



ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ АЛГЕБРЫ И НАЧАЛ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА И ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ

12.10.2021 г.

Вопросы для обсуждения

1. Обзор заданий функционально-графической линии в итоговой аттестации.
2. Основные принципы построения курсов алгебры и алгебры и начал математического анализа.
3. Примеры.



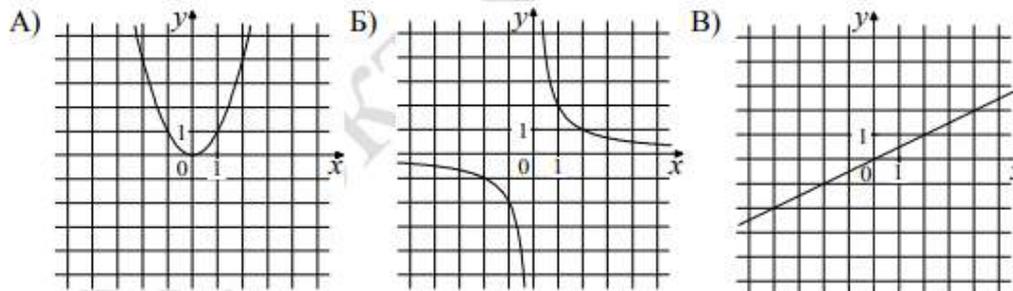
1. Обзор заданий функционально-графической линии в итоговой аттестации.



11

Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

1) $y = x^2$

2) $y = \frac{x}{2}$

3) $y = \frac{2}{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

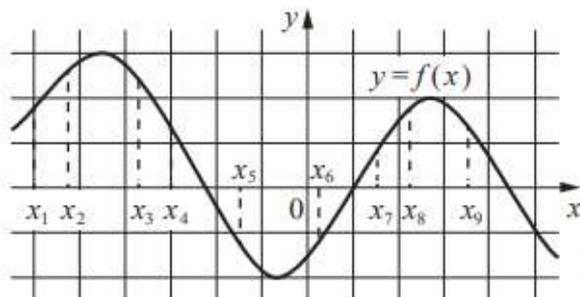
Ответ:

А	Б	В

22

Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

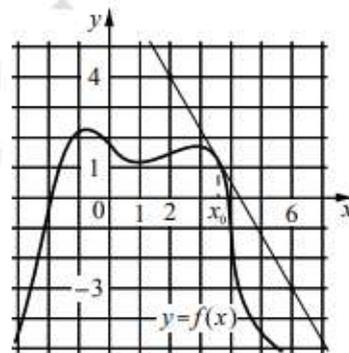
- 6 На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y = f(x)$.
 На оси абсцисс отмечены девять точек: x_1, x_2, \dots, x_9 .



Найдите все отмеченные точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответе укажите количество этих точек.

Ответ: _____.

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 749 МГц. Приёмник регистрирует частоту сигнала, отражённого от дна океана. Скорость погружения батискафа (в м/с) и частоты связаны соотношением

$$v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0},$$

где $c = 1500$ м/с – скорость звука в воде, f_0 – частота испускаемого сигнала (в МГц), f – частота отражённого сигнала (в МГц). Найдите частоту отражённого сигнала (в МГц), если батискаф погружается со скоростью 2 м/с.

Ответ: _____.

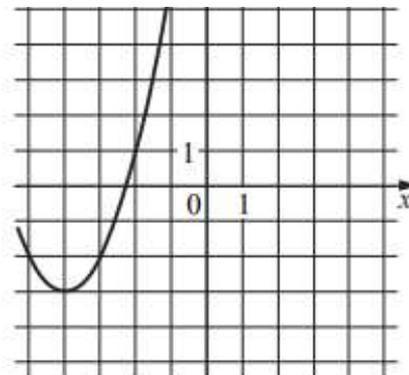
На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a , b и c — целые. Найдите значение $f(-12)$.

11 Найдите наименьшее значение функции $y = 9x - 9\ln(x+11) + 7$ на отрезке $[-10, 5; 0]$.

Ответ: _____.

Найдите точку максимума функции $y = (x+8)^2 \cdot e^{3-x}$.

Ответ: _____.



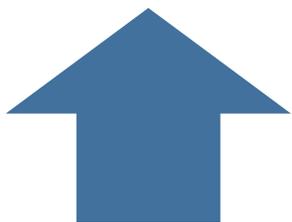
Ответ: _____.

Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 256}$.

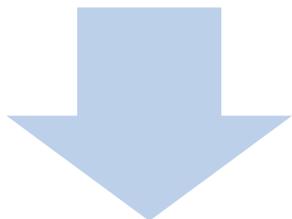
Ответ: _____.

2. Основные принципы построения курсов алгебры и алгебры и начал математического анализа.





Математика в школе – учебный предмет



Математика в школе – предмет общекультурной направленности с гуманитарным потенциалом

Основные принципы развивающего обучения

1) Теория занимает приоритетное положение.



2) Быстрый темп изучения материала.



3) Прохождение материала на высоком уровне сложности.



4) Организованное проблемное обучение.



5) Развитие всех учащихся.



Леонид Владимирович
Занков
(1901-1977)

Принципы построения содержания



Принцип крупных блоков.

- Раздел изучается компактно, без перебивок.

Отсутствие тупиковых тем.

- Ни в одном классе ни одна тема не должна быть «тупиковой», т. е. не связанной с предшествующим или последующим материалом.

Принцип детерминированности, логической завершённости построения курса.

- Порядок изучения тем понятен учителю.

Принцип завершённости в пределах учебного года.

- Каждый класс – это определённая серия математического романа, имеющая свою внутреннюю интригу и более-менее законченное содержание.

Приоритетность функционально-графической линии.

- Даёт возможность развития обоих полушарий мозга.

функции

уравнения

преобразования



Математика – это язык, на котором говорят все точные науки.



Н.И.Лобачевский

Алгебра и начала математического анализа, 10-11 классы

Класс	Функция	Реальные и физические процессы
7 класс	Линейная функция. Функция $y = x^2$	Равномерные процессы.
8 класс	Квадратичная функция. Функции $y = x $, $y = \frac{k}{x}$ и $y = \sqrt{x}$.	Равноускоренные процессы.
9 класс	Функции $y = x^3$ и $y = \sqrt[3]{x}$. Обобщение изученного в основной школе, формализация некоторых определений и понятий.	
10 класс	Тригонометрические функции. Степенные, показательные и логарифмические функции.	Периодические процессы, гармонические колебания. Процессы органического роста.
11 класс	Элементы теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления; обобщение изученного.	Мгновенная скорость, площадь и объём, оптимальные значения некоторых величин.

Стратегия и тактика изучения свойств функций



Н – наглядно-интуитивный уровень

Р – рабочий уровень

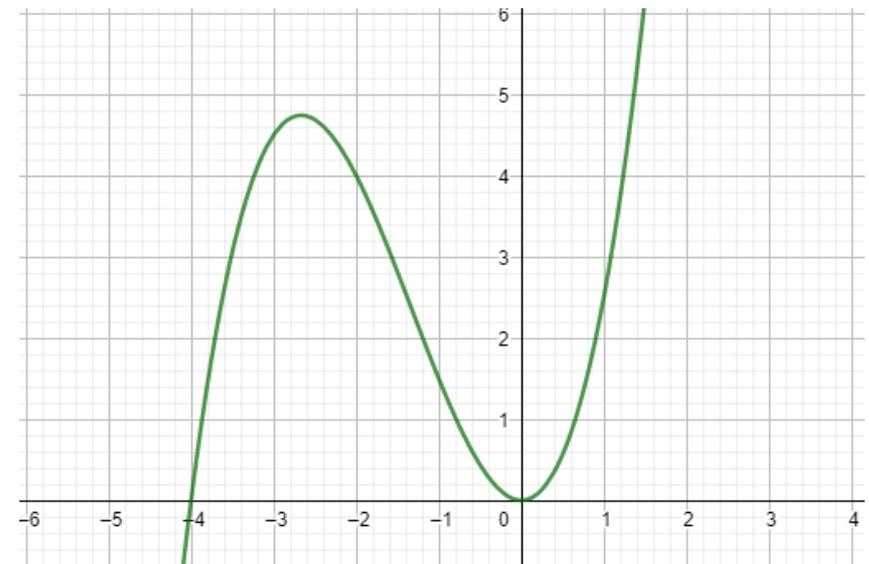
Ф – формальное определение свойства

Свойство	Класс				
	7-й	8-й	9-й	10-й	11-й
Область определения	Н	Р	Ф	Ф	Ф
Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке	Н	Р	Ф	Ф	Ф
Монотонность	Н	Р	Ф	Ф	Ф
Непрерывность	Н	Н	Н	Н	Ф
Ограниченность	-	Н, Р	Ф	Ф	Ф
Выпуклость	-	Н	Н	Н	Н
Область значений	-	Н, Р	Ф	Ф	Ф
Четность	-	-	Ф	Ф	Ф
Периодичность	-	-	-	Ф	Ф
Дифференцируемость	-	-	-	-	Н
Экстремумы	-	-	-	-	Ф

Тематическое планирование

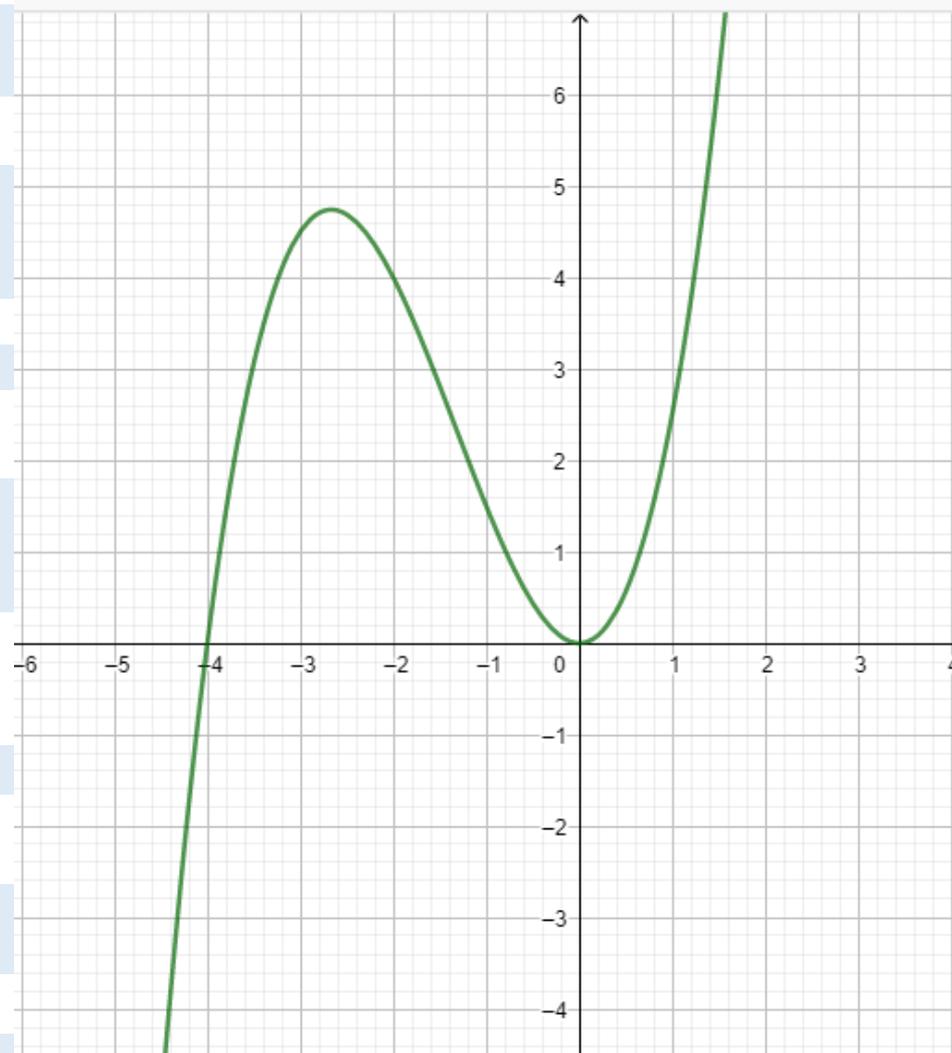
пп	Тема	Кол-во часов
	Глава 1. Математический язык. Математические модели.	17
	Глава 2. Линейная функция.	13
8	Координатная плоскость. Координаты точки на плоскости.	1
9	Координатная плоскость. Построение точки на плоскости по заданным координатам.	1
10	Линейное уравнение с двумя переменными.	1
11	График линейного уравнения с двумя переменными.	3
12	Что такое линейная функция.	2
13	Линейная функция $y = kx$.	2
14	Наименьшее и наибольшее значения функции на заданном промежутке.	1
15	Взаимное расположение графиков линейных функций.	1
	<i>Контрольная работа № 2.</i>	<i>1</i>
	Глава 3. Системы двух линейных уравнений с двумя переменными.	
16	Что такое система уравнений. Графический метод решения систем двух линейных уравнений с двумя переменными.	2

пп	Тема	Кол-во часов
	Глава 4. Функция $y = x^2$.	8
20	Парабола.	3
21.	Графическое решение уравнений.	1
22.	Что означает в математике запись $y = f(x)$.	2
23.	Познакомимся с кусочными функциями.	2



пп	Тема	Кол-во часов
	Глава 1. Множество действительных чисел.	16
	Глава 2. Алгебраические дроби.	17
	Глава 3. Функция $y = \sqrt{x}$. Свойства квадратных корней	12
19	Функция $y = \sqrt{x}$, её график и свойства.	
	Глава 4. Квадратичная функция. Функция $y = \frac{k}{x}$.	15
24.	Функция $y = x^2, k > 0$.	2
25.	Функция $y = x^2, k < 0$.	1
26.	Как построить график функции $y = f(x + l)$, если известен график функции $y = f(x)$.	2
27.	Как построить график функции $y = f(x) + m$, если известен график функции $y = f(x)$.	1
28.	Как построить график функции $y = f(x + l) + m$, если известен график функции $y = f(x)$.	2
29.	Функция $y = ax^2 + bx + c$.	3
30.	Функция $y = \frac{k}{x}, k > 0$.	2
31.	Функция $y = \frac{k}{x}, k < 0$.	1
	<i>Контрольная работа № 5.</i>	<i>1</i>
	Глава 5. квадратные уравнения.	19

