

Цикл «Трудные вопросы школьного курса физики»

Последовательные отскоки мяча от наклонной плоскости

Ведущий автор УМК по физике
Лев Элевич Генденштейн

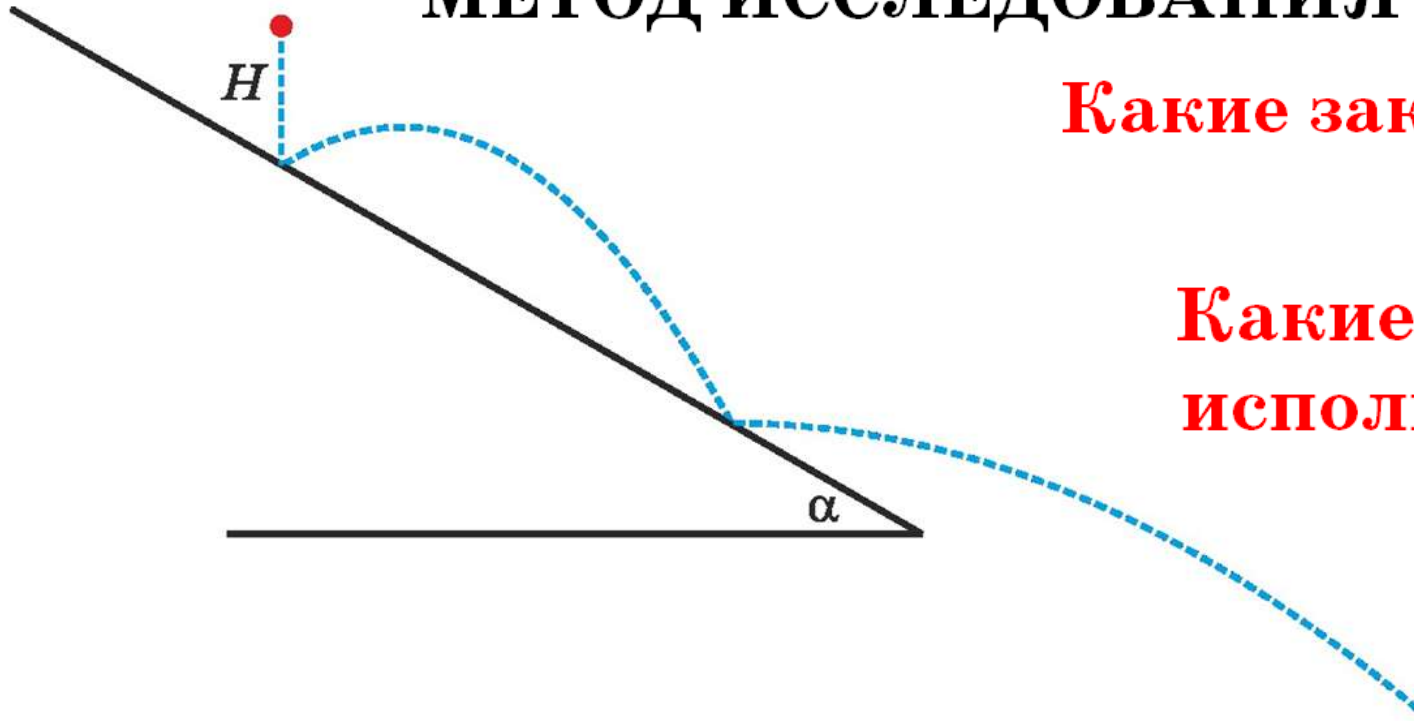
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЕ ОТСКОКИ МЯЧА ОТ НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ (урок одной ключевой ситуации)

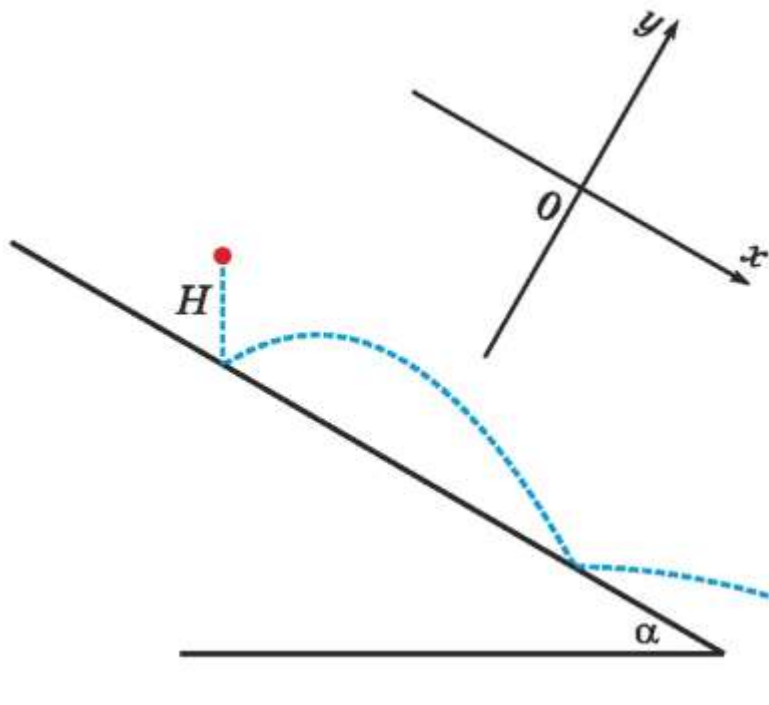
Мяч падает с высоты H на наклонную плоскость с углом наклона α и упруго отражается от неё (угол отражения равен углу падения).

МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ КЛЮЧЕВЫХ СИТУАЦИЙ:

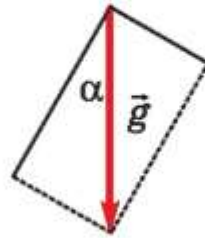
Какие закономерности справедливы для этой ситуации?

Какие задачи можно поставить, используя эти закономерности?





Отличие от движения тела, брошенного под углом к горизонту: по «горизонтали» (вдоль x) тело движется не равномерно, а тоже равноускоренно.



$$g_x = g \sin \alpha$$

$$g_y = -g \cos \alpha$$

Зависимость от времени во время полёта:

