точку", "Пересечение", "Середина или центр", "Комплексное число", "Extremum", and "Корни". Below the toolbar is a coordinate grid with x-axis labels -14 and -13.

- Точка
- Точка на объекте
- Прикрепить / Снять Точку
- Пересечение
- Середина или центр
- Комплексное число
- Extremum
- Корни

Основные инструменты



GeoGebra Classic

The image shows the GeoGebra Classic toolbar and a dropdown menu. The toolbar contains icons for: a mouse cursor, a point labeled 'A', a line tool (highlighted with a blue border), a perpendicular line tool, a triangle tool, a circle tool, an arc tool, a sector tool, a line with a point tool, a dimension tool showing $a=2$, and a pan tool. The dropdown menu is open, showing the following options:

- Прямая
- Отрезок
- Отрезок с фиксированной длиной
- Луч
- Ломаная
- Вектор
- Отложить вектор

The background shows a coordinate grid with x-axis labels -14, -13, and -12.

Основные инструменты



GeoGebra Classic

The image shows the GeoGebra Classic interface. At the top is a toolbar with icons for selection, point, line, perpendicular line, parallel line, perpendicular bisector, angle bisector, tangent line, radius/diameter, approximation, and locus. A dropdown menu is open under the perpendicular line icon, listing the following tools: Перпендикулярная прямая, Параллельная прямая, Срединный перпендикуляр, Биссектриса угла, Касательная, Поляра или диаметр, Аппроксимация, and Лocus. Below the toolbar is a coordinate grid with x-axis labels -14, -13, -12, -11, and -10.

- Перпендикулярная прямая
- Параллельная прямая
- Срединный перпендикуляр
- Биссектриса угла
- Касательная
- Поляра или диаметр
- Аппроксимация
- Лocus

Основные инструменты



GeoGebra Classic

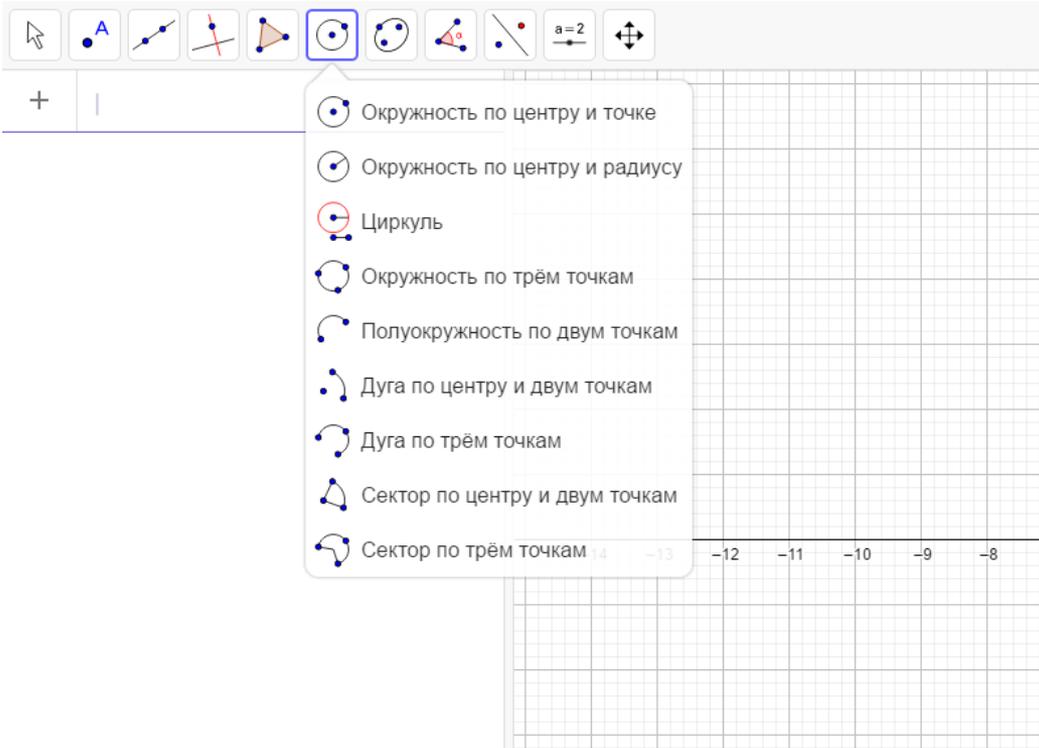
The image shows the GeoGebra Classic toolbar and a dropdown menu. The toolbar contains icons for selection, point, line, perpendicular line, polygon, circle, ellipse, angle, slope, and a text input field with $a=2$. A plus sign icon is also present. The dropdown menu is open, showing four options:

- Многоугольник
- Правильный многоугольник
- Жёсткий многоугольник
- Векторный многоугольник

The background is a coordinate grid with x-axis labels -14, -13, -12, -11, and -10.

Основные инструменты

GeoGebra Classic



The screenshot shows the GeoGebra Classic interface. The toolbar at the top contains various geometric construction tools. The 'Circle' tool icon is highlighted with a blue border. A dropdown menu is open, listing the following options:

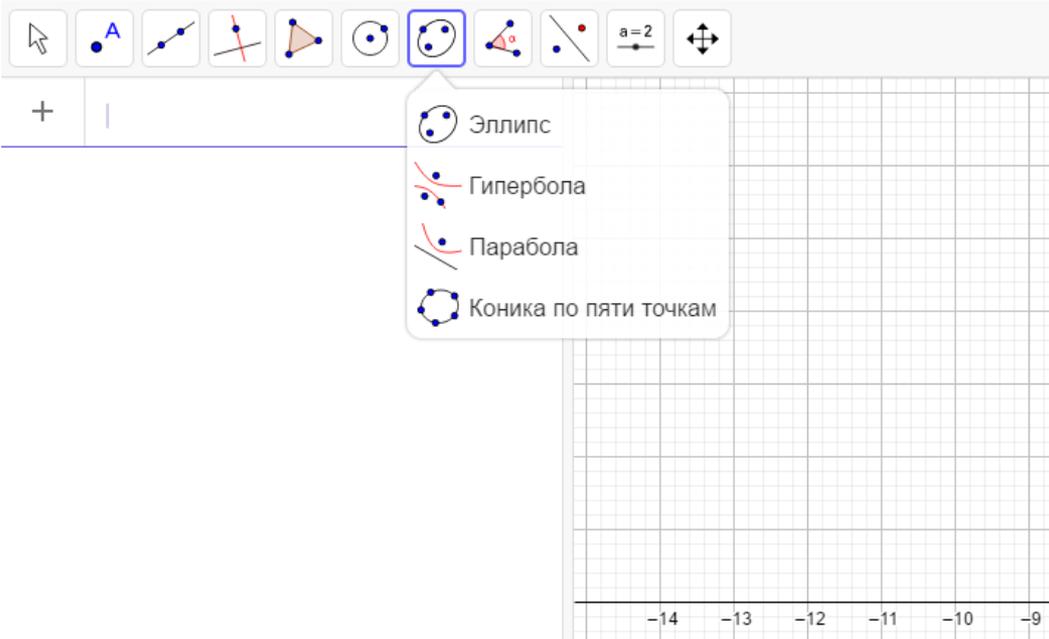
- Окружность по центру и точке
- Окружность по центру и радиусу
- Циркуль
- Окружность по трём точкам
- Полуокружность по двум точкам
- Дуга по центру и двум точкам
- Дуга по трём точкам
- Сектор по центру и двум точкам
- Сектор по трём точкам

The background shows a coordinate grid with x-axis labels from -14 to -8.



Основные инструменты

GeoGebra Classic



The screenshot shows the GeoGebra Classic interface. The toolbar at the top contains various geometric construction tools. The 'Conic Section' tool is highlighted with a blue border. A dropdown menu is open, listing the following options:

- Эллипс (Ellipse)
- Гипербола (Hyperbola)
- Парабола (Parabola)
- Коника по пяти точкам (Conic section through five points)

The background features a coordinate grid with the x-axis labeled from -14 to -9.



Основные инструменты



GeoGebra Classic

The image shows the GeoGebra Classic toolbar and a dropdown menu. The toolbar contains icons for selection, text, line, perpendicular line, angle, circle, ellipse, angle with value, line with slope, and a zoom tool. The dropdown menu is open, showing the following options:

- Угол
- Угол заданной величины
- cm Расстояние или длина
- cm² Площадь
- Наклон прямой
- {1,2} Создать список
- a=b Отношение объектов
- Исследователь функций

The background shows a coordinate grid with x-axis labels from -14 to -9.

Основные инструменты

GeoGebra Classic

The screenshot shows the GeoGebra Classic interface. The toolbar contains various geometric construction tools. The 'Reflection' tool is selected, and a dropdown menu is open, listing the following options:

- Отражение относительно прямой
- Отражение относительно точки
- Отражение относительно окружности
- Поворот вокруг точки
- Параллельный перенос по вектору
- Гомотетия относительно точки

The background shows a coordinate grid with x-axis labels from -14 to -8.



Основные инструменты



GeoGebra Classic

The image shows the GeoGebra Classic interface. At the top is a toolbar with various icons for geometric construction. The selected tool is the slider tool, represented by a blue box with a horizontal line and a slider knob, and the label "a=2". Below the toolbar is a workspace with a grid. A dropdown menu is open, listing the following tools:

- $a=2$ Ползунок
- ABC Текст
- Изображение
- OK Кнопка
- Флажок
- $a=1$ Окно ввода

The workspace also shows a coordinate system with x-axis labels from -14 to -9.

Основные инструменты

GeoGebra Classic

The screenshot shows the GeoGebra Classic interface. At the top, the text "GeoGebra Classic" is visible. Below it is a toolbar with various icons for drawing and editing. The icon for moving objects (a four-way arrow) is highlighted with a blue box. A context menu is open over this icon, listing the following actions:

- Переместить чертёж
- Увеличить
- Уменьшить
- Показать/скрыть объект
- Показать/скрыть обозначение
- Копировать стиль
- Удалить

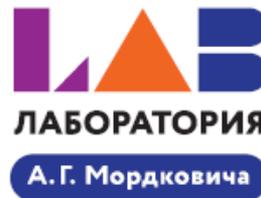
The background shows a coordinate grid with x-axis labels from -14 to -8.



На каких этапах урока можно использовать возможности IT-средств при обучении алгебре

Этап урока	Особенности работ применяемых на уроке
Этап мотивации	Работы, в ходе выполнения которых вскрывается недостаток знаний для выхода из проблемной ситуации.
Этап выявления места и причины затруднения, построение проекта выхода из затруднения	Работы, в которых выход из проблемной ситуации вытекает из решения практической задачи.
Этап первичного закрепления с проговариванием в громкой речи	Работы, в ходе которых подтверждаем справедливость открытого факта, нового способа действия.
Этап контроля (самоконтроля) усвоения знаний	Тесты

3. Примеры использования динамической программной среды при обучении решению систем уравнений с двумя переменными



§ 10. Линейные уравнения с двумя переменными



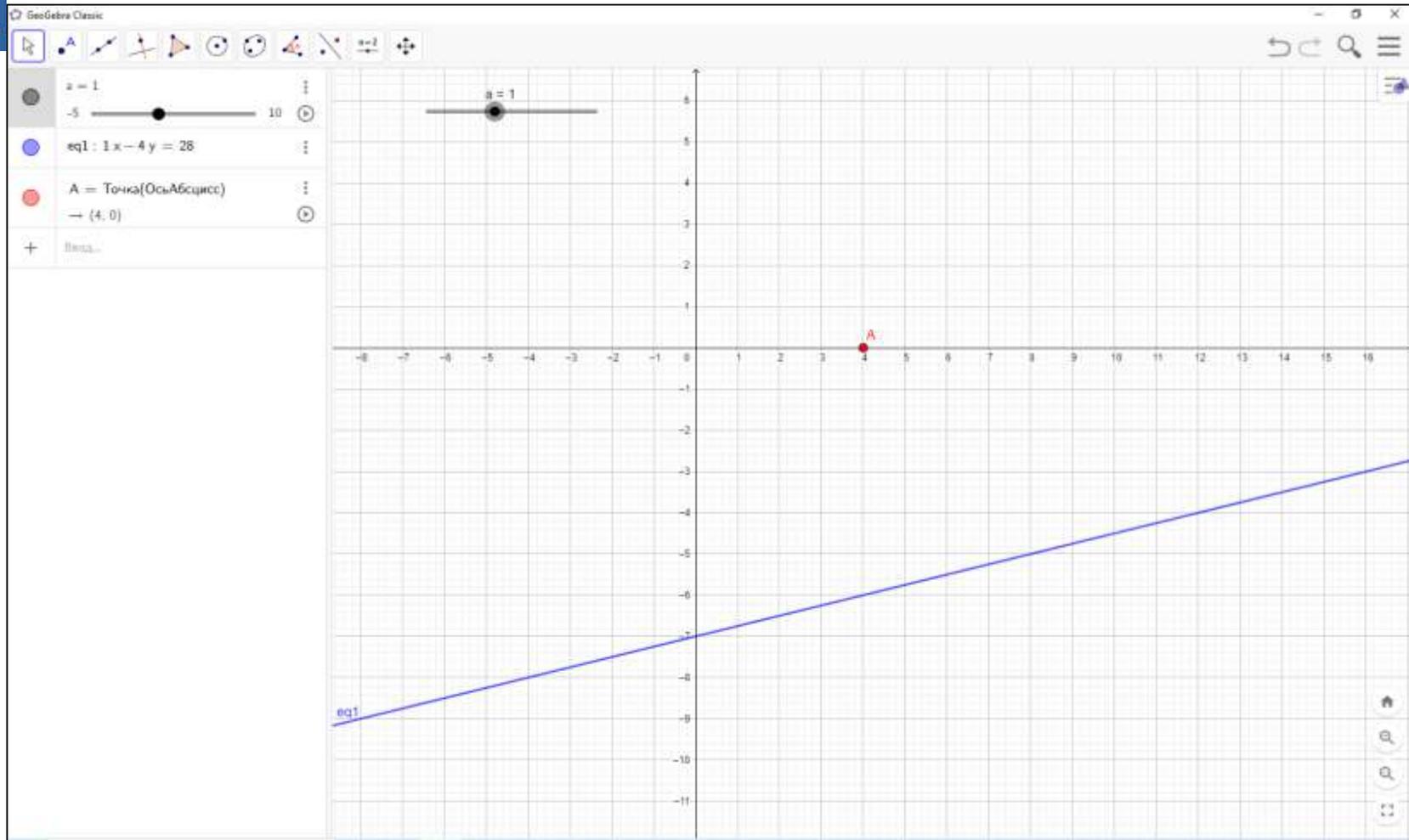
3-й урок в теме; урок «открытия» нового знания;
Предыдущие темы: «Координатная плоскость. Координаты точки на плоскости», «Координатная плоскость. Построение точки на плоскости по заданным координатам».

Использование ИТ-средств позволяет решить следующие задачи:

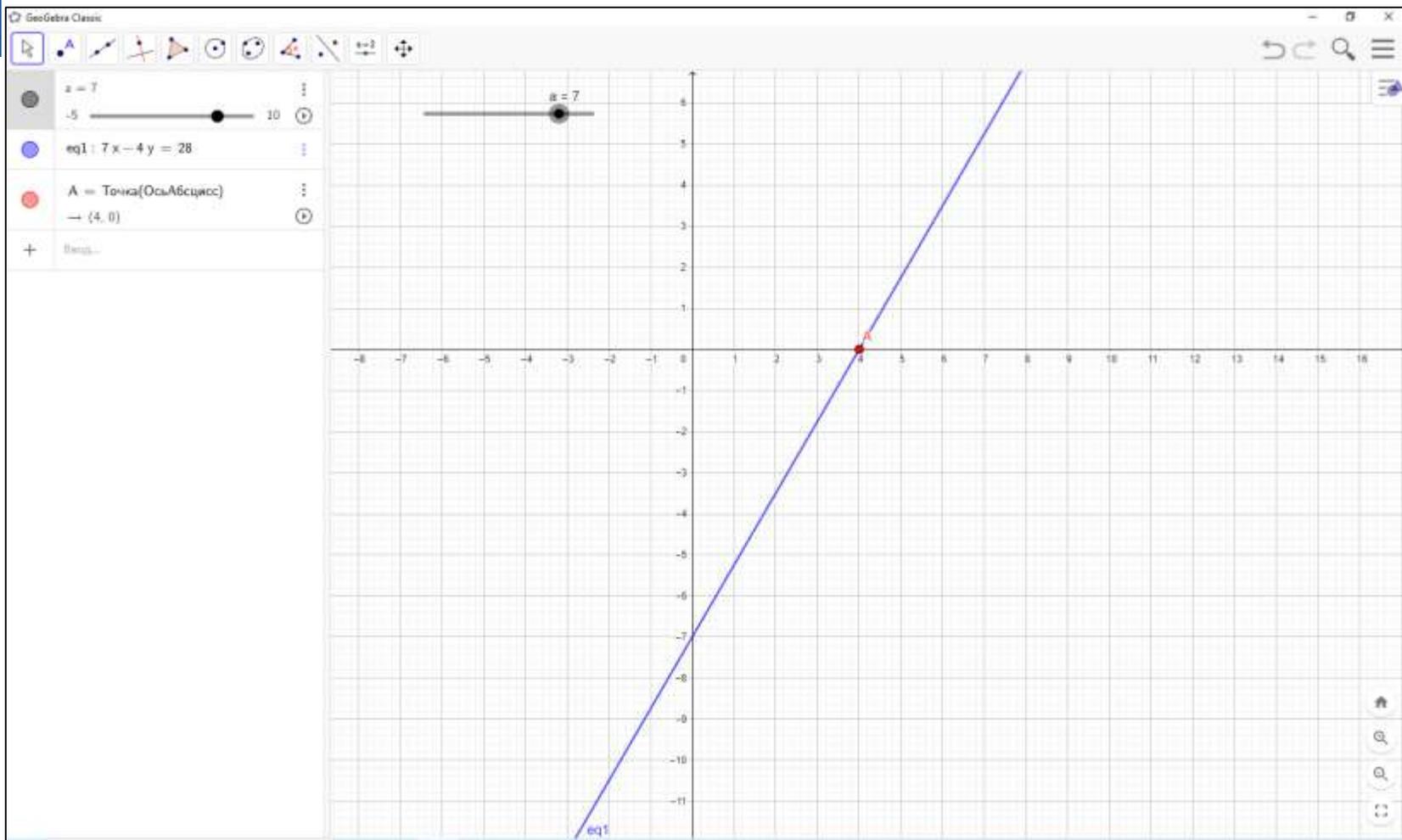
1. Повышение эстетического и визуального уровня представления информации.
2. Поиск пути решения задачи.
3. Проверка аналитического способа решения.



ИКТ 10.7. В уравнении $ax - 4y = 28$ найдите коэффициент a , если известно, что решением уравнения является пара чисел:
а) (4; 0);



ИКТ 10.7. В уравнении $ax - 4y = 28$ найдите коэффициент a , если известно, что решением уравнения является пара чисел:
а) $(4; 0)$;



§ 13. Линейная функция $y = kx$



**8-й урок в теме; урок «открытия» нового знания;
Предыдущая тема: «Что такое линейная функция».**

Использование ИТ-средств позволяет решить следующие задачи:

1. Сформулировать проблемную ситуацию, для выхода из которой недостаточно имеющихся средств и знаний.
2. Выдвинуть гипотезу и проверить её.
3. Используя ИТ-средства получить набор данных для проверки гипотезы и выхода из проблемной ситуации.



