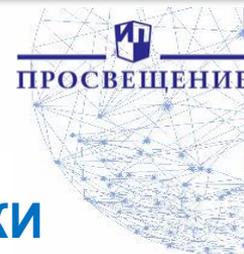




НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики»  
ФЕДЕРАЛЬНАЯ ИННОВАЦИОННАЯ ПЛОЩАДКА СДП  
ГРУППА КОМПАНИЙ «ПРОСВЕЩЕНИЕ»



**9 КЛАСС**

**ЦИКЛ ВЕБИНАРОВ «ШАГ ЗА ШАГОМ»  
ПО НЕПРЕРЫВНОМУ КУРСУ МАТЕМАТИКИ  
«УЧУСЬ УЧИТЬСЯ» (ДО–НО–ОО) Л.Г. ПЕТЕРСОН**

**ВЕБИНАР № 2  
для учителей  
МАТЕМАТИКИ**

**9 КЛАСС.**

**ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ.  
РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИЯ**



**Баханова Ольга Васильевна,**  
методист Института СДП



  
ПРОСВЕЩЕНИЕ



НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики»  
ФЕДЕРАЛЬНАЯ ИННОВАЦИОННАЯ ПЛОЩАДКА СДП  
ГРУППА КОМПАНИЙ «ПРОСВЕЩЕНИЕ»



## Людмила Георгиевна Петерсон

доктор педагогических наук, профессор,  
лауреат Премии Президента РФ  
в области образования,  
академик Международной академии наук  
педагогического образования,  
*автор дидактической системы и  
технологии деятельностного метода,  
автор надпредметного курса  
«Мир деятельности»,  
автор непрерывного курса математики  
"Учусь учиться" (от 3 до 15 лет),  
научный руководитель Института СДП и  
образовательной системы  
"Учусь учиться"*



## ВОПРОСЫ



*... Понравилось, как на вебинаре говорили о создании среды доверия. Пришла в свой 9 «Б» – дети учатся хорошо, но глаза не горят, домашнюю работу выполняют формально. С чего начать, ведь впереди целый учебный год, экзамены?*

*Виктория Николаевна,  
г. Братск*



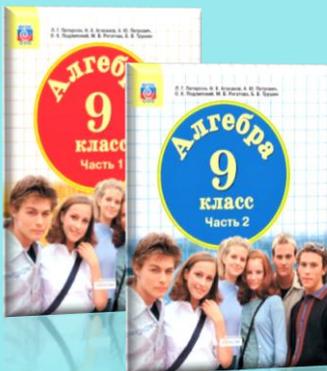
*Есть ли самостоятельные и контрольные работы к учебнику алгебры 9 класса Л.Г. Петерсон?*

**[bakhanova@sch2000.ru](mailto:bakhanova@sch2000.ru)**

*Игорь Львович,  
Нижний Новгород*



## МЕТОДИЧЕСКОЕ СОПРОВОЖДЕНИЕ



**Березкина Светлана Валерьевна**  
кандидат физико-математических наук,  
старший методист НОУ ДПО  
«Институт системно-деятельностной педагогики»  
[berezkina@sch2000.ru](mailto:berezkina@sch2000.ru)



**Грушевская Лилия Аркадьевна**  
старший методист НОУ ДПО  
«Институт системно-деятельностной педагогики»  
[grushevskaya@sch2000.ru](mailto:grushevskaya@sch2000.ru)



**Баханова Ольга Васильевна**  
методист НОУ ДПО  
«Институт системно-деятельностной педагогики»  
[bakhanova@sch2000.ru](mailto:bakhanova@sch2000.ru)



# ПЛАНИРОВАНИЕ 9 класс (3 ч в неделю (102 ч))

Часть 1			
9 класс			
Глава 1. Развитие математической теории (17 ч)			
§ 1. Элементы комбинаторики и теории вероятностей (17 ч)			
12	1.1.4	Применение комбинаторики при решении вероятностных задач. Геометрическая вероятность.	ОНЗ
13	1.1.4	Применение комбинаторики при решении вероятностных задач. Геометрическая вероятность.	ОНЗ
14	1.1.4	Применение комбинаторики при решении вероятностных задач. Геометрическая вероятность. <b>С–3</b>	Р
15	1.1.1–1.1.4	Задачи для самоконтроля к главе 1. <b>С</b>	РТ
16–17	1.1.1–1.1.4	<b>Контрольная работа № 2.</b>	ОК

## ◆ Изучая новое, повторяем!

Решение квадратных уравнений, решение задач методом математического моделирования, применение теоремы Виета, разложение на множители квадратного трехчлена, исследование корней квадратного уравнения с параметром.



# ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ»

**Определение.** *Теория вероятностей* раздел математики, изучающий *способы прогнозирования случайных событий*.

8 класс

*Достоверные, невозможные и случайные события.*

Понятие *частоты*, как статистического показателя, и

*способ нахождения частоты случайного события*

$$W(A) = \frac{M}{N}$$

$W(A)$  частота события  $A$

$M$  - число испытаний,

в которых событие  $A$  произошло

$N$  - все проведенные испытания

*Равновозможные события, о совместные и несовместные события.*

**Классическое определение вероятности события.**

**Вероятностью случайного события** называют отношение числа благоприятных исходов к числу всех возможных исходов (для испытаний с равновозможными попарно несовместными исходами).

$$p(A) = \frac{m}{n}$$

$p(A)$  – вероятность случайного события,

$m$  – количество возможных благоприятных исходов,

$n$  – количество всех возможных исходов.





# ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ»

**Определение.** *Теория вероятностей* раздел математики, изучающий *способы прогнозирования случайных событий*.

8 класс

*Статистическая вероятность события*

**Статистической вероятностью** случайного события  $A$  называется число, около которого принимает значения частота этого события **при достаточно большом числе испытаний**.

$$W(A) = 0,505$$

$$p_{\text{стат.}} \approx 0,505.$$

Классическая вероятность вычисляется *по формуле без проведения каких-либо испытаний*.  
Статистическая вероятность, напротив, вычисляется *эмпирически после проведения большого числа испытаний*.



# ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ»

9 класс

ЦЕЛЬ: решение задач поиск вероятности организовать через применение комбинаторных и геометрических рассуждений.

Урок 12

- ◆ **постановка** новой интересной учащимся **задачи**, решение которой *невозможно известными методами*

**Задача.** Из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 наугад составляется шестизначное число (каждая цифра используется один раз). Чему равна вероятность того, что полученное число будет делиться на 25?

- ◆ **уточнение** того, что именно пока недоступно для решения задачи;



# ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ»

- ◆ **поиск идеи** (способа) решения новой конкретной задачи с опорой на имеющиеся к этому моменту у учащихся знания и применение найденного подхода к ее решению;

## Задача 1.

**66** Решите задачи:

- 1) В ряд выложили красный, синий и зелёный шары. Сколько различных вариантов возможно получить? Сколько среди них вариантов, в которых красный и синий шары окажутся рядом?
- 2) В ряд выложили красный, синий и зелёный шары. Чему равна вероятность того, что красный и синий шары окажутся рядом?

Как связаны эти задачи между собой?

*Решение.* 1)  $3! = 6$  вариантов можно получить, раскладывая  шары. Среди них 4 варианта, в которых красный и синий шары окажутся рядом.

$$2) p(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$



# ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ»

- ◆ **поиск идеи** (способа) решения новой конкретной задачи с опорой на имеющиеся к этому моменту у учащихся знания и применение найденного подхода к ее решению;

## Задача 2.

**67** Решите задачу: «В мешок положили четыре карточки с буквами «О», «Р», «М», «Е». Из мешка их вытаскивают по одной карточке и записывают вытасщенные буквы подряд. Чему равна вероятность того, что в итоге записи получится слово «МОРЕ»?»

Знания из какого раздела математики помогли вам найти общее число исходов этого испытания? Сделайте вывод.

*Решение.* 1)  $4! = 24$  «слова» может получиться .

24 - общее число исходов этого испытания.

2) Слово «МОРЕ» – это благоприятное событие, оно возможно 1 раз.

$$p(A) = \frac{1}{24}$$



# ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ»

- ◆ **обобщение** этого подхода в виде метода, позволяющего решать целый класс подобных задач;

**Вывод:** Если общее число исходов и число исходов, благоприятствующих событию **велико** – используются **комбинаторные** рассуждения и формулы.

- ◆ подробный разбор значительного количества **примеров** применения метода, начиная от простейших и заканчивая содержательными задачами высокого уровня сложности.

**70** Какова вероятность угадать все 6 чисел в лотерее «6 из 49»?

*Решение.*

1)  $C_{49}^6$  - множество всех исходов равно количеству наборов по 6 элементов из 49 (порядок чисел в наборе значения не имеет);

2) 1 из этих наборов – множество благоприятных исходов

$$\begin{aligned} p = 1 : C_{49}^6 &= 1 : \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = \\ &= \frac{1}{49 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 3 \cdot 44} = \frac{1}{13983816} \approx 0,00000007 \end{aligned}$$



# ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ»

- ◆ **постановка** новой интересной учащимся задачи, решение которой *невозможно известными методами*

Урок 13

## Задача 1.

Коля проснулся ночью и взглянул на часы. Какова вероятность того, что минутная стрелка показывала в момент пробуждения на промежуток между 10 и 20 минутами?