$$v_x = v_{0x} + g \sin \alpha \cdot t$$

$$v_y = v_{0y} - g \cos \alpha \cdot t$$

$$v_{0x} = v_0 \sin \alpha$$

$$v_{0y} = v_0 \cos \alpha$$

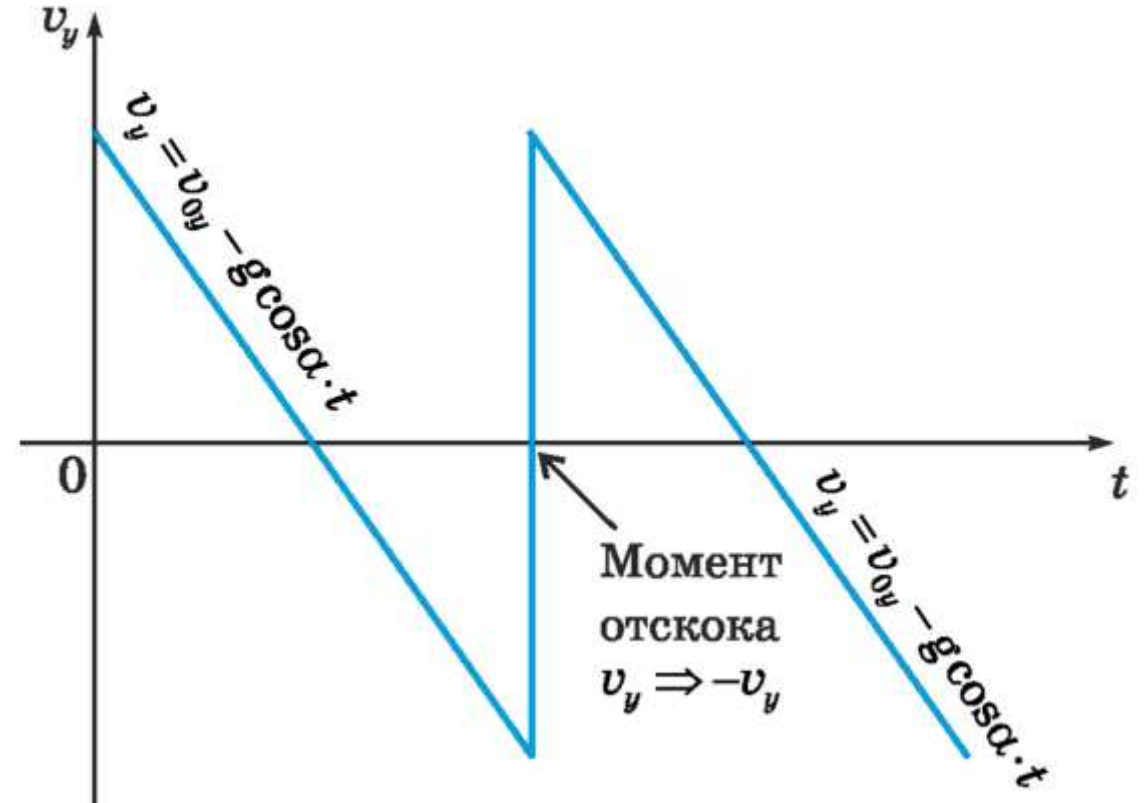
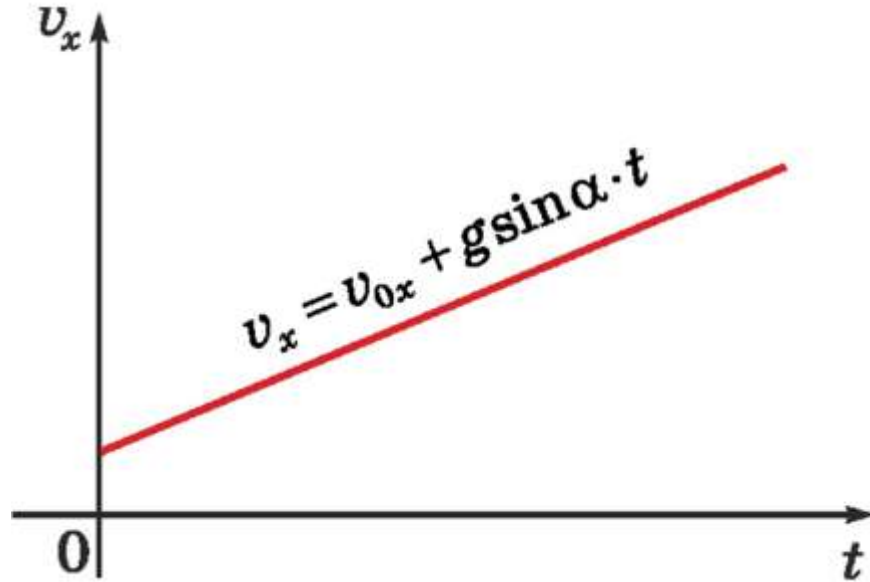
Синусы и косинусы *наоборот* по сравнению с телом, брошенным под углом α

При отскоке от наклонной плоскости

$$v_x \Rightarrow v_x$$

$$v_y \Rightarrow -v_y$$

Графики зависимости проекций скорости от времени с учётом отскоков:

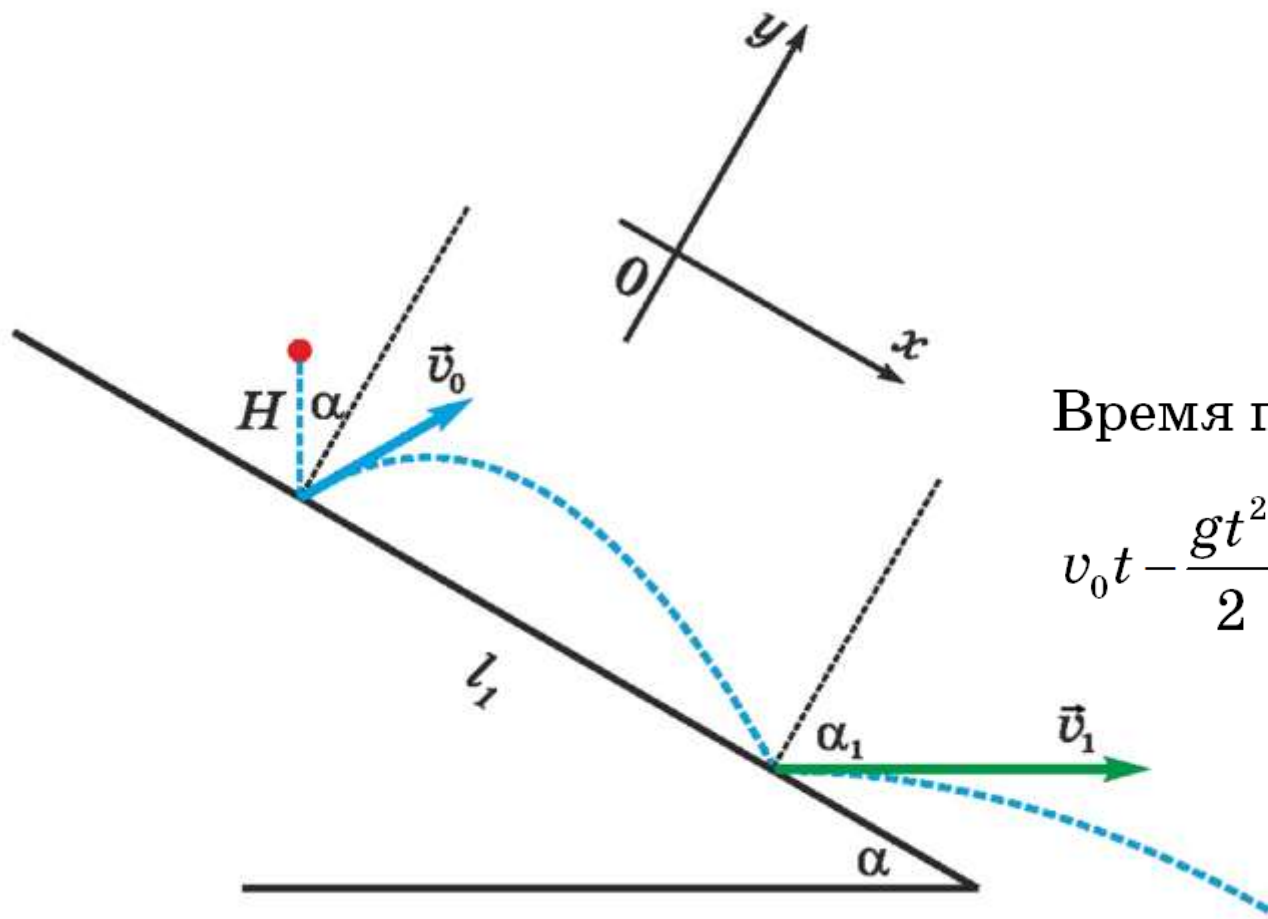


При отскоке от наклонной плоскости

$$v_x \Rightarrow v_x$$

$$v_y \Rightarrow -v_y$$

Первый пролёт



$$g_x = g \sin \alpha$$

$$g_y = -g \cos \alpha$$

$$v_x = \sin \alpha (v_0 + g \cdot t)$$

$$v_y = \cos \alpha (v_0 - g \cdot t)$$

$$x = \sin \alpha \left(v_0 t + \frac{gt^2}{2} \right)$$

$$y = \cos \alpha \left(v_0 t - \frac{gt^2}{2} \right)$$

Время полёта от первого отскока до второго ($y = 0$)

$$v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 0 \Rightarrow t_{\text{пол}} = \frac{2v_0}{g}$$

$$l_1 = \sin \alpha \left(v_0 t_{\text{пол}} + \frac{gt_{\text{пол}}^2}{2} \right) =$$

$$= \sin \alpha \left(v_0 \frac{2v_0}{g} + \frac{g}{2} \left(\frac{2v_0}{g} \right)^2 \right) = \frac{4v_0^2}{g} \sin \alpha$$

Как связаны *углы* между скоростью и *вертикалью* при первом и втором отскоках?