§ 13. Линейная функция $y = kx$



ИКТ Прямые l , p , s образуют *острый угол* с положительным направлением оси абсцисс (этот угол отсчитывают от оси Ox в направлении против часовой стрелки). У этих трёх прямых $k > 0$. А прямая t образует *тупой угол* с положительным направлением оси абсцисс. И ещё: ес-

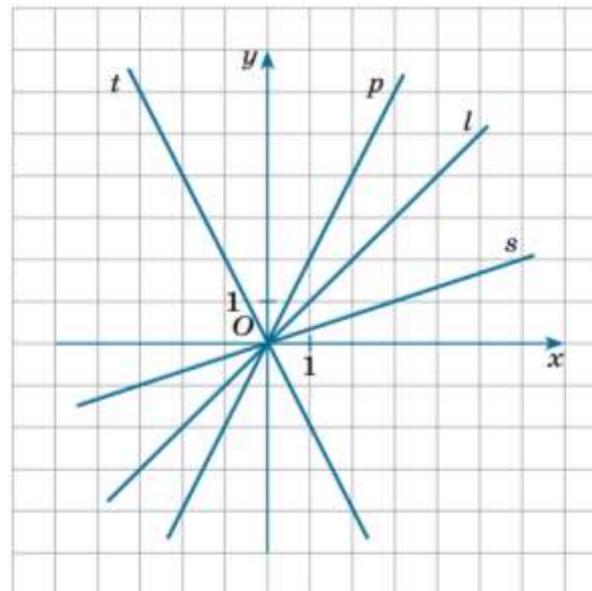


Рис. 51

Определите
угловой
коэффициент

Определите вид угла, который
образует график функции с
положительным направлением
оси абсцисс.

$$y = x$$

$$y = \frac{1}{3}x$$

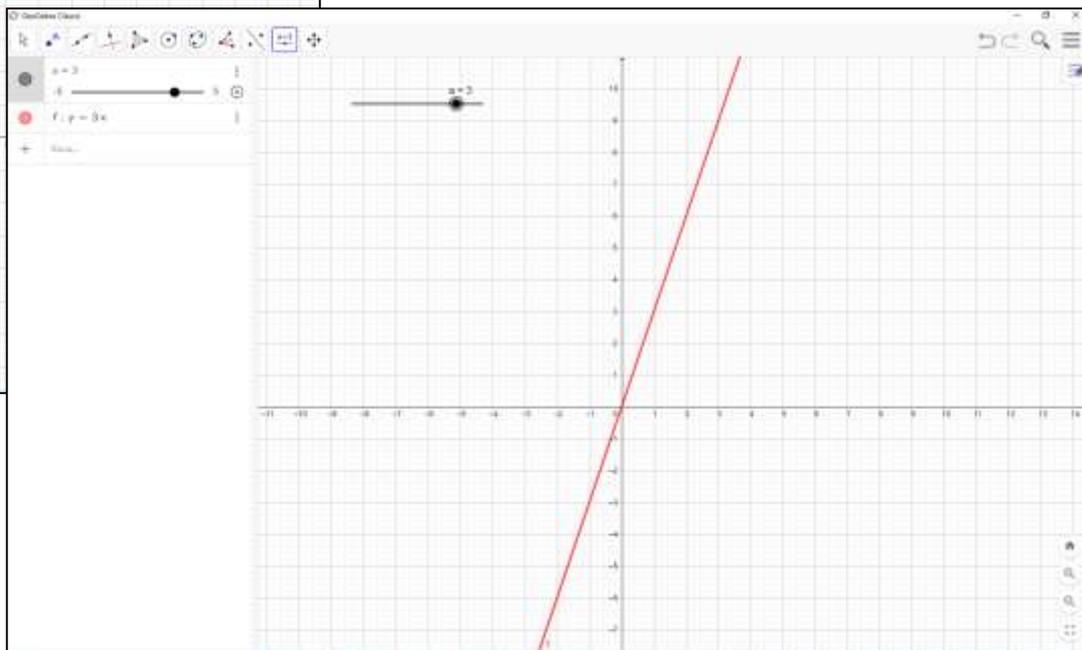
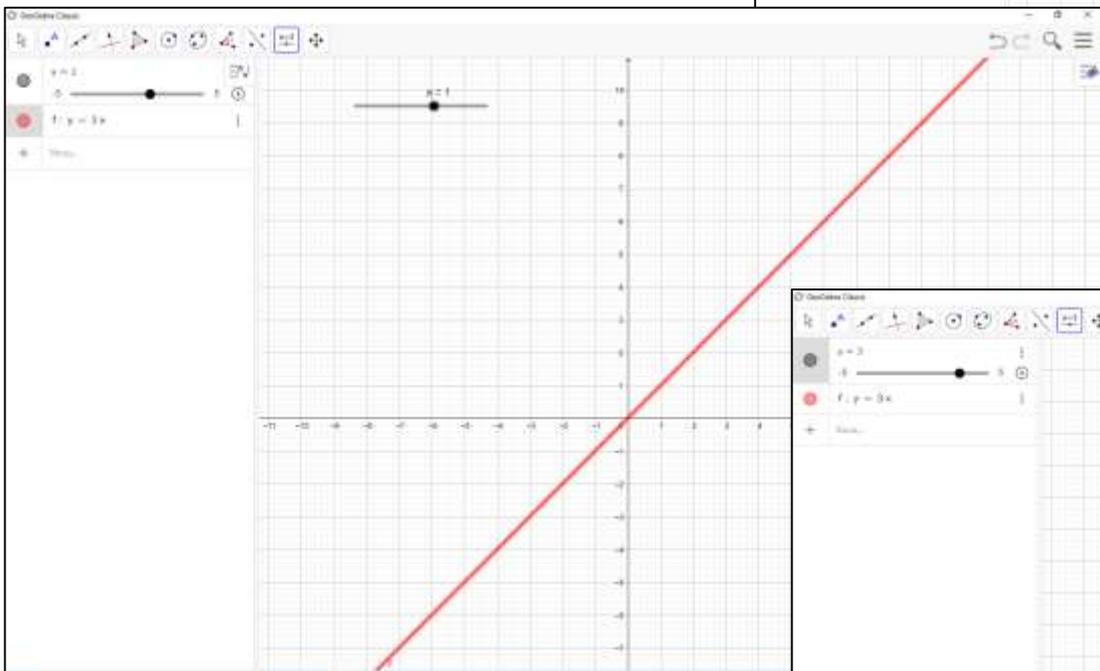
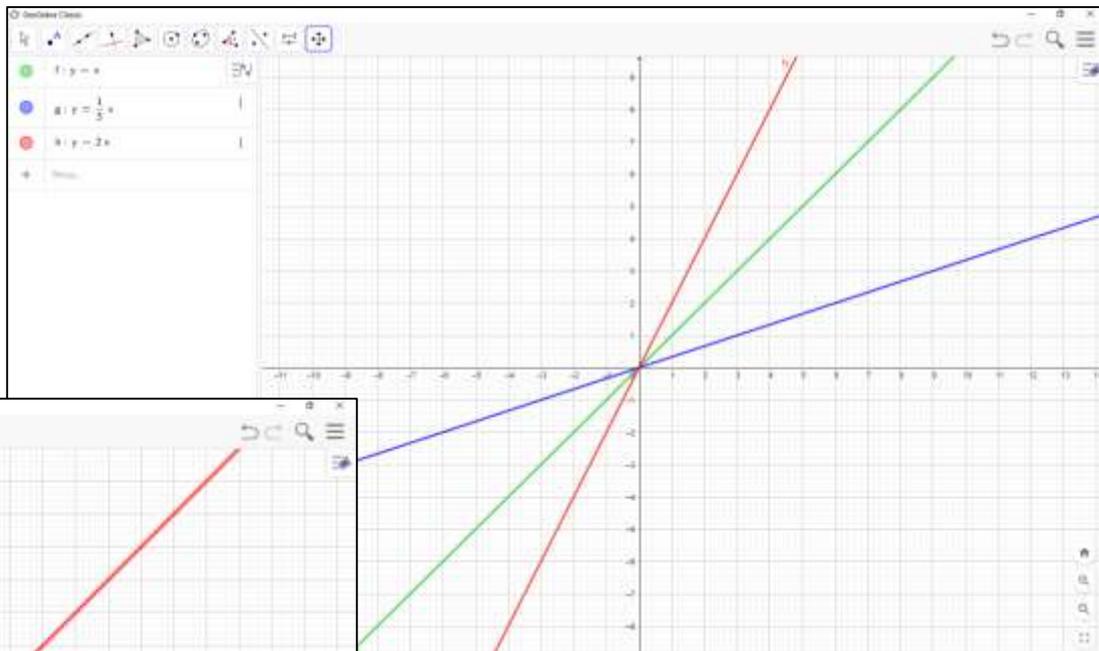
$$y = 2x$$

ли $k > 0$, то чем больше k , тем больше угол. Так, на рисунке 51 для прямой s имеем $k = \frac{1}{3}$, для прямой l имеем $k = 1$, для прямой p имеем $k = 2$; смотрите: при увеличении коэффициента k увеличивается и угол между прямой и положительным направлением оси абсцисс. Не случайно коэффициент k в записи $y = kx$ называют **угловым коэффициентом**.

Линейную функцию $y = kx$ часто называют *прямой пропорциональностью*, её график — *графиком прямой пропорциональности*, а угловой коэффициент k — *коэффициентом пропорциональности*.



§ 13. Линейная функция $y = kx$



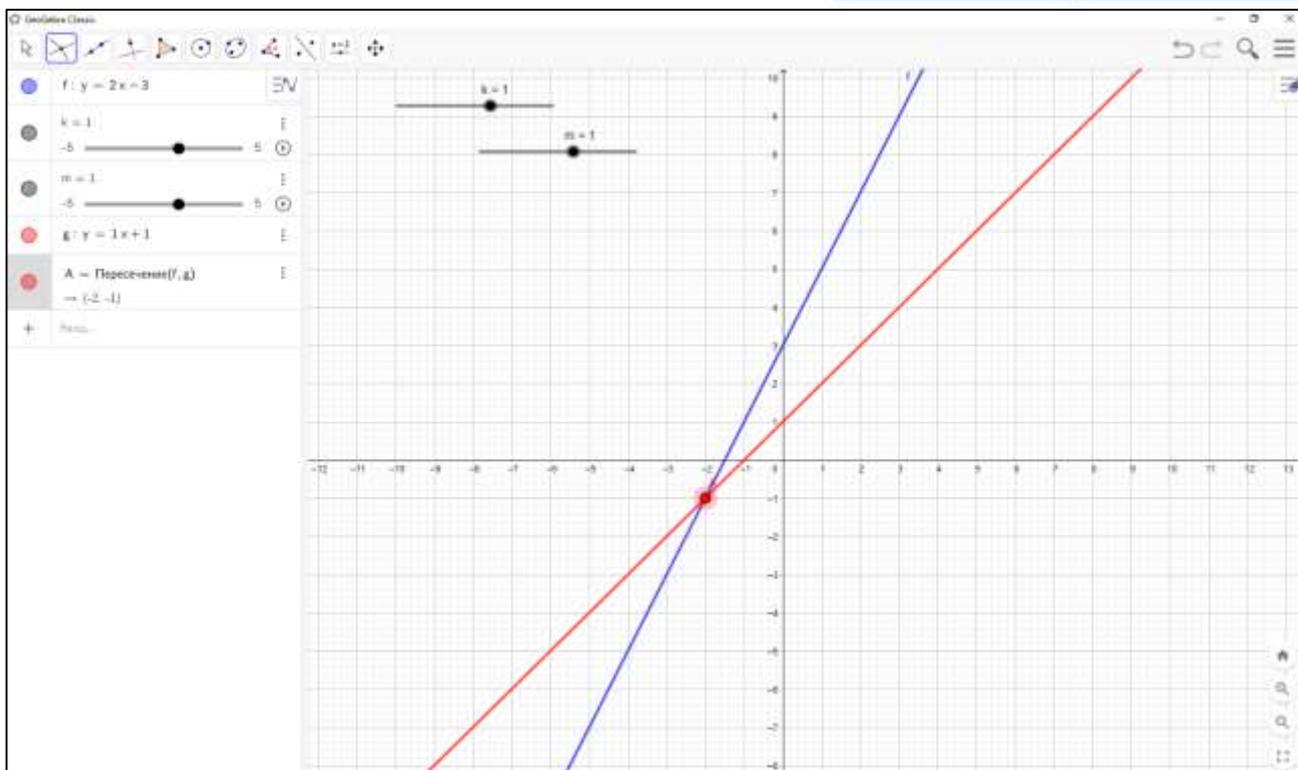
§ 15. Взаимное расположение графиков линейных функций



Полученные в этом параграфе выводы о взаимном расположении двух прямых на координатной плоскости представим в виде таблицы.

ИКТ

Линейные функции	Алгебраическое условие	Геометрический вывод
$y = k_1x + m_1$ $y = k_2x + m_2$	1) $k_1 = k_2$, $m_1 \neq m_2$	Прямые $y = k_1x + m_1$ и $y = k_2x + m_2$ параллельны
	2) $k_1 = k_2$, $m_1 = m_2$	Прямые $y = k_1x + m_1$ и $y = k_2x + m_2$ совпадают
	3) $k_1 \neq k_2$	Прямые $y = k_1x + m_1$ и $y = k_2x + m_2$ пересекаются



§ 15. Взаимное расположение графиков линейных функций



12-й урок в теме; урок «открытия» нового знания;
Предыдущая тема: «Наибольшее и наименьшее значения линейной функции на заданном промежутке».

Использование ИТ-средств позволяет решить следующие задачи:

1. Сформулировать проблемную ситуацию, для выхода из которой недостаточно имеющихся средств и знаний.
2. Выдвинуть гипотезу и проверить её.
3. Используя ИТ-средства получить набор данных для проверки гипотезы и выхода из проблемной ситуации.



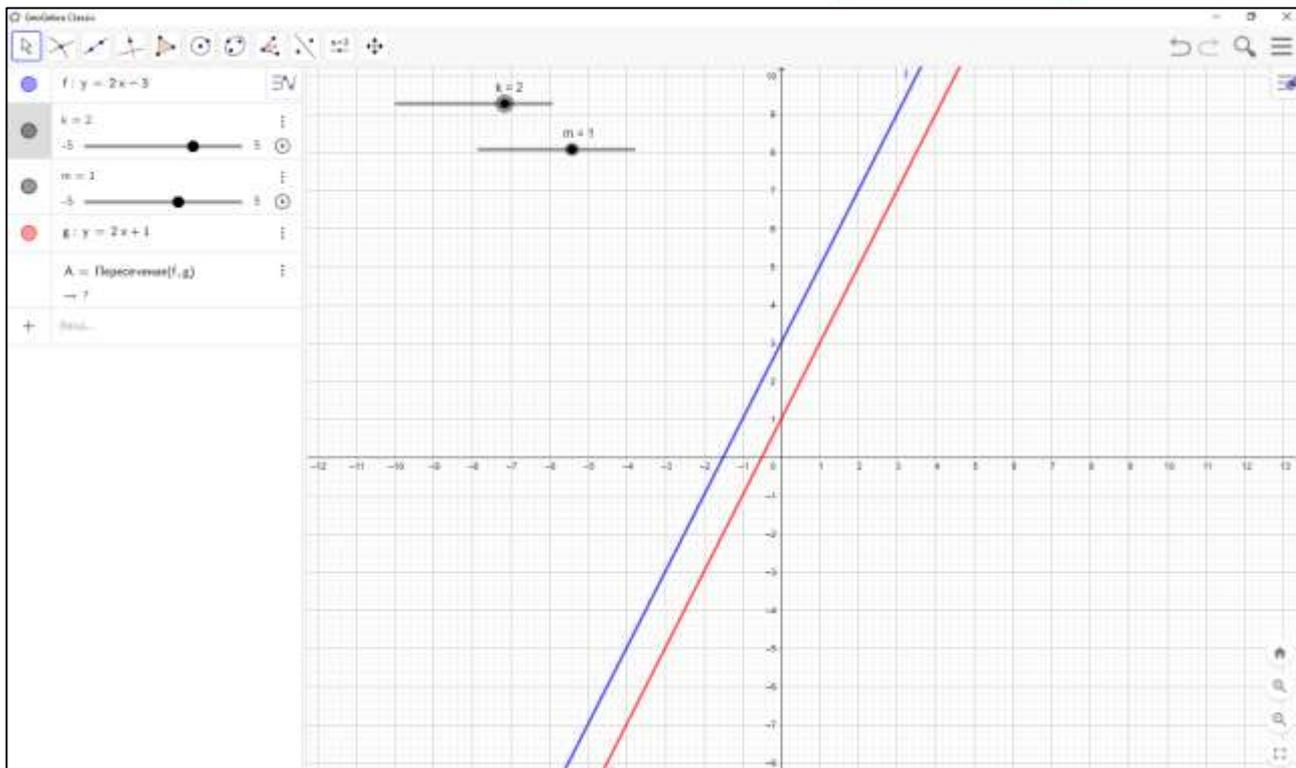
§ 15. Взаимное расположение графиков линейных функций



Полученные в этом параграфе выводы о взаимном расположении двух прямых на координатной плоскости представим в виде таблицы.

ИКТ

Линейные функции	Алгебраическое условие	Геометрический вывод
$y = k_1x + m_1$ $y = k_2x + m_2$	1) $k_1 = k_2$, $m_1 \neq m_2$	Прямые $y = k_1x + m_1$ и $y = k_2x + m_2$ параллельны
	2) $k_1 = k_2$, $m_1 = m_2$	Прямые $y = k_1x + m_1$ и $y = k_2x + m_2$ совпадают
	3) $k_1 \neq k_2$	Прямые $y = k_1x + m_1$ и $y = k_2x + m_2$ пересекаются



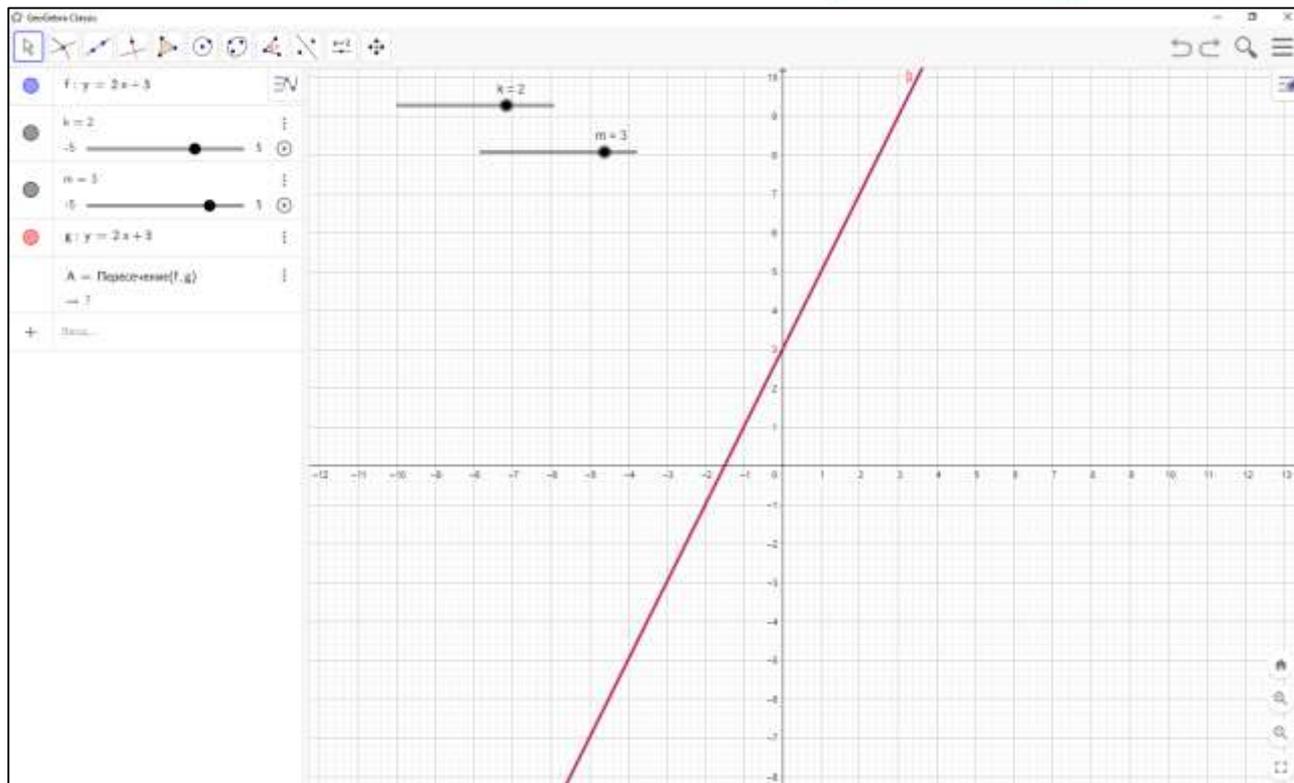
§ 15. Взаимное расположение графиков линейных функций



Полученные в этом параграфе выводы о взаимном расположении двух прямых на координатной плоскости представим в виде таблицы.