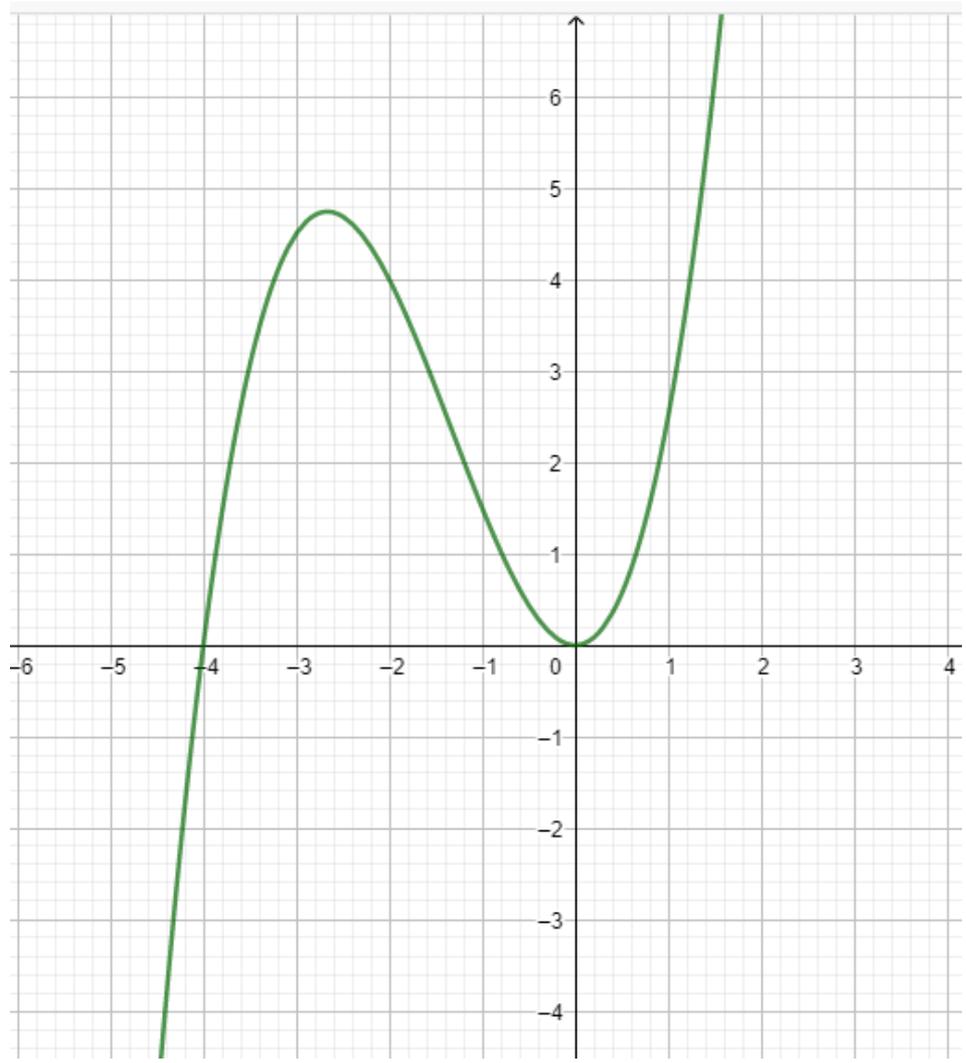
Тематическое планирование



пп	Тема	Кол-во часов
Глава 1. Системы уравнений.		17
1.	Уравнения с двумя переменными	1
2.	График уравнения с двумя переменными.	2
3.	Уравнение окружности на координатной плоскости.	2
4.	Основные понятия, связанные с системами уравнений с двумя переменными.	2
Глава 2. Решение неравенств.		21
Глава 3. Числовые функции.		17
17.	Определение числовой функции.	2
18.	Способы задания функции.	1
19.	Свойства функций.	1
20.	Чётные и нечётные функции.	2
21.	Исследование функций. Чтение графика функции	2
22.	Функция $y = x^3$.	2
23.	Понятие корня n -й степени из действительного числа.	2
24.	Функция $y = \sqrt[3]{x}$.	2
25.	Построение графиков функций	2
	<i>Контрольная работа № 2.</i>	<i>1</i>
Глава 4. Арифметическая и геометрическая прогрессии.		19



Тематическое планирование

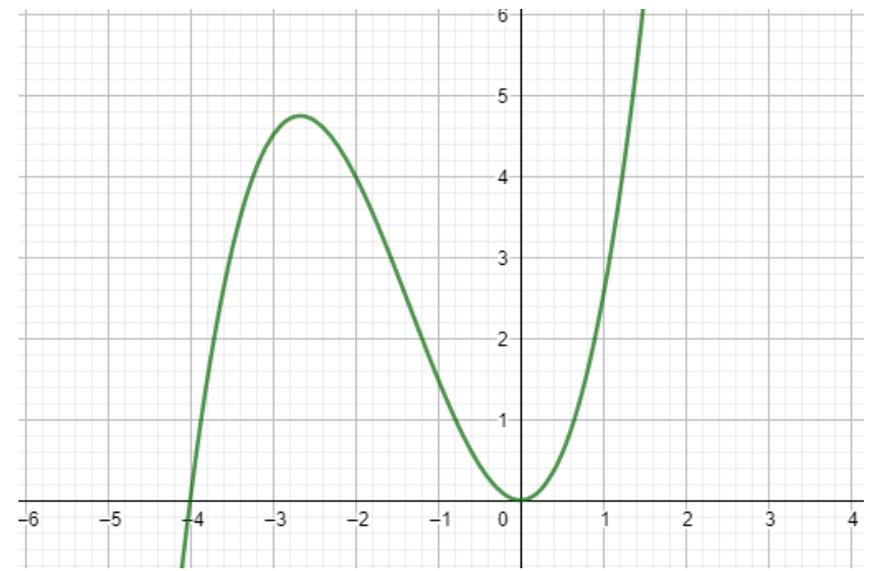


пп	Тема	Кол-во часов
Глава 1. Тригонометрические функции.		23
1.	Что такое числовая окружность.	2
2.	Числовая окружность на координатной плоскости.	2
3.	Дуги числовой окружности на координатной плоскости.	1
4.	Понятия косинуса и синуса числа.	2
5.	Понятия тангенса и котангенса числа.	1
6.	Соотношения между тригонометрическими функциями.	2
7.	Тригонометрические функции числового аргумента.	1
	<i>Контрольная работа № 1.</i>	<i>1</i>
8.	Периодические функции.	2
9.	Свойства и график функции $y = \cos x$.	2
10.	Свойства и график функции $y = \sin x$.	2
11.	Как, зная график функции $y = f(x)$, построить график функции $y = kf(x)$.	1
12.	Как, зная график функции $y = f(x)$, построить график функции $y = f(mx)$.	1
13.	График гармонического колебания.	1
14*.	Графики функций $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$.	1
	<i>Контрольная работа № 2.</i>	<i>1</i>



Тематическое планирование

пп	Тема	Кол-во часов
Глава 2. Обратные тригонометрические функции. Решение тригонометрических уравнений		16
15.	Понятие обратной функции.	1
16.	Функция $y = \arcsin x$.	2
17.	Функция $y = \arccos x$.	2
18.	Функция $y = \operatorname{arctg} x$.	1
19.	Функция $y = \operatorname{arcctg} x$.	1
Глава 3. Формулы тригонометрии.		12





Тематическое планирование



пп	Тема	Кол-во часов
Глава 4. Степенные функции.		16
32.	Степенные функции с натуральным показателем.	1
3.3	Степенные функции с целым отрицательным показателем.	1
34.	Функция $y = \sqrt[n]{x}$, её свойства и график.	2
35.	Свойства корней n -й степени.	
36.	Понятие степени с рациональным показателем.	2
37.	Степенные функции с рациональным показателем.	2
Глава 5. Показательные и логарифмические функции.		20
41.	Показательные функции.	2
42.	Понятие касательной. Число e и функция $y = e^x$.	1
43.	Логарифмические функции.	2

пп	Тема	Кол-во часов
Глава 1. Элементы теории пределов		10
Глава 2. Производная.		20
Глава 3. Исследование функций с помощью производной.		16
15.	Исследование функций на монотонность.	3
16.	Исследование функций на экстремум.	3
17.	О построении графиков функций.	2
18.	Нахождение наименьшего и наибольшего значений функций на промежутке.	3
19.	Задачи на отыскание наименьших и наибольших значений величин.	3
<i>Контрольная работа № 4.</i>		2

Содержательное структурирование системы упражнений



преобразование графиков

Инвариантное ядро
в курсе алгебры
состоит из шести
направлений

отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на заданном промежутке

графическое решение уравнений, систем уравнений и неравенств

функциональная символика

кусочно заданные функции

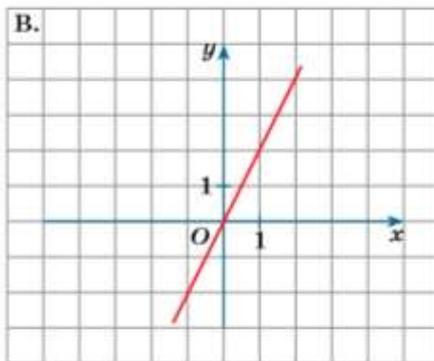
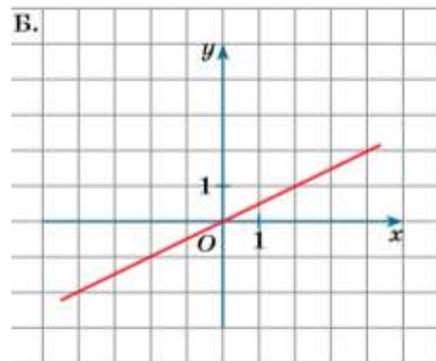
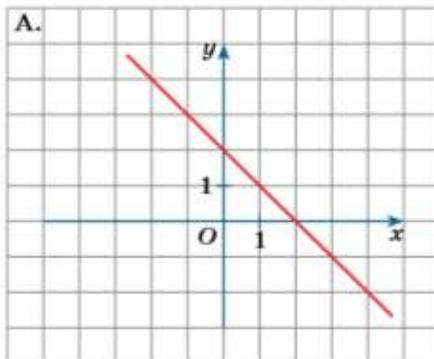
чтение графика

3. Примеры.



13.11. Установите соответствие между графическим и аналитическим заданием линейной функции.

- 1) $y = 0,5x$
- 2) $y = 2x$
- 3) $y = 2 - x$



ЛАБОРАТОРИЯ
А. Г. Мордковича



Упражнения для повторения

14.9. Составьте уравнение прямой $y = kx + m$, изображённой на:
а) рис. 64; б) рис. 65; в) рис. 66; г) рис. 67.

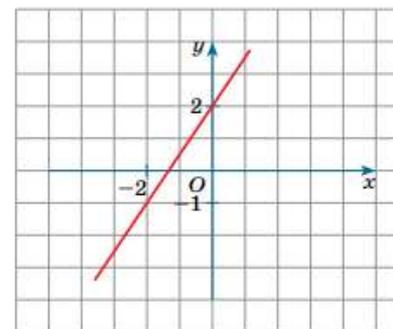


Рис. 64

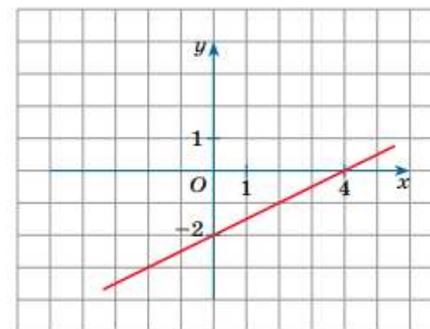


Рис. 65

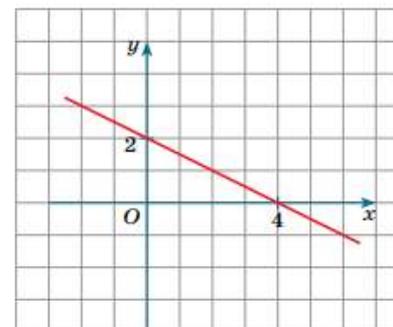


Рис. 66

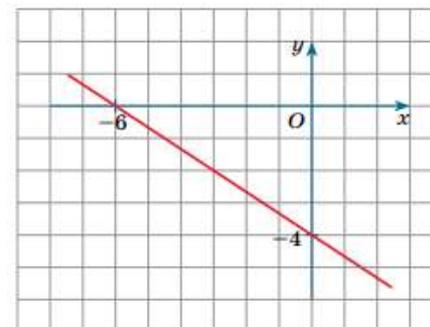


Рис. 67



ЛАБОРАТОРИЯ
А. Г. Мордковича

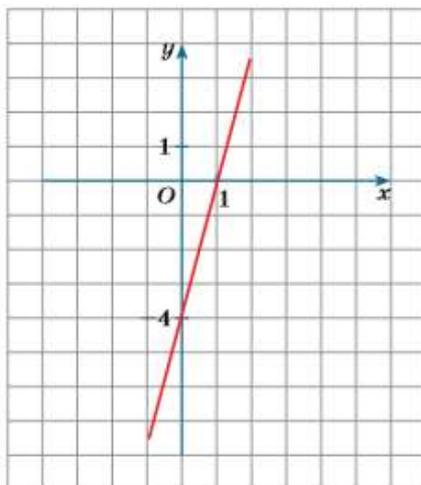


Рис. 79

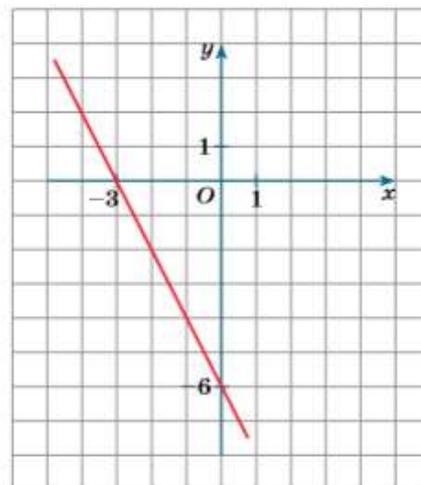


Рис. 80

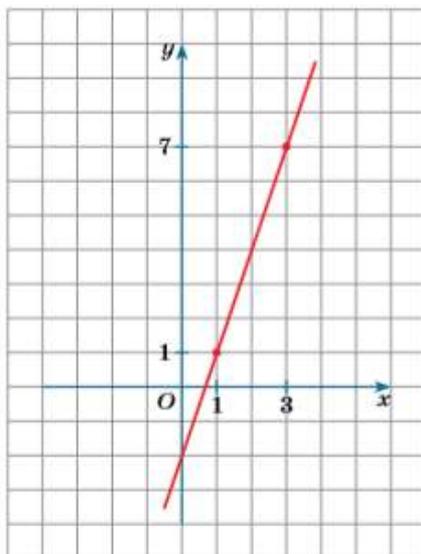


Рис. 81

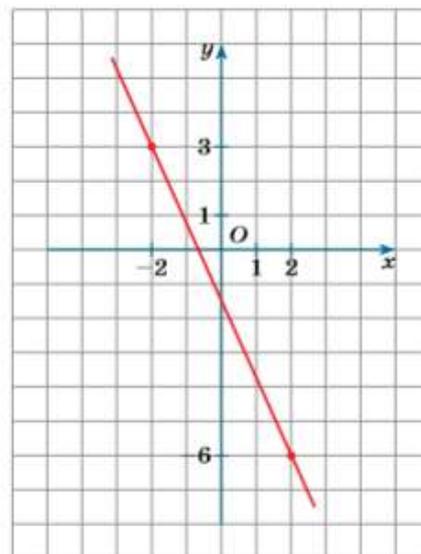


Рис. 82

17.12. График какой линейной функции изображён на:
а) рис. 77; в) рис. 79; д) рис. 81;
б) рис. 78; г) рис. 80; е) рис. 82?