При первом отскоке (после падения) угол с «вертикалью» равен α .

$$\begin{aligned} v_{0x} &= v_0 \sin \alpha \\ v_{0y} &= v_0 \cos \alpha \end{aligned} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_{0x}}{v_{0y}}$$

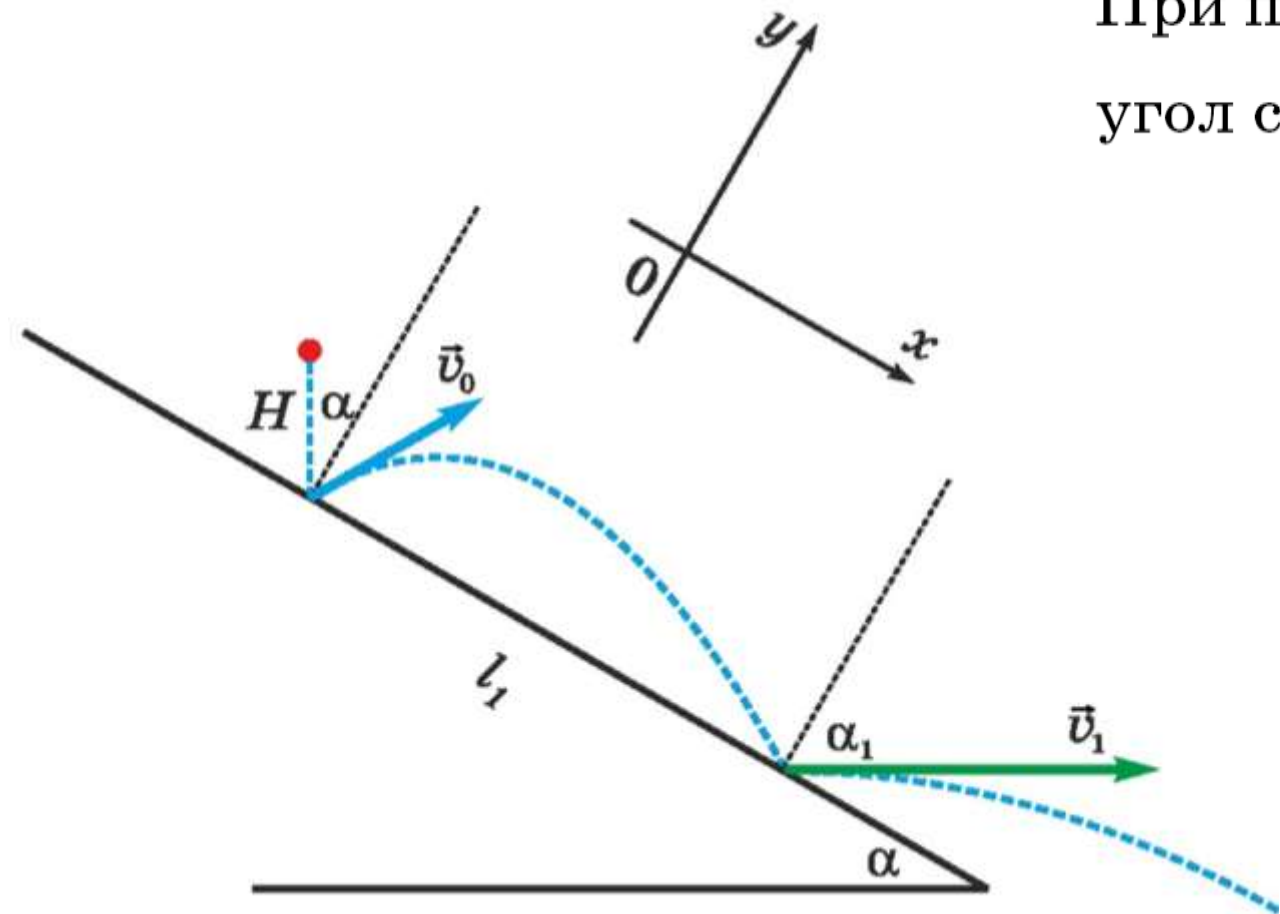
При втором отскоке

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{v_{1x}}{v_{1y}}$$

В конце первого полёта

$$\begin{aligned} v_{1x} &= \sin \alpha (v_0 + g \cdot t_{\text{пол}}) \\ v_{1y} &= \cos \alpha (v_0 - g \cdot t_{\text{пол}}) \end{aligned}$$

$$t_{\text{пол}} = \frac{2v_0}{g}$$



$$v_{1x} = \sin \alpha (v_0 + g \cdot t_{\text{пол}}) = \sin \alpha \left(v_0 + g \frac{2v_0}{g} \right) = 3v_0 \sin \alpha$$

$$v_{1y} = \cos \alpha (v_0 - g \cdot t_{\text{пол}}) = \cos \alpha \left(v_0 - g \frac{2v_0}{g} \right) = -v_0 \cos \alpha$$

После второго отскока

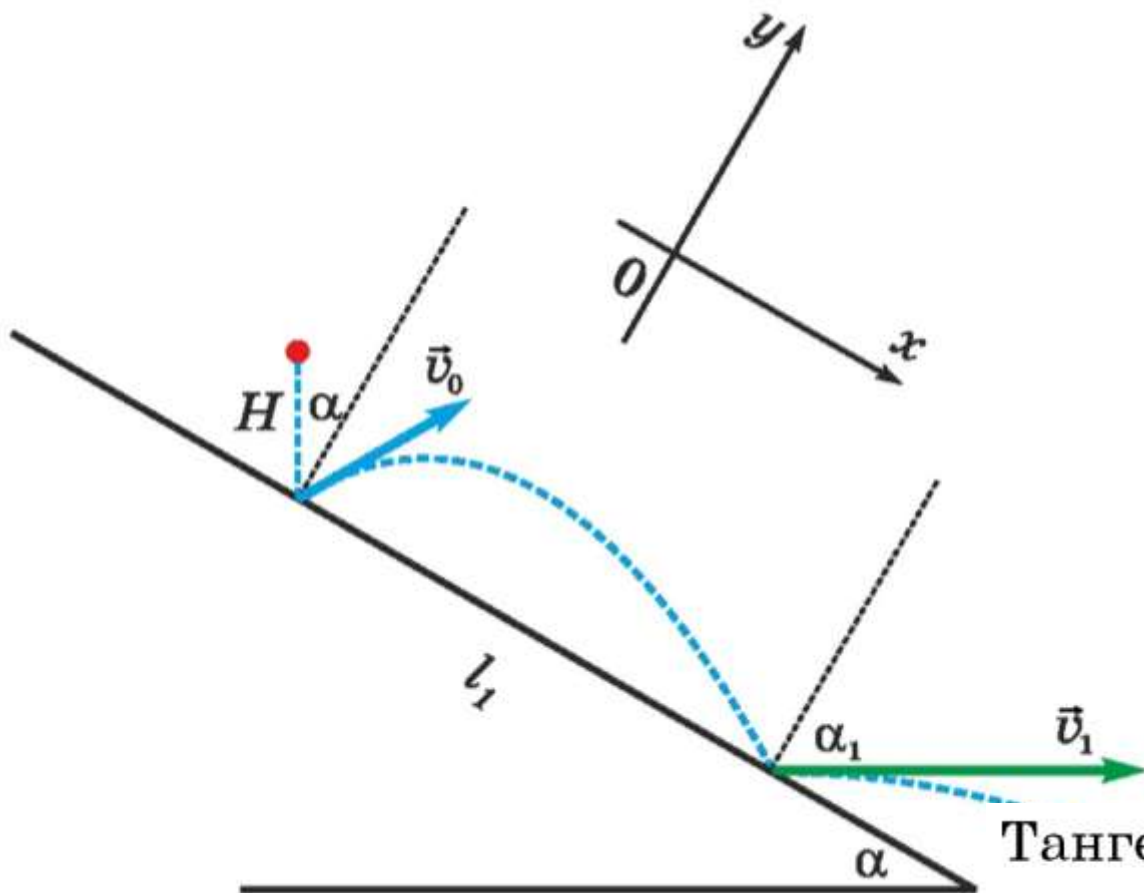
$$v_x \Rightarrow v_x$$

$$v_y \Rightarrow -v_y$$

$$v_{1x} = 3v_0 \sin \alpha$$

$$v_{1y} = v_0 \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{v_{1x}}{v_{1y}} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{3v_0 \sin \alpha}{v_0 \cos \alpha} = 3 \operatorname{tg} \alpha$$