ИКТ

Линейные функции	Алгебраическое условие	Геометрический вывод
$y = k_1x + m_1$ $y = k_2x + m_2$	1) $k_1 = k_2$, $m_1 \neq m_2$	Прямые $y = k_1x + m_1$ и $y = k_2x + m_2$ параллельны
	2) $k_1 = k_2$, $m_1 = m_2$	Прямые $y = k_1x + m_1$ и $y = k_2x + m_2$ совпадают
	3) $k_1 \neq k_2$	Прямые $y = k_1x + m_1$ и $y = k_2x + m_2$ пересекаются



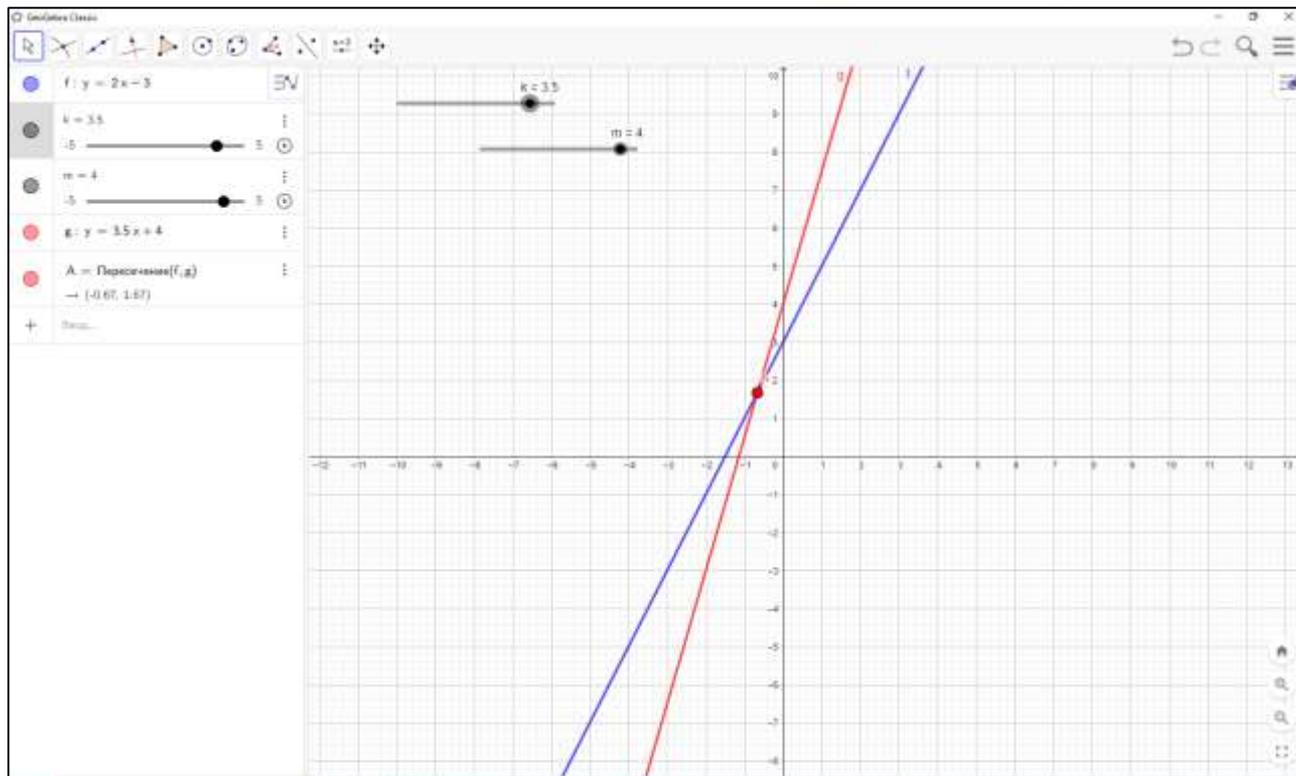
§ 15. Взаимное расположение графиков линейных функций



Полученные в этом параграфе выводы о взаимном расположении двух прямых на координатной плоскости представим в виде таблицы.

ИКТ

Линейные функции	Алгебраическое условие	Геометрический вывод
$y = k_1x + m_1$ $y = k_2x + m_2$	1) $k_1 = k_2$, $m_1 \neq m_2$	Прямые $y = k_1x + m_1$ и $y = k_2x + m_2$ параллельны
	2) $k_1 = k_2$, $m_1 = m_2$	Прямые $y = k_1x + m_1$ и $y = k_2x + m_2$ совпадают
	3) $k_1 \neq k_2$	Прямые $y = k_1x + m_1$ и $y = k_2x + m_2$ пересекаются





§ 16. Что такое система уравнений. Графический метод решения систем двух линейных уравнений с двумя переменными

1-й урок в теме; урок «открытия» нового знания;
Знания: линейное уравнение с двумя переменными,
график линейного уравнения с двумя переменными.

Использование ИТ-средств позволяет решить следующие задачи:

1. Сформулировать проблемную ситуацию, для выхода из которой недостаточно имеющихся средств и знаний.
2. Выдвинуть гипотезу и проверить её.
3. Используя ИТ-средства получить набор данных для проверки гипотезы и выхода из проблемной ситуации.





Глава 3
**Системы
двух линейных уравнений
с двумя переменными**

§ 16. Что такое система уравнений.
Графический метод решения
систем двух линейных уравнений
с двумя переменными

Составление предписания для решения систем уравнений с двумя неизвестными.

1. Построим график первого уравнения.
2. В этой же системе координат построим график второго уравнения.
3. Выясним, имеют ли графики точки пересечения.
4. Найдём координаты точек пересечения.
5. Проверим подстановкой в уравнения системы координаты точек пересечения

Пример 1 Решить систему уравнений $\begin{cases} 2x + 3y = 0, \\ 2y - x = 7. \end{cases}$

Решение. Построим график первого уравнения системы. Здесь имеет смысл сначала выразить y через x :

$$3y = -2x, \quad y = -\frac{2}{3}x.$$

Графиком линейной функции $y = -\frac{2}{3}x$ является прямая, проходящая через начало координат и через точку $(-3; 2)$. График изображён на рисунке 75 (прямая l).

Построим график второго уравнения системы. Если $y = 0$, то из уравнения $2y - x = 7$ находим $x = -7$; если $x = 1$, то $y = 4$. Проведём прямую через точки $(-7; 0)$ и $(1; 4)$, это график второго уравнения системы (прямая m на рис. 75).

Построенные прямые пересекаются в точке $(-3; 2)$. Решение системы найдено, его можно записать так: $x = -3, y = 2$. Используют и такую запись: $\begin{cases} x = -3, \\ y = 2. \end{cases}$ Не возбраняется и короткая запись $(-3; 2)$.

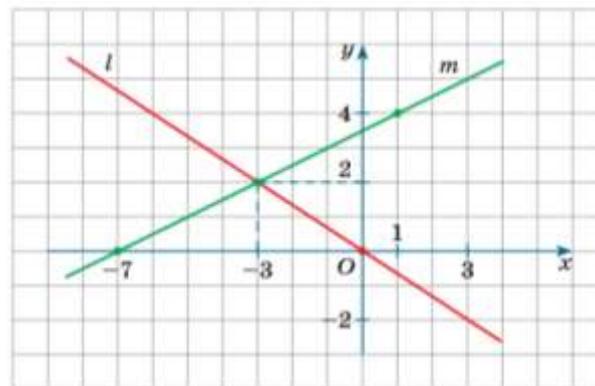


Рис. 75

§ 16. Что такое система уравнений. Графический метод решения систем двух линейных уравнений с двумя переменными



2-й урок в теме; урок включения нового знания в систему имеющихся знаний;

Знания: линейное уравнение с двумя переменными, график линейного уравнения с двумя переменными, графический метод решения систем двух линейных уравнений с двумя переменными.

Использование ИТ-средств позволяет решить следующие задачи:

1. Поиск пути решения.
2. Новый метод решения.
3. Повышение уровня визуализации.

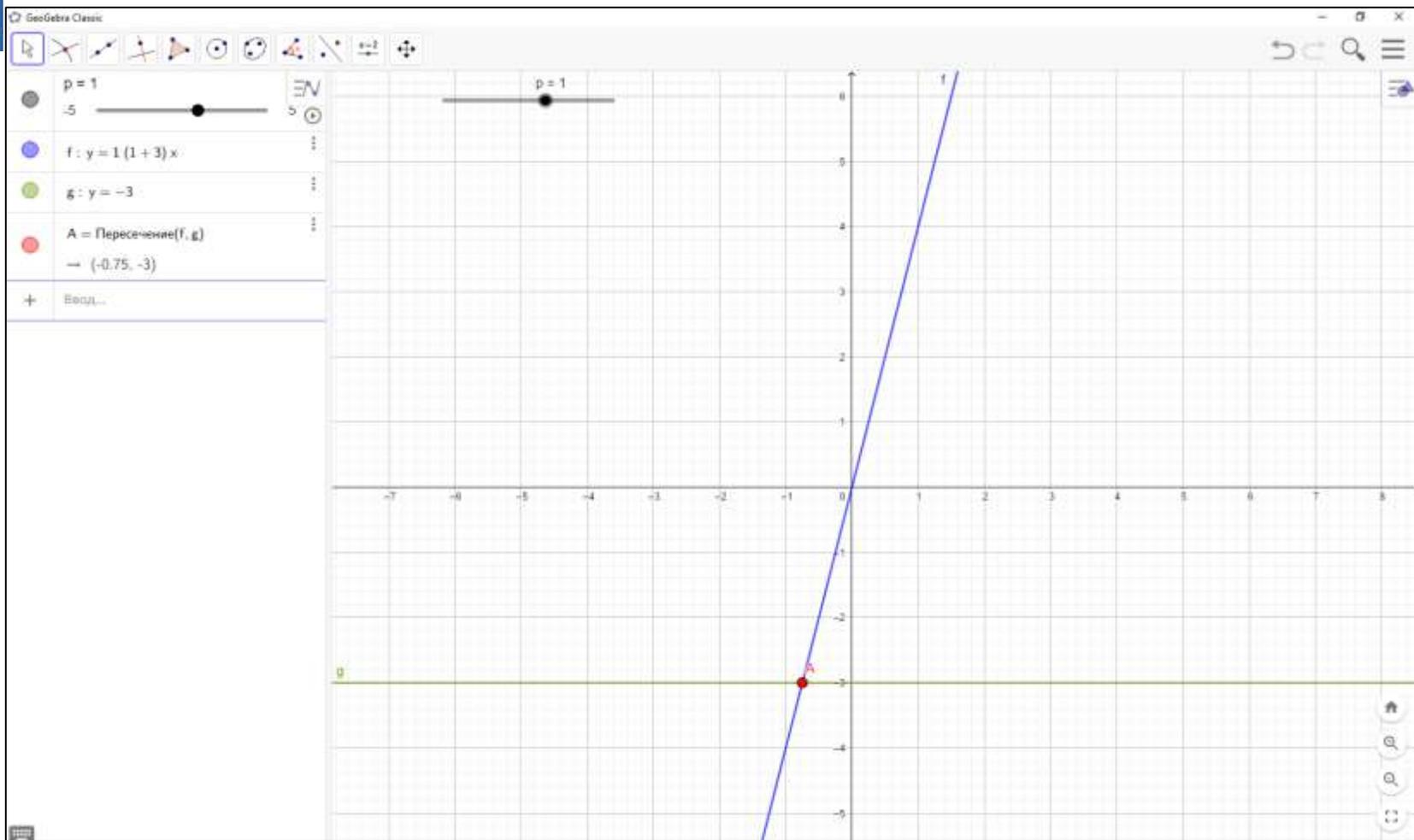


ИКТ 5.20. При каких значениях параметра p уравнение имеет один корень:

$$\text{б) } p(p + 3)x = -3;$$

Рассмотрим систему уравнений с двумя неизвестными x и y и параметром p

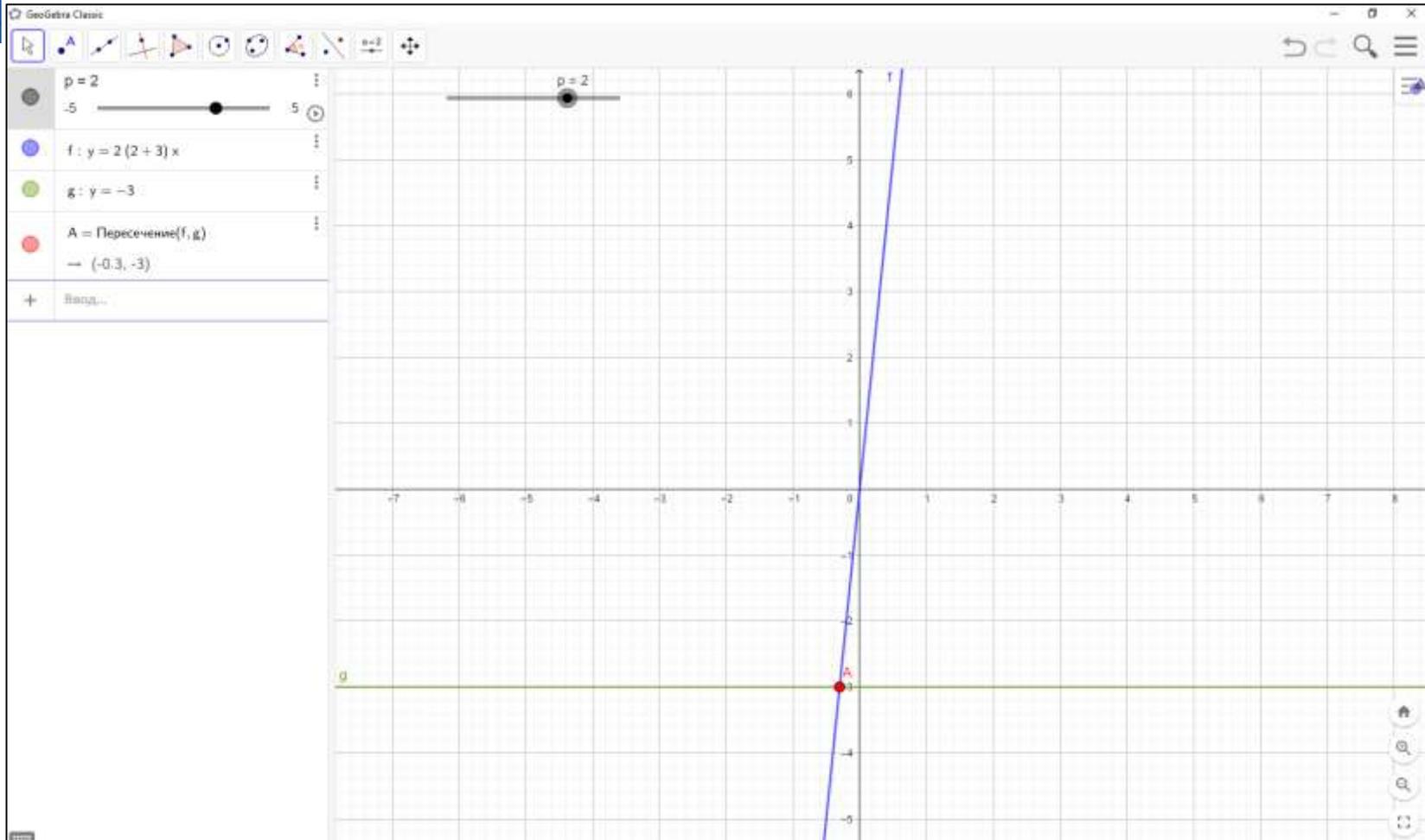
$$\begin{cases} y = p(p + 3)x, \\ y = -3. \end{cases}$$



ИКТ 5.20. При каких значениях параметра p уравнение имеет один корень:
б) $p(p + 3)x = -3$;

Рассмотрим систему уравнений с двумя неизвестными x и y и параметром p

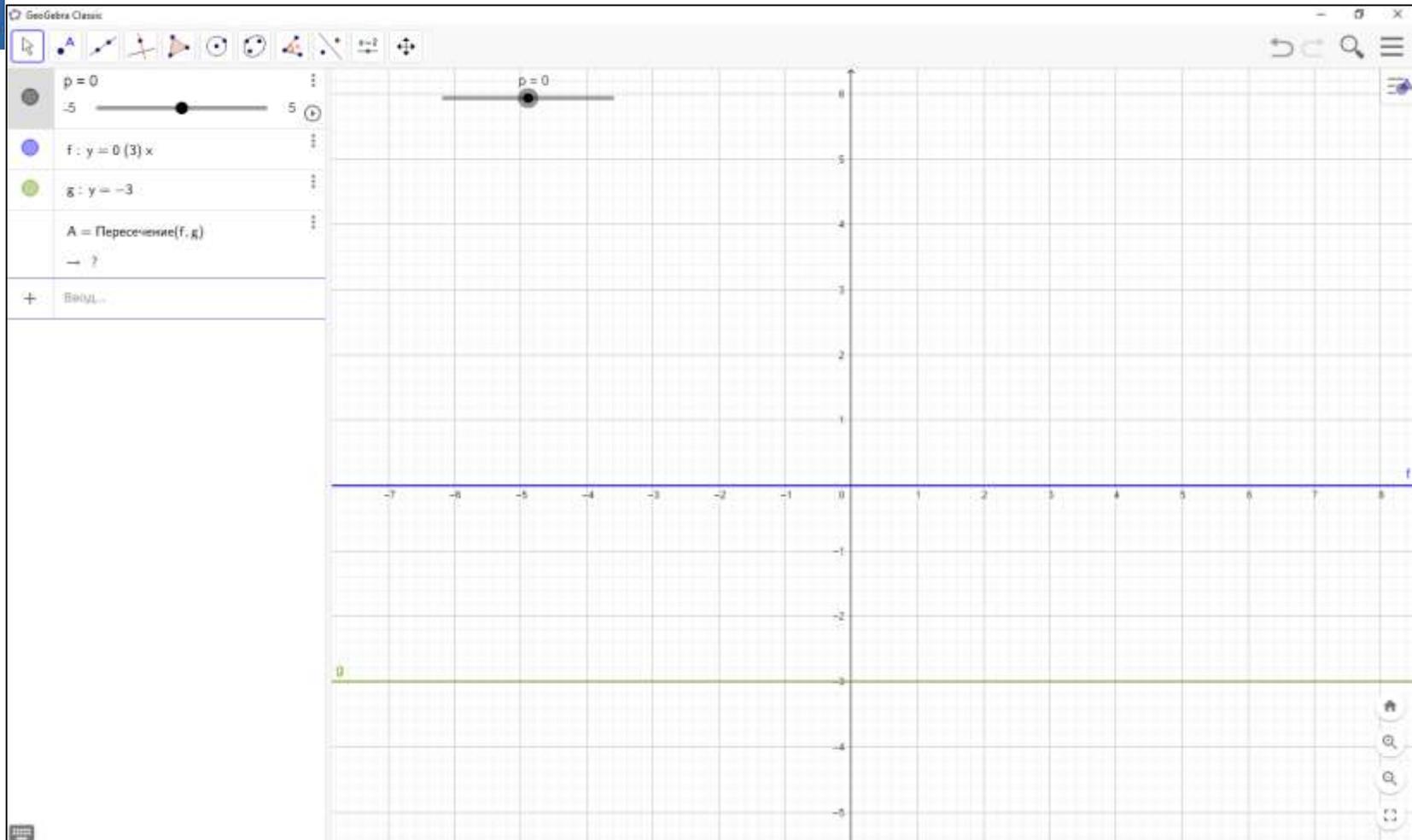
$$\begin{cases} y = p(p + 3)x, \\ y = -3. \end{cases}$$



ИКТ 5.20. При каких значениях параметра p уравнение имеет один корень:
б) $p(p + 3)x = -3$;