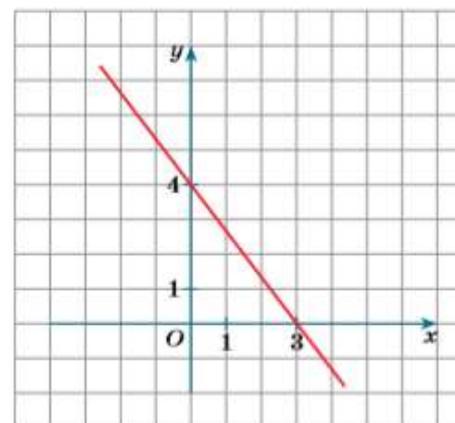


Рис. 77

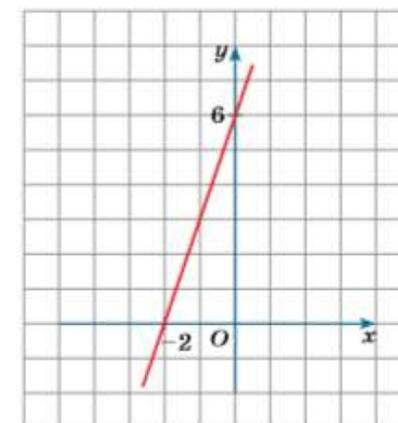


Рис. 78



- 20.7.** На указанном ниже рисунке представлен график функции $y = x^2$ и выделены части графика на промежутках. Запишите, какому числовому промежутку оси абсцисс соответствует выделенная часть. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на этом промежутке:
- а) рис. 88; в) рис. 90; д) рис. 92;
б) рис. 89; г) рис. 91; е) рис. 93.

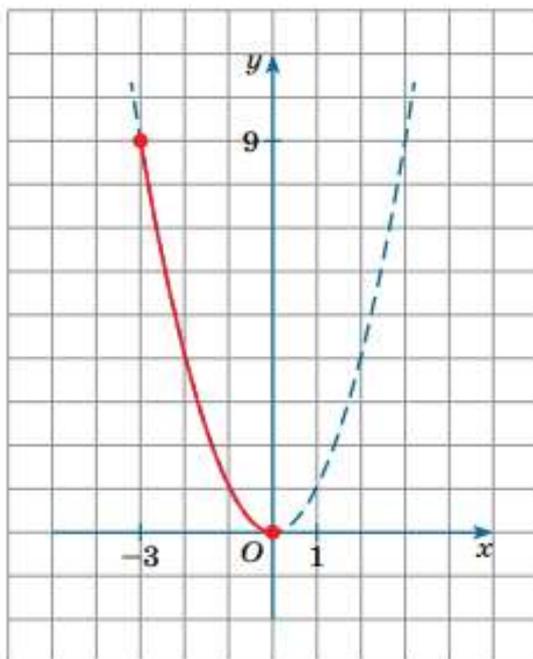


Рис. 88

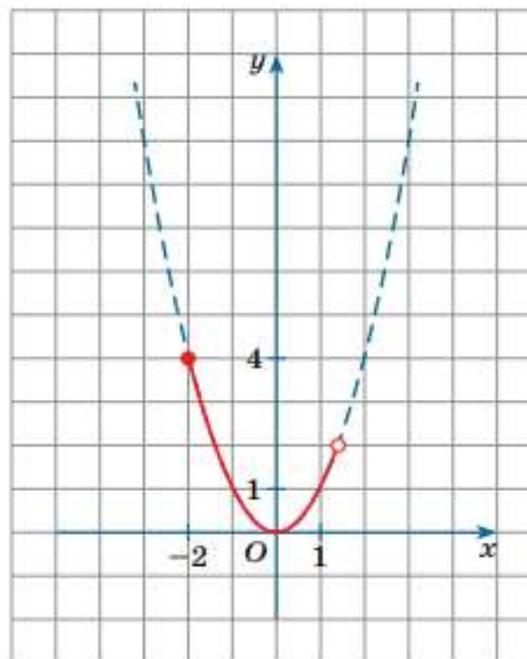


Рис. 89



22.5. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = -x^2$. Найдите:

- а) $f(1)$, $f(-2)$, $f\left(-\frac{1}{2}\right)$; г) $f(-3)$, $f(0)$, $f\left(\frac{1}{3}\right)$;
б) $f(a)$, $-f(a)$, $f(-2a)$; д) $f(3a)$, $-f(2a)$, $f\left(-\frac{1}{2}a\right)$;
в) $f(x^2)$, $f(|x|)$, $-f\left(\frac{1}{2}x^2\right)$; е) $f\left(\frac{1}{2}x^2\right)$, $-f(|x|)$, $f(-x^2)$.

22.6. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2$. При каких значениях x выполняется равенство:

- а) $f(x) = 169$; г) $f(x) = 121$;
б) $f(x) = -7x$; д) $f(x) = 8x$;
в) $f(x^2) = 81$; е) $f(3x) = 225$?

22.7. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2$. При каких значениях x выполняется равенство:

- а) $f(x - 2) = 64$; г) $f(x + 1) = 81$;
б) $f(x - 9) = f(x + 5)$; д) $f(x - 1) = f(x - 7)$;
в) $f(2x - 7) = f(2x + 3)$; е) $f(1 + 3x) = f(3x + 5)$?

22.8. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2$. Найдите значение параметра p , если известно, что равенство $f(x - p) = 64$ верно при $x = 3$.

22.9. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = -x^2$. Найдите значение параметра p , если известно, что равенство $f(x - p) = f(x + 5)$ верно при $x = 6$.

23.10. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x < -1; \\ x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 2; \\ x + 2, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

- а) Вычислите $f(-2)$, $f(-1)$, $f(0)$, $f(2)$, $f(4)$.
б) Постройте график функции $y = f(x)$.
в) С помощью графика функции найдите значения аргумента, если $f(x) = 1$, $f(x) = 0$, $f(x) = 4$, $f(x) = -1$.

23.14. При каких значениях параметра p уравнение $f(x) = p$, где

$$f(x) = \begin{cases} x + 6, & \text{если } x \leq -2; \\ x^2, & \text{если } -2 < x \leq 3; \end{cases}$$

- а) имеет один корень;
б) имеет два корня;
в) имеет не более двух корней;
г) имеет три корня;
д) не имеет корней;
е) имеет хотя бы один корень?

24.11. Составьте уравнение параболы $y = kx^2$, график которой изображён на указанном рисунке:

а) рис. 44;

в) рис. 46;

д) рис. 48;

б) рис. 45;

г) рис. 47;

е) рис. 49.

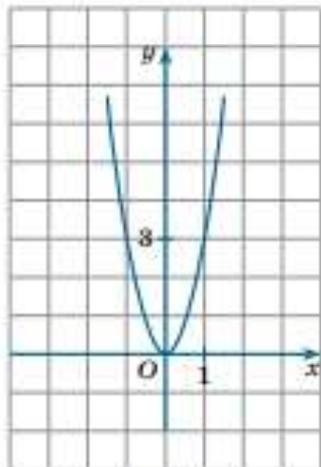


Рис. 44

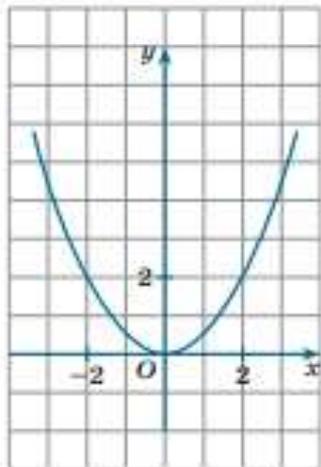


Рис. 45

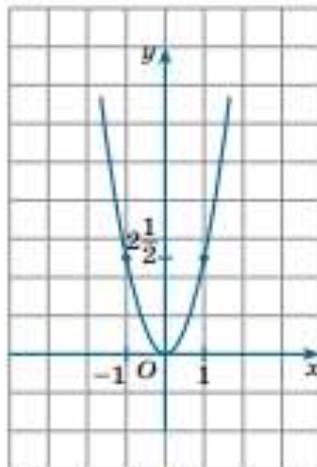


Рис. 46

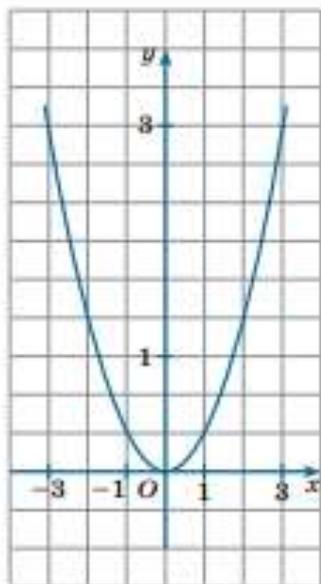


Рис. 47

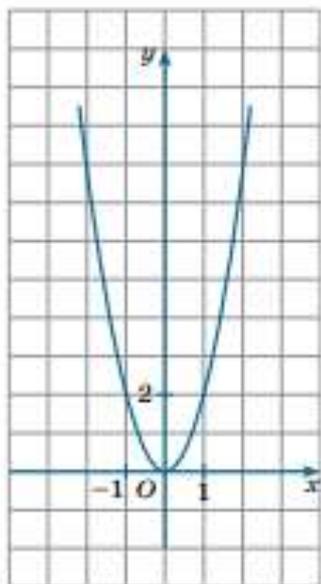


Рис. 48

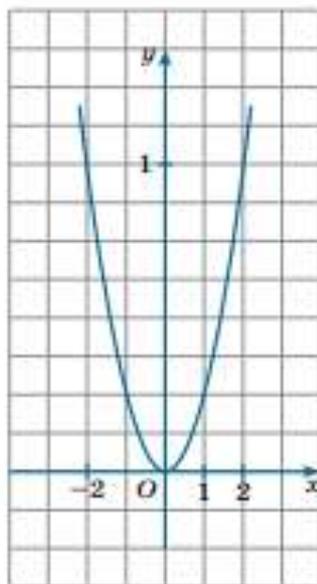


Рис. 49



ЛАБОРАТОРИЯ
А.Г. Мордковича





24.20. Постройте график функции:

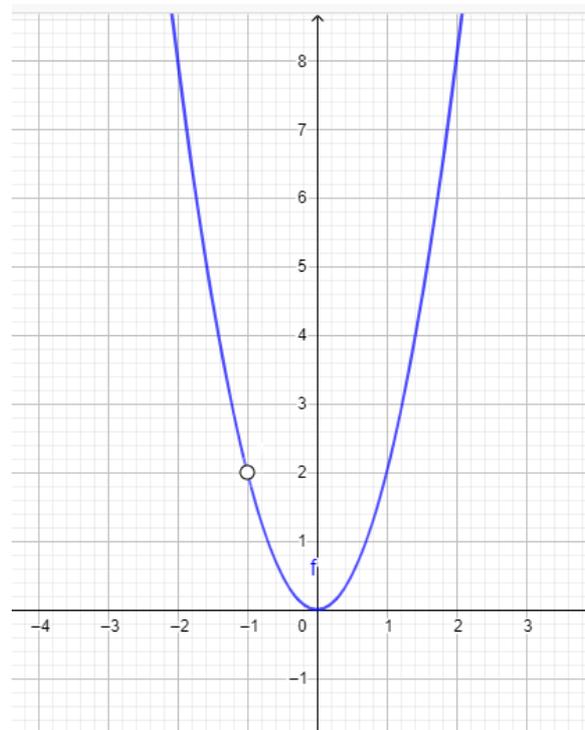
а) $y = \frac{2x^3 + 2x^2}{x + 1};$

Преобразуем выражение

$$\frac{2x^3 + 2x^2}{x + 1} = \frac{2x^2(x + 1)}{x + 1} = 2x^2$$

Построим график функции

$$y = 2x^2, \quad D(y) = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$$



ИКТ 24.21. Постройте график данной функции и найдите значения параметра p , при которых прямая $y = p$ имеет с графиком ровно одну общую точку:

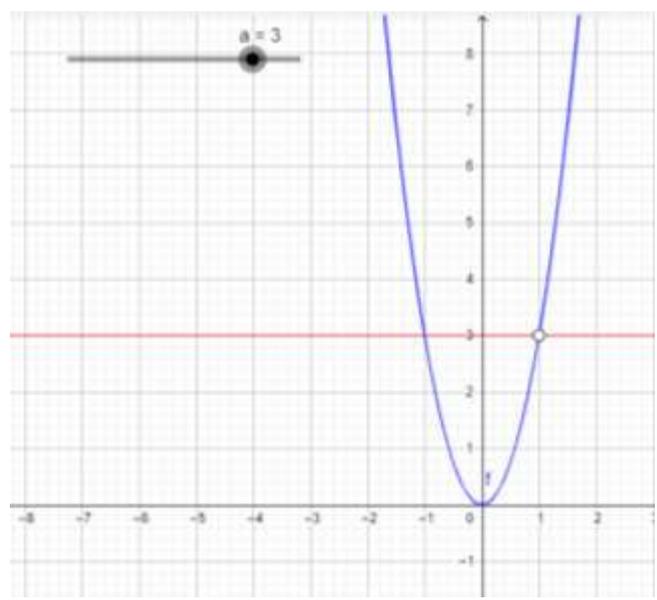
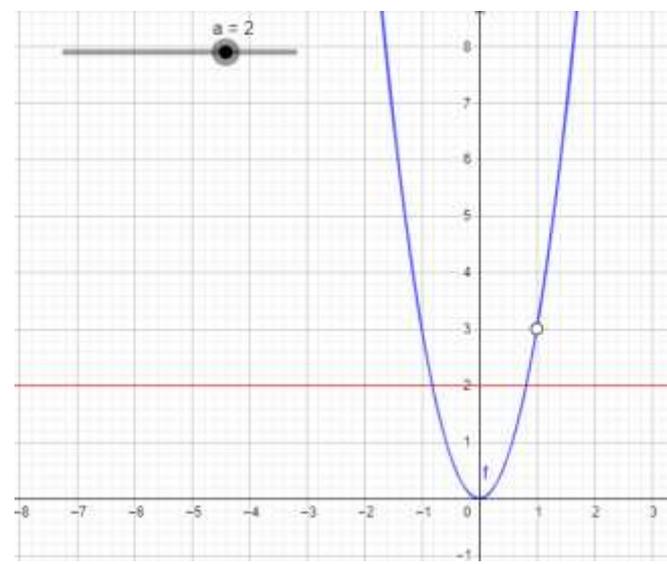
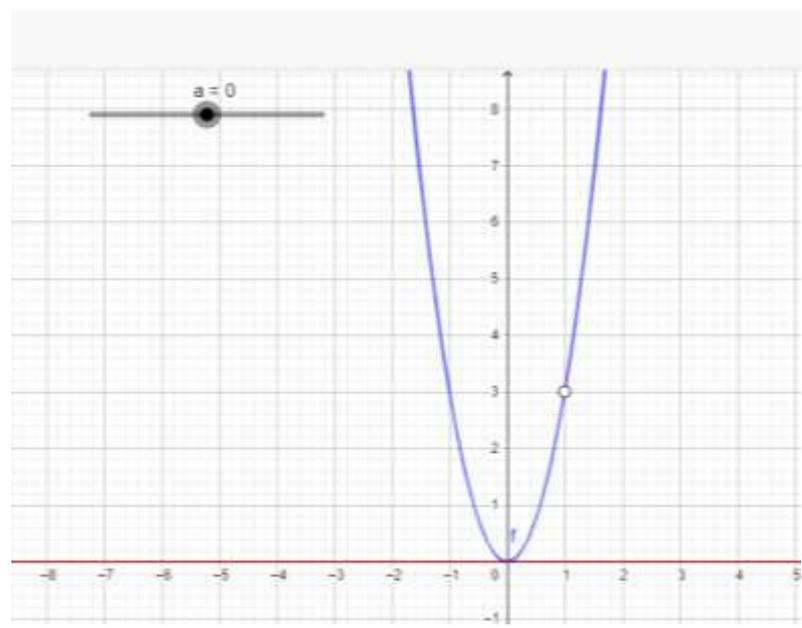
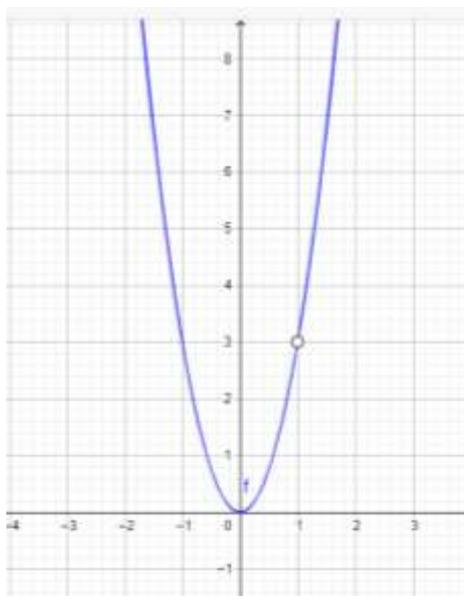
$$a) y = \frac{3x^3 - 3x^2}{x - 1};$$

Преобразуем выражение

$$\frac{3x^3 - 3x^2}{x - 1} = \frac{3x^2(x - 1)}{x - 1} = 3x^2$$

Построим график функции

$$y = 3x^2, \quad D(y) = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$$



ЛАБОРАТОРИЯ
А.Г. Мордковича





26.6. Запишите уравнение параболы $y = a(x + l)^2$, график которой изображён на указанном рисунке:

- а) рис. 59; в) рис. 61; д) рис. 63;
б) рис. 60; г) рис. 62; е) рис. 64.

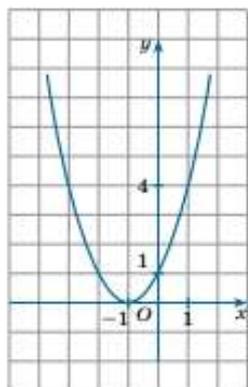


Рис. 59

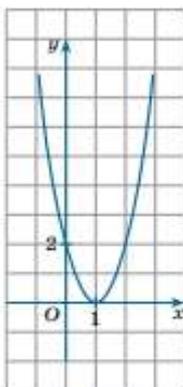


Рис. 60

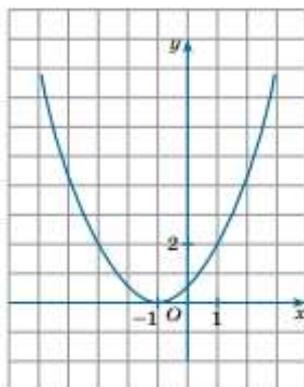


Рис. 61

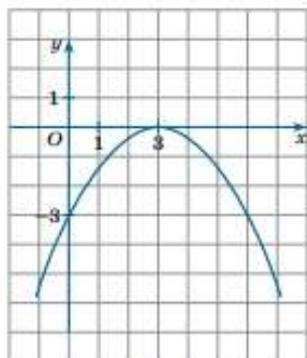


Рис. 62

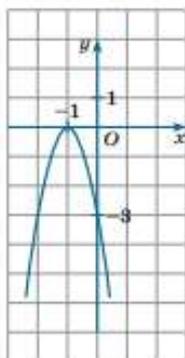


Рис. 63

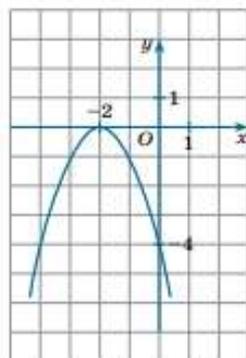


Рис. 64

26.7. График какой функции вида $y = |x + l|$ или $y = -|x + l|$ изображён на указанном рисунке:

- а) рис. 65; в) рис. 67; д) рис. 69;
б) рис. 66; г) рис. 68; е) рис. 70?

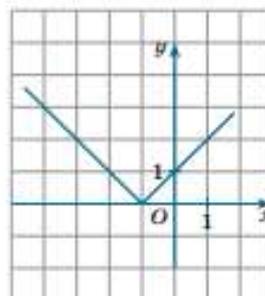


Рис. 65

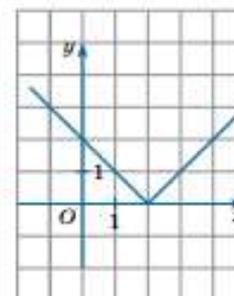


Рис. 66

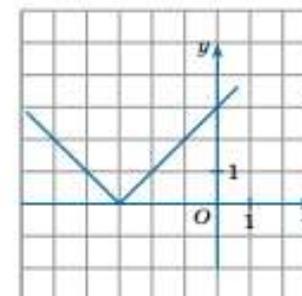


Рис. 67

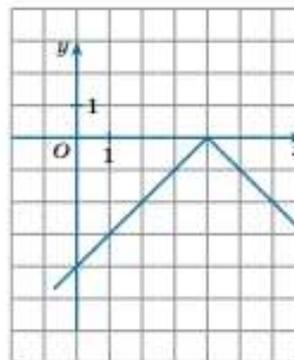


Рис. 68

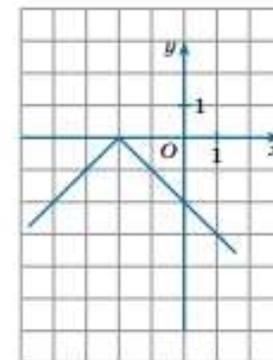


Рис. 69

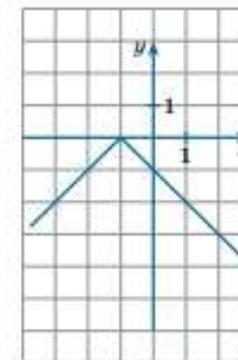


Рис. 70

27.6. График какой функции вида $y = \sqrt{x} + m$ или $y = -\sqrt{x} + m$ изображён на указанном рисунке:

- а) рис. 81; в) рис. 83; д) рис. 85;
 б) рис. 82; г) рис. 84; е) рис. 86?

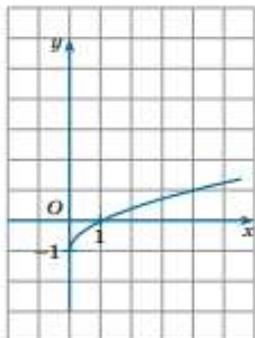


Рис. 81

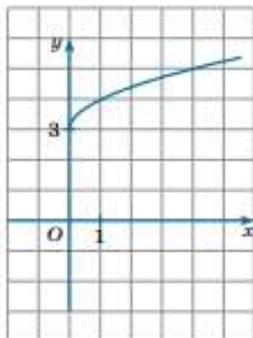


Рис. 82

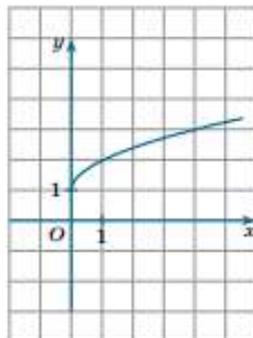


Рис. 83

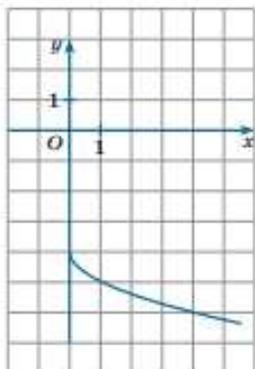


Рис. 84

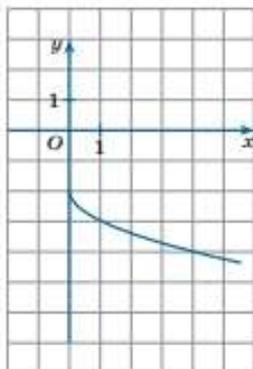


Рис. 85

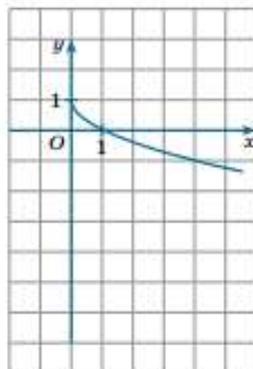


Рис. 86



ЛАБОРАТОРИЯ
А. Г. Мордковича



28.4. Запишите уравнение параболы $y = a(x + l)^2 + m$, график которой изображён на указанном рисунке:

- а) рис. 94; в) рис. 96; д) рис. 98 (с. 210);
 б) рис. 95; г) рис. 97 (с. 210); е) рис. 99 (с. 210).

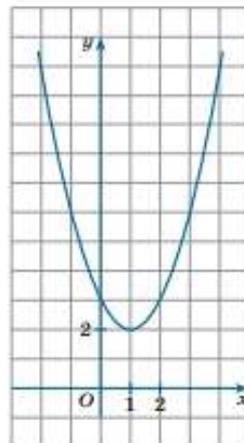


Рис. 94

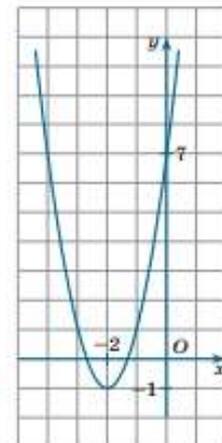


Рис. 95

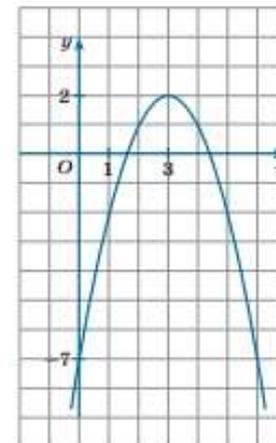


Рис. 96

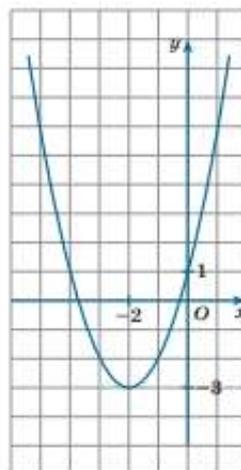


Рис. 97

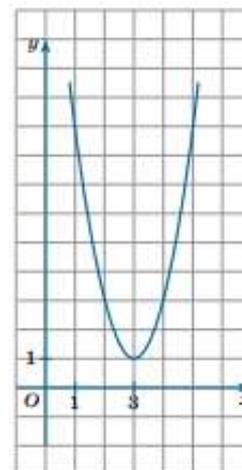


Рис. 98

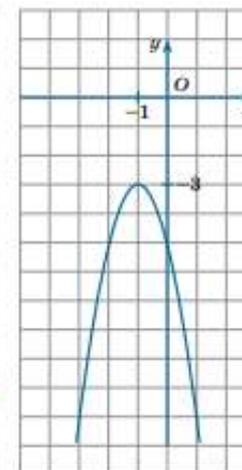


Рис. 99

29.6. Не строя график функции, укажите промежутки её возрастания и убывания:

а) $y = 3x^2 + 6x - 5$;

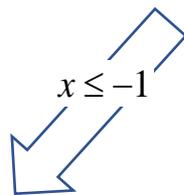
Выполним преобразования:

$$y = 3x^2 + 6x - 5 = 3x^2 + 6x + 3 - 8 = 3(x^2 + 2x + 1) - 8 = 3(x+1)^2 - 8.$$

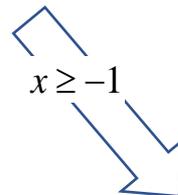
Рассмотрим $x_1 \leq x_2$

Прибавим к обеим частям неравенства 1: $x_1 + 1 \leq x_2 + 1$

Возведём в квадрат



$$(x_1 + 1)^2 \geq (x_2 + 1)^2$$



$$(x_1 + 1)^2 \leq (x_2 + 1)^2$$

Умножим на 3:

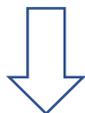
$$3(x_1 + 1)^2 \geq 3(x_2 + 1)^2$$

$$3(x_1 + 1)^2 \leq 3(x_2 + 1)^2$$

Вычтем 8:

$$3(x_1 + 1)^2 - 8 \geq 3(x_2 + 1)^2 - 8$$

$$3(x_1 + 1)^2 - 8 \leq 3(x_2 + 1)^2 - 8$$



$$f(x_1) \geq f(x_2)$$



$$f(x_1) \leq f(x_2)$$



ЛАБОРАТОРИЯ
А. Г. Мордковича





ИКТ 28.10. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -3(x + 3)^2 + 2, & \text{если } -4 \leq x < -2; \\ 2x, & \text{если } -2 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

Постройте график функции $y = f(x)$ и определите, при каких значениях p уравнение $f(x) = p$:

- а) имеет один корень;
- б) имеет три корня;
- в) имеет два корня;
- г) не имеет корней;
- д) имеет хотя бы два корня;
- е) имеет не более одного корня.