- ◆ **уточнение** того, что именно пока недоступно для решения задачи;



До сих пор мы рассматривали задачи, в которых исходы испытаний образуют конечное множество.

Здесь же для каждого часа *бесконечное* число благоприятных исходов  $t \in [10; 20]$  выбирается из также *бесконечного* общего числа исходов  $t \in [0; 60]$



# ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ»

- ◆ **поиск идеи** (способа) решения новой конкретной задачи с опорой на имеющиеся к этому моменту у учащихся знания и применение найденного подхода к ее решению;

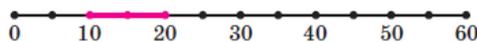
## Задача 2.

**75** 1) На отрезке  $AB$  длиной 20 см выбраны точки  $C$  и  $D$  так, что  $AC = 5$  см, а  $CD = 4$  см. Найдите вероятность того, что произвольно выбранная точка отрезка лежит: а) на отрезке  $CD$ ; б) на отрезке  $AC$ ; в) не на отрезке  $AD$ .



**Решение.** а)  $p = 4 : 20 = 0,2$  - отношение длины «благоприятного» отрезка  $CD$  к длине всего отрезка  $AB$

б)  $p = 5 : 20 = 0,25$ .      в)  $p = 11 : 20 = 0,55$ .



$$p(A) = \frac{20-10}{60} = \frac{1}{6}$$

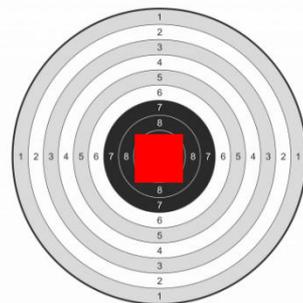


# ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ»

- ◆ **обобщение** этого подхода в виде метода, позволяющего решать целый класс подобных задач;

**ВЫВОД:** Если общее число исходов и число исходов, благоприятствующих событию **бесконечно** – используются *геометрические* рассуждения и формулы.

- ◆ подробный разбор значительного количества **примеров** применения метода, начиная от простейших и заканчивая содержательными задачами высокого уровня сложности.



76

Стрелок, не целясь, стреляет в мишень, площадь которой составляет  $300 \text{ см}^2$ , и попадает в неё. В центре этой мишени расположен маленький квадрат со стороной  $10 \text{ см}$ . Найдите вероятность того, что стрелок попал именно в этот квадрат.



# Глава 1. § 1. Элементы комбинаторики и теории вероятностей.

9 класс

◆ Самостоятельные работы

Уроки 14-15

## САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 3

1.1.4

Применение комбинаторики при решении вероятностных задач. Геометрическая вероятность

*Вариант 1*

С-3

### *Обязательная часть*

1. В коробке 16 одинаковых радиоламп, 5 из которых были в употреблении. В течение рабочего дня мастеру для ремонта аппаратуры пришлось взять две радиолампы. Какова вероятность того, что обе взятые лампы не были в употреблении? Ответ округлите до сотых.
2. На отрезке  $AB$  длиной 15 см выбраны точки  $C$  и  $D$  так, что  $AC = 7$  см, а  $CD = 4$  см. Найдите вероятность того, что произвольно выбранная точка отрезка  $AB$  лежит на отрезке  $CD$ .

### *Дополнительная часть*

1. В мешок положили десять карточек с тремя буквами «Т», с двумя буквами «А», с двумя буквами «С», с двумя буквами «И», с одной буквой «К». Из мешка их вытаскивают по одной карточке и записывают вытасканные буквы подряд. Чему равна вероятность того, что в итоге записи получится слово «СТАТИСТИКА»?
2. В урне 13 шаров: 9 белых и 4 красных. Вынули два шара. Какова вероятность, что оба шара белые?



# Глава 1. § 1. Элементы комбинаторики и теории вероятностей.



◆ Самостоятельные работы

◆ ИНСТРУМЕНТЫ САМОПРОВЕРКИ

<i>Подробный образец</i>	<i>Эталон</i>
<p><b>№1.</b> Общее число исходов равно количеству способов, которыми можно выбрать 2 радиолампы из 16. Оно равно</p> $C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{1 \cdot 2} = 120 \quad .$ <p>Число благоприятных исходов равно числу способов выбора 2 радиоламп из 11, не бывших в употреблении:</p> $C_{11}^2 = \frac{11 \cdot 10}{1 \cdot 2} = 55 \quad .$ <p>Значит, искомая вероятность равна <math>p(A) = \frac{55}{120} = 0,458... \approx 0,46</math> .</p> <p><i>Ответ:</i> вероятность того, что две взятые радиолампы не были в употреблении, равна 0,46.</p>	<p>Если общее число исходов и число исходов, благоприятствующих событию: <b>велико</b> – используются <b>комбинаторные</b> рассуждения и формулы.</p>



# Глава 1. § 1. Элементы комбинаторики и теории вероятностей.

## Вариант 1

## ◆ Контрольная работа № 2

К–2

### Обязательная часть

1. На конференцию в Москву приехали 5 учёных из Санкт-Петербурга, 4 из Красноярска, 3 из Киева, 4 из Минска, 6 из Казани, 7 из Новосибирска. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что последним будет выступать учёный из Новосибирска.
2. На отрезке  $PQ$  выбрана точка  $R$  так, что  $PR = 18$  мм. а  $RQ = 15$  мм. Найдите вероятность того, что произвольно выбранная точка отрезка  $PQ$  будет лежать на отрезке  $PR$ .
3. В конкурсе принимает участие 15 человек. Сколькими способами можно присудить первую, вторую и третью премии?
4. Для проведения фестиваля авторских песен школьников были приглашены 16 ребят всех школ города. Сколькими способами организатор праздника может выбрать 10 выступлений для первого отделения концерта?
5. Сколько различных четырехзначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5 (цифры в записи числа не повторяются)?



# Глава 1. § 1. Элементы комбинаторики и теории вероятностей.

## Вариант 1

### Дополнительная часть

Уроки 16-17

1. Из 60 вопросов, входящих в экзаменационные билеты по геометрии, девятиклассник подготовил 50. Какова вероятность того, что взятый им наудачу билет, содержащий 2 вопроса, будет состоять из подготовленных им вопросов? Ответ округлите до сотых.
2. ● Докажите методом математической индукции, что  $11^{2n} - 1$  делится на 6.

	Количество баллов за каждое задание	Отметка
Обязательная часть	1. 4 балла	«5» – 21–22 балла «4» – 17–20 баллов «3» – 11–16 баллов
	2. 4 балла	
	3. 4 балла	
	4. 5 баллов	
	5. 5 баллов	
Дополнительная часть	1. 6 баллов	«5» – 5–6 баллов ● «5» – 11–12 баллов
	2. ● 6 баллов	



# РАЗВИТИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЛИНИИ В НЕПРЕРЫВНОМ КУРСЕ «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ» 1 – 9 кл.

ДО	НШ	5–6	7–9
<p>Развитие мышления, закономерности.</p> <p>Представления о величинах длина, масса, объём.</p> <p><b>Практические измерения</b> разными мерками. <b>!</b></p> <p>Зависимость результата измерения от величины мерки. <b>!</b></p>	<p>Величины – измерение, наблюдение зависимостей. <b>!</b></p> <p>Зависимости <math>s = vt</math>, <math>C = an</math>, <math>A = wt</math>, и их обобщение <math>a = bc</math>. <b>!</b></p> <p>Диаграммы. Числовой луч. <b>!</b></p> <p>Координатный угол, графики движения. <b>!</b></p> <p>Выражение зависимостей с помощью <b>формул, таблиц, графиков.</b> <b>!</b></p>	<p>Переменная. Прямая и обратная пропорциональности, их взаимосвязь, способы задания. <b>!</b></p> <p>Координатная прямая и плоскость. <b>!</b></p> <p>Зависимости величин в <b>реальных процессах</b>, их графики. <b>!</b></p> <p><b>Представление</b> о функциональной зависимости (функции). <b>!</b></p>	<p><b>!</b></p> 

**ПРИНЦИП НЕПРЕРЫВНОСТИ**



# РАЗВИТИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЛИНИИ В НЕПРЕРЫВНОМ КУРСЕ «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ» 1 – 9 кл.