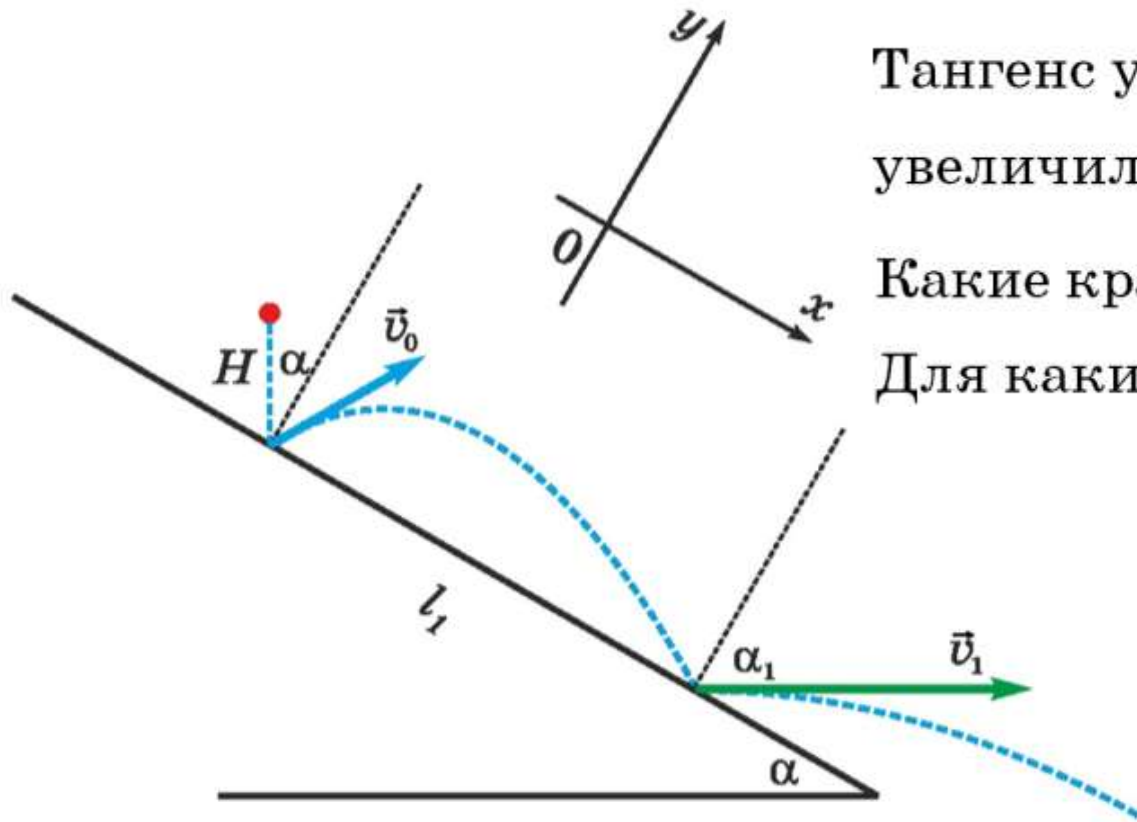
Тангенс угла между скоростью и «вертикалью» увеличился в 3 раза по сравнению с первым отскоком.

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{v_{1x}}{v_{1y}} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{3v_0 \sin \alpha}{v_0 \cos \alpha} = 3 \operatorname{tg} \alpha$$

Тангенс угла между скоростью и «вертикалью» увеличился в 3 раза по сравнению с первым отскоком.

Какие красивые задачи можно поставить?

Для каких «хороших» углов тангенсы отличаются в 3 раза?



$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \operatorname{tg} 60^\circ = 3 \operatorname{tg} 30^\circ$$

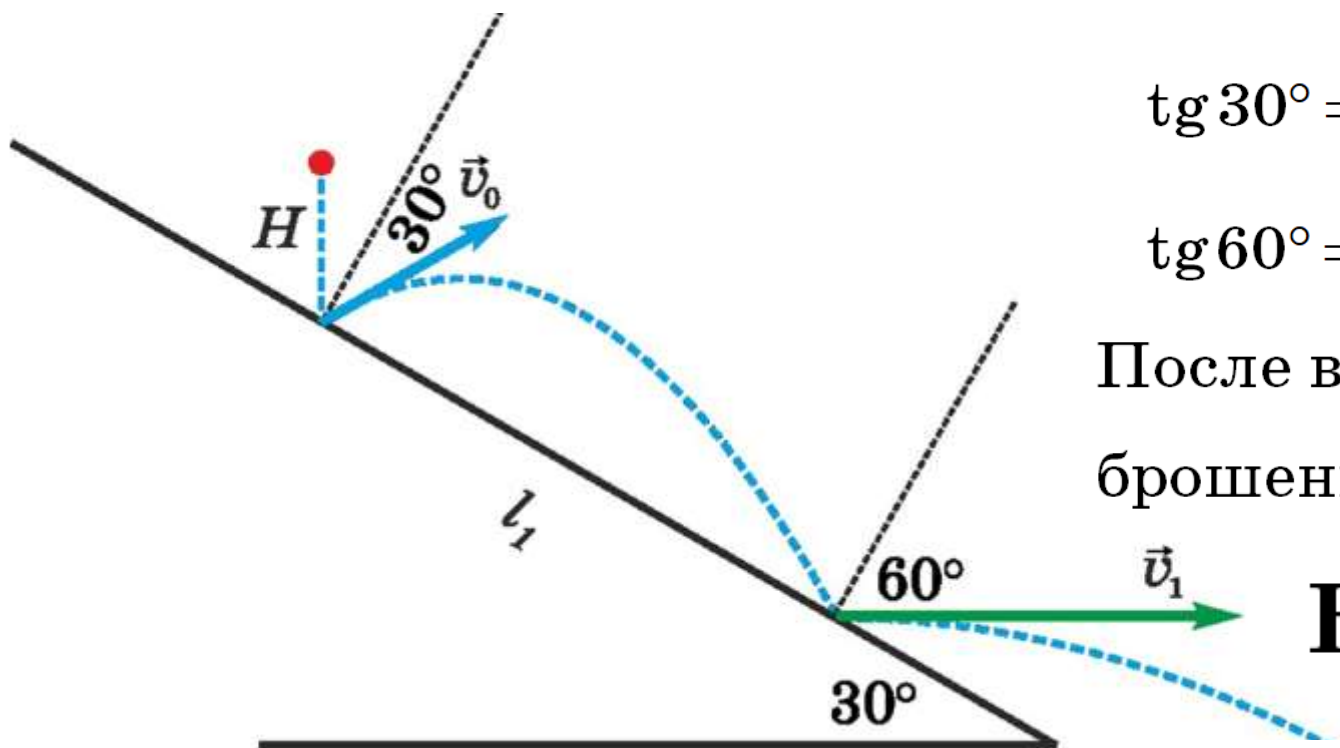
$$\operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{v_{1x}}{v_{1y}} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{3v_0 \sin \alpha}{v_0 \cos \alpha} = 3 \operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \operatorname{tg} 60^\circ = 3 \operatorname{tg} 30^\circ$$

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$$

После второго отскока мяч летит как тело, брошенное горизонтально.