ИКТ 28.11. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} x + 8, & \text{если } -7 \leq x < -4; \\ 2(x + 2)^2 - 4, & \text{если } -4 \leq x < 0; \\ (x - 2)^2 + 2, & \text{если } 0 \leq x \leq 4. \end{cases}$$

Выясните, при каких значениях параметра p уравнение $f(x) = p$ имеет:

- а) не менее трёх корней;
- б) более трёх корней.



Запишите уравнение, график которого изображён на данном рисунке.

- 2.1. а) Рис. 6; в) рис. 8; д) рис. 10;
б) рис. 7; г) рис. 9; е) рис. 11.

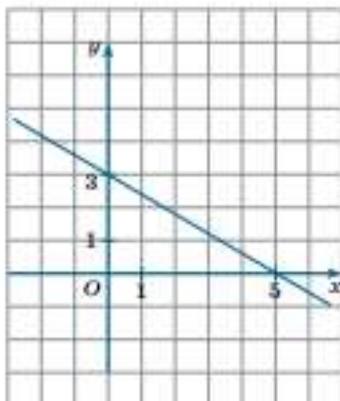


Рис. 6

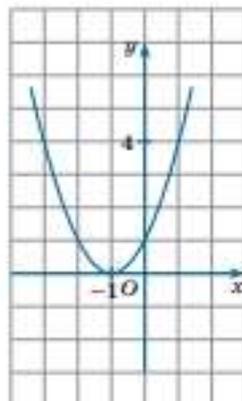


Рис. 7

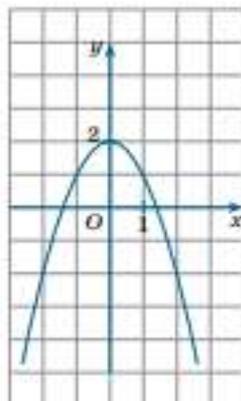


Рис. 8

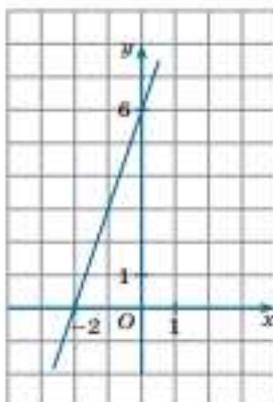


Рис. 9

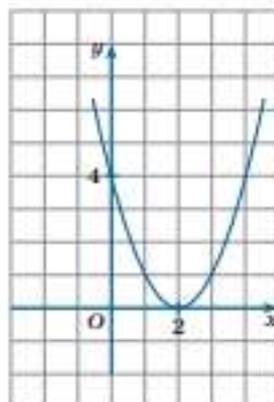


Рис. 10

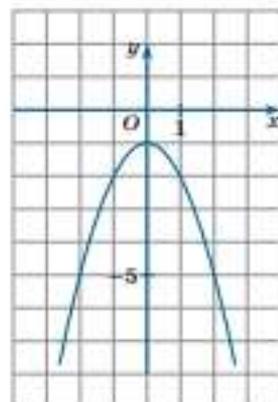


Рис. 11

- 2.2. а) Рис. 12; в) рис. 14; д) рис. 16 (с. 16);
б) рис. 13; г) рис. 15; е) рис. 17 (с. 16).

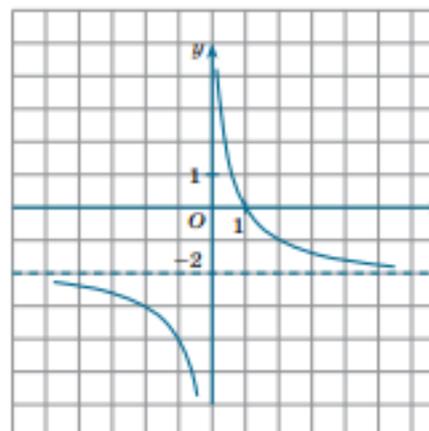


Рис. 12

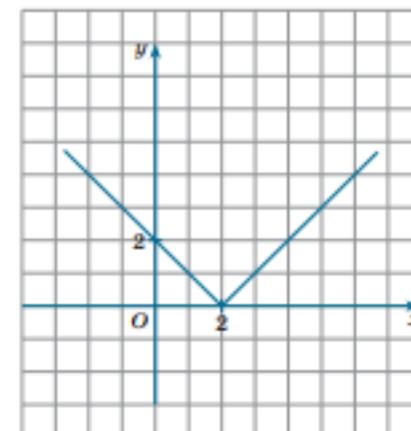


Рис. 13

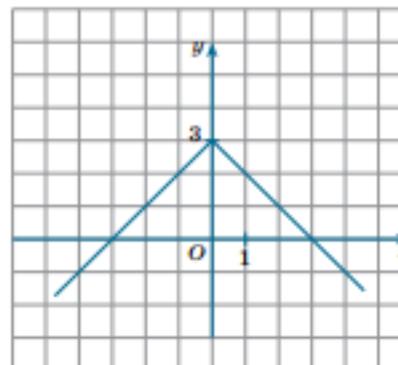


Рис. 14

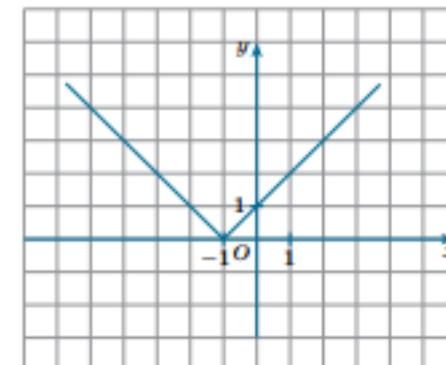


Рис. 15



3.17. Постройте множество точек, удовлетворяющих условию:

- а) $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 < 9$; г) $(x - 5)^2 + (y - 1)^2 > 16$;
б) $(x + 4)^2 + (y + 3)^2 \geq 4$; д) $(x + 1)^2 + (y + 7)^2 \leq 1$;
в) $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 \leq 16$; е) $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 \geq 25$.

3.18. Постройте полуокружность:

- а) $y = \sqrt{9 - x^2}$; г) $y = \sqrt{16 - x^2}$;
б) $y = -\sqrt{25 - (x - 3)^2}$; д) $y = -\sqrt{36 - (x + 1)^2}$;
в) $y = \sqrt{24 - x^2 - 2x}$; е) $y = 1 - \sqrt{5 - x^2 + 4x}$.

3.19. Постройте график уравнения:

- а) $x^2 + y^2 + 4x - 0$; г) $x^2 + y^2 - 8x - 0$;
б) $x^2 + y^2 + 4x - 8y - 5$; д) $x^2 + y^2 - 10x - 6y - 5$;
в) $x^2 + y^2 + 8x + 16y + 79 - 0$; е) $x^2 + y^2 - 12x - 14y + 81 - 0$.

3.20. При каком значении параметра p график уравнения $|x| + y + p = 0$ имеет с окружностью $x^2 + (y + 1)^2 = 4$:

- а) единственную точку пересечения;
б) более двух точек пересечения?

Постройте и прочитайте график данной функции.

- 21.1.** а) $y = 2x$; г) $y = \frac{2}{3}x$;
б) $y = -\frac{3}{5}x + 2$; д) $y = -3x - 4$;
в) $y = x^2 - 1$; е) $y = -x^2 + 4$.
- 21.2.** а) $y = x^2 + 2x - 3$; г) $y = x^2 - 4x - 5$;
б) $y = 2x^2 - 4x + 1$; д) $y = -3x^2 - 2x + 1$;
в) $y = -\frac{1}{3}x^2 - 6x - 3$; е) $y = \frac{2}{3}x^2 - 8x - 3$.

- 21.3.** а) $y = \sqrt{x} - 1$; г) $y = -\sqrt{x} + 2$;
б) $y = -\sqrt{x - 1} + 2$; д) $y = \sqrt{x + 2} - 3$;
в) $y = \sqrt{x + 3} - 4$; е) $y = -\sqrt{x - 4} + 3$.
- 21.4.** а) $y = \frac{3}{x}$; г) $y = \frac{4}{x}$;
б) $y = -\frac{6}{x - 5}$; д) $y = -\frac{3}{x + 1}$;
в) $y = \frac{4}{x + 2} - 3$; е) $y = -\frac{2}{x - 4} - 1$.
- 21.5.** а) $y = -|x| + 2$; г) $y = |x| - 3$;
б) $y = |x + 1|$; д) $y = -|x + 3|$;
в) $y = -|x - 3| + 4$; е) $y = |x - 4| - 2$.



Прочитайте график функции, изображённый на указанном рисунке.

- 21.6. а) Рис. 160; в) рис. 162; д) рис. 164;
б) рис. 161; г) рис. 163; е) рис. 165.

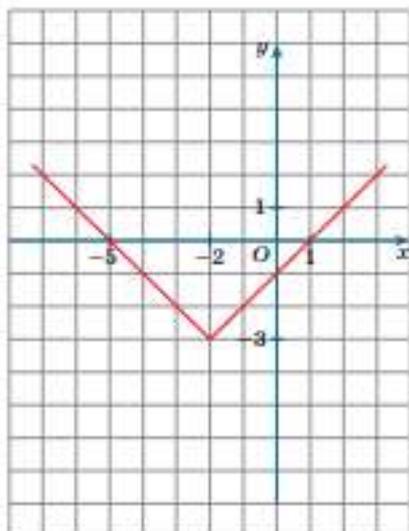


Рис. 160

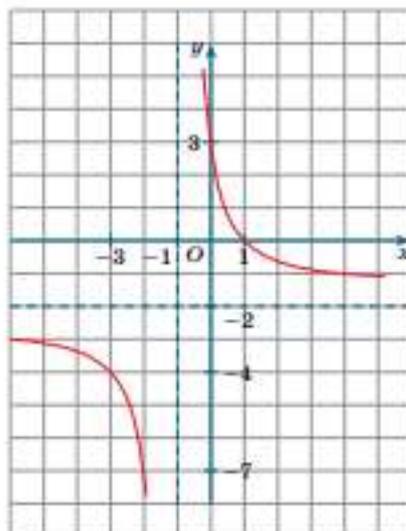


Рис. 161

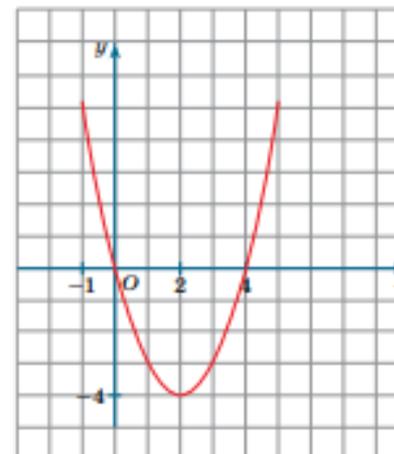


Рис. 162

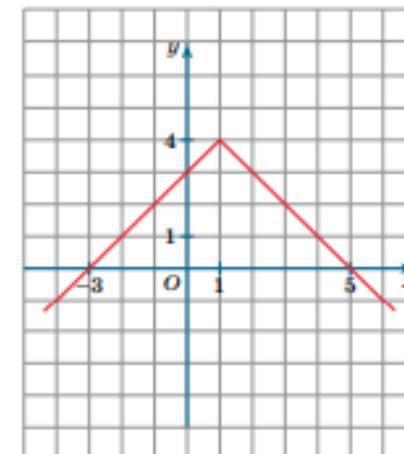


Рис. 163

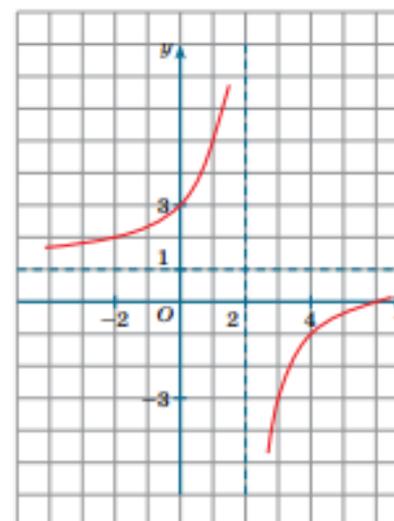


Рис. 164

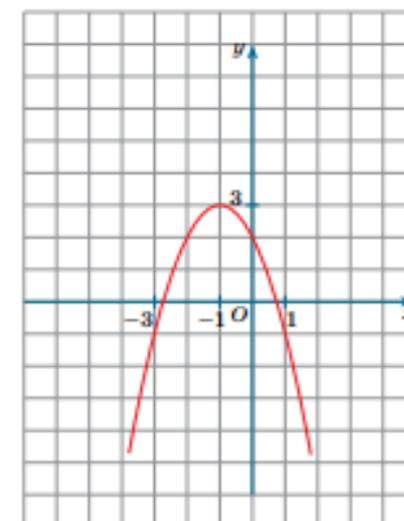


Рис. 165

Пример



На рисунке изображён график функции вида $y = ax^2 + bx + c$.

Найдите значение $f(8)$.