5-6 классы

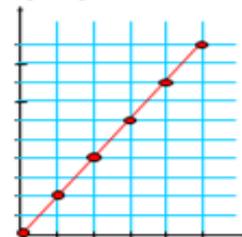
■ Формирование умения заполнить таблицу, построить формулу по описанию, применить формулу, чтения графиков движения

Формула  $s = 2t$

Таблица

$t$	0	1	2	3	4	5
$s$	0	2	4	6	8	10

График



■ Изучают прямую и обратную пропорциональности

$$s = 2 \cdot t \quad s = 5 \cdot t \quad \dots \quad C = 9 \cdot n \quad C = 4 \cdot n \quad \dots \quad A = 6 \cdot t \quad A = 8 \cdot t \dots$$

$$s = v \cdot t$$

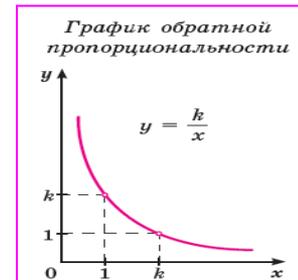
$$C = a \cdot n$$

$$A = w \cdot t$$

$$a = b \cdot c$$

$$y = k \cdot x$$

$$y = \frac{k}{x}$$



■ Формируется умение проводить математические обобщения

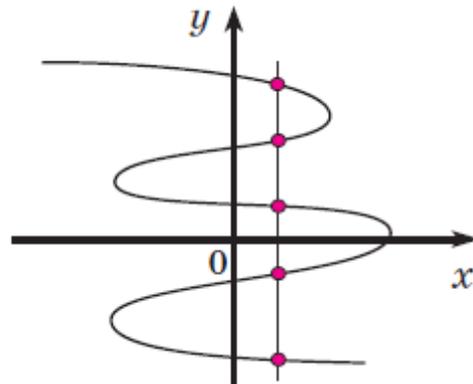
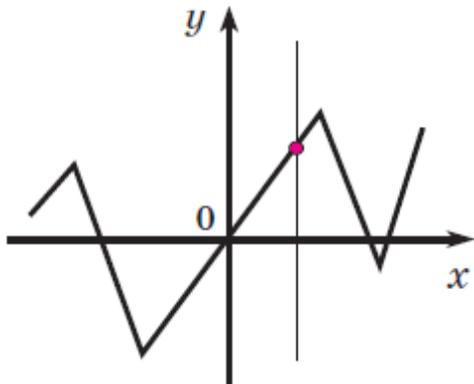
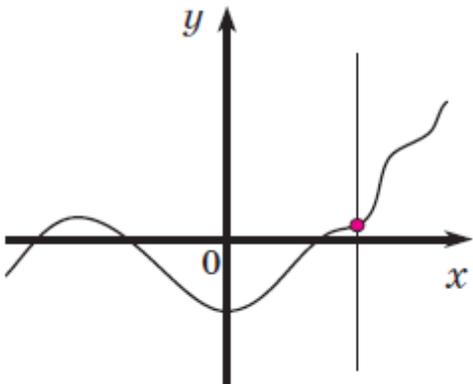


# РАЗВИТИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЛИНИИ В НЕПРЕРЫВНОМ КУРСЕ «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ» 1 – 9 кл.

6 класс

▪ Формируется представление о функциональной зависимости

Зависимость переменной  $y$  от переменной  $x$ , при которой каждому значению  $x$  соответствует единственное значение  $y$ , стали называть **функциональной зависимостью**, или **функцией**.



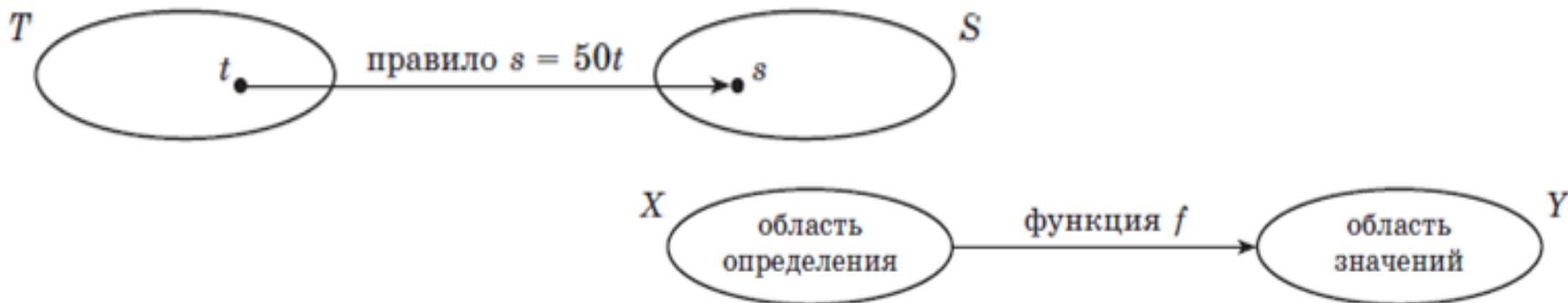


# РАЗВИТИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЛИНИИ В НЕПРЕРЫВНОМ КУРСЕ «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ» 1 – 9 кл.

7, 8 класс

- Уточняется определение функции

**Функцией**  $y = f(x)$  называется **правило**  $f$ , по которому **каждому** элементу  $x$  из некоторого множества  $X$  ставится в соответствие **единственный** элемент  $y$  из множества  $Y$ . Множество  $X$  при этом называется **областью определения**, а множество  $Y$  – **областью значений** данной функции.





# РАЗВИТИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЛИНИИ В НЕПРЕРЫВНОМ КУРСЕ «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ» 1 – 9 кл.

7 класс

Знакомятся с **линейной** функцией и ее свойствами, как методом, описывающим линейные процессы; выявляют, что **прямая пропорциональность** – частный случай линейной функции; знакомятся с вариативными подходами построения графика линейной функции

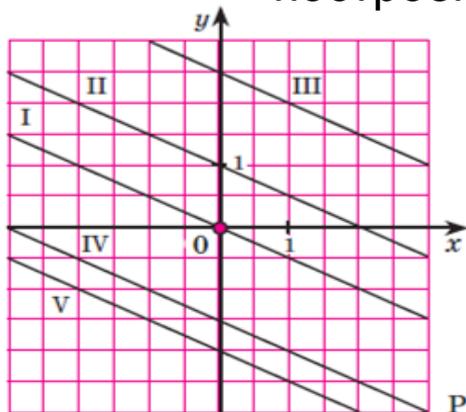


Рис. 12

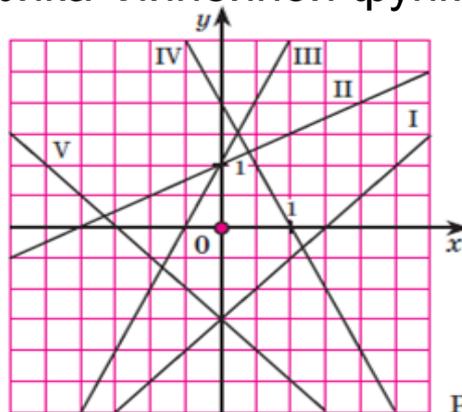
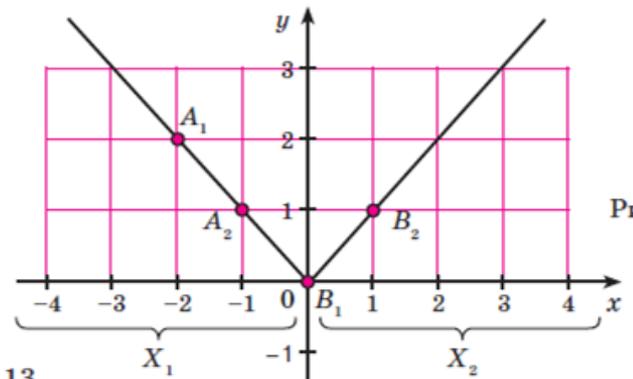


Рис. 13



213 Постройте графики функции  $y = f(x)$ :

а)  $f(x) = |x + 1| - |x - 2|$ ;

д)  $f(x) = -|1 - x| - |x - 2|$ ;



**РАЗНОУРОВНЕВОЕ  
ОБУЧЕНИЕ**



# РАЗВИТИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЛИНИИ В НЕПРЕРЫВНОМ КУРСЕ «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ» 1 – 9 кл.