Рассмотрим систему уравнений с двумя неизвестными x и y и параметром p

$$\begin{cases} y = p(p + 3)x, \\ y = -3. \end{cases}$$

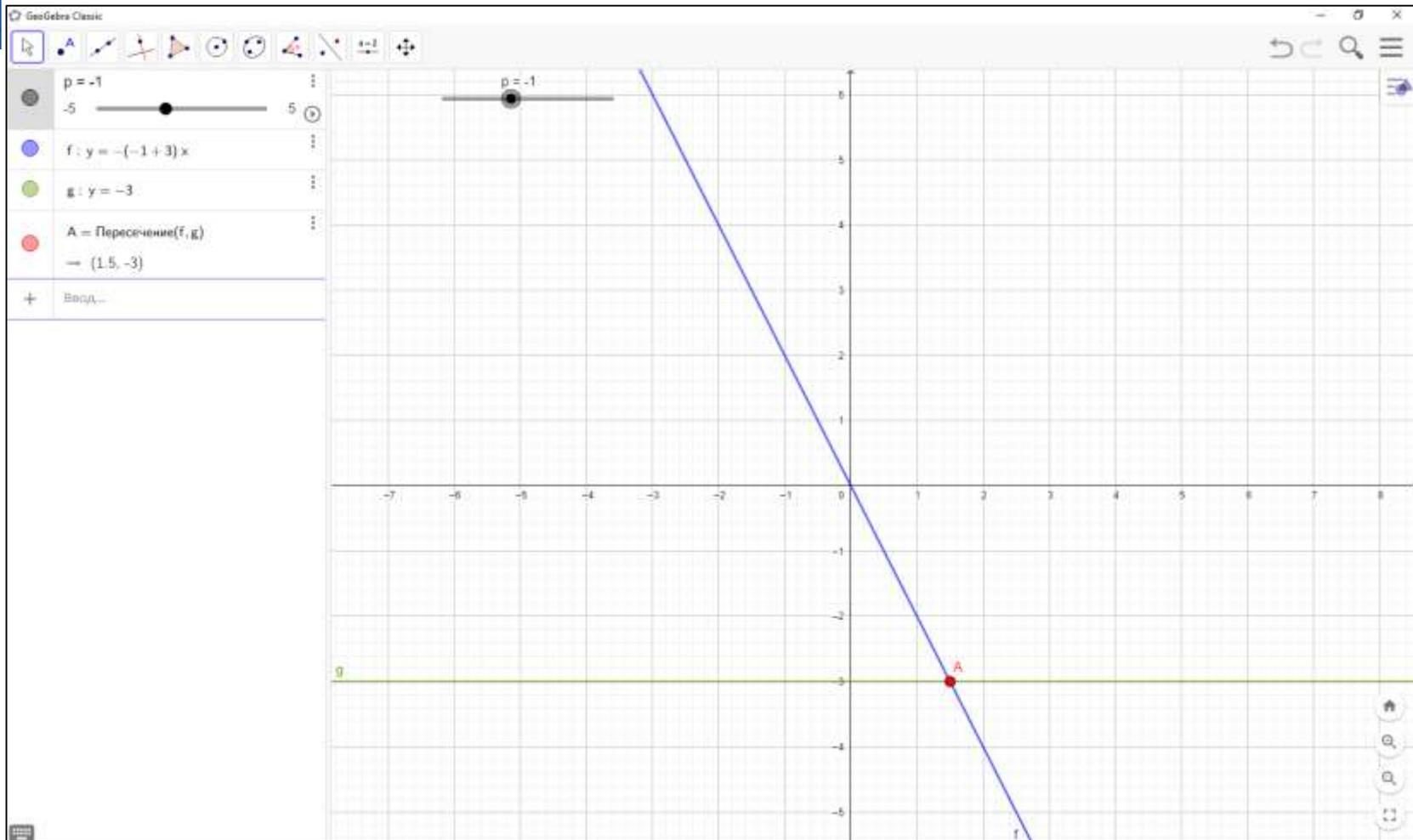


ИКТ 5.20. При каких значениях параметра p уравнение имеет один корень:

$$\text{б) } p(p + 3)x = -3;$$

Рассмотрим систему уравнений с двумя неизвестными x и y и параметром p

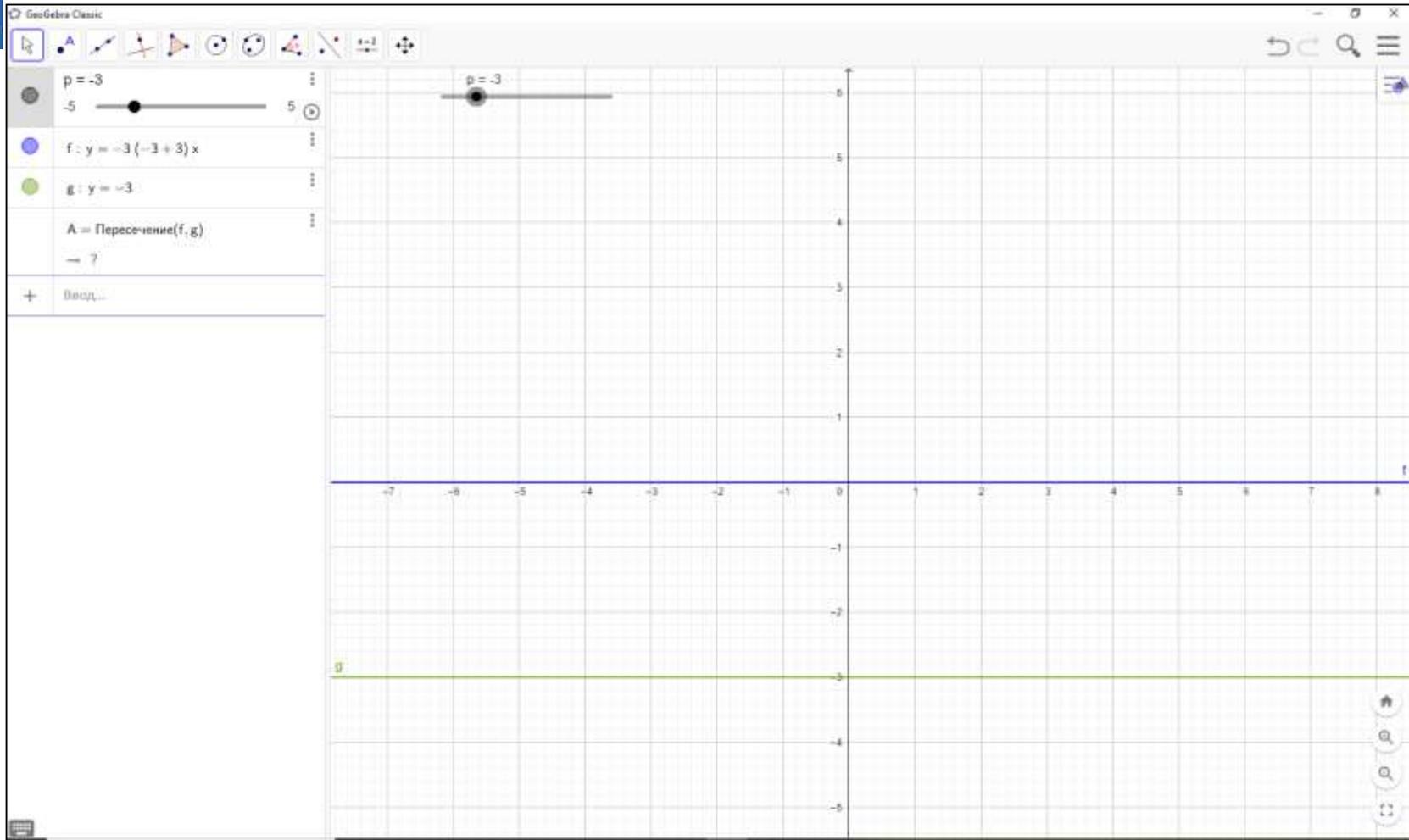
$$\begin{cases} y = p(p + 3)x, \\ y = -3. \end{cases}$$



ИКТ 5.20. При каких значениях параметра p уравнение имеет один корень:
б) $p(p + 3)x = -3$;

Рассмотрим систему уравнений с двумя неизвестными x и y и параметром p

$$\begin{cases} y = p(p + 3)x, \\ y = -3. \end{cases}$$



Установление взаимосвязи между двумя способами решения, между аналитической и геометрической моделями.

ИКТ 5.20. При каких значениях параметра p уравнение имеет один корень:

$$\text{б) } p(p + 3)x = -3;$$

Аналитическое решение	Геометрическая интерпретация
<p>При $p = -3$ и $p = 0$ Уравнение $p(p + 3)x = -3$ принимает вид $0 \cdot x = -3$. Уравнение корней не имеет.</p>	<p>При $p = -3$ и $p = 0$ графики функций $y = p(p + 3)x$ и $y = -3$ параллельны, точек пересечения нет. Уравнение корней не имеет</p>
<p>При $p \neq -3$ и $p \neq 0$, уравнение $p(p + 3)x = -3$ имеет единственный корень $x = \frac{-3}{p(p + 3)}.$</p>	<p>При $p = -3$ и $p = 0$ графики функций $y = p(p + 3)x$ и $y = -3$ пересекаются в единственной точке. Абсцисса точки пересечения является корнем уравнения.</p>

§ 16. Что такое система уравнений. Графический метод решения систем двух линейных уравнений с двумя переменными



2-й урок в теме; урок включения нового знания в систему имеющихся знаний;

Знания: линейное уравнение с двумя переменными, график линейного уравнения с двумя переменными, графический метод решения систем двух линейных уравнений с двумя переменными.

Использование ИТ-средств позволяет решить следующие задачи:

1. Поиск пути решения.
2. Новый метод решения.
3. Повышение уровня визуализации.

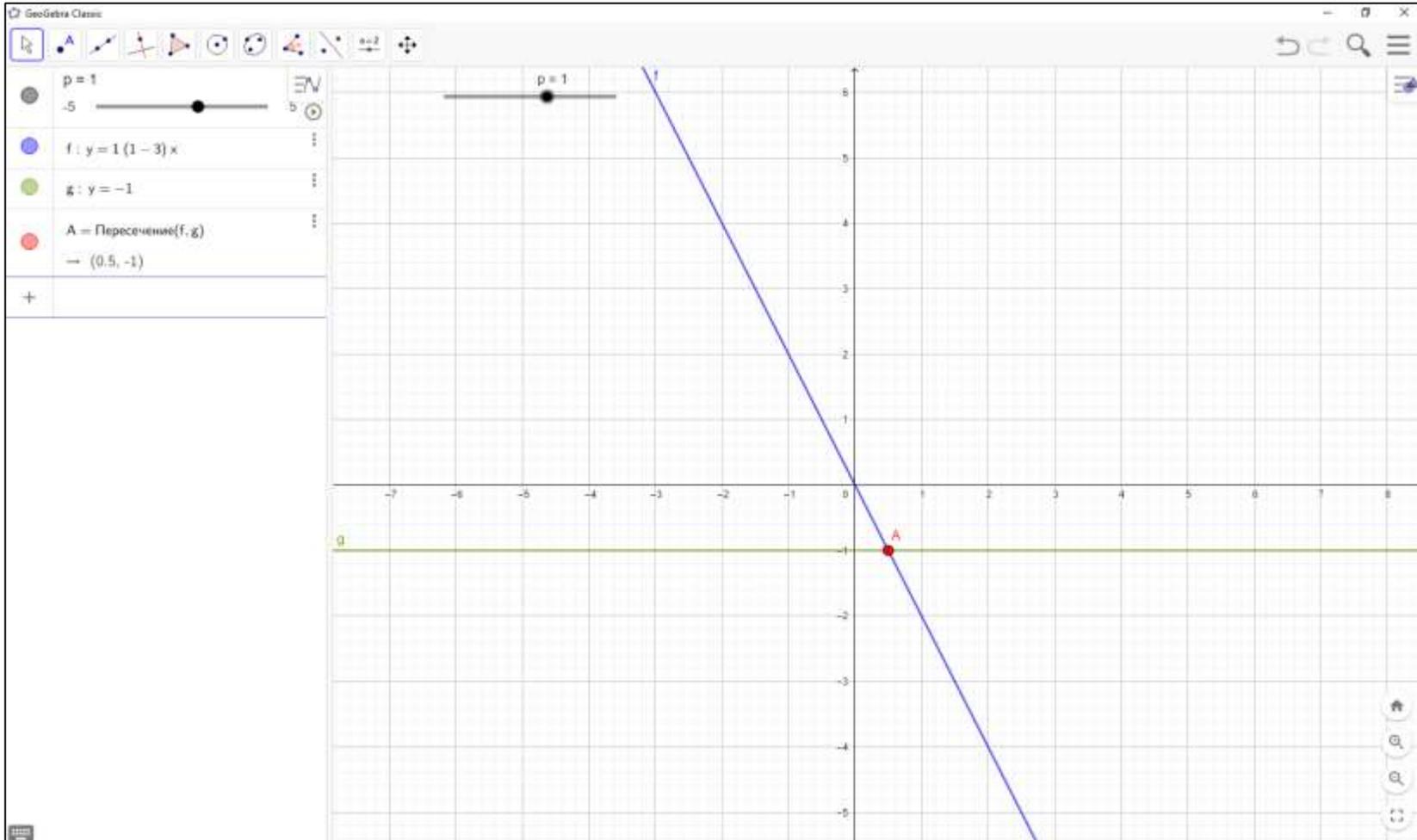


ИКТ 5.21. При каких значениях параметра p уравнение имеет бесконечное множество корней:

а) $p(p - 3)x + p = 0$;

Рассмотрим систему уравнений с двумя неизвестными x и y и параметром p

$$\begin{cases} y = p(p - 3)x, \\ y = -p. \end{cases}$$

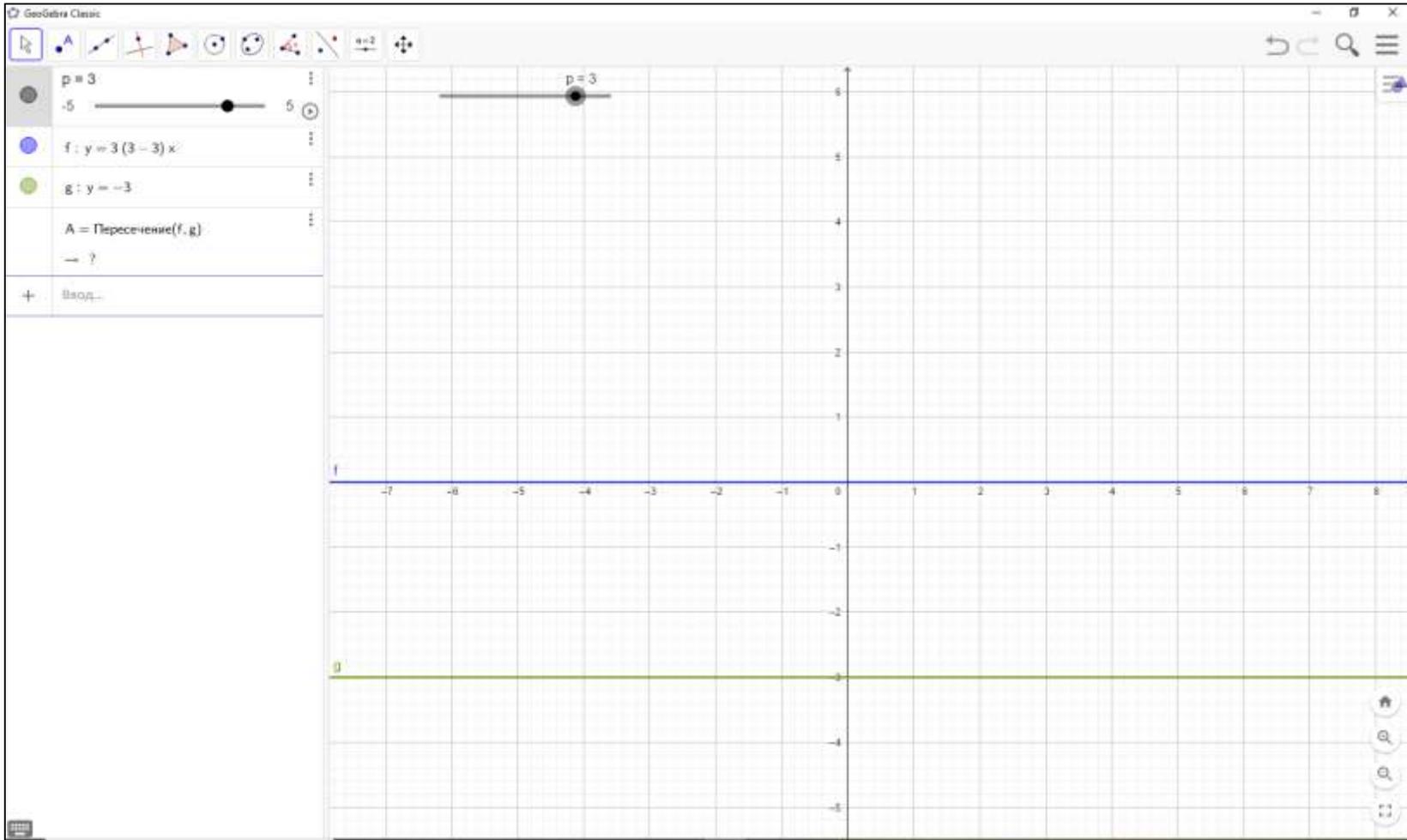


ИКТ 5.21. При каких значениях параметра p уравнение имеет бесконечное множество корней:

а) $p(p - 3)x + p = 0$;

Рассмотрим систему уравнений с двумя неизвестными x и y и параметром p

$$\begin{cases} y = p(p - 3)x, \\ y = -p. \end{cases}$$

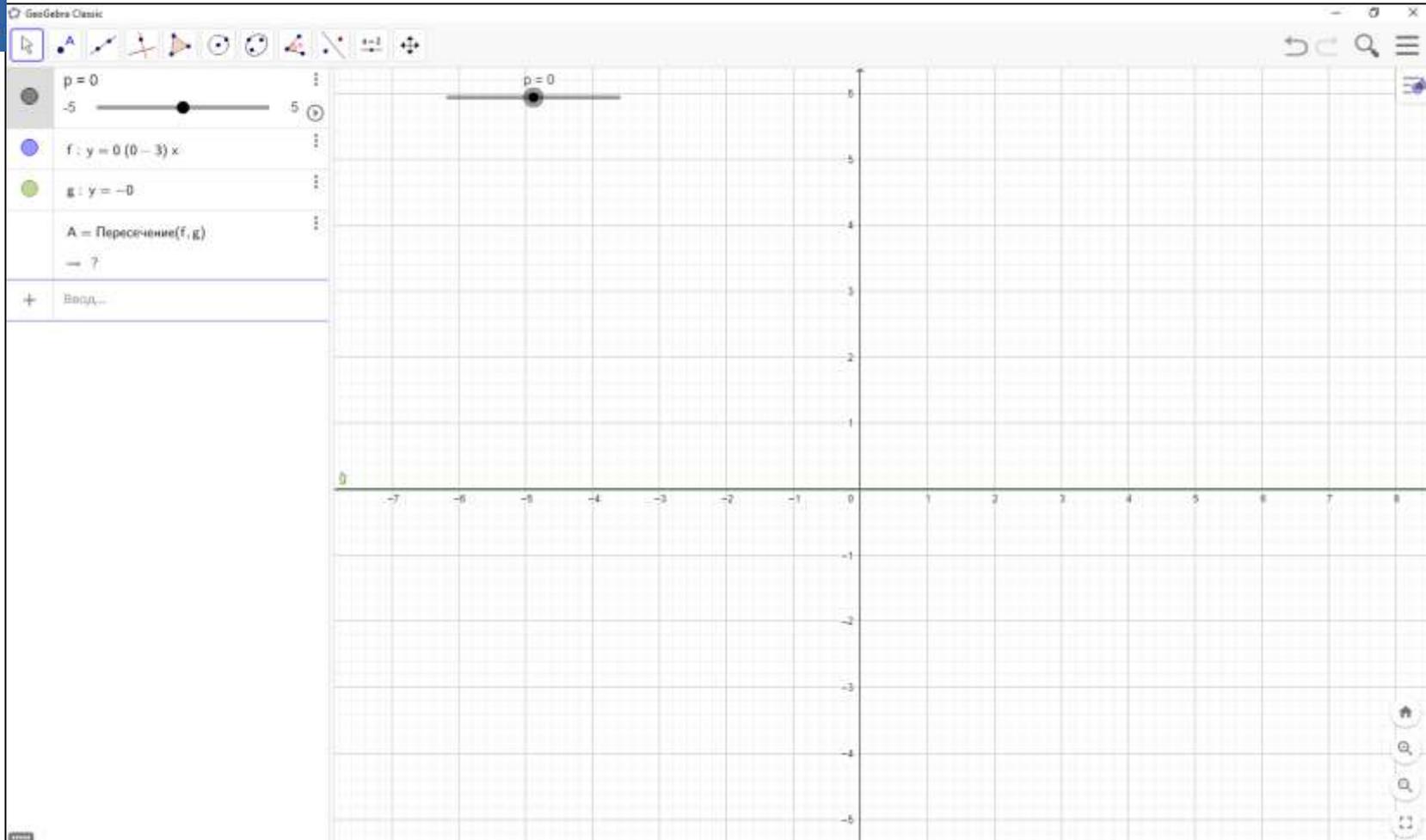


ИКТ 5.21. При каких значениях параметра p уравнение имеет бесконечное множество корней:

а) $p(p - 3)x + p = 0$;

Рассмотрим систему уравнений с двумя неизвестными x и y и параметром p

$$\begin{cases} y = p(p - 3)x, \\ y = -p. \end{cases}$$

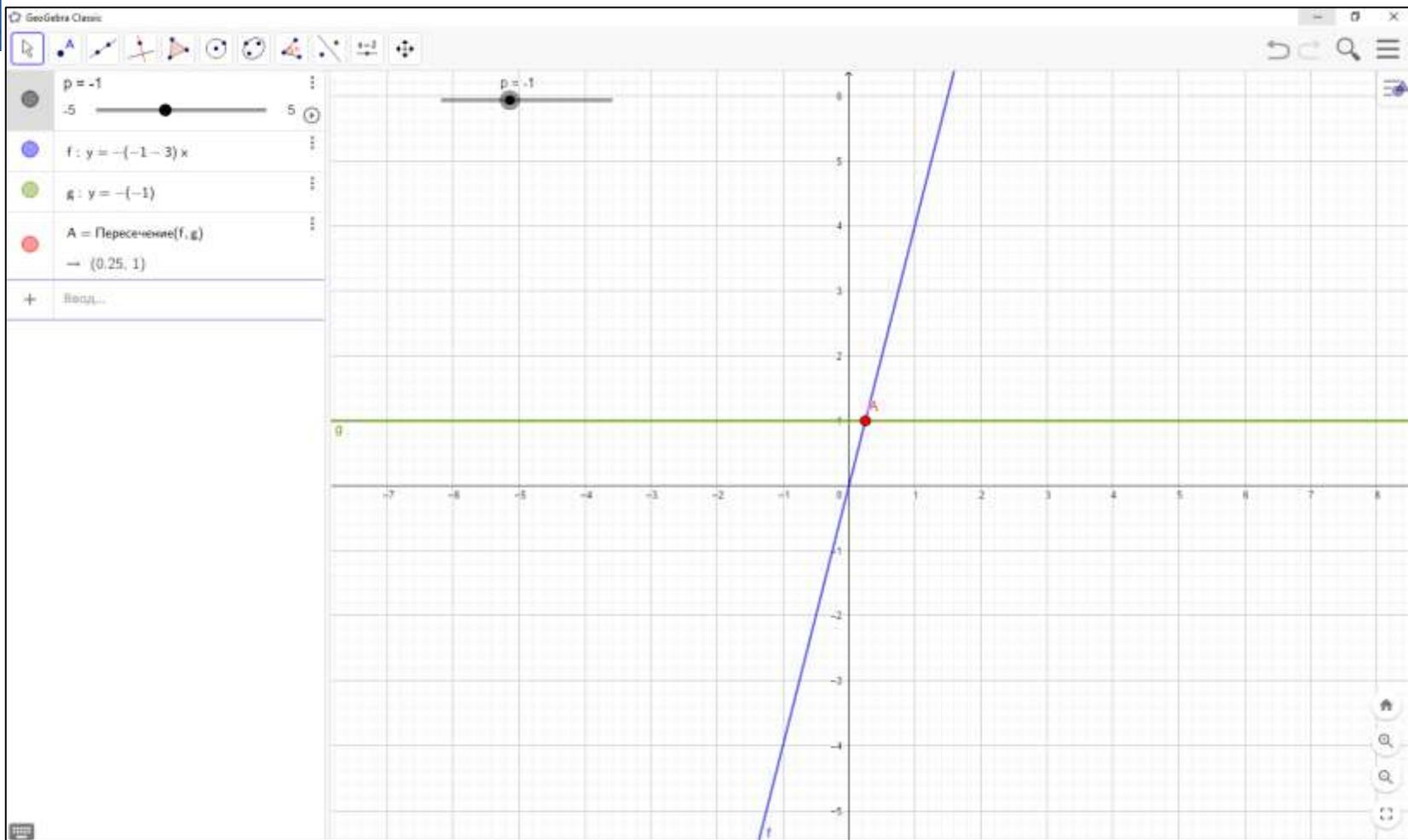


ИКТ 5.21. При каких значениях параметра p уравнение имеет бесконечное множество корней:

а) $p(p - 3)x + p = 0$;

Рассмотрим систему уравнений с двумя неизвестными x и y и параметром p

$$\begin{cases} y = p(p - 3)x, \\ y = -p. \end{cases}$$



Установление взаимосвязи между двумя способами решения, между аналитической и геометрической моделями.

ИКТ 5.21. При каких значениях параметра p уравнение имеет бесконечное множество корней:

а) $p(p - 3)x + p = 0$;

Аналитическое решение

Геометрическая интерпретация

При $p = 3$ уравнение $p(p - 3)x + p = 0$ принимает вид $0 \cdot x + 3 = 0$.
Уравнение корней не имеет.

При $p = 3$ графики функций $y = p(p - 3)x$ и $y = -p$ параллельны, точек пересечения нет.
Уравнение корней не имеет.

При $p = 0$ уравнение $p(p - 3)x + p = 0$ принимает вид $0 \cdot x + 0 = 0$.
Уравнение имеет бесконечное число корней.

При $p = 0$ графики функций $y = p(p - 3)x$ и $y = -p$ совпадают, все точки общие.
Уравнение имеет бесконечное число корней.

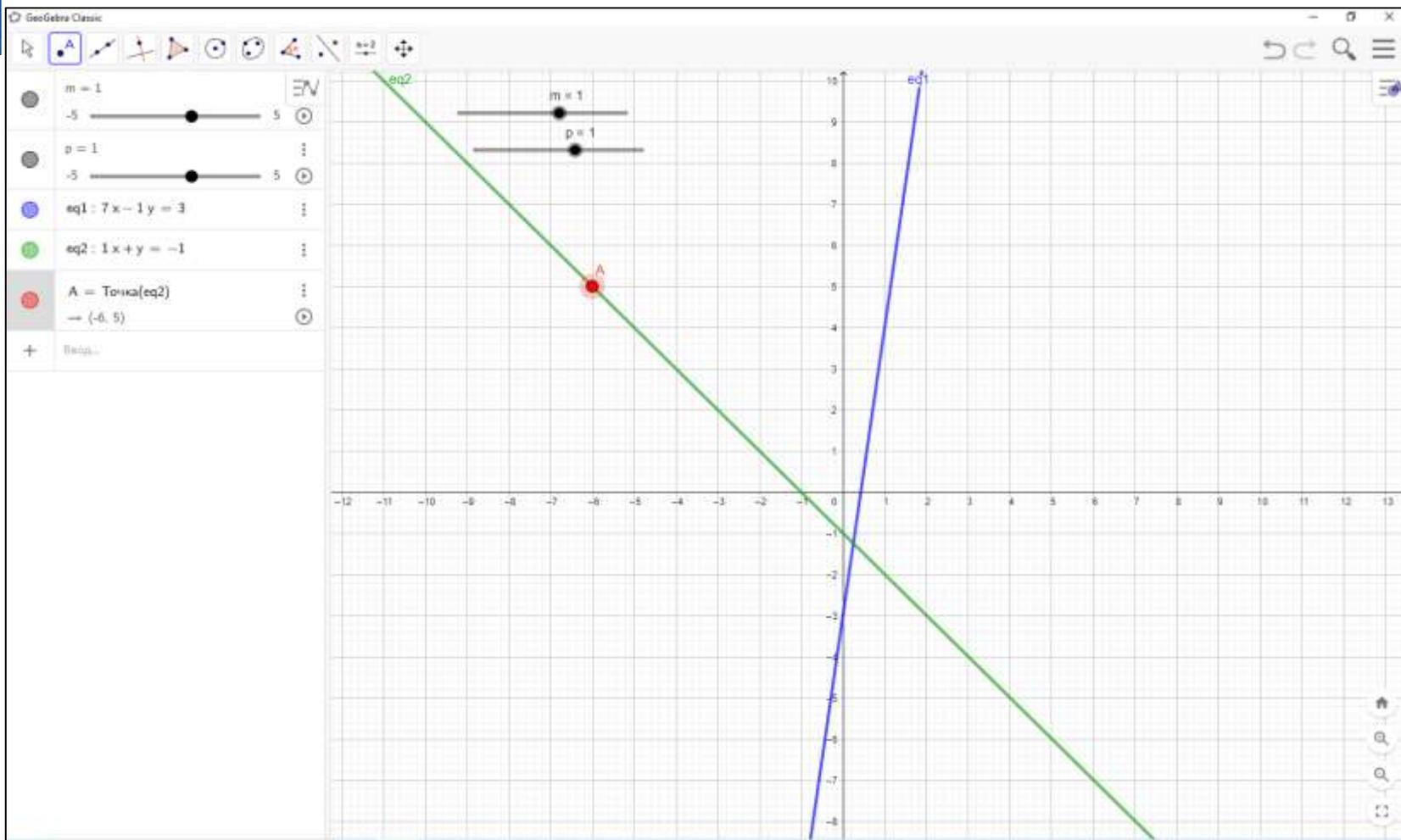
При $p \neq 3$ и $p \neq 0$ уравнение $p(p - 3)x + p = 0$ имеет единственный корень

$$x = \frac{-p}{p(p - 3)}.$$

При $p \neq 3$ и $p \neq 0$ графики функций $y = p(p - 3)x$ и $y = -p$ пересекаются в единственной точке.
Абсцисса точки пересечения является корнем уравнения.

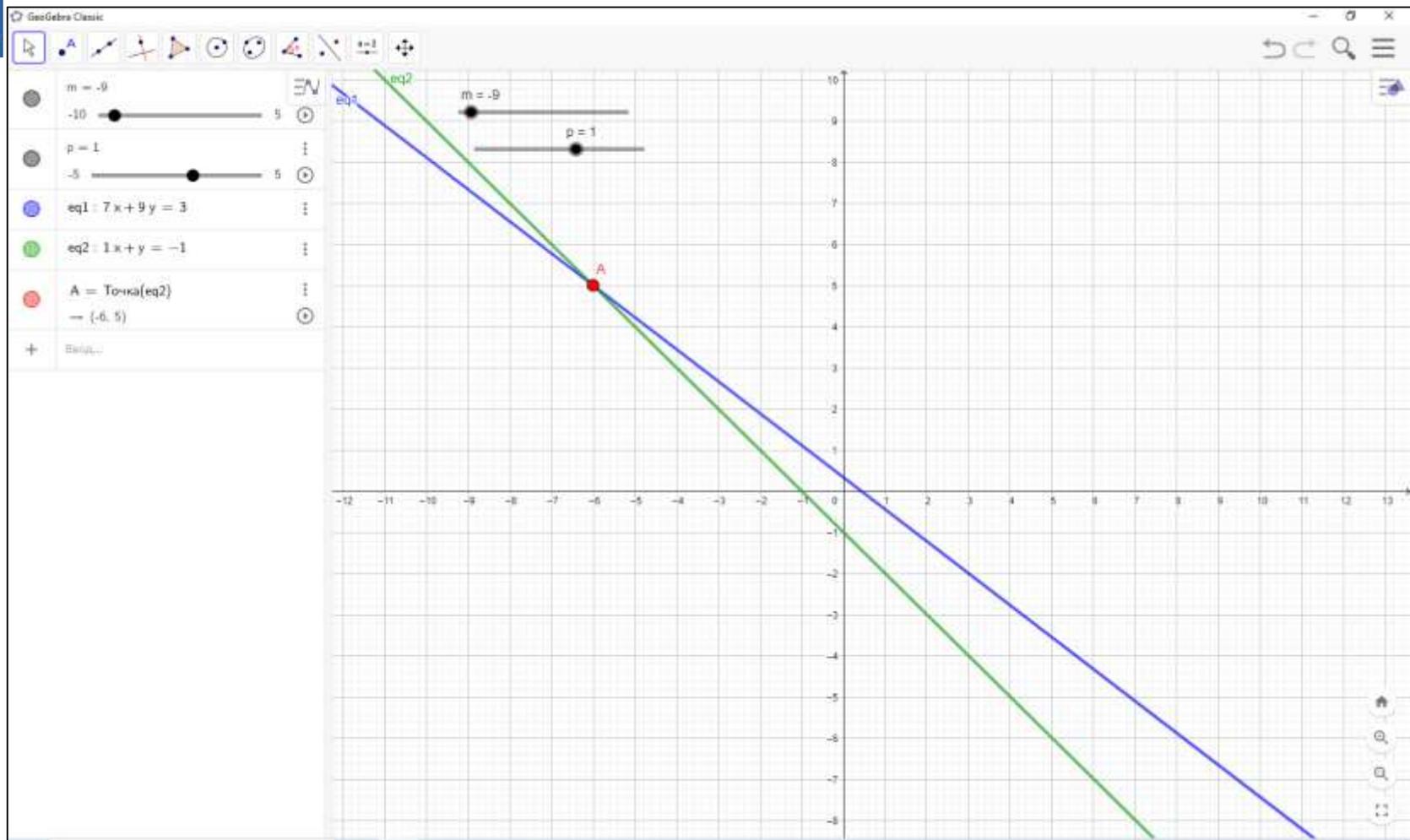
ИКТ 16.11. При каких значениях параметров m и p пара чисел $(-6; 5)$ является решением системы уравнений

$$\begin{cases} 7x - my = 3, \\ px + y = -1? \end{cases}$$



ИКТ 16.11. При каких значениях параметров m и p пара чисел $(-6; 5)$ является решением системы уравнений

$$\begin{cases} 7x - my = 3, \\ px + y = -1? \end{cases}$$

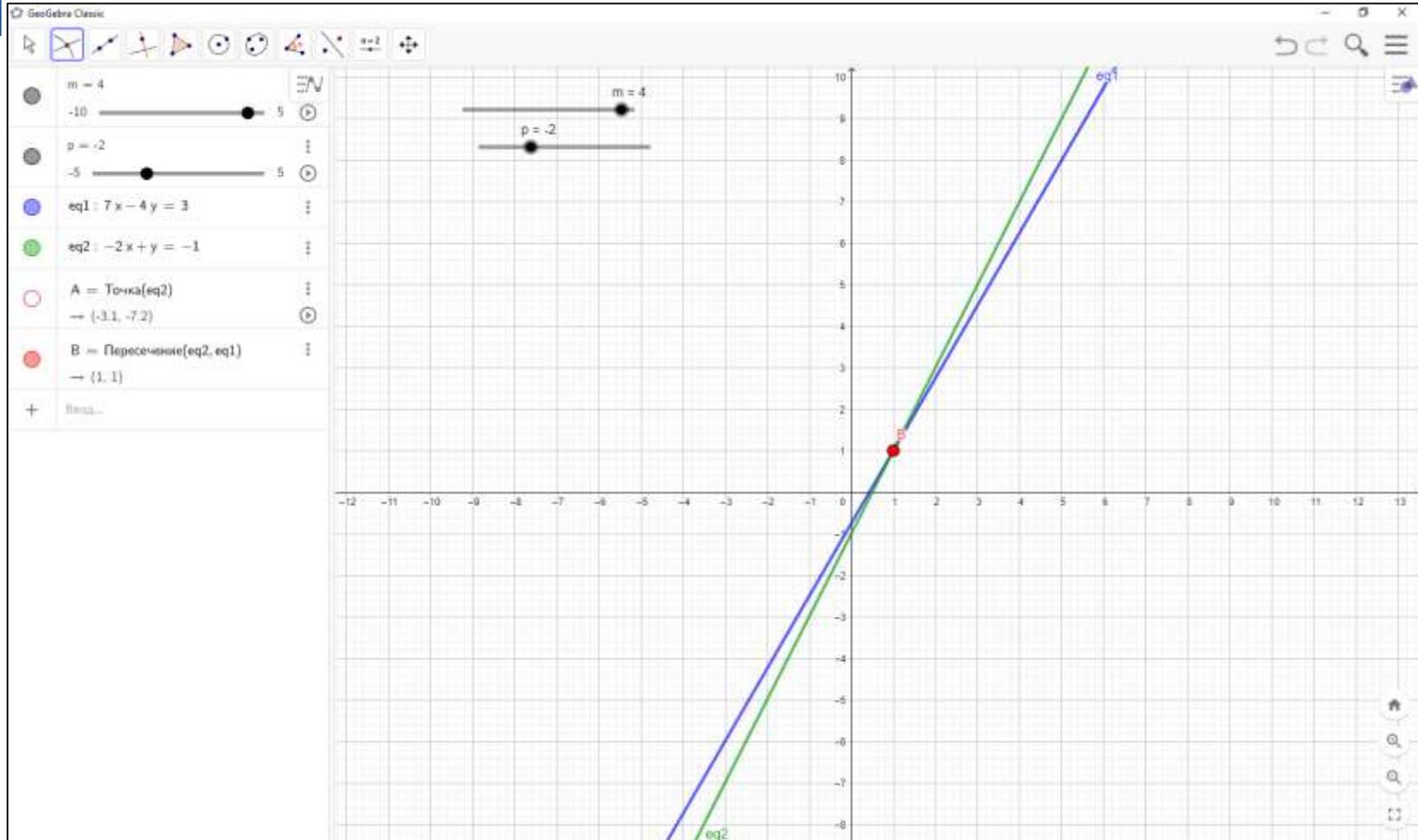


ИКТ 16.11. При каких значениях параметров m и p пара чисел $(-6; 5)$ является решением системы уравнений

$$\begin{cases} 7x - my = 3, \\ px + y = -1? \end{cases}$$

Используя анализ условия в № 16.11, составьте новую задачу.

При каких значениях параметров m и p пара чисел $(1; 1)$ является решением системы уравнений?

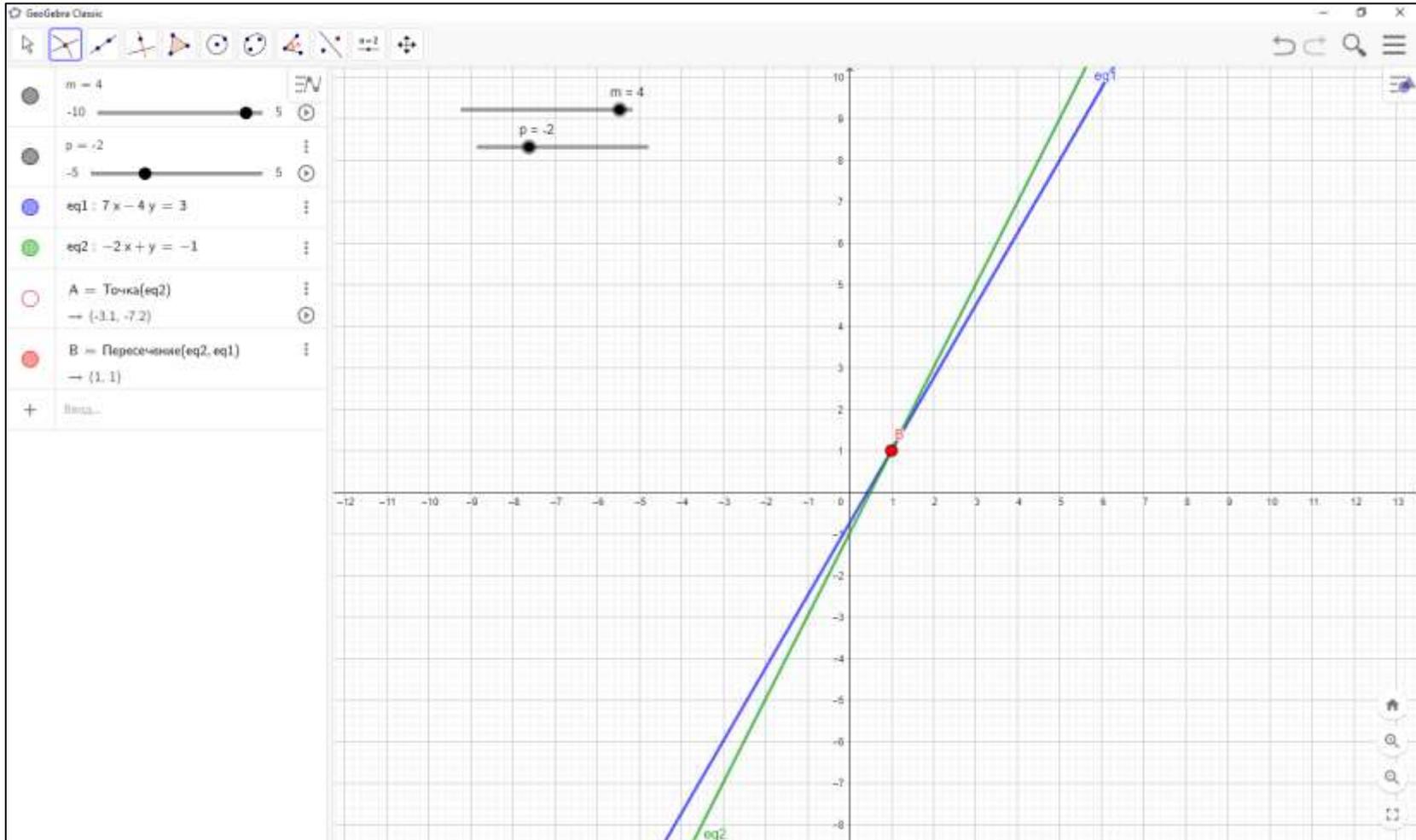


ИКТ 16.11. При каких значениях параметров m и p пара чисел $(-6; 5)$ является решением системы уравнений

$$\begin{cases} 7x - my = 3, \\ px + y = -1? \end{cases}$$

Используя анализ условия в № 16.11, составьте новую задачу.