Найти всё, что можно!

$$v_{1x} = 3v_0 \sin \alpha$$

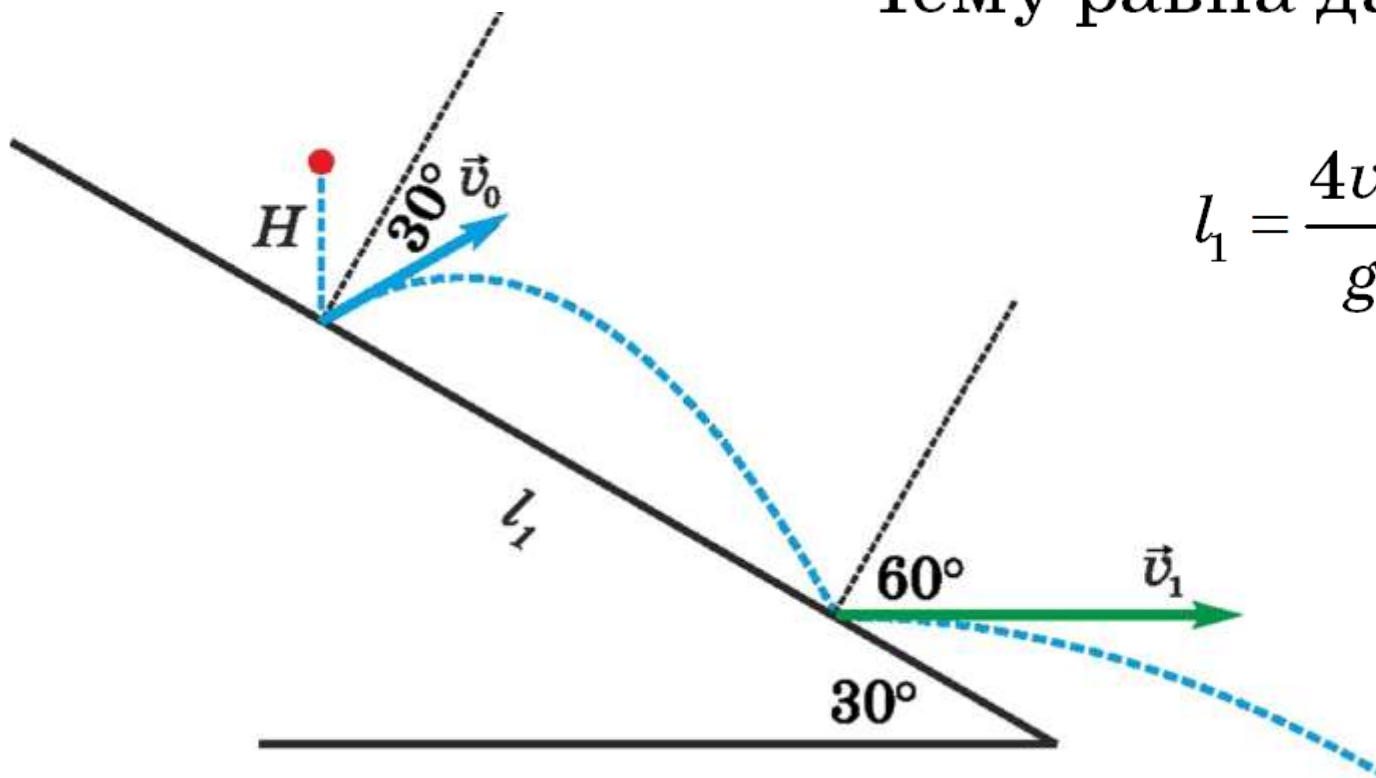
$$v_{1y} = v_0 \cos \alpha$$

$$v_1^2 = v_{1x}^2 + v_{1y}^2 = v_0^2 \left(9 \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \right) = 3v_0^2$$

$$v_1 = \sqrt{3}v_0$$

Найти всё, что можно!

Чему равна дальность первого пролёта?



$$l_1 = \frac{4v_0^2}{g} \sin \alpha \Rightarrow l_1 = \frac{2v_0^2}{g} \Rightarrow l_1 = 4H$$

$$v_0^2 = 2gH$$

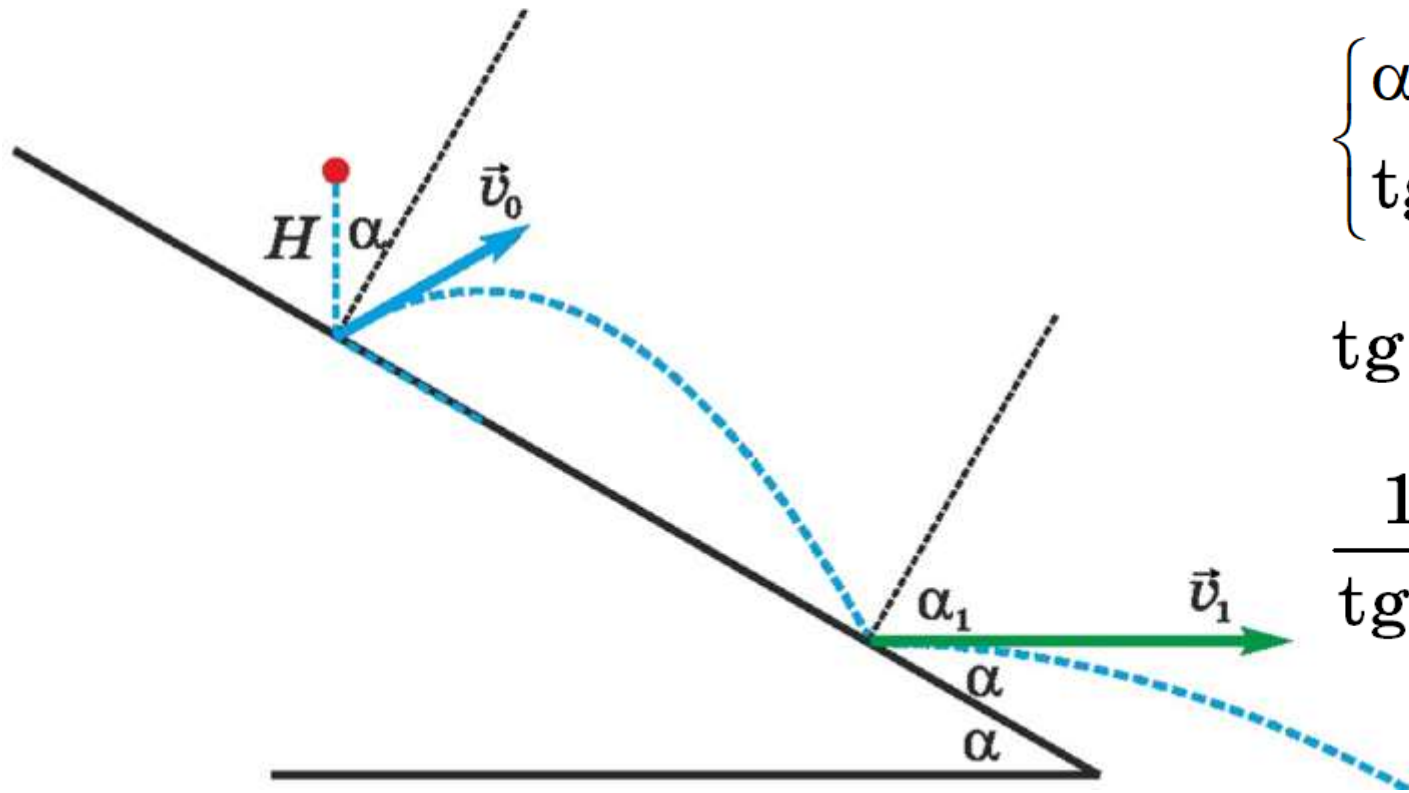
Время полёта

$$t_{\text{пол}} = \frac{2v_0}{g} = \frac{2}{g} \sqrt{2gH} = 2 \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

В 2 раза больше времени падения с высоты H .

Можно поставить такую задачу:

Сразу после второго отскока скорость мяча направлена горизонтально. Чему равен угол наклона плоскости?



$$\begin{cases} \alpha + \alpha_1 = 90^\circ \\ \operatorname{tg} \alpha_1 = 3 \operatorname{tg} \alpha \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = 3 \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

Рассмотрим теперь *множественные* отскоки: какие закономерности?

Время полёта между последовательными отскоками определяется зависимостью $y(t)$.