7 класс

Учатся строить и читать график кусочно-линейной функции

$$y = \begin{cases} 4x - 5, & \text{если } x \geq 2; \\ x + 1, & \text{если } -2 \leq x < 2; \\ -15 - 7x, & \text{если } x < -2. \end{cases}$$

1)  $X_1 = (-\infty; -2)$ ;  $X_2 = [-2; 2)$ ;  $X_3 = [2; +\infty)$

2) -3)

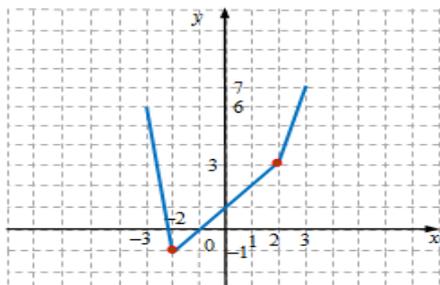
$x$	-4	-3
$y$	13	6

$x$	-2	0
$y$	-1	1

$x$	2	3
$y$	3	7

4) (-4; 13); (-3; 6); (-2; -1); (0; 1); (2; 3); (3; 7)

5) -6)



№ 284 (б).

$$f(x) = -|7 - x| - |x - 6|$$

Если  $x < 6$ , то

$$f(x) = -(7 - x) - (6 - x) = -7 + x - 6 + x = 2x - 13.$$

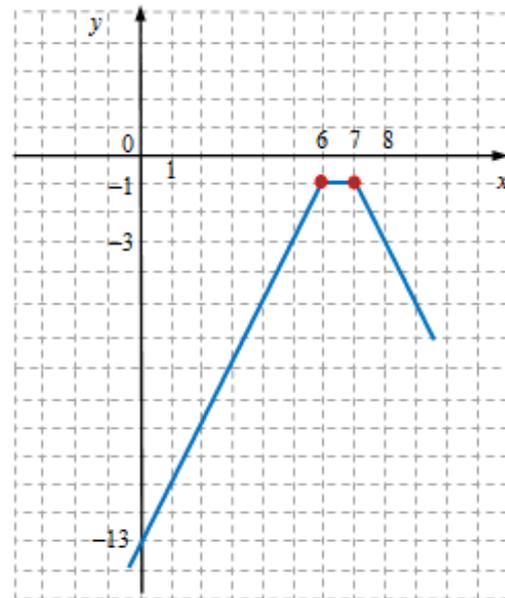
Если  $6 \leq x \leq 7$ , то

$$f(x) = -(7 - x) - (x - 6) = -7 + x - x + 6 = -1.$$

Если  $x > 7$ , то

$$f(x) = -(x - 7) - (x - 6) = -x + 7 - x + 6 = -2x + 13.$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 13, & \text{если } x < 6 \\ -1, & \text{если } 6 \leq x \leq 7 \\ -2x + 13, & \text{если } x > 7 \end{cases}$$

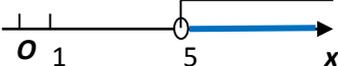
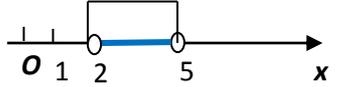
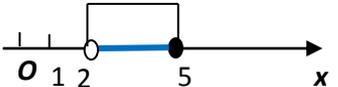
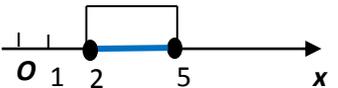




# РАЗВИТИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЛИНИИ В НЕПРЕРЫВНОМ КУРСЕ «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ» 1 – 9 кл.

7 класс

Учатся работать с числовыми промежутками

Название	Неравенство	Множество точек числовой прямой	Обозначение
Открытый луч	$x > 5$		$(5 ; + \infty)$
Замкнутый луч	$x \geq 5$		$[5 ; + \infty)$
Интервал	$2 < x < 5$		$(2; 5)$
Полуинтервал	$2 < x \leq 5$		$(2; 5]$
Отрезок	$2 \leq x \leq 5$		$[2; 5]$



# РАЗВИТИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЛИНИИ В НЕПРЕРЫВНОМ КУРСЕ «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ» 1 – 9 кл.

8 класс

- Знакомятся с нелинейными процессами и функциями их описывающими
- Практическая значимость

## СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ

$$y = x^2 \quad y = x^3$$

## ОБРАТНАЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ

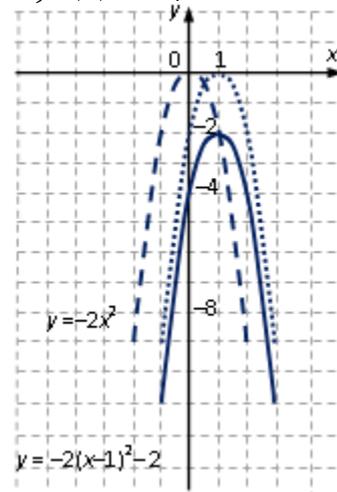
$$y = \frac{k}{x}$$

## ФУНКЦИЯ ВИДА $y = \sqrt{x}$

## КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ

$$y = ax^2 + bx + c, \text{ где } a \neq 0$$

- Вариативные способы построения графика квадратичной функции





# ПЛАНИРОВАНИЕ 9 класс (3 ч в неделю (102 ч))

9 класс

Глава 2. Развитие понятия функции (16 ч)

§ 1. Свойства функции (8 ч)

18	2.1.1	Множество точек на плоскости. Графики уравнений и неравенств.	ОНЗ
19	2.1.1	Множество точек на плоскости. Графики уравнений и неравенств. <b>С</b>	РТ
20	2.1.2	Общее понятие функции. Область определения и множество значений функции.	ОНЗ
21	2.1.2	Общее понятие функции. Область определения и множество значений функции. <b>С–4</b>	Р
22	2.1.3	Основные свойства функции.	ОНЗ
23	2.1.3	Основные свойства функции. <b>С</b>	РТ
24	2.1.1–2.1.3	Основные свойства функции. <b>С–5</b>	Р
25	2.1.1–2.1.3	Основные свойства функции. <b>С</b>	РТ

◆ Изучая новое, повторяем!

Эквивалентные множества, операции над множествами, количество решений системы линейных уравнений с двумя переменными, линейные неравенства и их системы, линейная функция, квадратичная функция, комбинаторика.



# ПЛАНИРОВАНИЕ 9 класс (3 ч в неделю (102 ч))

## 9 класс

### § 2. Исследование функций и построение графиков (8 ч)

26	2.2.2	Преобразования графиков функций.	ОНЗ
27	2.2.2	Преобразования графиков функций. <b>С–6</b>	Р
28	2.2.4	Преобразование графиков: симметрия относительно осей координат. График $y =  f(x) $ и $y = f( x )$ .	ОНЗ
29	2.2.4	Преобразование графиков: симметрия относительно осей координат. График $y =  f(x) $ и $y = f( x )$ . <b>С–7</b>	Р
30	2.2.2–2.2.4	Развитие понятия функции.	ПСЗ
31	2.1.1–2.2.4	Задачи для самоконтроля к главе 2. <b>С</b>	РТ
32–33	2.1.1–2.2.4	<b>Контрольная работа № 3.</b>	ОК

#### ◆ Изучая новое, повторяем!

Экспресс-тест № 2, стр. 104

Квадратный корень, преобразование выражений, их содержащих, решение уравнений с модулем, решение уравнений, сводящихся к квадратным, решение задач методом математического моделирования.



## ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

### СИСТЕМАТИЗИРУЕМ ИЗУЧЕННОЕ:

Урок 30\_ПСЗ



*Знать, чтобы предвидеть.*

*Огюст Конт (1798–1857)*

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ:**  $y = f(x)$  – функция с областью определения  $X$  и множеством значений из  $Y$ ,  $\Leftrightarrow \Leftrightarrow \forall x \in X \rightarrow \exists! y \in Y$

### **Определение.**

**Соответствие**  $f$  между множествами  $X$  и  $Y$  называется **функцией**, если каждому элементу  $x \in X$  соответствует единственный элемент  $y \in Y$ .

Множество  $X$  называется **областью определения** функции (обозначается  $D(f)$ ).

Множество элементов  $y \in Y$ , каждый из которых соответствует хотя бы одному  $x \in X$ , называется **множеством значений** функции (обозначается  $E(f)$ ).