При каких значениях параметров m и p пара чисел $(1; 1)$ является решением системы уравнений?





§ 1. Уравнения с двумя переменными

1.1. Является ли пара чисел (1; 2) решением уравнения:

- а) $x^2 + 2y = 5$; г) $2x^2 - 4y = -6$;
 б) $3x^2 - 2y^4 + 4xy^2 = 0$; д) $3x^5 - 2y^3 + 5x^2y = -3$;
 в) $4x^2 - \sqrt{y+2} = 2$; е) $3x^2 - 4\sqrt{x} = 2$?

1.3. Решите уравнение:

- а) $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 0$;
 б) $\sqrt{2x - 3} + \sqrt{3y + 6} = 0$;
 в) $\sqrt{x - 3} + |y^2 - 4| + \sqrt{2z + 5} = 0$;
 г) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 0$;
 д) $\sqrt{3x + 9} + \left| \frac{1}{2}y - 3 \right| = 0$;
 е) $\sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{3y + 6} + |0,3z - 3| = 0$.

В курсе алгебры 7-го класса мы изучали *линейные уравнения с двумя переменными* — уравнения вида $ax + by = c$, где a, b, c — числа (коэффициенты). Мы знаем, что всякую пару чисел $(x; y)$, которая удовлетворяет этому уравнению, т. е. обращает равенство с переменными $ax + by = c$ в верное числовое равенство, называют *решением уравнения* $ax + by = c$. Например, решениями уравнения $3x + 4y = 12$ являются такие пары чисел: $(x; y)$: (0; 3), (4; 0), (-4; 6), $\left(\frac{16}{3}; -1\right)$ — и многие другие. А вот пары (1; 1), (2; -5), $(1,3; \sqrt{2})$ не являются решениями уравнения $3x + 4y = 12$.

Разумеется, встречаются и уравнения с двумя переменными, не являющиеся линейными. Вообще, *уравнение с двумя переменными* x, y — это уравнение вида $p(x; y) = 0$ или $h(x; y) = g(x; y)$, где $p(x; y)$, $h(x; y)$, $g(x; y)$ — алгебраические выражения; *решением уравнения с двумя переменными* $(x; y)$ называют всякую пару чисел $(x; y)$, которая удовлетворяет этому уравнению.

Пусть, например, дано уравнение с двумя переменными $2x^2 - xy = 2x + y - 4$. Пара (1; 2) является решением этого уравнения. В самом деле, подставив значения $x = 1, y = 2$ в левую и правую части уравнения, получим: $2 \cdot 1^2 - 1 \cdot 2 = 2 \cdot 1 + 2 - 4$; $0 = 0$ — верное равенство.

Вот ещё одно решение этого уравнения: (0; 4) (проверьте!). А, скажем, пара (3; 2) решением уравнения $2x^2 - xy = 2x + y - 4$ не является: при $x = 3, y = 2$ левая часть уравнения принимает значение 12, а правая — значение 4.

Встречаются и уравнения, не имеющие решений, например $3x^2 + 6 = 3 - 3y^2$. Действительно, значения его левой части — не

Есть ли среди представленных уравнений пары равносильных уравнений? Назовите их, объясните свой выбор.

- 1.4. а) $4x - 3y = 18, x = 0,75y + 6, y = 6 - \frac{1}{3}x$;
 б) $x^2 + y - 2x + 3 = 0, y = -2 - (x - 1)^2, x = \sqrt{y - 2} + 1$;
 в) $xy = -6, y = -\frac{6}{x}, xy + 4 = -2$;
 г) $2x + 3y = 9, y = 3 - \frac{2}{3}x, x = 3 + 1,5y$;
 д) $x^2 + y - 4x + 2 = 0, y = (x - 2)^2 + 2, x = \sqrt{y - 2} + 2$;
 е) $xy = 8, y = \frac{8}{x}, xy - 5 = 3$.

Найдите целочисленные решения уравнения.

- 1.7. а) $3x + 2y = 7$; г) $3x - 2y = 7$;
 б) $4x - 5y = 19$; д) $3x - 5y = 13$;
 в) $7x - 3y = 10$; е) $5x + 7y = 3$.

Глава 1 Системы уравнений

§ 2. График уравнения с двумя переменными



Пусть дано уравнение $p(x; y) = 0$. Множество точек $(x; y)$ координатной плоскости xOy таких, что $(x; y)$ — решение уравнения $p(x; y) = 0$, называют *графиком уравнения*. В курсе алгебры 7-го класса мы научились строить графики линейных уравнений с двумя переменными. Графиком линейного уравнения с двумя переменными $ax + by = c$, где хотя бы одно из чисел a, b отлично от нуля, является прямая линия, для построения которой достаточно указать две точки, ей принадлежащие. На рисунке 1 изображён график уравнения $3x + 4y = 12$ — прямая, проходящая через точки $(0; 3)$ и $(4; 0)$, удовлетворяющие уравнению $3x + 4y = 12$.

Если уравнение $p(x; y) = 0$ равносильно уравнению $y = f(x)$, то график уравнения $p(x; y) = 0$ совпадает с графиком функции $y = f(x)$. В таких случаях говорят, что уравнение $p(x; y) = 0$ с двумя переменными разрешено относительно переменной y .

Пример 1 Построить график уравнения: а) $y + x^2 = 0$; б) $xy = 3$; в) $y - \sqrt{x+1} - 2 = 0$.

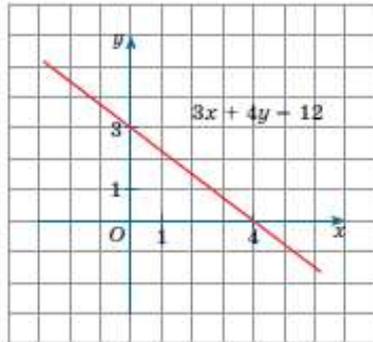


Рис. 1

- ИКТ 2.7.** а) $(\sqrt{x} - y)(y - x^2) = 0$;
 б) $(|x| + y - 2)(xy - 2y - 4) = 0$;
 в) $(|x + 1| - y - 2)(\sqrt{x} - y) = 0$;
 г) $(xy - 6)(y + \sqrt{x}) = 0$;
 д) $(2 - 0,5x^2 - y)(y - |x + 2|) = 0$;
 е) $(|x| + y + 3)(\sqrt{x} - y - 2) = 0$.

Обогащение математического языка.

Запишите уравнение, график которого изображён на данном рисунке.

- 2.1.** а) Рис. 6; в) рис. 8; д) рис. 10;
 б) рис. 7; г) рис. 9; е) рис. 11.

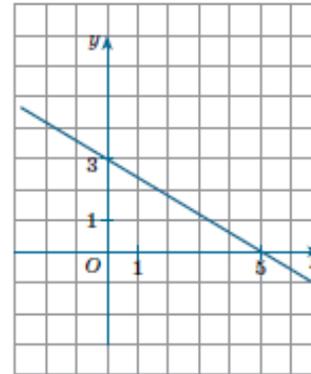


Рис. 6

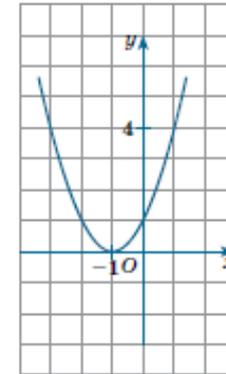


Рис. 7

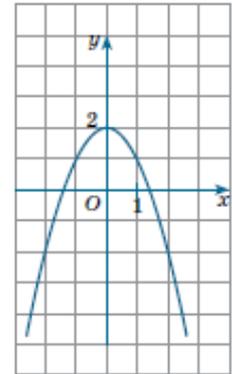


Рис. 8

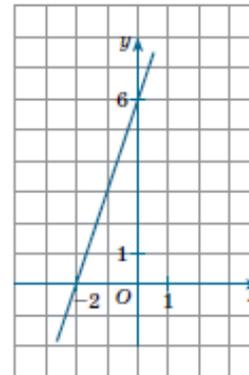


Рис. 9

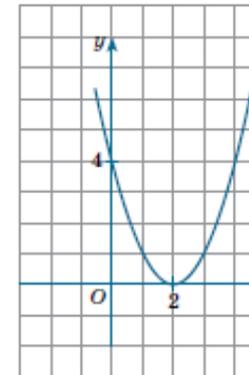


Рис. 10

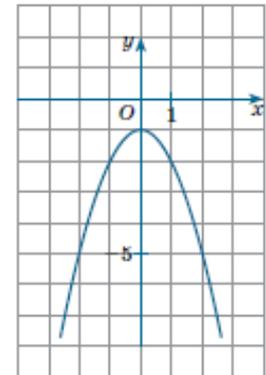


Рис. 11

Постройте график уравнения.

- 2.3.** а) $4x + 3y = 8$; г) $2x + 3y = 9$;
 б) $5x - 4y = 20$; д) $7x - 2y = 14$;
 в) $2x + 7y = 21$; е) $3x + 4y = 12$.



§ 3. Уравнение окружности на координатной плоскости

3.2. Из данных трёх точек выберите пару точек, расстояние между которыми равно 10:

- а) $F(0; -4)$, $H(8; -2)$ и $G(0; 4)$;
 б) $K(3; 5)$, $M(-3; -3)$ и $L(5; -3)$;
 в) $M(5; 4)$, $T(4; -2)$ и $N(-2; -6)$;

3.7. Найдите координаты центра и радиус окружности:

- а) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$; г) $(x - 7)^2 + (y - 1)^2 = 25$;
 б) $(x + 5)^2 + (y + 2)^2 = 9$; д) $(x + 3)^2 + (y + 10)^2 = 49$;
 в) $(x - 7)^2 + (y + 4)^2 = 18$; е) $(x + 9)^2 + (y - 6)^2 = 32$.

Постройте график уравнения.

- 3.8.** а) $x^2 + y^2 = 4$; г) $x^2 + y^2 = 9$;
 б) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$; д) $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 16$;
 в) $(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 1$; е) $(x + 5)^2 + (y - 1)^2 = 36$.

3.12. Составьте уравнение окружности:

- а) с центром в точке $(-3; -4)$, касающейся оси Oy ;
 б) с центром в точке $(9; -12)$, проходящей через начало координат;
 в) с центром в точке $(2; -3)$, проходящей через точку $(1; -1)$;
 г) с центром в точке $(4; 5)$, касающейся оси Ox ;
 д) с центром в точке $(5; -12)$, проходящей через начало координат;
 е) с центром в точке $(-3; 4)$, проходящей через точку $(-1; 1)$.

3.16. Найдите координаты точек пересечения прямой и окружности:

- а) $y = 0$ и $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 16$;
 б) $x = 2$ и $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 4$;
 в) $y = -5$ и $(x + 1)^2 + (y + 5)^2 = 25$;
 г) $x = 0$ и $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 9$;
 д) $y = 3$ и $(x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 16$;
 е) $x = -4$ и $(x + 4)^2 + (y - 6)^2 = 36$.

ИКТ 3.18. Постройте полуокружность:

- а) $y = \sqrt{9 - x^2}$; г) $y = \sqrt{16 - x^2}$;
 б) $y = -\sqrt{25 - (x - 3)^2}$; д) $y = -\sqrt{36 - (x + 1)^2}$;
 в) $y = \sqrt{24 - x^2 - 2x}$; е) $y = 1 - \sqrt{5 - x^2 + 4x}$.

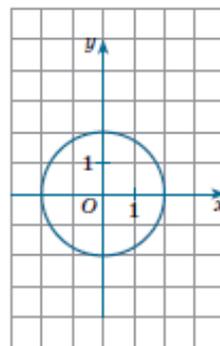


Рис. 23

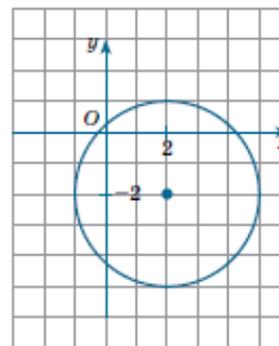


Рис. 24

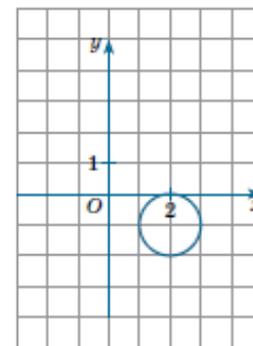


Рис. 25

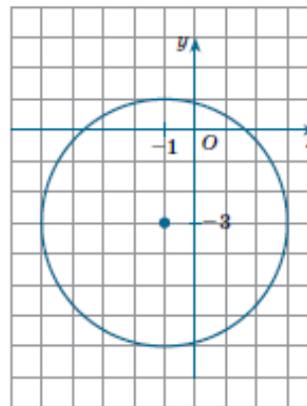


Рис. 26

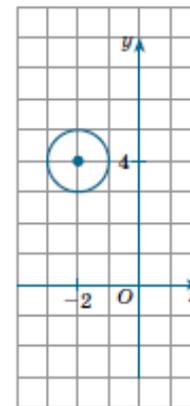


Рис. 27

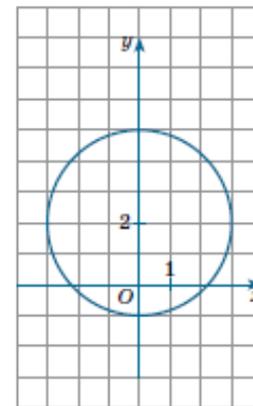


Рис. 28



§ 4. Основные понятия, связанные с системами двух уравнений с двумя переменными

- 4.2. а) Какая из данных пар чисел $(1; -2)$, $(-1; 2)$, $(2; -1)$ является решением системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ x + 2y = -3? \end{cases}$$

- б) Какая из данных пар чисел $(-3; 1)$, $(3; -1)$, $(1; -3)$ является решением системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ |x - 3| + y = -1? \end{cases}$$

Решите систему уравнений.

4.4. а) $\begin{cases} x = 1, \\ x^2 - 2y = -3; \end{cases}$

г) $\begin{cases} y = 4, \\ x^2 + y = 5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x^2 + y = 2, \\ 2x - y = 1; \end{cases}$

д) $\begin{cases} x^2 - y = 7, \\ 2x - 3y = 0; \end{cases}$

в) $\begin{cases} xy = 4, \\ 2x - y = 2; \end{cases}$

е) $\begin{cases} xy = 6, \\ x - 2y + 4 = 0. \end{cases}$

- ИКТ 4.7.** При каком значении параметра p пара чисел $(-1; 2)$ является решением системы уравнений:

а) $\begin{cases} p^2x - y = -6, \\ x^2 + y^2 = p + 3; \end{cases}$

б) $\begin{cases} p^2x + 2py = 3, \\ (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 3p + 1? \end{cases}$

- ИКТ 4.8.** При каком значении параметра p система уравнений имеет единственное решение:

а) $\begin{cases} x^2 - y - 2 = 0, \\ px + y = -2; \end{cases}$

б) $\begin{cases} px - y + 3 = 0, \\ (x - 2)^2 - y + 3 = 0? \end{cases}$

С системами двух уравнений с двумя переменными вы впервые познакомились в курсе алгебры 7-го класса. Правда, там мы ограничивались только линейными уравнениями. В этой главе мы будем говорить о системах уравнений с самых общих позиций.

Определение 1. Если поставлена задача найти все пары чисел $(x; y)$, которые одновременно удовлетворяют уравнению $p(x; y) = 0$ и уравнению $q(x; y) = 0$, то говорят, что указанные уравнения образуют **систему уравнений** $\begin{cases} p(x; y) = 0, \\ q(x; y) = 0. \end{cases}$ Пару чисел $(x; y)$, которая одновременно является решением и первого, и второго уравнений системы, называют **решением системы уравнений**.

Решить систему уравнений — значит найти все её решения или установить, что решений нет.

Например, пара $(2; 5)$ — решение системы уравнений $\begin{cases} xy = 10, \\ y^2 - x^2 = 21. \end{cases}$

В самом деле, эта пара удовлетворяет как первому, так и второму уравнению системы, значит, является её решением. Навскидку можно указать ещё одно решение: $(-2; -5)$. Не исключено, что есть и другие решения, но так это или нет, мы сможем выяснить только в следующем параграфе. А вот пар, не являющихся решением системы, можно придумать сколько угодно, например $(1; 3)$; эта пара не удовлетворяет ни первому, ни второму уравнению системы. Ещё один пример: $(2,5; 4)$; эта пара — решение первого уравнения системы, но не удовлетворяет второму уравнению. Значит, решением системы она не является. Придумайте сами ещё несколько пар, не являющихся решением системы.

Переменные в уравнениях, образующих систему уравнений, могут быть обозначены и другими буквами, чаще всего латинского (a и b , s и t , u и v и т. д.) или другого (греческого, русского и т. д.) алфавита. При записи ответа в виде пары чисел на первое место ставят ту из двух букв, которая в соответствующем алфавите встречается раньше.

В § 1 мы ввели понятие равносильности для уравнений с двумя переменными. Теперь введём понятие равносильности для систем уравнений.

§ 4. Основные понятия, связанные с системами двух уравнений с двумя переменными



2-й урок в теме; урок включения нового знания в систему имеющихся знаний;

Знания: линейное уравнение с двумя переменными, график линейного уравнения с двумя переменными, графический метод решения систем двух линейных уравнений с двумя переменными.