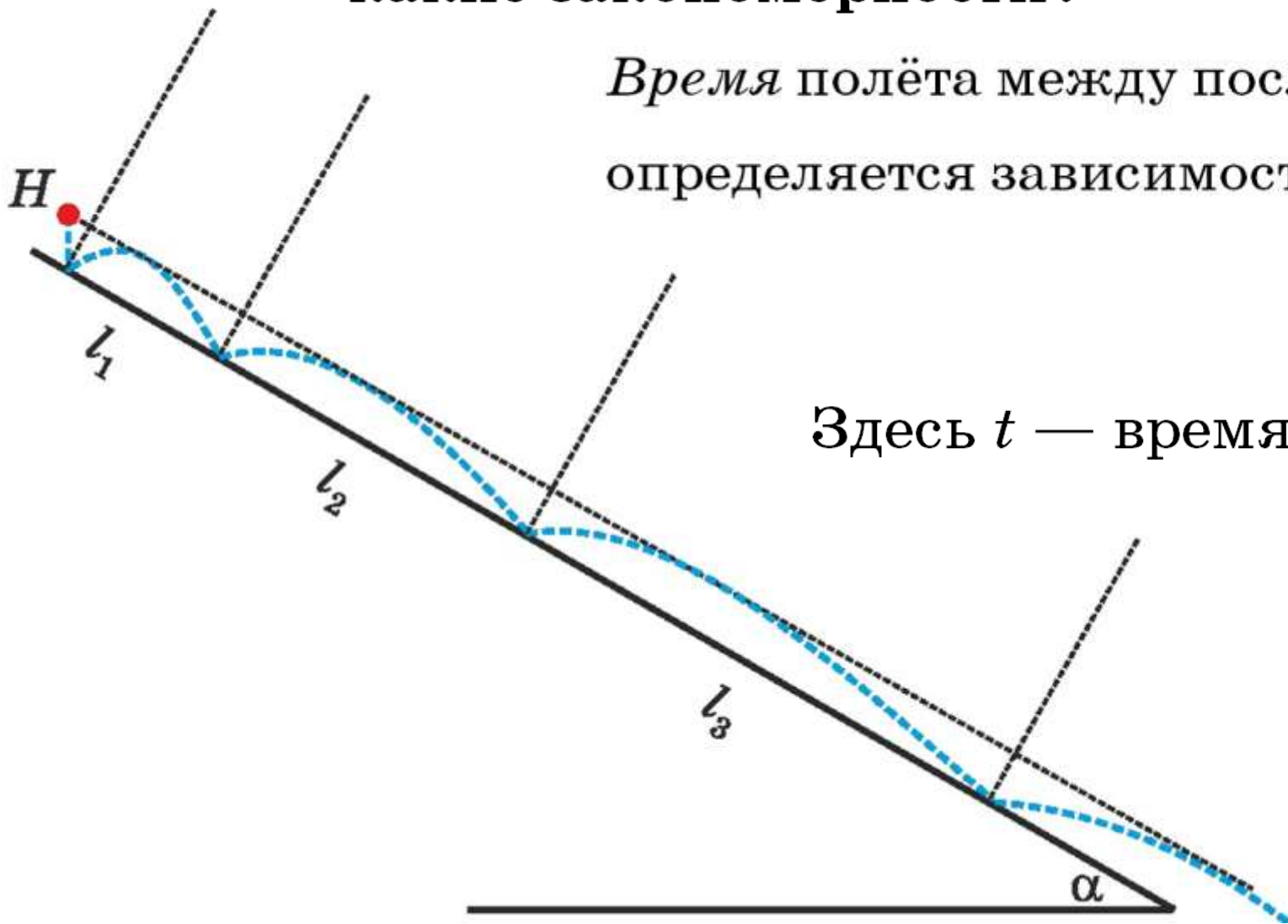
$$y = \cos \alpha \left(v_0 t - \frac{gt^2}{2} \right)$$

Здесь t — время после *предыдущего* удара.

Условие удара $y = 0$

$$v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 0$$

$$t_{\text{пол}} = \frac{2v_0}{g}$$

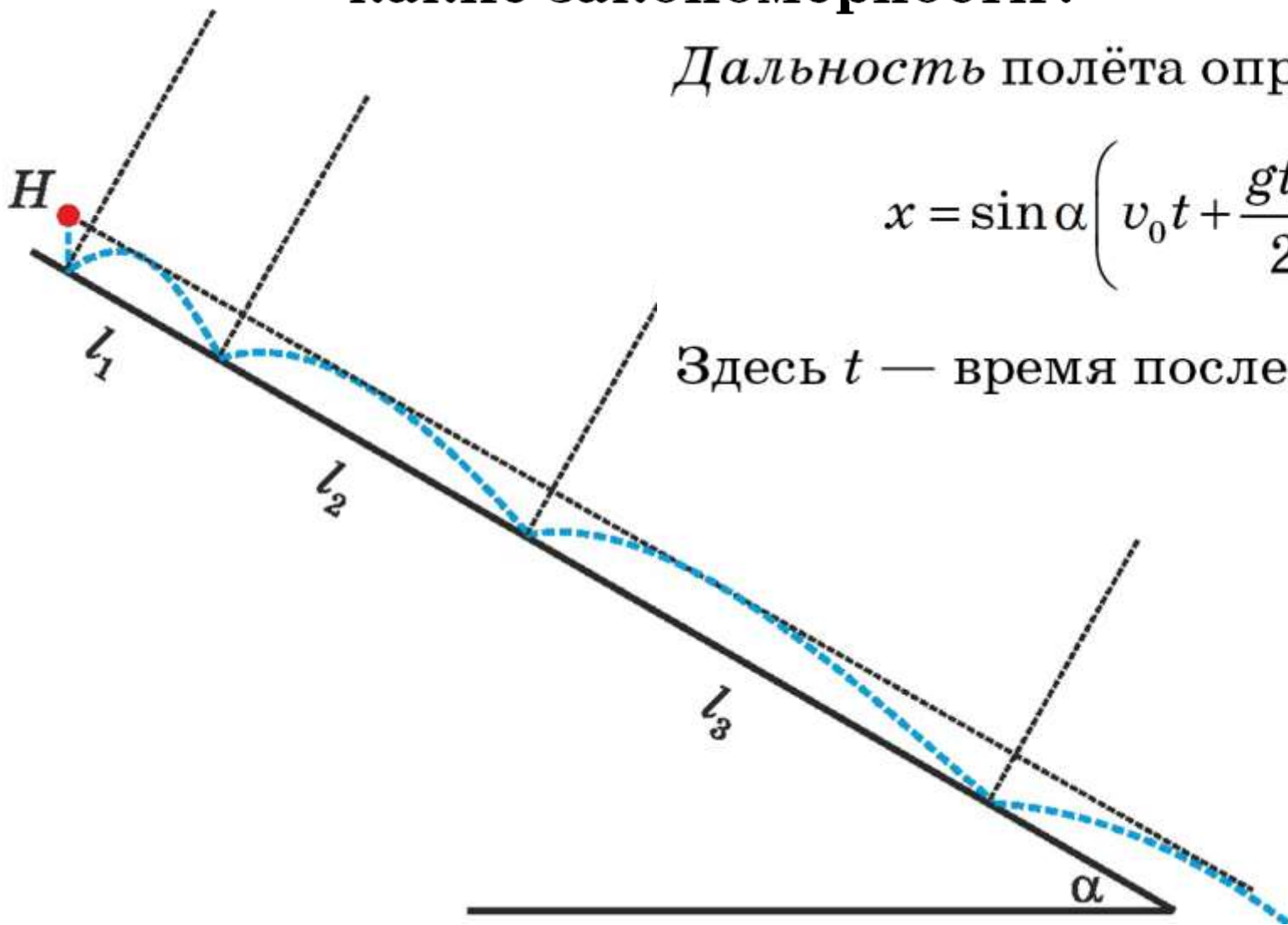


Рассмотрим теперь *множественные* отскоки: какие закономерности?

Дальность полёта определяется зависимостью $x(t)$

$$x = \sin \alpha \left(v_0 t + \frac{gt^2}{2} \right)$$

Здесь t — время после *первого* удара.