Причём множества  $X$  и  $Y$  необязательно числовые



## ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

### СИСТЕМАТИЗИРУЕМ ИЗУЧЕННОЕ:

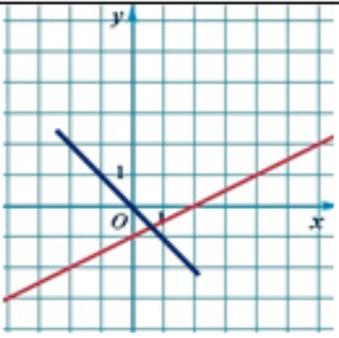
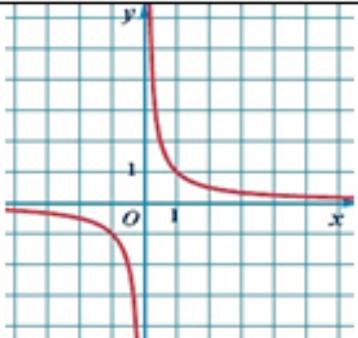
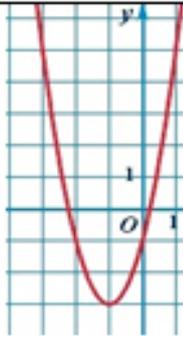
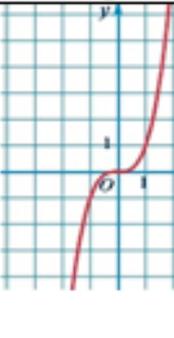
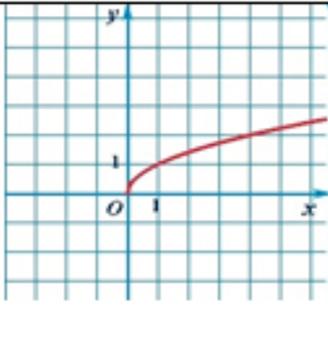
СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ	
<b>Область определения</b>	Множество $X$ называется <b>областью определения функции</b> (обозначается $D(f)$ ) - значения, которые может принимать аргумент. Легче определяется, исходя из формулы.
<b>Множество значений</b>	Множество элементов $y \in Y$ , каждый из которых соответствует хотя бы одному $x \in X$ , называется <b>множеством значений функции</b> (обозначается $E(f)$ ). Легче определяется исходя из графика.
<b>График функции</b>	Графиком числовой функции $y = f(x)$ , называется график соответствующего уравнения $y = f(x)$
<b>Нули функции</b>	- значения аргумента, при которых функция равна нулю $f = 0$ при $x = x_1$
<b>Интервалы знакопостоянства</b>	- промежутки, где функция сохраняет свой знак: «+» (положительна) или «-» (отрицательна) <i>Например, <math>f &gt; 0</math> при <math>x \in (x_1; x_2)</math>; <math>f &lt; 0</math> при <math>x \in (x_1; +\infty)</math></i>
<b>Интервалы возрастания</b>	- промежутки, где с увеличением значений $x$ значения функции увеличиваются. <i>Например, <math>f</math> возрастает при <math>x \in [x_1; x_2]</math></i>
<b>Интервалы убывания</b>	- промежутки, где с увеличением значений $x$ значения функции уменьшаются. <i>Например, <math>f</math> убывает при <math>x \in (-\infty; x_2]</math></i>
<b>Наибольшее и наименьшее значение функции</b>	<b>Наибольшее значение</b> - ордината верхней точки графика <b>Наименьшее значение</b> - ордината нижней точки графика



# ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

## СИСТЕМАТИЗИРУЕМ ИЗУЧЕННОЕ:

### ИЗВЕСТНЫЕ ФУНКЦИИ

Линейная (прямая пропорциональность) $y = kx + b$ ( $y = kx$ )	Обратная пропорциональность $y = \frac{k}{x}$	Квадратичная функция $y = ax^2 + bx + c$	Кубическая функция $y = x^3$	Квадратный корень $y = \sqrt{x}$
График – прямая	График – гипербола	График – парабола	График – кубическая парабола	График – ветвь параболы
				

Кусочно-заданные функции (кусочно-линейные функции)  
График скомбинирован из частей графиков различных функций



## ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

### СИСТЕМАТИЗИРУЕМ ИЗУЧЕННОЕ:

#### ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГРАФИКОВ

	Относительно оси ординат	Относительно оси абсцисс
<b>Параллельный перенос</b>	График функции $y = f(x) + h$ можно получить из графика $y = f(x)$ с помощью сдвига вдоль оси ординат на $h$ единиц вверх, при $h > 0$ , или на $ h $ единиц вниз, при $h < 0$	График функции $y = f(x - d)$ можно получить из графика $y = f(x)$ с помощью сдвига вдоль оси абсцисс на $d$ единиц вправо, при $d > 0$ , или на $ d $ единиц влево, при $d < 0$
<b>Сжатие или растяжение</b>	График функции $y = f(kx)$ , $k > 0$ можно получить из графика $y = f(x)$ с помощью: –растяжения графика $y = f(x)$ от оси ординат в $k$ раз ( $0 < k < 1$ ); –сжатия графика $y = f(x)$ к оси ординат в $k$ раз ( $k > 1$ )	График функции $y = kf(x)$ , $k > 0$ можно получить из графика $y = f(x)$ с помощью: –сжатия графика $y = f(x)$ к оси абсцисс в $k$ раз ( $0 < k < 1$ ); –растяжения графика $y = f(x)$ от оси абсцисс в $k$ раз ( $k > 1$ )



# ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

## СИСТЕМАТИЗИРУЕМ ИЗУЧЕННОЕ:

### ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГРАФИКОВ

#### Симметрия

График функции  $y = f(-x)$  можно получить из графика  $y = f(x)$  с помощью осевой симметрии относительно оси ординат

График функции  $y = -f(x)$  можно получить из графика  $y = f(x)$  с помощью осевой симметрии относительно оси абсцисс

График функции  $y = -f(-x)$  можно получить из графика  $y = f(x)$  с помощью центральной симметрии относительно начала координат

#### Функции с модулем

$$y = f(x) \rightarrow y = f(|x|)$$

- ① начертить часть вспомогательного графика  $y = f(x)$ , лежащую правее оси ординат;
- ② отразить эту часть симметрично оси ординат;
- ③ искомый график будет объединением множеств, изображенных в пунктах 1 – 2

$$y = f(x) \rightarrow y = |f(x)|$$

- ① начертить вспомогательный график  $y = f(x)$ ;
- ② часть графика, лежащую выше оси абсцисс, оставить неизменной;
- ③ часть графика, лежащую ниже оси абсцисс, отразить симметрично относительно этой оси;
- ④ искомый график будет объединением множеств точек, описанных в пунктах 2 – 3



# ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

## § 1. Свойства функции

- **Расширить** знания учащихся о графиках уравнений и неравенств с двумя неизвестными.
- **Уточнить** общее понятие функции

Уроки 18-21

### Алгоритм графического решения линейного неравенства с двумя переменными

1. Преобразовать неравенство так, чтобы слева от знака неравенства осталась только переменная  $y$ . Если это невозможно, то оставить слева только переменную  $x$ .
2. Заменить знак неравенства знаком равенства и построить прямую, задаваемую полученным уравнением.
3. Выделить часть плоскости в соответствии со знаком полученного неравенства.

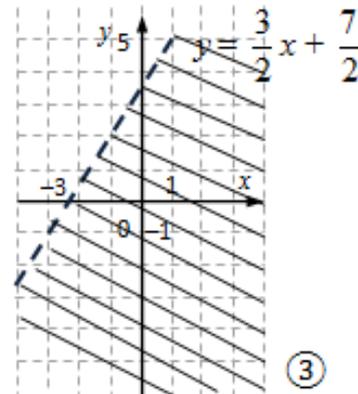
*Подробный образец для самопроверки  
при работе в парах*

№ 242 (а).

$$3x - 2y + 7 > 0$$
$$2y < 3x + 7$$

①  $y < 1,5x + 3,5$

②  $y = 1,5x + 3,5$



*Ответ:* решением неравенства будет множество точек координатной плоскости, расположенных ниже прямой  $y = 1,5x + 3,5$ , не включая точек этой прямой.



# ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

## § 1. Свойства функции

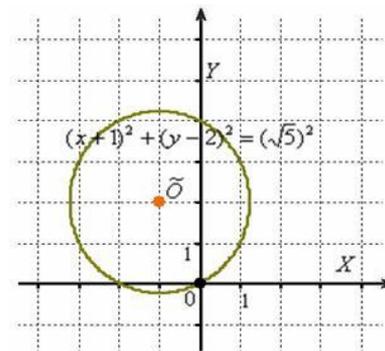
- *Расширить* знания учащихся о графиках уравнений и неравенств с двумя неизвестными.
- *Повторить общее понятие функции*

- ◆ **постановка** новой интересной учащимся задачи, решение которой *невозможно известными методами*

**ЗАДАНИЕ.** Изобразите на координатной плоскости множество решений неравенства  $x^2 + 4x + y^2 \leq 0$ .

- ◆ **уточнение** того, что именно пока недоступно для решения задачи;

Уроки 18-21





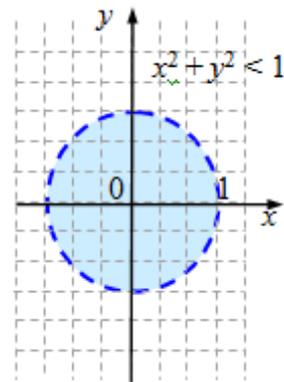
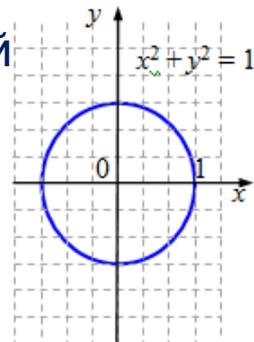
# ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

## § 1. Свойства функции

- ◆ **поиск идеи** (способа) решения новой конкретной задачи с опорой на имеющиеся к этому моменту у учащихся знания и применение найденного подхода к ее решению;

**225** Изобразите множество точек координатной плоскости, координаты которых удовлетворяют уравнению  $x^2 + y^2 = 1$ . Для этого воспользуйтесь знаниями из курса геометрии о том, что уравнение вида  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$  задаёт на плоскости окружность с центром в точке  $(a; b)$  и радиусом  $|R|$ .

**231** Предположите, где на координатной плоскости будет располагаться множество решений неравенства  $x^2 + y^2 < 1$ . Проверьте свое предположение по учебнику. Каким образом вы можете расширить известный вам алгоритм графического решения линейного неравенства с двумя переменными?





# ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

## § 1. Свойства функции

- ◆ **обобщение** этого подхода в виде метода, позволяющего решать целый класс подобных задач;

### Алгоритм графического решения неравенства с двумя переменными

- ① Преобразовать неравенство так, чтобы при замене его знака на знак равенства получалось уравнение (уравнения), задающего известное множество точек плоскости (параболу, окружность и пр.)
- ② Заменить знак неравенства знаком равенства и построить график, полученного уравнения.
- ③ Выделить часть плоскости в соответствии со знаком полученного неравенства.

$$x^2 + 4x + y^2 \leq 0$$

- ①  $x^2 + 4x + y^2 = x^2 + 4x + 4 + y^2 - 4 = (x + 2)^2 + y^2 - 4$

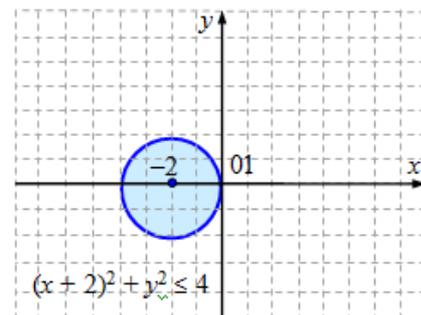
$$(x + 2)^2 + y^2 - 4 \leq 0$$

$$(x + 2)^2 + y^2 \leq 4$$

- ②  $(x + 2)^2 + y^2 = 4$  – уравнение окружности:  $(-2; 0)$  – центр,  $r = 2$  ед.

- ③  $(-1 + 2)^2 + (-1)^2 \leq 4$  истинно,

$$(-1 + 2)^2 + (-2)^2 \leq 4 \text{ ложно.}$$





## ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

### § 1. Свойства функции

- ◆ подробный разбор значительного количества **примеров** применения метода, начиная от простейших и заканчивая содержательными задачами высокого уровня сложности.

**Примеры.** Изобразить на плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству: а)  $(x + y)(x - y + 1) > 0$ ; в)  $y \geq x + |x|$ .

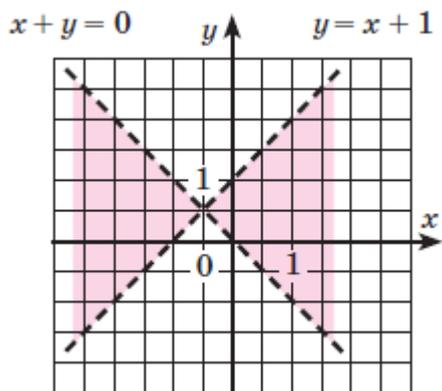


Рис. 9

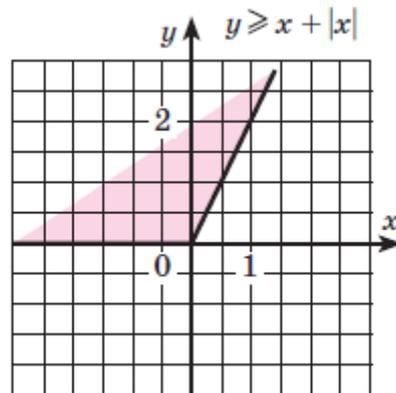


Рис. 11



# ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

## § 1. Свойства функции

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 4

2.1.1–2.1.2

Графики уравнений и неравенств. Общее понятие функции. Область определения и множество значений функции

#### Вариант 1

C–4

#### Обязательная часть

1. Изобразите на плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют уравнению:

а)  $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 0$ ;      б)  $(x - 5)^2 + (y + 5)^2 = 1$ ;      в)  $x^2 + y^2 = -9$ .

2. Изобразите на плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству:

а)  $x^2 + (y - 2)^2 \geq 25$ ;      б)  $x^2 + y^2 < 4y - 4x + 1$ .

3. Найдите область определения функции:

а)  $y = \frac{16 - x^2}{x + 4}$ ;      б)  $y = \sqrt[3]{x^2 + 8x - 9}$ .

#### Дополнительная часть

1. Укажите область определения функции  $y = -\frac{5(x+1)}{x^2+x}$  и постройте её график. При каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  не имеет с построенным графиком ни одной общей точки?

2. Найдите множество значений функции  $y = -3x^2 + 5x + 2$ .



# ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

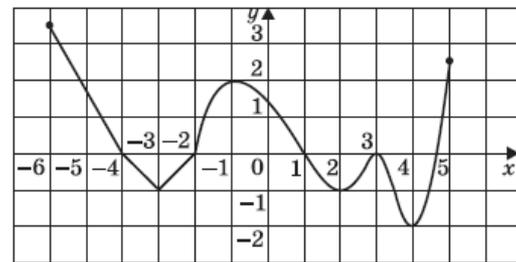
## § 1. Свойства функции

◆ Повторить и обобщить знания о свойствах функции

### План исследования функции

1. Указать область определения функции  $D(y)$ .
2. Указать область значений функции  $E(y)$ .
3. Указать, на каких промежутках из области определения функция равна 0, положительна, отрицательна.
4. Указать, на каких промежутках из области определения функция возрастает (убывает, постоянна).

Уроки 22-25



*Нули функции*

*Монотонные функции*

*Четная и нечетная функция\**

*Периодическая функция\**

*Промежутки (интервалы) знакопостоянства*

*Наибольшее или наименьшее значение*



# ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

## § 1. Свойства функции

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 5

2.1.1–2.1.4●

#### Свойства функции

#### Вариант 1

С–5

#### Обязательная часть

1. Для данной функции  $y = -5x^2 + 4x + 1$  определите:

- нули функции;
- на каких промежутках из области определения функция убывает;
- наибольшее и наименьшее значения функции.

2. Определите, на каких промежутках из области определения функция положительна:

а)  $y = x^2 - 12x$ ;      б)  $y = \sqrt{2x^2 - 3x + 1}$  ;      в)  $y = \frac{x^2(x-3)}{x+1}$  .

3●. Исследуйте на четность-нечетность функцию  $y = 7x^4 - \frac{7}{x^2}$  .

#### Дополнительная часть

1. Определите, на каких промежутках из области определения функция убывает:

а)  $y = 16 - 10x + x^2$ ;      б)  $y = -\sqrt{x^2}$

2●. Определите, является ли функция  $y = -\sqrt{9 - x^2}$  ограниченной?



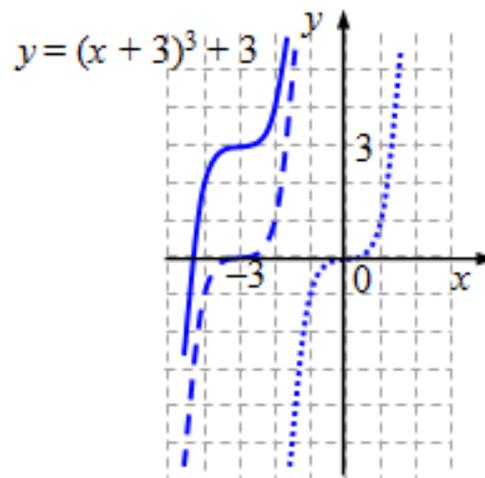
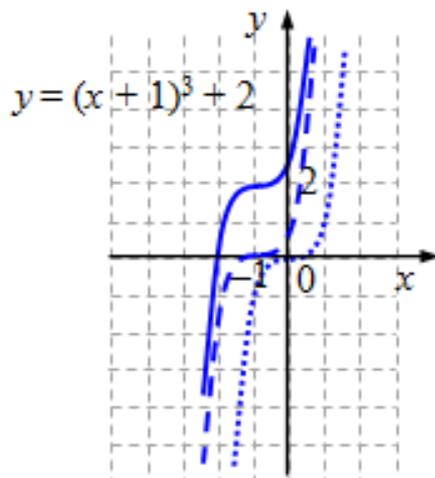
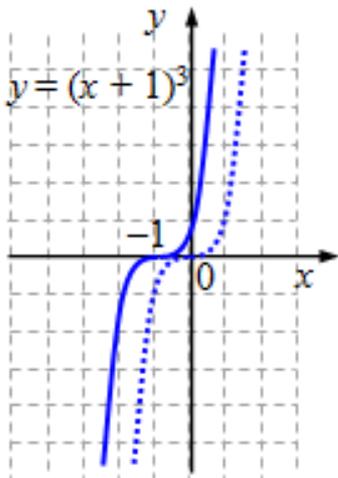
# ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

## § 2. Исследование функций и построение графиков

- ◆ Развивать умение строить и преобразовывать графики функции

Уроки 26-33

- I. Параллельный перенос (сдвиг) графика вдоль оси ординат
- II. Параллельный перенос (сдвиг) графика вдоль оси абсцисс





# ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

## § 2. Исследование функций и построение графиков

- ◆ **постановка** новой интересной учащимся задачи, решение которой *невозможно известными методами*