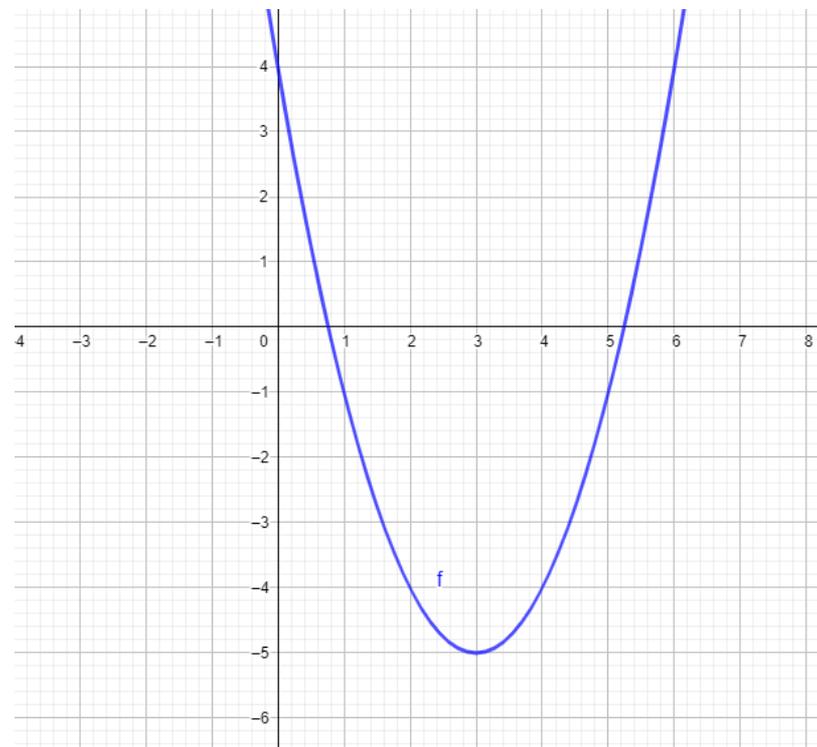
Координаты вершины: $(3; 5)$.

Парабола вида: $y = x^2$

Изображён график функции: $y = (x - 3)^2 - 5$.

Искомое значение: $f(8) = (8 - 3)^2 - 5 = 20$.

Ответ. 20.



Пример



На рисунке изображён график функции вида $y = ax^2 + bx + c$.

Найдите значение a по этому графику.

Координаты некоторых точек: $(-3; -5)$; $(-1; 1)$; $(-4; -5)$.

Получаем систему:
$$\begin{cases} 9a - 3b + c = -5, \\ a - b + c = 1, \\ 16a - 4b + c = -5. \end{cases}$$

Вычтем из первого и третьего уравнений второе:

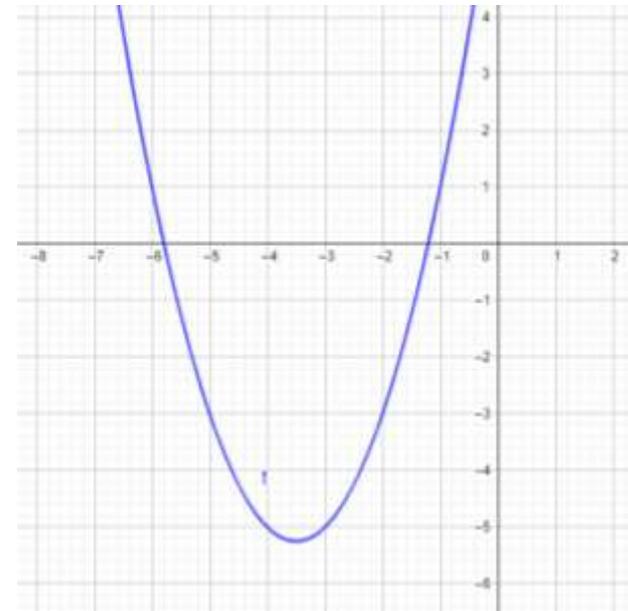
$$\begin{cases} 8a - 2b = -6, \\ 15a - 3b = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - b = -3, \\ 5a - b = -2. \end{cases}$$

Вычтем из второго уравнения первое: $a = 1$.

Далее: $4a - b = -3 \Leftrightarrow b = 7$.

$$a - b + c = 1 \Leftrightarrow c = 7.$$

Ответ. 1.



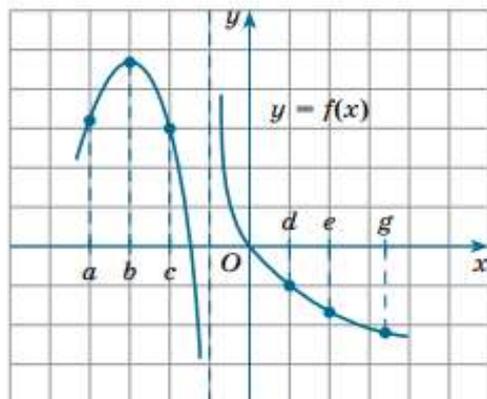


Рис. 63

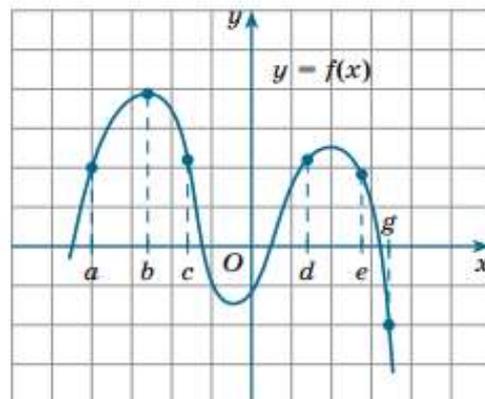


Рис. 64

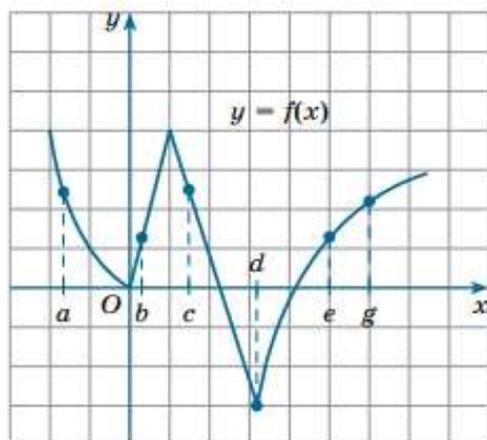


Рис. 65

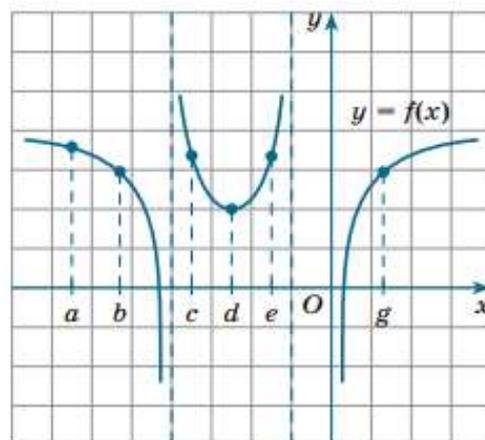


Рис. 66

- 15.2.** а) На рисунке 65 изображён график функции $y = f(x)$. Распределите неравенства $f'(a) > 0$, $f'(b) > 0$, $f'(c) < 0$, $f'(d) < 0$, $f'(e) < 0$, $f'(g) < 0$ в две группы: верные и неверные.
- б) На рисунке 66 изображён график функции $y = f(x)$. Распределите неравенства $f'(a) > 0$, $f'(b) > 0$, $f'(c) < 0$, $f'(d) < 0$, $f'(e) < 0$, $f'(g) > 0$ в две группы: верные и неверные.



15.3. На рисунке 67 изображён график дифференцируемой функции $y = f(x)$. Сравните с нулём значения выражений:

- а) $f'(a) + f'(b)$; в) $f'(b) \cdot f'(d)$; д) $e \cdot f'(e)$;
б) $f'(a) + f'(c)$; г) $f'(c) \cdot f'(g)$; е) $b \cdot f'(b)$.

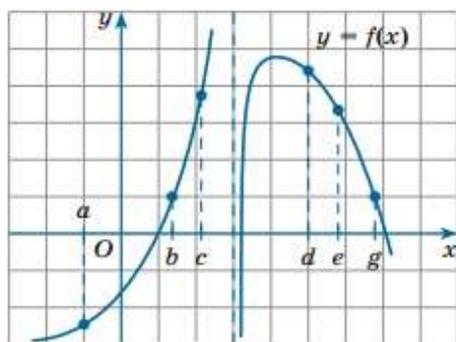


Рис. 67

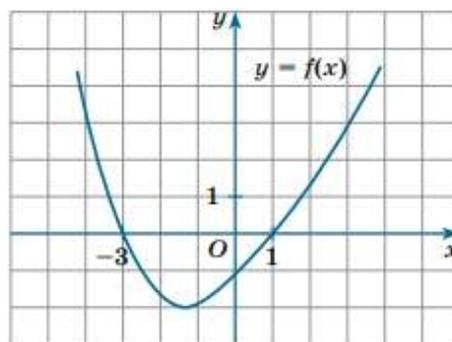


Рис. 68

15.4. На рисунке 68 изображён график производной функции $y = f(x)$.

Определите, верным или неверным является высказывание:

- а) функция $y = f(x)$ возрастает на $(-\infty; -4]$;
б) функция $y = f(x)$ возрастает на $[-1; +\infty)$;
в) функция $y = f(x)$ убывает на $[-3; 0]$;
г) функция $y = f(x)$ возрастает на $[1; +\infty)$;
д) функция $y = f(x)$ убывает на $(-\infty; -1]$;
е) функция $y = f(x)$ убывает на $[-1; 1]$.

15.5. На рисунке 69 изображён график производной функции $y = f(x)$. Определите, верным или неверным является высказывание:

- а) функция $y = f(x)$ возрастает на $[-6; -3]$;
б) функция $y = f(x)$ убывает на $[7; +\infty)$;
в) функция $y = f(x)$ возрастает на $[-2; 5]$;
г) функция $y = f(x)$ убывает на $[-10; -3]$;
д) функция $y = f(x)$ возрастает на $(-\infty; -8]$;
е) функция $y = f(x)$ возрастает на $(0; 6)$.

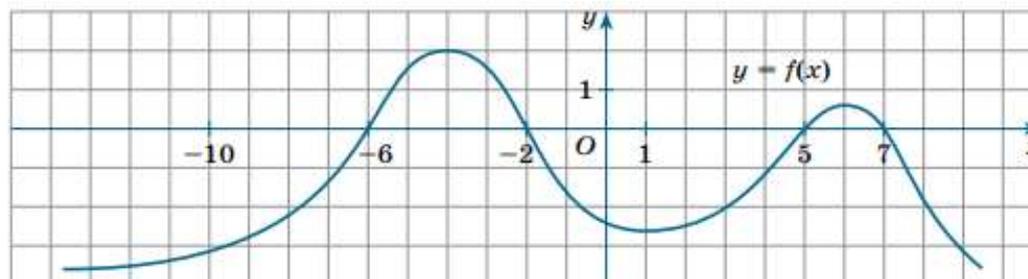
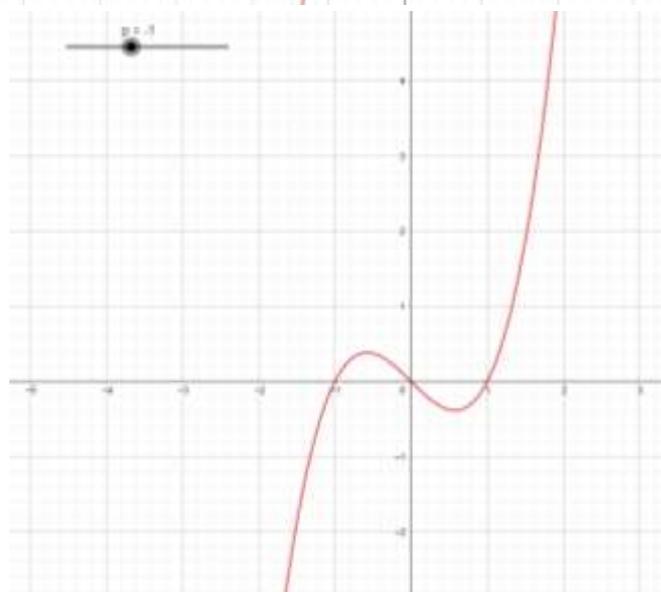
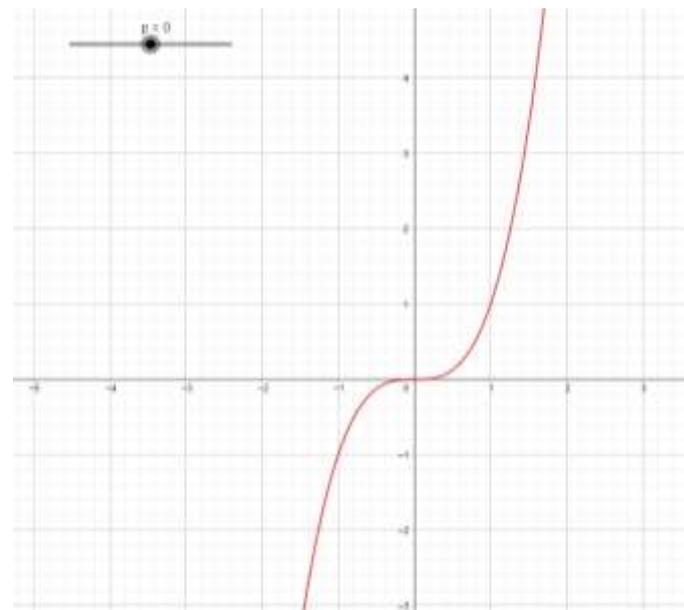
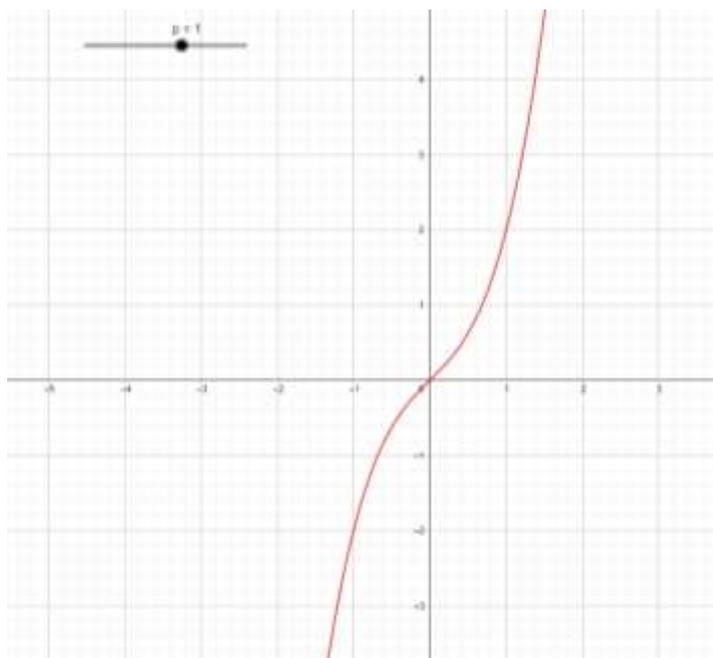


Рис. 69

ИКТ 15.22. При каких значениях параметра p функция возрастает на всей числовой прямой: а) $y = x^3 + px$;



LAB
ЛАБОРАТОРИЯ
А.Г. Мордковича



Аналитическое решение

Найдём производную данной функции $y' = (x^3 + px)' = 3x^2 + p$

Область определения функции – вся числовая прямая.