Координаты ударов

$$x_n = \sin \alpha \left(v_0 t_n + \frac{gt_n^2}{2} \right)$$

$$t_n = nt_{\text{пол}} = \frac{2nv_0}{g}$$

Координаты ударов

$$x_n = \sin \alpha \left(v_0 t_n + \frac{g t_n^2}{2} \right) \quad t_n = n t_{\text{пол}} = \frac{2n v_0}{g}$$

Расстояния между последовательными ударами

$$l_1 = x_1$$

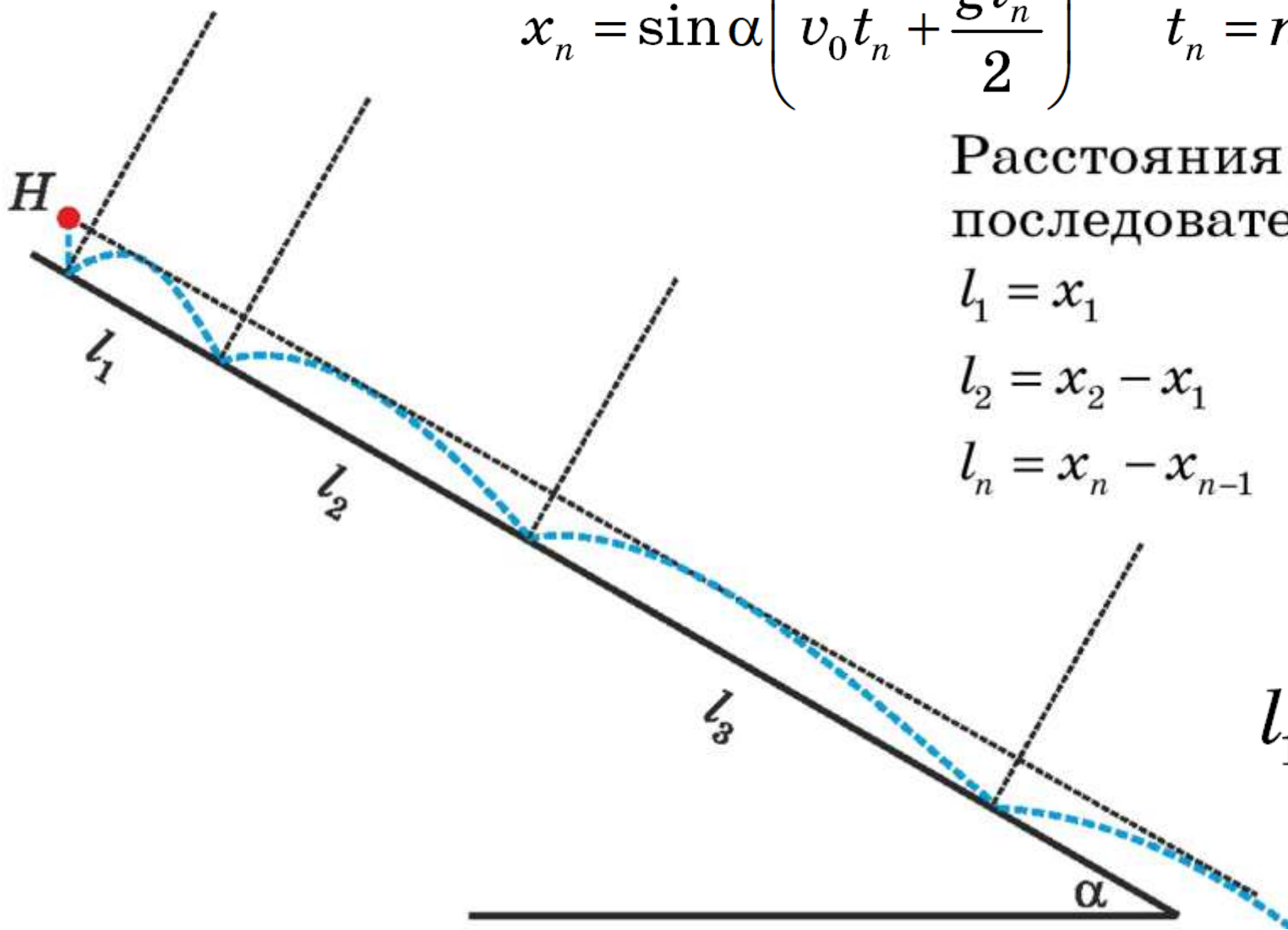
$$l_2 = x_2 - x_1$$

$$l_n = x_n - x_{n-1}$$

$$l_1 = \frac{4v_0^2}{g} \sin \alpha$$

$$l_n = n \cdot \frac{4v_0^2}{g} \sin \alpha$$

$$l_1 : l_2 : l_3 \dots l_n = 1 : 2 : 3 \dots n$$

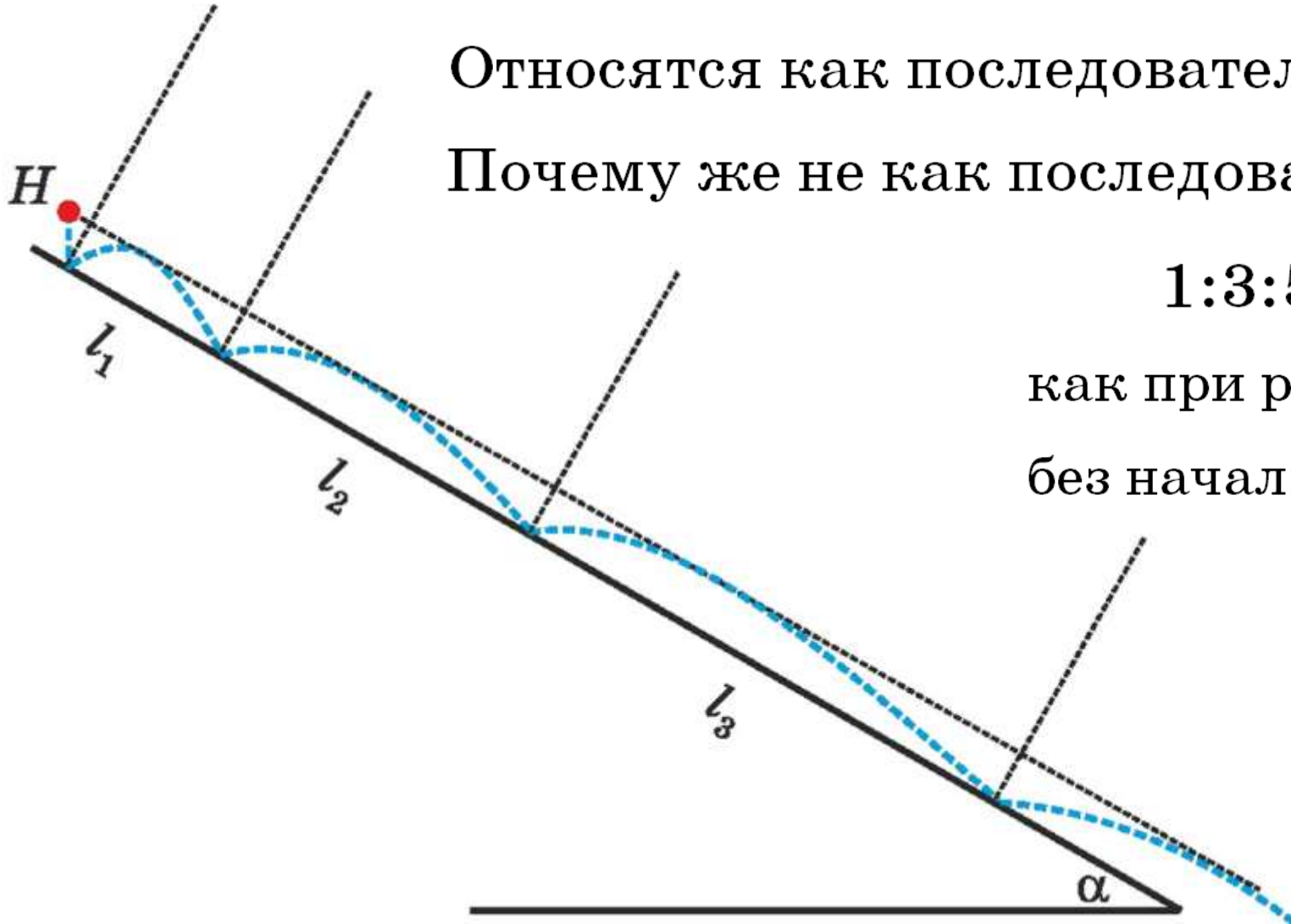


$$l_1 : l_2 : l_3 \dots l_n = 1 : 2 : 3 \dots n$$

Относятся как последовательные *натуральные* числа
 Почему же не как последовательные *нечётные* числа

$$1 : 3 : 5 : 7 \dots (n + 1)$$

как при равноускоренном движении
 без начальной скорости?