**ЗАДАНИЕ.** Постройте графики функций, преобразовав график  $y = \frac{1}{x}$  :

а)  $y = \frac{4}{x}$

б)  $y = \frac{1}{4x}$

- ◆ **уточнение** того, что именно пока недоступно для решения задачи;
- ◆ **поиск идеи** (способа) решения новой конкретной задачи с опорой на имеющиеся к этому моменту у учащихся знания и применение найденного подхода к ее решению;

1)  $y = 2x,$   
 $y = 4x$

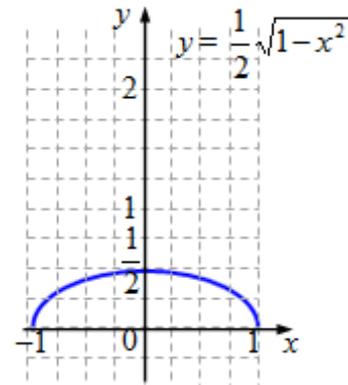
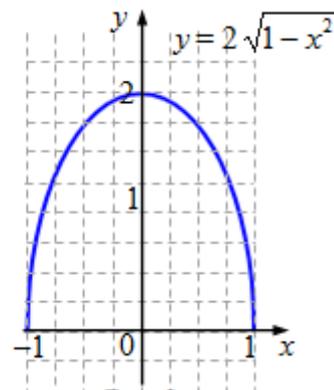
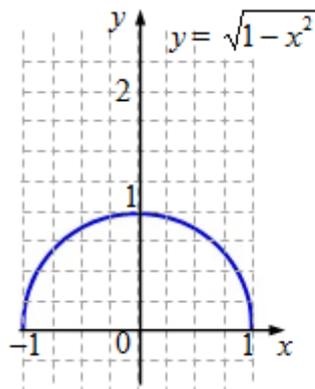
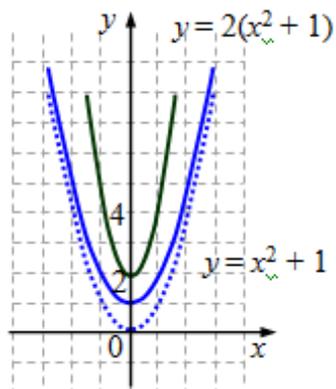
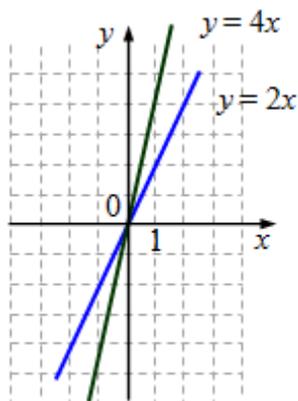
2)  $y = x^2 + 1,$   
 $y = 2(x^2 + 1)$

3)  $y = \sqrt{1-x^2},$   
 $y = 2\sqrt{1-x^2},$   
 $y = \frac{1}{2}\sqrt{1-x^2}$



# ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

## § 2. Исследование функций и построение графиков



### III. Сжатие или растяжение графика относительно оси абсцисс

График функции  $y = kf(x)$ ,  $k > 0$  можно получить из графика  $y = f(x)$  с помощью:

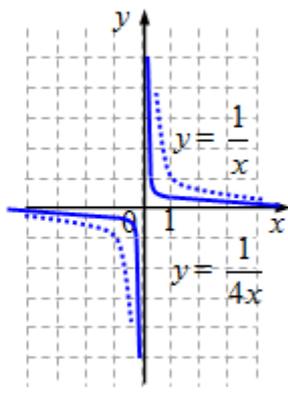
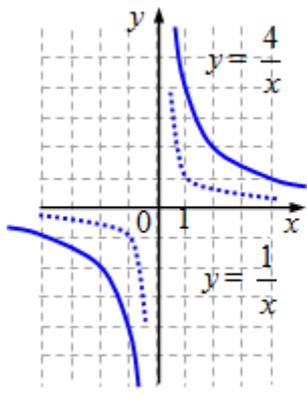
- сжатия графика  $y = f(x)$  к оси абсцисс в раз  $(0 < k < 1)$ ;
- растяжения графика  $y = f(x)$  от оси абсцисс в  $k$  раз  $(k > 1)$ .



# ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

## § 2. Исследование функций и построение графиков

Задание на затруднение:



### IV. Сжатие или растяжение графика относительно оси ординат

График функции  $y = f(kx)$ ,  $k > 0$  можно получить из графика  $y = f(x)$  с помощью:

- растяжения графика  $y = f(x)$  от оси ординат в раз  $(0 < k < 1)$ ;
- сжатия графика  $y = f(x)$  к оси ординат в  $k$  раз  $(k > 1)$ .



# ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

## § 2. Исследование функций и построение графиков

**Преобразование графиков: симметрия относительно осей координат.**

**I. Симметрия относительно оси абсцисс**

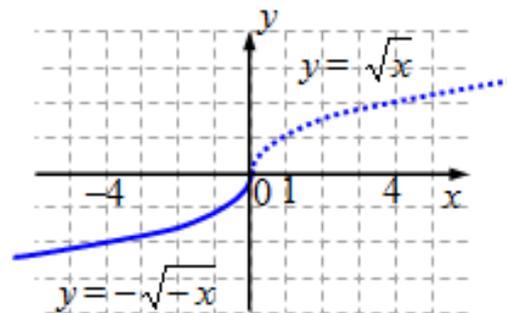
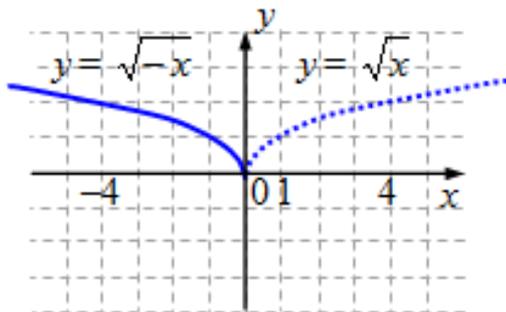
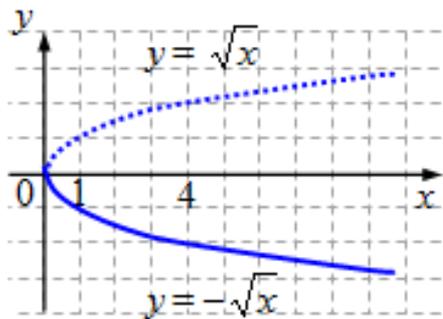
$$y = f(x) \rightarrow y = -f(x)$$

**II. Симметрия относительно оси ординат**

$$y = f(x) \rightarrow y = f(-x)$$

**III. Симметрия относительно начала координат**

$$y = f(x) \rightarrow y = -f(-x)$$





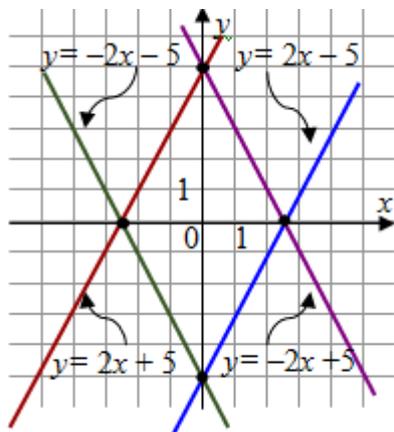
# ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

## § 2. Исследование функций и построение графиков

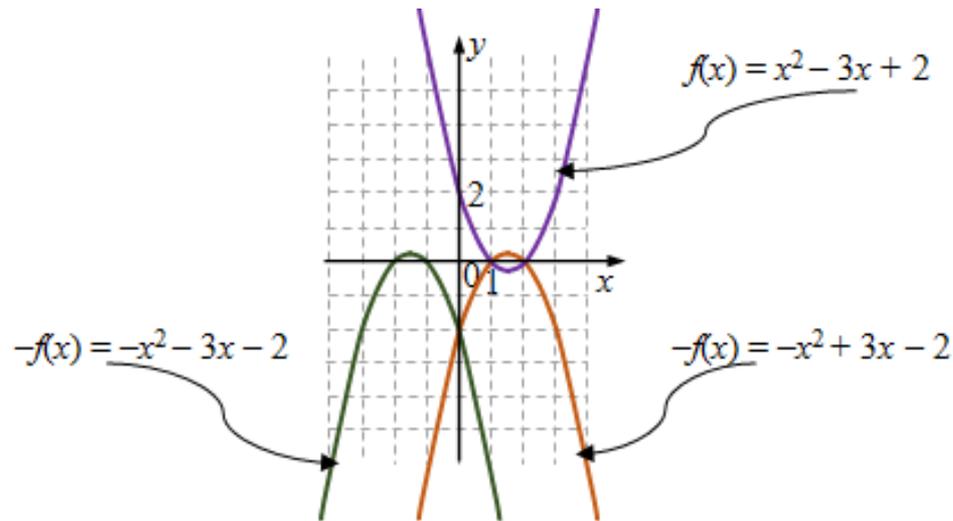
Преобразование графиков: симметрия относительно осей координат.