$y' = 0$, если $3x^2 + p = 0$, $x = \pm \sqrt{-\frac{p}{3}}$

При $p \geq 0$ функция возрастает на всей числовой оси.

При $p < 0$ уравнение $y' = 0$ имеет два корня. Которые разбивают числовую прямую на три промежутка монотонности.

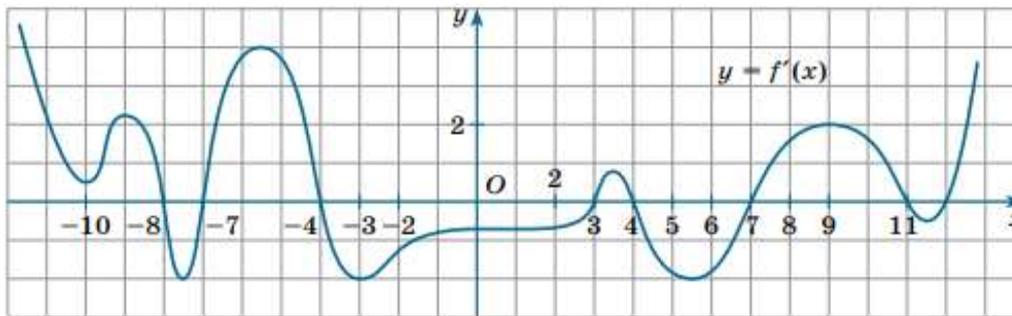


Рис. 70

15.6. На рисунке 70 изображён график производной функции $y = f(x)$. Укажите, на каком из данных промежутков функция $y = f(x)$ возрастает, а на каком убывает:

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| а) $[-10; -8]$ и $[-2; 2]$; | г) $[-3; 0]$ и $[9; 11]$; |
| б) $[0; 3]$ и $[8; 9]$; | д) $[-16; -12]$ и $[4; 7]$; |
| в) $[-7; -4]$ и $[5; 6]$; | е) $[12; 15]$ и $[-1; 3]$. |

15.7. На рисунке 71 изображены графики производных функций $y = f(x)$, $y = g(x)$ и $y = h(x)$. Опишите характер монотонности (убывает или возрастает) каждой из функций $y = f(x)$, $y = g(x)$ и $y = h(x)$ на промежутке:

- | | | |
|-----------------|----------------|-----------------|
| а) $[-3; -1]$; | в) $[0; 2]$; | д) $[3; 5]$; |
| б) $[1; 3]$; | г) $[-2; 0]$; | е) $[-6; -3]$. |

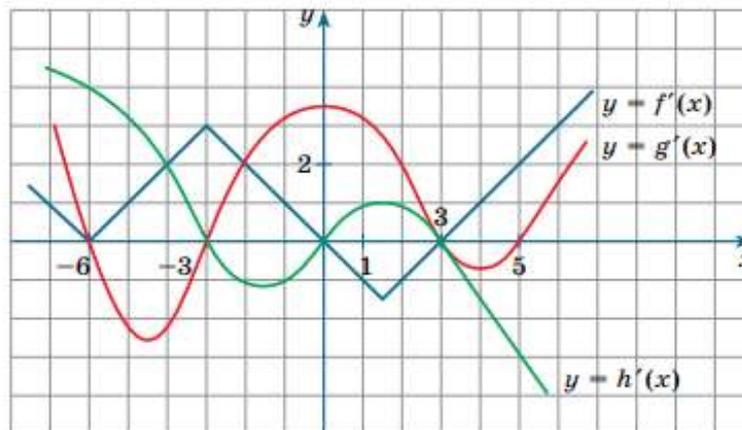


Рис. 71



ЛАБОРАТОРИЯ
А.Г. Мордковича



Используя свойство монотонности функции, решите уравнение.

15.26. а) $x^3 + 7 = 17 - x$;

г) $15 - 2x^3 = 4x - 9$;

б) $x^5 + 4x^3 + 5x - 10 = 0$;

д) $x^5 + 6x^3 + 5x - 12 = 0$;

в) $18 - 2x^5 - 6x^3 - 10x = 0$;

е) $10 - x^5 - 2x^3 - 7x = 0$.



а)

Очевидно, $x = 2$ – корень уравнения, т.к. $2^3 + 7 = 17 - 2$ – верное равенство.

Рассмотрим функции $y = x^3 + 7$ и $y = 17 - x$

Функция $y = x^3 + 7$ возрастает на всей числовой оси.

Функция $y = 17 - x$ убывает на всей числовой оси.

Графики функций $y = x^3 + 7$ и $y = 17 - x$ не могут иметь более одной точки пересечения.

Уравнение имеет единственный корень.

б)

Очевидно, $x = 1$ – корень уравнения, т.к. $1^5 + 4 \cdot 1^3 + 5 \cdot 1 - 10 = 0$ – верное равенство.

Рассмотрим функцию $y = x^5 + 4x^3 + 5x - 10$

Найдём производную $y' = 5x^4 + 12x^2 + 5$

Уравнение $y' = 0$ корней не имеет

Функция возрастает на всей числовой оси.

Уравнение имеет единственный корень.

ИКТ 17.9. Исследуйте функцию и постройте её график.

$$r) y = \frac{e^x}{x+1}.$$

a) $D(y) = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

$x = -1$ – вертикальная асимптота

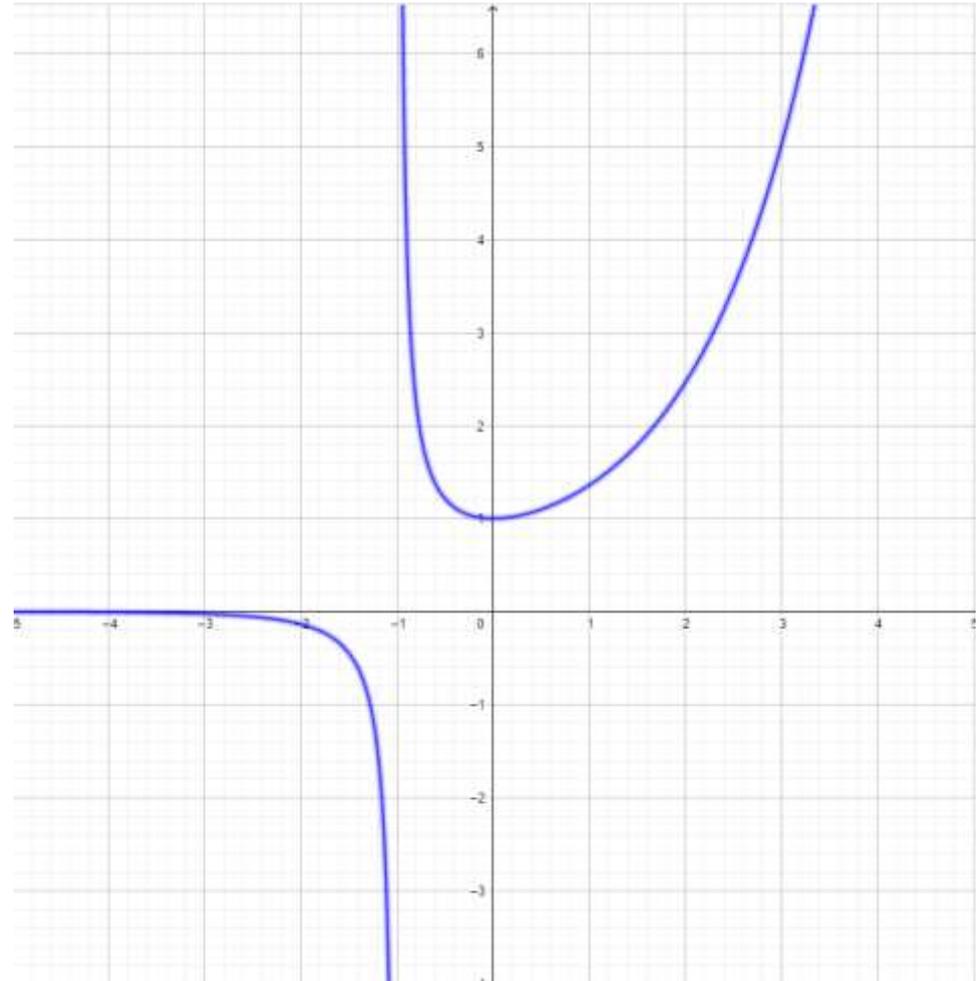
$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x+1} = 0, y = 0$ – горизонтальная асимптота

Найдём производную

$$y' = \left(\frac{e^x}{x+1} \right)' = \frac{e^x(x+1) - e^x \cdot 1}{(x+1)^2} = \frac{xe^x}{(x+1)^2}.$$

$y' = 0$ при $x = 0$ – точка минимума,

$$y_{\min} = 1$$



ЛАБОРАТОРИЯ
А.Г. Мордковича





профессор МГПУ, доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, научный руководитель Международного семинара преподавателей математики педвузов (1987 г.-н.в.);

имеет награды: Премия Президента РФ в области образования, заслуженный деятель науки РФ, Отличник народного образования, Медаль К.Д.Ушинского.

Павел Владимирович Семёнов



профессор факультета математики НИУ ВШЭ, доктор физико-математических наук, профессор, член Федеральной предметной группы по разработке КИМ для ЕГЭ по математике (2001-2007 гг), разработчик заданий с развернутым ответом, автор более 20 учебно-методических пособий по подготовке учащихся к ЕГЭ и подготовке экспертов к проверке работ учащихся;

имеет награды: Почётный работник высшего профессионального образования РФ; Почетная грамота Министерства образования РФ.

Лидия Александровна Александрова



учитель математики, методист ГБОУ Школы 1317 г. Москва, учитель высшей категории, член предметной комиссии по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ЕГЭ по математике;

имеет награды: Отличник народного просвещения РФ.

Елена Львовна Мардахаева



заведующий лабораторией математики ГК «Просвещение», кандидат педагогических наук, доцент, председатель предметной комиссии ЕГЭ по математике Московской области (2006-2007 гг); член-корреспондент Международной академии научного педагогического образования (МАНПО);

имеет награды: Грант Москвы в сфере образования; Почётная грамота Министерства образования Московской области.

Алгебра, 7-9 классы
Алгебра и начала математического анализа,
10-11 классы

Включены в Федеральный перечень

- Учебники
- ЭФУ
- Примерные рабочие программы
- Методические пособия для учителя
- Рабочие тетради
- Контрольные работы
- Самостоятельные и проверочные работы
- Алгебраические практикумы



Отличительные особенности УМК «Лаборатория А.Г. Мордковича»



Курс построен на основе приоритетности функционально-графической линии, математическое моделирование является идейным стержнем.

Учебник и задачник соединены в одну книгу.

Порядок тем соответствует ПООП, отражает психологические особенности обучающихся.

Выстроена вероятностно-стохастическая линия в тесной взаимосвязи с основным содержанием.

Каждая глава содержит разделы «Повторение», «Итак, в Главе...», «Вопросы», «Дополнительные задачи», «Из истории математики».

Трёхуровневая система заданий отражает требования ФГОС ОО, итоговой аттестации. Добавлены задачи практического содержания, высокого уровня сложности.

Включён материал, рекомендованный к изучению с использованием ИТ-средств.



Алгебра, 7-9 классы

Включены в Федеральный перечень



Авторы:

Мордкович А.Г., Семенов П.В.,
Александрова Л.А., Мардахаева Е.Л.

Алгебра и начала математического анализа, 10-11 классы

В каждом параграфе даны упражнения трёх уровней сложности: **базового, повышенного, высокого**. Выделены задания, предназначенные для использования ИТ-средств.

18.6. а)
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y = 2, \\ 3x - 2y = -2; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} \frac{3}{4}x + \frac{1}{3}y = 3, \\ -5x + 4y = 8; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{4}{5}y = -1, \\ \frac{3}{4}x - \frac{4}{5}y = -\frac{5}{12}; \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} \frac{2}{5}x + \frac{3}{4}y = 5, \\ \frac{3}{5}x + \frac{3}{4}y = \frac{2}{3}; \end{cases}$$

18.7. а)
$$\begin{cases} \frac{1}{x-1} - \frac{9}{3y+2x} = \frac{9}{3y+2x}, \\ 2x - 3y = 3; \\ x - 5 = 0; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} \frac{2}{x+1} - \frac{1}{3y-4} = \frac{1}{3y-4}, \\ \frac{3y-11}{x-5y} = \frac{1}{3}; \end{cases}$$

18.8. а)
$$\begin{cases} 4(x-y) = 28 + 12y, \\ 5x - (3y+x) = 1 - x; \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} 18 - 15y = 3(x-y), \\ 2x - y = 3 - (4x-y); \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 3(2x-1) - 4(y+2) = 1, \\ 5(3-x) + 2(3y-1) = 1; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} 6\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y\right) - 1 = 1, \\ 10\left(\frac{1}{2}x + \frac{2}{5}y\right) - 9 = 1; \end{cases}$$

18.9. Прямая $y = kx + b$ и уравнение прямой $ax + by = c$, где a, b, c — целые числа.
а) $M(-1; 4)$, $K(2; -5)$
б) $M(7; -5)$, $K(-3; 2)$
в) $M(2; 3)$, $K(-3; 2)$

18.10. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку пересечения

ИКТ 18.11. а) Найдите значения x и y для системы уравнений $y = px$ и $6x - y = 13$ и $y = -x + 1$ и $6x - y = 13$ и $y = -x + 1$

Условные обозначения

24.13. Задачи базового уровня сложности

24.14. Задачи повышенного уровня сложности

24.15. Задачи высокого уровня сложности

ИКТ Материал может быть рассмотрен с помощью ИКТ-средств

Упражнения с общим заданием

10.11

10.12

Окончание доказательства теоремы

Окончание решения примера

Знаком * отмечен дополнительный материал.