$$l_1 : l_2 : l_3 \dots l_n = 1 : 2 : 3 \dots n$$

Относятся как последовательные *натуральные* числа

Потому что в данном случае начальная скорость *есть!*

Она равна скорости, приобретаемой

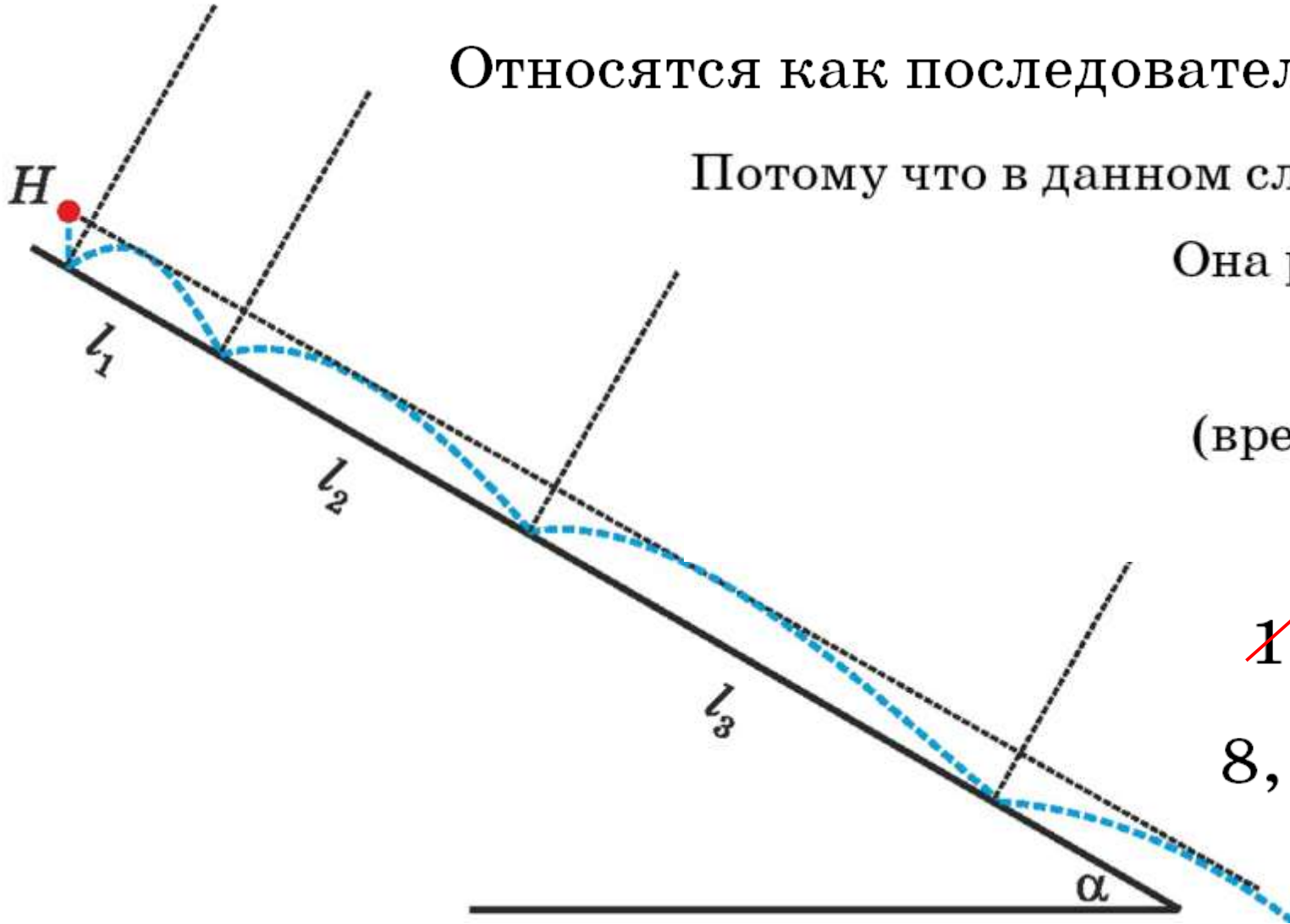
за «половинное» время

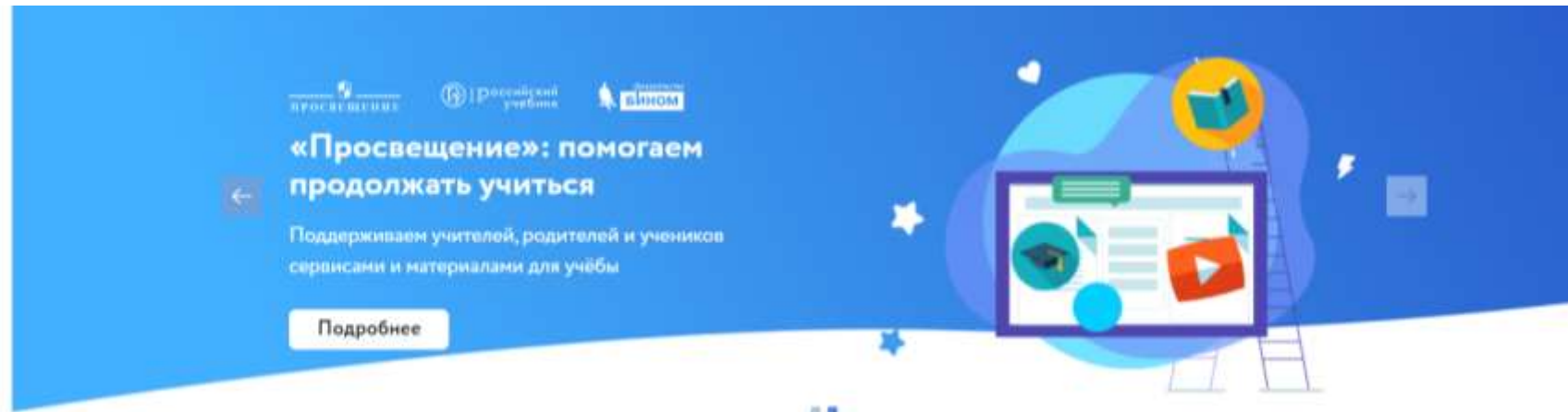
(время падения мяча по вертикали

на наклонную плоскость)

~~1~~, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17







8, 16, 24, 32 \Rightarrow 8(1, 2, 3, 4)





 <https://uchitel.club/>

Учителям Школьникам Родителям

 <p>Вебинары Методические вебинары по актуальным темам</p>	 <p>Конференции Конференции с авторами, специалистами-практиками, экспертами</p>	 <p>Рабочие программы Методическое сопровождение урока: программы, разработки, наглядные материалы</p>
 <p>Повышение квалификации Курсы повышения квалификации с выдачей сертификата</p>	 <p>Горячая линия поддержки Методическая поддержка 24/7</p>	 <p>Домашние задания Интерактивные рабочие тетради с автоматической проверкой</p>

- ▶ Портал, на котором собраны материалы в помощь учителям и родителям для организации обучения
- ▶ Консультации при выполнении домашних заданий в видеоформате
- ▶ Обмен лучшими практиками, их апробация и распространение в сотрудничестве с органами управления образованием

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

Хотите купить?

- Оптовые закупки: отдел по работе с государственными заказами тел.: +7 (495) 789-30-40, доб. 41-44, e-mail: GTrofimova@prosv.ru,
- Розница: самостоятельно заказать в нашем интернет-магазине shop.prosv.ru



Группа компаний «Просвещение»

Адрес: 127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3, подъезд 8, бизнес-центр «Новослободский»

Горячая линия: vopros@prosv.ru

Сайт Ibz.ru

levgenden@gmail.com

До новых встреч!