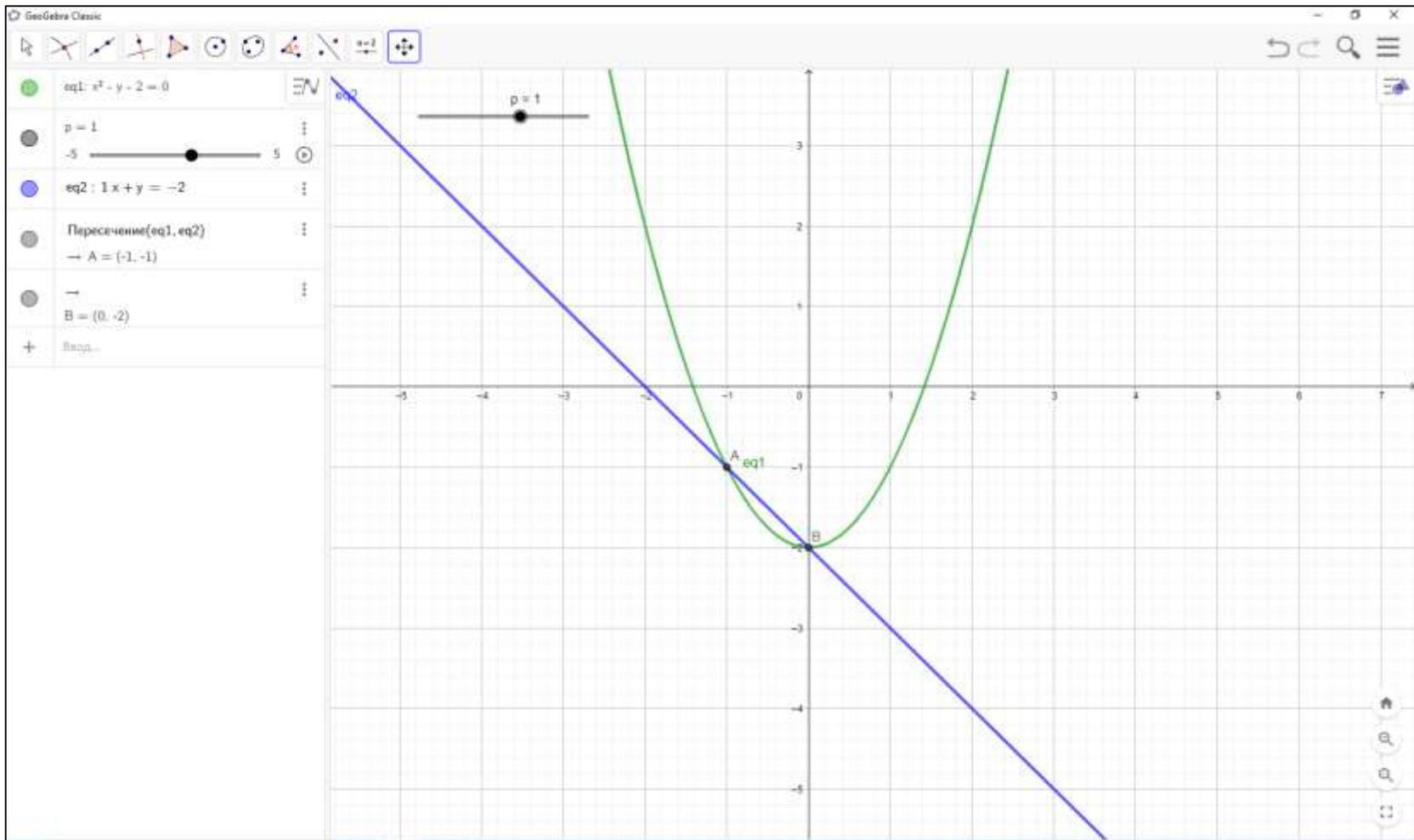
Использование ИТ-средств позволяет решить следующие задачи:

1. Поиск пути решения.
2. Новый метод решения.
3. Повышение уровня визуализации.
4. Формирование задания проектного вида.



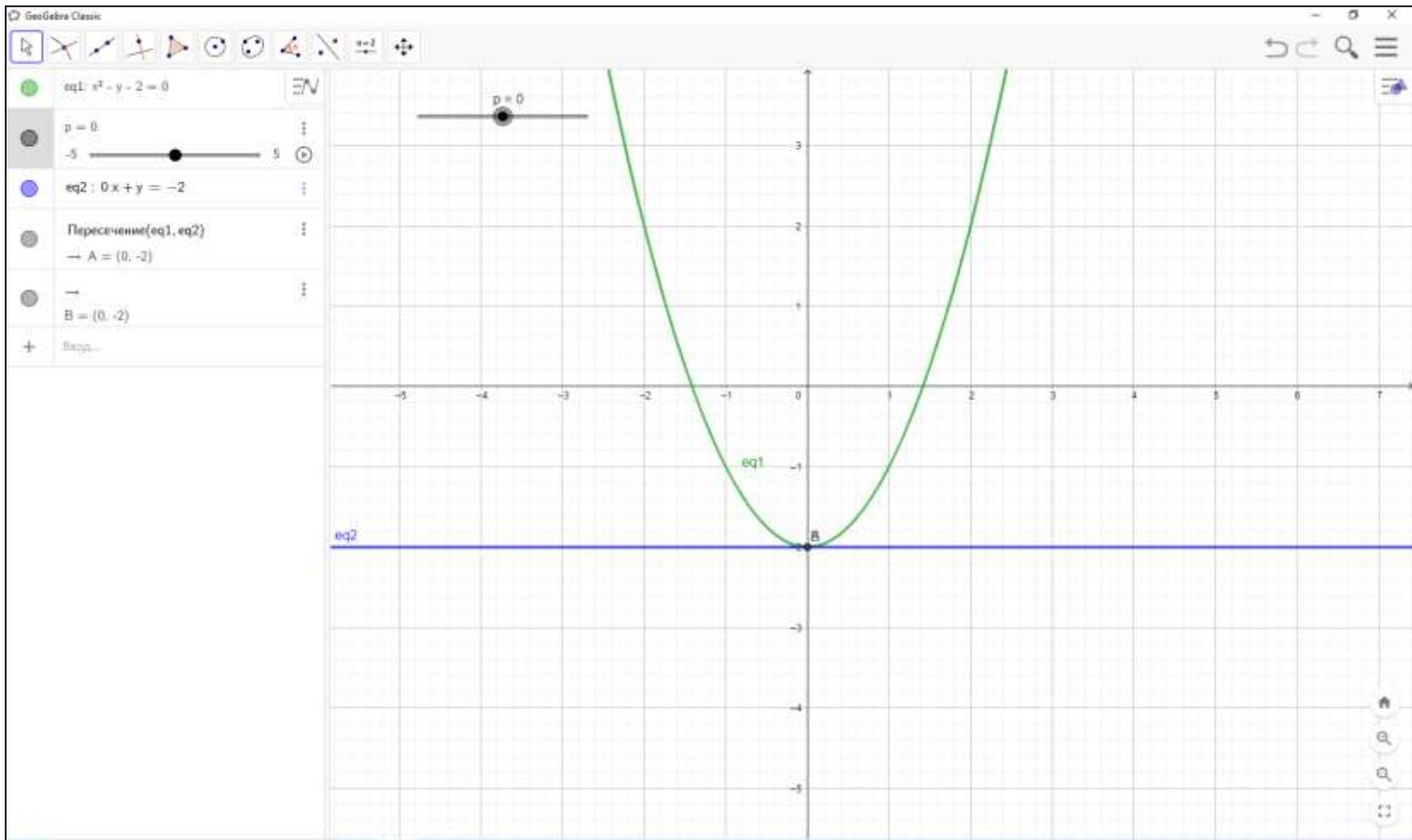
ИКТ 4.8. При каком значении параметра p система уравнений имеет единственное решение:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 - y - 2 = 0, \\ px + y = -2; \end{cases}$$



ИКТ 4.8. При каком значении параметра p система уравнений имеет единственное решение:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 - y - 2 = 0, \\ px + y = -2; \end{cases}$$



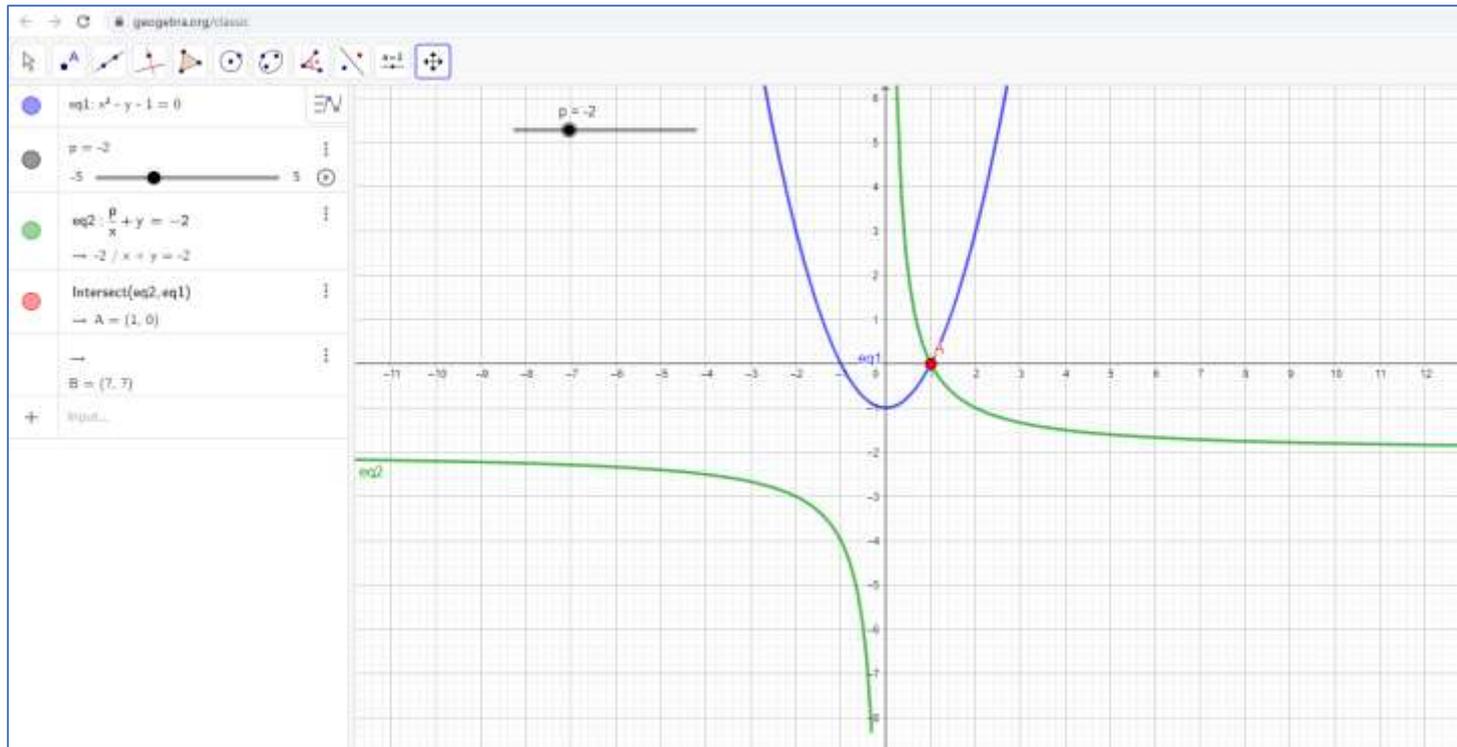
ИКТ 4.8. При каком значении параметра p система уравнений имеет единственное решение:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 - y - 2 = 0, \\ px + y = -2; \end{cases}$$

Используя анализ условия в № 4.8, составьте новую задачу.

Найдите все значения параметра p , при которых решением системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 - y - 1 = 0, \\ \frac{p}{x} + y = -2 \end{cases} \quad \text{является пара положительных чисел.}$$

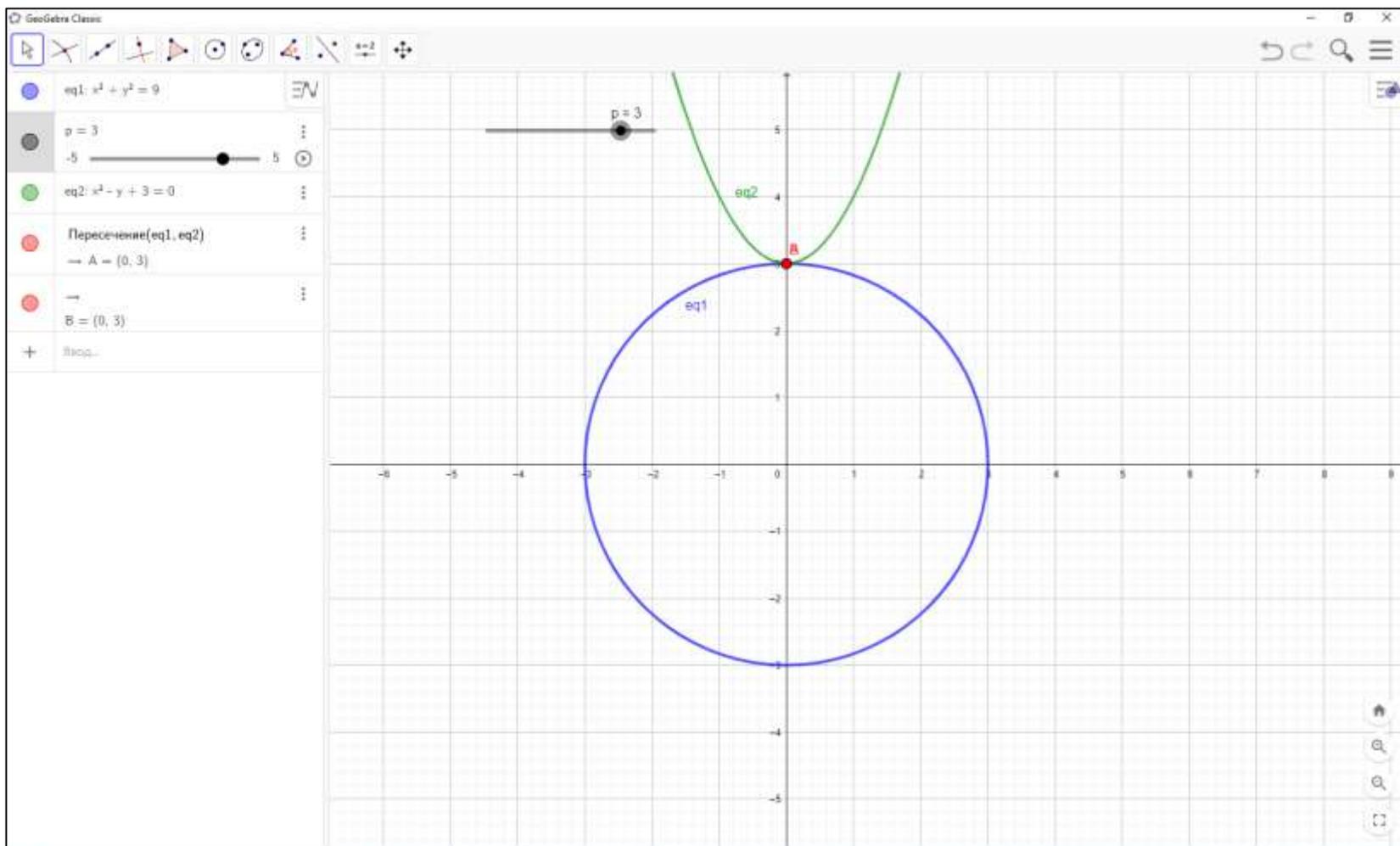




ИКТ 4.9. При каком значении параметра p система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x^2 - y + p = 0 \end{cases}$$

- а) имеет два решения;
- б) имеет единственное решение?

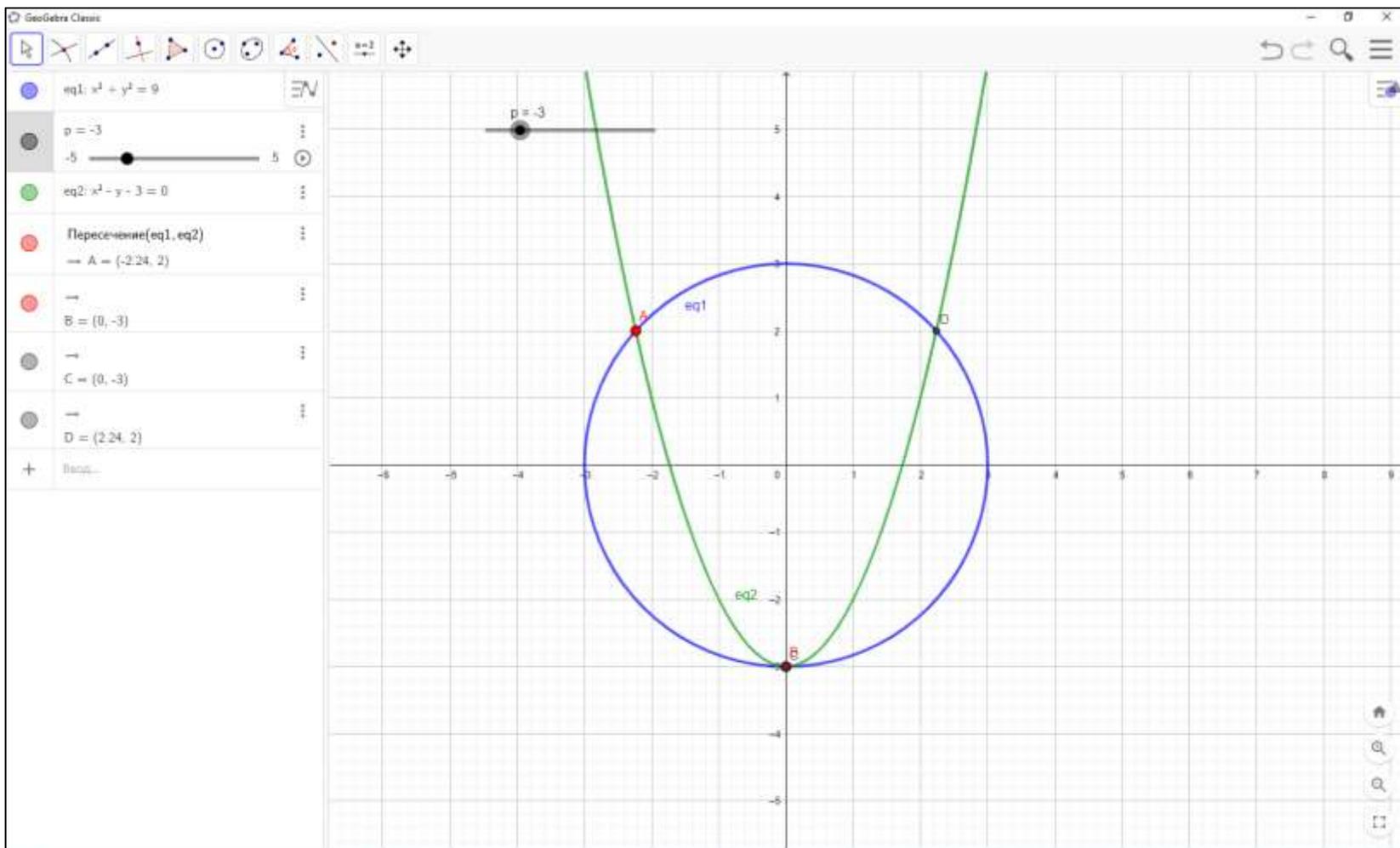




ИКТ 4.9. При каком значении параметра p система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x^2 - y + p = 0 \end{cases}$$

- а) имеет два решения;
- б) имеет единственное решение?

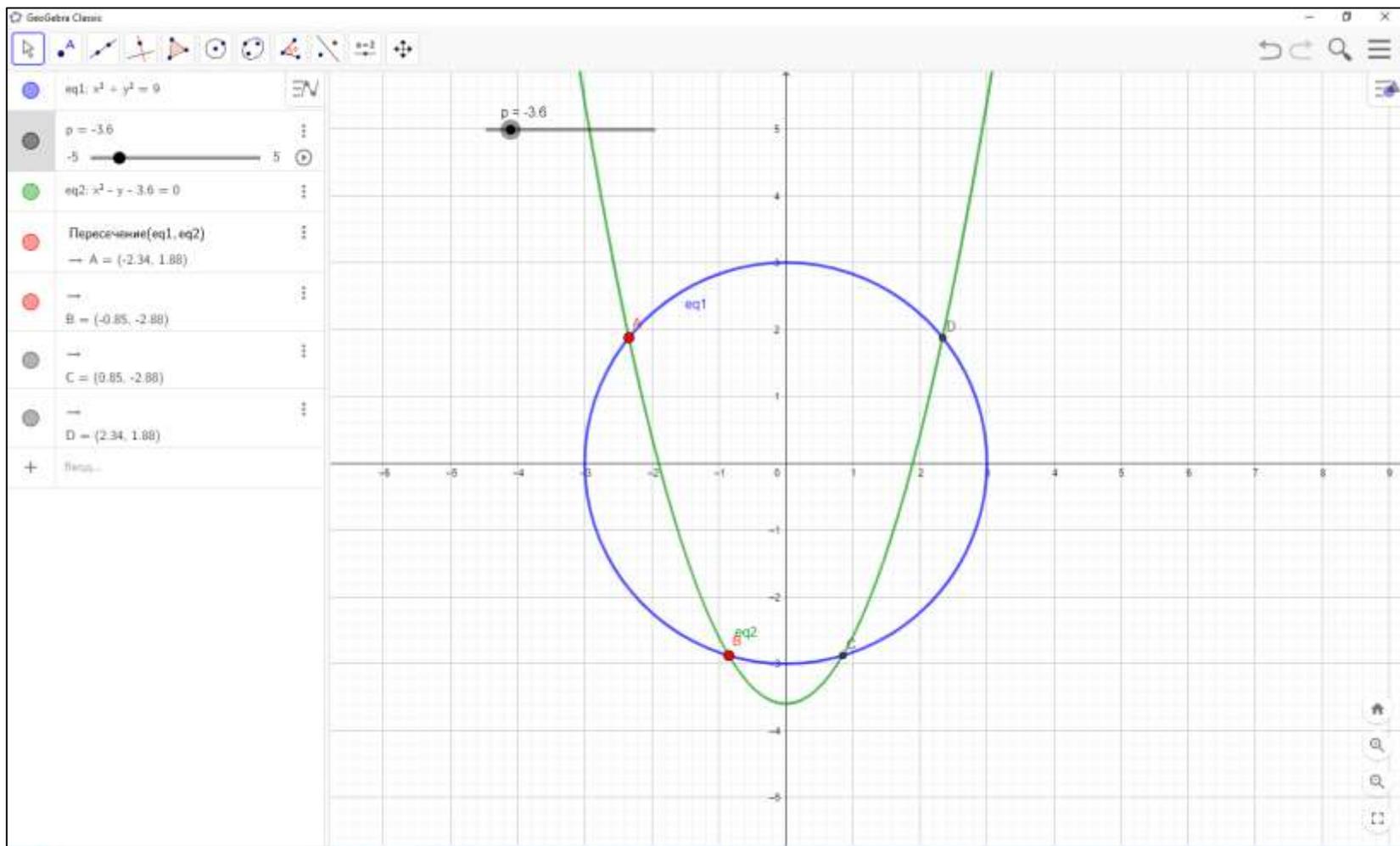




ИКТ 4.9. При каком значении параметра p система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x^2 - y + p = 0 \end{cases}$$

- а) имеет два решения;
- б) имеет единственное решение?