**367** Постройте графики функций  $y = f(-x)$ ,  $y = -f(x)$ ,  $y = -f(-x)$ , если:

а)  $f(x) = 2x - 5$ ;



в)  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ ;





## ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

### § 2. Исследование функций и построение графиков

**Преобразование графиков: симметрия относительно осей координат.**

IV.  $y = f(x) \rightarrow y = |f(x)|$

V.  $y = f(x) \rightarrow y = f(|x|)$

- ◆ **постановка** новой интересной учащимся задачи, решение которой *невозможно известными методами*

**ЗАДАНИЕ.** Постройте графики функций, преобразовав график  $y = f(x) = x^2 - 4x$  :

а)  $y = |x^2 - 4x|$ ; б)  $y = x^2 - 4|x|$  .

- ◆ **уточнение** того, что именно пока недоступно для решения задачи;
- ◆ **поиск идеи** (способа) решения новой конкретной задачи с опорой на имеющиеся к этому моменту у учащихся знания и применение найденного подхода к ее решению;



# ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

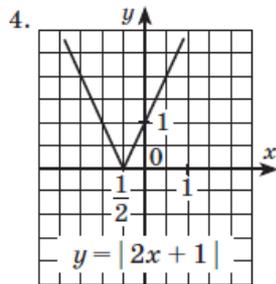
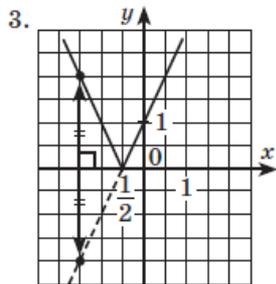
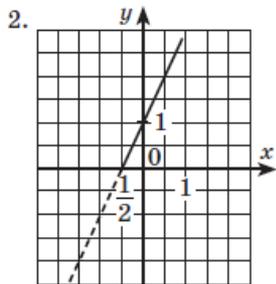
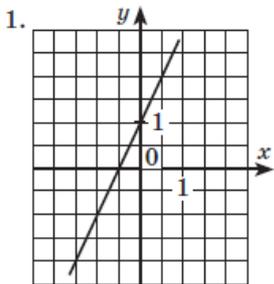
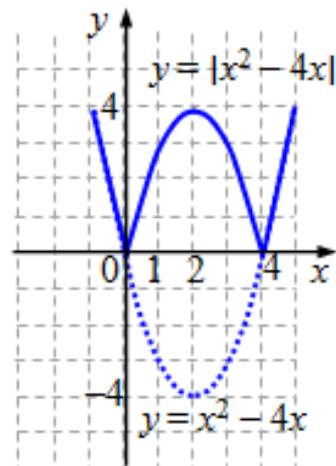
## § 2. Исследование функций и построение графиков

$$\text{IV. } y = f(x) \rightarrow y = |f(x)|$$

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{если } f(x) \geq 0; \\ -f(x), & \text{если } f(x) < 0 \end{cases}$$

1. Начертить вспомогательный график  $y = f(x)$ .
2. Часть графика, лежащую выше и на оси абсцисс, оставить неизменной.
3. Часть графика, лежащую ниже оси абсцисс, отразить симметрично относительно этой оси.  
Искомый график будет объединением множеств точек, описанных в пунктах 2 – 3.

Задание на затруднение:





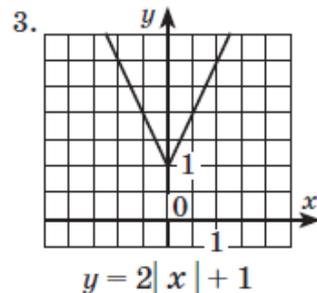
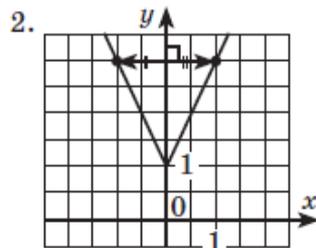
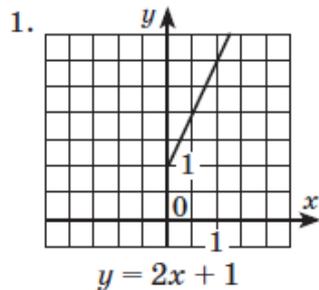
# ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

## § 2. Исследование функций и построение графиков

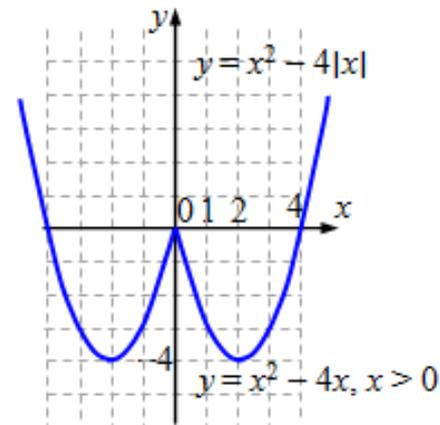
### V. $y = f(x) \rightarrow y = f(|x|)$

$y = f(|x|) = f(x)$  при  $x \geq 0$ ,  $y = f(|x|) = f(-x)$  при  $x < 0$

1. Начертить часть вспомогательного графика  $y = f(x)$ , лежащую правее и на оси ординат.
2. Отобразить эту часть симметрично оси ординат.
3. Искомый график будет объединением множеств, изображённых в пунктах 1 – 2.



### Задание на затруднение:





## ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

### § 2. Исследование функций и построение графиков

#### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 7

2.2.4

Преобразование графиков: симметрия относительно осей координат.

График  $y = |f(x)|$  и  $y = f(|x|)$

#### Вариант 1

C-7

#### Обязательная часть

1. Постройте графики функций  $y = f(-x)$ ,  $y = -f(x)$ ,  $y = -f(-x)$ , если  $f(x) = x^2 + 8x + 15$ .

2. Найдите область определения функции:  $y = \sqrt{\frac{4-x^2}{x}}$ .

#### Дополнительная часть

1. Постройте график функции  $y = x^2 - 6|x| + 8$ .

2. Постройте график функции  $y = \frac{x}{x+5}$ .



## ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

### § 2. Исследование функций и построение графиков

#### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

2.1.1–2.2.4

#### Развитие понятия функции

#### Вариант 1

С–7

#### Обязательная часть

1. Изобразите на плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют:

а) уравнению  $x^2 + (y + 4)^2 = 9$ ;      б) неравенству  $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 < 4$ .

2. Найдите область определения функции:

а)  $y = \frac{x - 5}{x^2 - 5}$  ;

б)  $y = \sqrt{14 - x^2 - 5x}$  .

3. Определите, на каких промежутках из области определения функция  $y = x(x - 2)(x + 3)$  положительна.



## ГЛАВА 2. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

### § 2. Исследование функций и построение графиков

4. Постройте график функции

а)  $y = -\frac{1}{x+2} - 2$  ;

б) ●  $y = \frac{-2x-5}{x+2}$  .

Определите по графику:

- 1) область определения функции  $D(y)$ ;
  - 2) область значений функции  $E(y)$ ;
  - 3) на каких промежутках из области определения функция равна 0, положительна, отрицательна;
  - 4) на каких промежутках из области определения функция возрастает (убывает, постоянна).
5. Постройте график функции  $y = -f(-x)$ , если  $f(x) = x^2 + 4x - 5$ . Найдите разность между наименьшим значением функции  $f(x)$  и наибольшим значением функции  $-f(-x)$ .

#### Дополнительная часть

1. Изобразите на координатной плоскости множества точек, координаты которых удовлетворяют неравенству  $(x + y - 3)(x - y - 1) < 0$  .
2. Постройте график функции  $y = |x^2 + 2x - 3|$  .



**ГОДИЧНЫЙ  
ЦИКЛ  
ВЕБИНАРОВ  
ДЛЯ  
УЧИТЕЛЕЙ  
МАТЕМАТИКИ**



## АНОНС октября

1 октября  
пятница

вебинар № 2

6 класс

22 октября  
пятница

вебинар № 3

5 класс  
ГРУППА ПЕРЕХОДА

26 октября  
вторник

вебинар № 3

9 класс



# ГОРЯЧАЯ ЛИНИЯ



**ОТВЕТЫ  
НА ВОПРОСЫ**



Задать вопрос

[bakhanova@sch2000.ru](mailto:bakhanova@sch2000.ru)



  
**ПРОСВЕЩЕНИЕ**

[www.sch2000.ru](http://www.sch2000.ru)

Телефон  
**+7 (495) 797-89-77**

E-mail:  
[info@sch2000.ru](mailto:info@sch2000.ru)



# С НОВЫМ УЧЕБНЫМ ГОДОМ!



**КОМАНДА ИНСТИТУТА  
СИСТЕМНО-ДЕЯТЕЛЬНОСТНОЙ ПЕДАГОГИКИ**

**НАШ АДРЕС: МОСКВА, УЛ. 5-ГО ЯМСКОГО ПОЛЯ, Д.9**