ИКТ 4.9. При каком значении параметра p система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x^2 - y + p = 0 \end{cases}$$

- а) имеет два решения;
- б) имеет единственное решение?

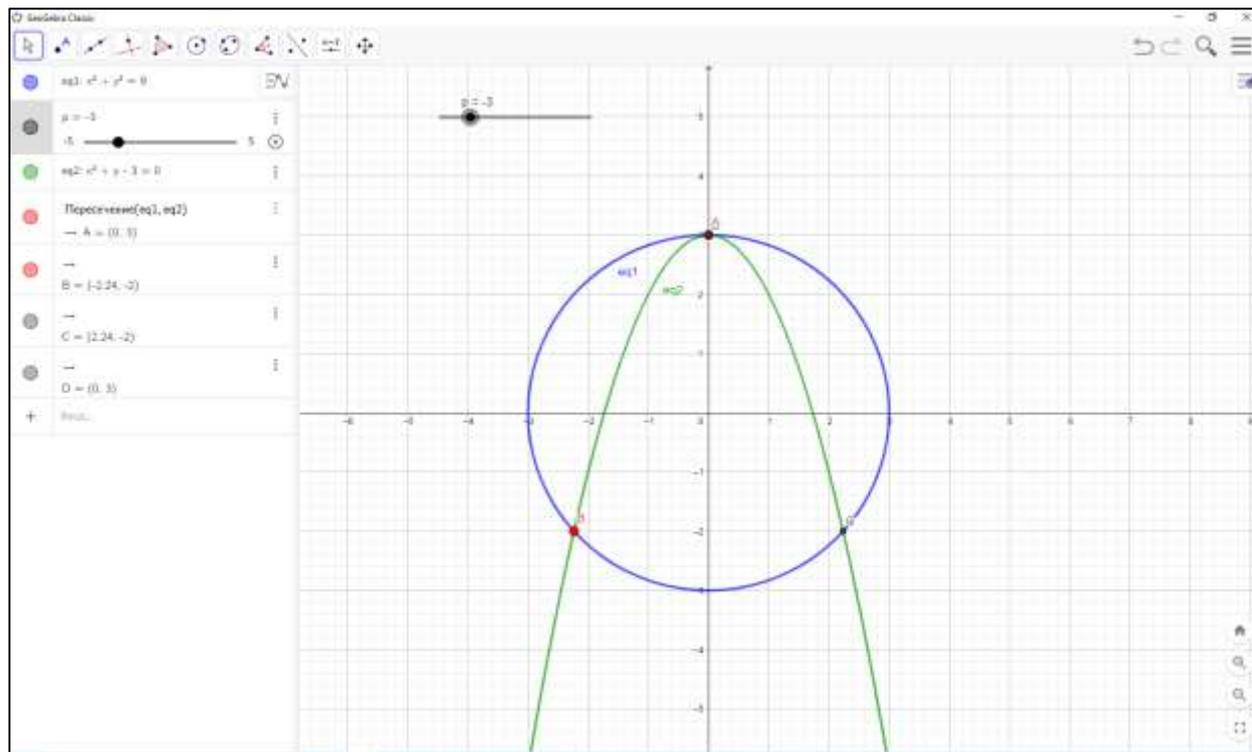


Используя анализ условия в № 4.9, составьте новую задачу.

При каких значениях параметра p система уравнений

- а) не имеет решений;
- б) имеет три решения?

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x^2 + y + p = 0 \end{cases}$$



УМК «Лаборатория А.Г. Мордковича»





профессор МГПУ, доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, научный руководитель Международного семинара преподавателей математики педвузов (1987 г.-н.в.);

имеет награды: Премия Президента РФ в области образования, заслуженный деятель науки РФ, Отличник народного образования, Медаль К.Д.Ушинского.

Павел Владимирович Семёнов



профессор факультета математики НИУ ВШЭ, доктор физико-математических наук, профессор, член Федеральной предметной группы по разработке КИМ для ЕГЭ по математике (2001-2007 гг), разработчик заданий с развернутым ответом, автор более 20 учебно-методических пособий по подготовке учащихся к ЕГЭ и подготовке экспертов к проверке работ учащихся;

имеет награды: Почётный работник высшего профессионального образования РФ; Почетная грамота Министерства образования РФ.

Лидия Александровна Александрова



учитель математики, методист ГБОУ Школы 1317 г. Москва, учитель высшей категории, член предметной комиссии по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ЕГЭ по математике;

имеет награды: Отличник народного просвещения РФ.

Елена Львовна Мардахаева



заведующий лабораторией математики ГК «Просвещение», кандидат педагогических наук, доцент, председатель предметной комиссии ЕГЭ по математике Московской области (2006-2007 гг); член-корреспондент Международной академии научного педагогического образования (МАНПО);

имеет награды: Грант Москвы в сфере образования; Почётная грамота Министерства образования Московской области.

Отличительные особенности УМК «Лаборатория А.Г. Мордковича»



Курс построен на основе приоритетности функционально-графической линии, математическое моделирование является идейным стержнем.

Учебник и задачник соединены в одну книгу.

Порядок тем соответствует ПООП, отражает психологические особенности обучающихся.

Выстроена вероятностно-стохастическая линия в тесной взаимосвязи с основным содержанием.

Каждая глава содержит разделы «Повторение», «Итак, в Главе...», «Вопросы», «Дополнительные задачи», «Из истории математики».

Трёхуровневая система заданий отражает требования ФГОС ОО, итоговой аттестации. Добавлены задачи практического содержания, высокого уровня сложности.

Включён материал, рекомендованный к изучению с использованием ИТ-средств.

Алгебра, 7-9 классы
Алгебра и начала математического анализа,
10-11 классы

Включены в Федеральный перечень

- Учебники
- ЭФУ
- Примерные рабочие программы
- Методические пособия для учителя
- Рабочие тетради
- Контрольные работы
- Самостоятельные и проверочные работы
- Алгебраические практикумы





Упражнения располагаются от простого к высокому, трёх уровней сложности:
базового,
повышенного,
высокого.

- 1.6.** а) При каких значениях параметра a пара чисел $(-2; 1)$ является решением уравнения $ax^2 + a^2y = 5$?
б) При каких значениях параметров p и q пара чисел $(1; -2)$ является решением каждого из данных уравнений $px + 2y = q$ и $4x + qy = 2p$?

Найдите целочисленные решения уравнения.

- 1.7.** а) $3x + 2y = 7$; г) $3x - 2y = 7$;
б) $4x - 5y = 19$; д) $3x - 5y = 13$;
в) $7x - 3y = 10$; е) $5x + 7y = 3$.
- 1.8.** а) $9x^2 - 4y^2 = 5$; г) $x^2 - 9y^2 = 7$;
б) $xy = 2x + y$; д) $xy - 2y = 3x$;
в) $2x^2 + xy - y^2 = 5$; е) $3x^2 - 2xy = y^2 - 5$.
- 1.9.** а) Найдите двузначное число, которое в 6 раз больше суммы своих цифр.
б) Найдите двузначное число, которое равно сумме утроенного числа десятков и квадрата единиц.

- 1.2.** Укажите пары чисел, которые являются решением уравнения $(x - 1)^2 - 2y^2 = 1$:
а) $(1; 2), (-1; 1), (2; 0)$;
б) $(4; -2), (-2; 0), (1; 1)$;
в) $(6; 2\sqrt{3}), (-3; \sqrt{2}), (7; 3\sqrt{2})$;
г) $(3; -1), (-2; 2), (-1; -2)$;
д) $(-2; -2), (4; 1), (3; 2)$;
е) $(-4; -2\sqrt{3}), (1 + \sqrt{3}; 1), (3; \sqrt{2})$.

- 1.3.** Решите уравнение:
а) $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 0$;
б) $\sqrt{2x - 3} + \sqrt{3y + 6} = 0$;
в) $\sqrt{x - 3} + |y^2 - 4| + \sqrt{2x + 5} = 0$;
г) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 0$;
д) $\sqrt{3x + 9} + \left| \frac{1}{2}y - 3 \right| = 0$;
е) $\sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{3y + 6} + |0,3z - 3| = 0$.

Есть ли среди представленных уравнений пары равносильных уравнений? Назовите их, объясните свой выбор.

- 1.4.** а) $4x - 3y - 18, x - 0,75y + 6, y - 6 - 1\frac{1}{3}x$;
б) $x^2 + y - 2x + 3 = 0, y = -2 - (x - 1)^2, x = \sqrt{y - 2} + 1$;
в) $xy = -6, y = -\frac{6}{x}, xy + 4 = -2$;
г) $2x + 3y - 9, y = 3 - \frac{2}{3}x, x = 3 + 1,5y$;
д) $x^2 + y - 4x + 2 = 0, y = (x - 2)^2 + 2, x = \sqrt{y - 2} + 2$;
е) $xy = 8, y = \frac{8}{x}, xy - 5 = 3$.
- 1.5.** а) $\frac{x^2 - 9y^2}{x + 4y} = 0, x^2 - 9y^2 = 0, x - 3y = 0$;
б) $\sqrt{3x + y} = 2, 3x + y = 4, |3x + y| = 2$;
в) $\frac{x^2 + 12xy + 36y^2}{x + 6y} = 0, x^2 + y^2 + 1 = 0, x + 6y = 0$;



В конце каждого параграфа выделены упражнения для повторения

Упражнения для повторения

3.22. Решите систему линейных уравнений:

$$\begin{array}{ll}
 \text{а) } \begin{cases} 2x - 3y = -3, \\ x - 3y = -9; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} -7x + 4y = 9, \\ 3x - y = -6; \end{cases} \\
 \text{б) } \begin{cases} 3x + y = -12, \\ 2x - 3y = -8; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} 2x + 5y = 42, \\ 3x - y = 12. \end{cases}
 \end{array}$$

3.23. Расположите числа в порядке возрастания:

$$\begin{array}{ll}
 \text{а) } 3, \sqrt{10}, 2\sqrt{3}, \frac{13}{4}; & \text{в) } 2, \frac{\sqrt{13}}{2}, \sqrt{3}, \frac{18}{11}; \\
 \text{б) } -5, -\frac{14}{3}, -2\sqrt{7}, -\sqrt{26}; & \text{г) } -4\sqrt{3}, -3\sqrt{7}, -5\sqrt{2}, -7.
 \end{array}$$

3.24. а) Дано уравнение $x^2 + 2px - 32 = 0$. При каком значении параметра p один из корней уравнения равен 4? Найдите второй корень уравнения.

б) Дано уравнение $x^2 - 5x + p = 0$. При каком значении параметра p один из корней уравнения равен 8? Найдите второй корень уравнения.

3.25. Из города A в город B , находящийся на расстоянии 240 км от A , выехал автобус со скоростью 54 км/ч. Через 40 мин вслед за ним выехал автомобиль со скоростью 90 км/ч. Прибыв в B , автомобиль тотчас повернул обратно. На каком расстоянии от A автомобиль на обратном пути встретился с автобусом?

§ 4. Основные понятия, связанные с системами двух уравнений с двумя переменными

ИКТ

2.7.

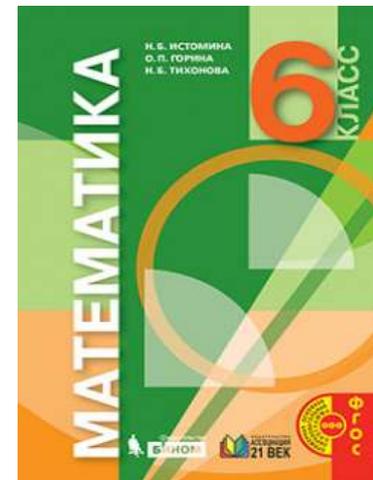
$$\begin{array}{l}
 \text{а) } (\sqrt{x} - y)(y - x^2) = 0; \\
 \text{б) } (|x| + y - 2)(xy - 2y - 4) = 0; \\
 \text{в) } (|x + 1| - y - 2)(\sqrt{x} - y) = 0; \\
 \text{г) } (xy - 6)(y + \sqrt{x}) = 0; \\
 \text{д) } (2 - 0,5x^2 - y)(y - |x + 2|) = 0; \\
 \text{е) } (|x| + y + 3)(\sqrt{x} - y - 2) = 0.
 \end{array}$$

Выделены задания, предназначенные для решения с использованием ИТ-средств



Математика, 5-6 классы

Авторы: Н.Б.Истомина,
О.П.Горина, Н.Б.Тихонова



Включены в Федеральный перечень



- Учебники
- Рабочие тетради
- Тестовые задания
- Методические пособия для учителя
- Пособия для внеурочной деятельности: «Наглядная геометрия», «Учимся решать комбинаторные задачи»





Главная

Об авторском коллективе

Материалы к урокам

Где купить УМК А.Г.Мордковича и др.

Внеурочная деятельность 5-6 классы

Предпрофильная подготовка 7-9 классы

Профильное обучение 10-11 классы

Открытый урок с БИНОМ

IT-средства при обучении алгебре: методические рекомендации

Апробация УМК

Очные региональные семинары

Региональные семинары в формате онлайн

Вебинары

Электронные ресурсы

Курсы повышения квалификации

Обратная связь

Лаборатория математики: в помощь учителю

НОВОСТИ!

Приказом Министерства просвещения Российской Федерации от **31 мая 2021 года № 287** утверждён федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования.

Приказ № 287

*Сайт Лаборатории
математики
ГК "Просвещение"*

Сайт для учителей
математики. Для тех,



+7 (495) 789-30-40

YKrylova@prosv.ru

Поиск по сайту

Найти

Каталог

Поиск книг

Новинки

[Новинки БИНОМ. Лаборатория знаний](#)
[Новинки БИНОМ Детства](#)

Система «Учусь учиться» Л.Г. Петерсон

[Мир открытый](#)
[Мир деятельности](#)
[Математика](#)

Дошкольное образование

[Раннее развитие](#)
[Читаем дома и в детском саду](#)
[Книги и тетради Елены Матвеевой](#)
[Учимся играя. Книги-игры](#)
[Книги Юлии Даниловой](#)
[Школа Натальи Теремковой](#)
[Школа развития МАЯК](#)
[Книги в дорогу. Досуг для выходных](#)
[Развитие речи](#)
[Учимся читать](#)
[Учимся писать](#)
[Учимся считать. Математика](#)
[Мир вокруг нас](#)
[Готовимся к школе](#)
[Программы дошкольного образования](#)
[Мир открытый](#)
[Английский язык](#)
[Ступеньки детства](#)
[Моя Москва](#)
[Развиваем таланты](#)

Начальная школа

[Система «Учусь учиться» Л.Г. Петерсон](#)
[Лидер-кейс](#)
[Система Д.Б. Эльконина-В.В. Давыдова](#)
[Система «Гармония»](#)
[Система Л.В. Занкова](#)
[Школа диалога](#)
[Информатика](#)
[Русский язык](#)
[Технология](#)
[Английский язык](#)
[Окружающий мир](#)
[Риторика](#)

Издательство «БИНОМ. Лаборатория знаний»

Опубликован обновленный федеральный перечень учебников

2 марта 2021 года опубликован Приказ № 766 Министерства просвещения Российской Федерации от 23.12.2020



В разделе **Документы** публикуются [законы](#), [официальные письма](#), [приказы Минобрнауки РФ](#), [образовательные стандарты](#), [примерные основные образовательные программы](#), [рекламные материалы Издательства](#), [официальные документы](#), [информационные письма](#).

Пользователям сайта: как получить полную информацию о книге



Основой всего нашего сайта является **каталог пособий** - полную структуру вы видите слева. Зайдя в нужный вам раздел, вы попадаете на подразделы с описанием, ведущие на перечень карточек книг, относящихся к тому или иному **УМК**. Перейдя по ссылке на карточку книги, вы сможете получить информацию об этом пособии и заказать его в интернет-магазине. Из карточки пособия, с помощью круга-пиктограммы, вы сможете перейти в **авторскую мастерскую**, скачать **программу**, **методическое пособие**, а также ознакомиться с авторскими материалами к урокам, получить возможность принять участие в конкурсах и вебинарах, посмотреть их записи, изучить рекламные листовки Издательства и многое другое.

Новости



24.06.2021 **Поздравляем с юбилеем, с 75-летием Льва Элевича Генденштейна!**

УВАЖАЕМЫЙ ЛЕВ ЭЛЕВИЧ! С ЮБИЛЕЕМ!

Желаем Вам неиссякаемого вдохновения, крепкого здоровья и удачи во всех Ваших начинаниях!

Желаем, чтобы Вы по-прежнему были энергичны и активны, и пусть каждый новый день приносит Вам большие и маленькие радости.

Пусть Ваши оригинальные задумки всегда находят энтузиазм и помощь, а любовь к жизни только растёт!

Приказ № 766 от 23.12.2020



О внесении изменений в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, утверждённый приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 20.05.2020 г. № 254

1.1.2.4.1.11.1 1.1.2.4.1.11.2	Математика	Истомина Н.Б., Горина О.П., Тихонова Н.Б.	5 6	АО «Издательство «Просвещение»	Конобеева Т.А., Бондаренко Р.А., Кожанова А.П., Павлова Л.А.	До 1 июля 2025 года
1.1.2.4.1.3.1 1.1.2.4.1.3.2	Математика	Петерсон Л.Г., Дорофеев Г.В.	5 6	ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»; АО «Издательство «Просвещение»		От 20 мая 2020 года № 254
1.1.2.4.2.13.1 1.1.2.4.2.13.2 1.1.2.4.2.13.3	Алгебра	Мордкович А.Г., Семенов П.В., Александрова Л.А., Мардахаева Е.Л.	7 8 9	ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»; АО «Издательство «Просвещение»		От 20 мая 2020 года № 254
1.1.2.4.2.11.1 1.1.2.4.2.11.2 1.1.2.4.2.11.3	Алгебра	Петерсон Л.Г., Агаханов Н.,Х., Петрович А.Ю. и др.	7 8 9	ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»; АО «Издательство «Просвещение»		От 20 мая 2020 года № 254
1.1.2.4.3.10.1 1.1.2.4.3.10.2 1.1.2.4.3.10.3	Геометрия	Смирнов В.А., Смирнова И.М.	7 8 9	ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»; АО «Издательство «Просвещение»		От 20 мая 2020 года № 254
1.1.3.4.1.25.1 1.1.3.4.1.25.2	Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа	Мордкович А.Г., Семенов П.В., Александрова Л.А., Мардахаева Е.Л.	10 11	АО «Издательство «Просвещение»	Польшакова О.Е., Еремченко И.А., Кожанова А.П., Кочагина М.Н.	До 28 июня 2025 года



**Спасибо за внимание!
Удачи в делах!**

Адрес обратной связи:

kaf.matematika@gmail.com

Авторский сайт:

<https://elenamard.jimdo.com/>

Сайт издательства:

<http://lbz.ru/>

Мы готовы к диалогу!