Алгебра, 7-9 классы

Включены в Федеральный перечень



Авторы:

Мордкович А.Г., Семенов П.В.,
Александрова Л.А., Мардахаева Е.Л.

Алгебра и начала математического анализа, 10-11 классы

Итак, в главе 4

Поняли наш словарный запас математического языка следующими терминами:

- парабола, ось (ось симметрии) параболы, ветви параболы, вершина параболы;
- кубическая парабола;
- непрерывная функция, разрыв функции;
- кусочная функция;
- область определения функции;
- чтение графика.

Познакомились с новыми функциями и научились строить их графики: $y = x^2$, $y = -x^2$.

Познакомились с новым символом математического языка $y = f(x)$.

Рeworkтали алгоритм графического решения уравнения вида $f(x) = g(x)$.

Познакомились с тем, как строить графики кусочных функций.

Вопросы

1. Как называют график функции $y = x^2$, $y = -x^2$?
2. Что является осью симметрии графика функции $y = x^2$, $y = -x^2$?
3. Какую точку называют вершиной параболы $y = x^2$, $y = -x^2$?
4. Как расположены относительно друг друга графики функций $y = x^2$, $y = -x^2$?
5. Перечислите свойства функций $y = x^2$, $y = -x^2$.
6. Сформулируйте алгоритм графического решения уравнения.

Тест

1. Укажите точки, принадлежащие графику функции $y = -x^2$.
а) (-2; 4) в) (1; -16)
б) (-2,5; -6,25) г) (0,1; -0,1)

199

Ориентация на результат.

- В каждой главе есть разделы: «Итак, в Главе», «Вопросы», «Тест».
- В каждом параграфе имеются упражнения на повторение.

Упражнения для повторения

25.14. Постройте график функции $y = x^2$. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции на промежутке:
а) [-5; -0,5]; б) [-1,5; 1]; в) (-3; 2); г) [-2; +∞).

25.15. Упростите выражение:

а) $\frac{a^4 + a^{11}}{(a^2)^3 \cdot a^7}$;	в) $\frac{y^7 \cdot y^6}{y \cdot (y^2)^4}$;
б) $\frac{(x^4)^2 \cdot x^{12}}{(x^2)^5 \cdot x^7}$;	г) $\frac{b^3 \cdot (b^2)^3}{(b^4)^4 \cdot b}$.

25.16. Постройте график функции:

а) $y = \frac{x^3}{x}$;	б) $y = -\frac{x^4}{x^2}$.
--------------------------	-----------------------------

§ 26. Умножение одночленов. Возведение одночлена в натуральную степень

С умножением одночленов мы уже знакомы из § 24. Мы знаем, что если между двумя одночленами поставить знак умножения, то снова получится одночлен; остаётся лишь привести его к стандартному виду. В примере, рассмотренном в § 24, мы как раз и занимались умножением одночлена на одночлен. А при возведении одночлена в степень используются правила действий со степенями, известные вам из § 3.

219



Алгебра, 7-9 классы

Включены в Федеральный перечень



Авторы:

Мордкович А.Г., Семенов П.В.,
Александрова Л.А., Мардахаева Е.Л.

Алгебра и начала математического анализа, 10-11 классы

Из истории математики

Многочлены (и их составные части, слагаемые-одночлены) традиционно составляли и составляют один из самых распространенных объектов изучения в математике и ее приложениях.

Практически все известные математики XVI—XX вв. в той или иной степени занимались исследованием многочленов. Например, основной теоремой алгебры называется утверждение о количестве корней уравнения $P(x) = 0$, где в левой части стоит многочлен $P(x)$ степени n . История доказательства этой теоремы весьма протаскива по времени, занимает не менее двух веков и, в определенной степени, может считаться одной из центральных линий в изложении всей истории развития математики XVI—XIX вв.

Итальянец Джироламо Кардано (1501—1576) в своей книге «Великое искусство»¹ (1545) подвел итог достижениям предшественников (иоанн Феррари, Тарталья) и своим результатам в исследовании многочленов третьей степени. Точнее, не самих многочленов, а приемы решения уравнений третьей степени. В той же книге напомним результаты Лодовико Феррари (1522—1565) о многочленах четвертой степени.

Систематическое исследование многочленов первой степени $P_1(x, y)$ (линейных) и второй степени $P_2(x, y)$ (квадратичных) обычно связывают с работами Ферма и Декарта (см. гл. 2). Они первыми предложили общие методы к исследованию кривых первого и второго порядка, т. е. графиков уравнений $P_1(x, y) = 0$ и $P_2(x, y) = 0$. К концу XVII в. полный перечень типов кривых второго порядка стал уже скорее не научным, а учебным материалом. Впрочем, как геометрические объекты кривые второго порядка (окружность, эллипс, парабола, гиперболы) были известны еще в Древней Греции.

Описание кривых третьего порядка, предложенное Ньютоном около 1668 г. (опубликовано в 1704 г.), составило весьма серьезное продвижение. Скажем только, что для кривых четвертого, пятого порядка аналогичные перечисления типов кривых неизвестны и доныне.

На протяжении XVII в. заметно видоизменился и сам математический язык. В начале века уравнению, скорее, $x^3 - 2x = 1$ Ньютон противопоставил на языке разработанной им символической алгебры в виде $1C - 2V$ адекват 1. А в конце века Ньютон и своей «Универсальной арифметики».

¹ Это краткое название. Более полно — «Великое искусство, или О пределе алгебры».

Включён материал, обеспечивающий построение индивидуальной образовательной траектории.

В каждой главы содержатся разделы:
«Дополнительные задачи», Из истории математики».

Дополнительные задачи

В упражнениях 1, 2 даны функции $y = f(x)$, где $f(x) = x^2$, и $y = g(x)$, где $g(x) = 2x$.

- Сравните числа:

а) $f(2)$ и $g(2)$;	г) $f(0,1)$ и $g(0,2)$;
б) $f(0,5)$ и $g(0,5)$;	д) $f(-2)$ и $g(1)$;
в) $f(3)$ и $g(2)$;	е) $f(2)$ и $-g(-1)$.
- Решите уравнения:

а) $g(x) = f(-1)$;	г) $f(x) = g(1)$;
б) $g(x) = f(8)$;	д) $f(x) = g(4)$;
в) $g(x) = f(-27)$;	е) $f(x) = g(-9)$.
- Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2$. Найдите a и b , если известны наименьшее значение m и наибольшее значение M этой функции на отрезке $[a; b]$:

а) $m = 1$; $M = 4$ и $0 < a < b$;
б) $m = 1$; $M = 4$ и $a < b < 0$;
в) $m = 81$; $M = 225$ и $0 < a < b$;
г) $m = 2^2$; $M = 3^2$ и $a < b < 0$;
д) $m = 1,44$; $M = 12\frac{1}{4}$ и $0 < a < b$;
е) $m = 6\frac{1}{4}$; $M = 20,25$ и $a < b < 0$.
- Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = -x^2$. Найдите a и b , если известны наименьшее значение m и наибольшее значение M этой функции на отрезке $[a; b]$:

а) $m = -9$; $M = -1$ и $0 < a < b$;
б) $m = -16$; $M = -9$ и $a < b < 0$;
в) $m = -81$; $M = -2,25$ и $0 < a < b$;
г) $m = -121$; $M = 0$ и $a < b < 0$;
д) $m = -4^2$; $M = -3^2$ и $0 < a < b$;
е) $m = -10^2$; $M = -8^2$ и $a < b < 0$.



Авторский сайт <https://elenamard.jimdo.com>



Главная

Об авторском коллективе

Материалы к урокам

Где купить УМК А.Г.Мордковича и др.

Внеурочная деятельность 5-6 классы

Предпрофильная подготовка 7-9 классы

Профильное обучение 10-11 классы

Открытый урок с БИНОМ

IT-средства при обучении алгебре: методические рекомендации

Апробация УМК

Очные региональные семинары

Региональные семинары в формате онлайн

Вебинары

Электронные ресурсы

Курсы повышения квалификации

Обратная связь

Лаборатория математики: в помощь учителю

НОВОСТИ!

Приказом Министерства просвещения Российской Федерации от **31 мая 2021 года № 287** утверждён федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования.

Приказ № 287

*Сайт Лаборатории
математики
ГК "Просвещение"*

Сайт для учителей
математики. Для тех,



← → ↻ lbz.ru ☆ 👤 ⋮

 **ИЗДАТЕЛЬСТВО**
БИНОМ
Лаборатория знаний

☎ +7 (495) 789-30-40
✉ YKrylova@prosv.ru
Поиск по сайту

Каталог

🔍 [Поиск книг](#)

Новинки
[Новинки БИНОМ. Лаборатория знаний](#)
[Новинки БИНОМ Детства](#)

Система «Учусь учиться» Л.Г. Петерсон
[Мир открытый](#)
[Мир деятельности](#)
[Математика](#)

Дошкольное образование
[Раннее развитие](#)
[Читаем дома и в детском саду](#)
[Книжки и тетради Елены Матвеевой](#)
[Учимся играя. Книжки-игры](#)
[Книжки Юлии Даниловой](#)
[Школа Натальи Теремковой](#)
[Школа развития МАЯК](#)
[Книжки в дорогу. Досуг для выходных](#)
[Развитие речи](#)
[Учимся читать](#)
[Учимся писать](#)
[Учимся считать. Математика](#)
[Мир вокруг нас](#)
[Готовимся к школе](#)
[Программы дошкольного образования](#)
[Мир открытый](#)
[Английский язык](#)
[Ступеньки детства](#)
[Моя Москва](#)
[Развиваем таланты](#)

Начальная школа
[Система «Учусь учиться» Л.Г. Петерсон](#)
[Лидер-кейс](#)
[Система Д.Б. Эльконина-В.В. Давыдова](#)
[Система «Гармония»](#)
[Система Л.В. Занкова](#)
[Школа диалога](#)
[Информатика](#)
[Русский язык](#)
[Технология](#)
[Английский язык](#)
[Окружающий мир](#)
[Риторика](#)

Издательство «БИНОМ. Лаборатория знаний»

Опубликован обновленный федеральный перечень учебников

2 марта 2021 года опубликован Приказ № 766 Министерства просвещения Российской Федерации от 23.12.2020



✉ В разделе **Документы** публикуются [законы](#), [официальные письма](#), [приказы Минобрнауки РФ](#), [образовательные стандарты](#), [примерные основные образовательные программы](#), [рекламные материалы Издательства](#), [официальные документы](#), [информационные письма](#).

Пользователям сайта: как получить полную информацию о книге

Основой всего нашего сайта является **каталог пособий** - полную структуру вы видите слева. Зайдя в нужный вам раздел, вы попадаете на подразделы с описанием, ведущие на перечень карточек книг, относящихся к тому или иному **УМК**. Перейдя по ссылке на карточку книги, вы сможете получить информацию об этом пособии и заказать его в интернет-магазине. Из карточки пособия, с помощью круга-пиктограммы, вы сможете перейти в **авторскую мастерскую**, скачать **программу**, **методическое пособие**, а также ознакомиться с авторскими материалами к урокам, получить возможность принять участие в конкурсах и вебинарах, посмотреть их записи, изучить рекламные листовки Издательства и многое другое.

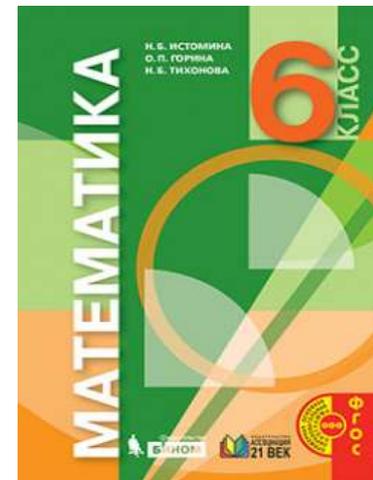
Новости

 24.06.2021 **Поздравляем с юбилеем, с 75-летием Льва Элевича Генденштейна!**
УВАЖАЕМЫЙ ЛЕВ ЭЛЕВИЧ! С ЮБИЛЕЕМ!
Желаем Вам неиссякаемого вдохновения, крепкого здоровья и удачи во всех Ваших начинаниях! Желаем, чтобы Вы по-прежнему были энергичны и активны, и пусть каждый новый день приносит Вам большие и маленькие радости.
Пусть Ваши оригинальные задачи всегда находят энтузиазм и решатся, а любовь к жизни только растёт!



Математика, 5-6 классы

Авторы: Н.Б.Истомина,
О.П.Горина, Н.Б.Тихонова



Включены в Федеральный перечень



- Учебники
- Рабочие тетради
- Тестовые задания
- Методические пособия для учителя
- Пособия для внеурочной деятельности: «Наглядная геометрия», «Учимся решать комбинаторные задачи»



Приказ № 766 от 23.12.2020



О внесении изменений в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, утверждённый приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 20.05.2020 г. № 254

1.1.2.4.1.11.1 1.1.2.4.1.11.2	Математика	Истомина Н.Б., Горина О.П., Тихонова Н.Б.	5 6	АО «Издательство «Просвещение»	Конобеева Т.А., Бондаренко Р.А., Кожанова А.П., Павлова Л.А.	До 1 июля 2025 года
1.1.2.4.1.3.1 1.1.2.4.1.3.2	Математика	Петерсон Л.Г., Дорофеев Г.В.	5 6	ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»; АО «Издательство «Просвещение»		От 20 мая 2020 года № 254
1.1.2.4.2.13.1 1.1.2.4.2.13.2 1.1.2.4.2.13.3	Алгебра	Мордкович А.Г., Семенов П.В., Александрова Л.А., Мардахаева Е.Л.	7 8 9	ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»; АО «Издательство «Просвещение»		От 20 мая 2020 года № 254
1.1.2.4.2.11.1 1.1.2.4.2.11.2 1.1.2.4.2.11.3	Алгебра	Петерсон Л.Г., Агаханов Н.,Х., Петрович А.Ю. и др.	7 8 9	ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»; АО «Издательство «Просвещение»		От 20 мая 2020 года № 254
1.1.2.4.3.10.1 1.1.2.4.3.10.2 1.1.2.4.3.10.3	Геометрия	Смирнов В.А., Смирнова И.М.	7 8 9	ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»; АО «Издательство «Просвещение»		От 20 мая 2020 года № 254
1.1.3.4.1.25.1 1.1.3.4.1.25.2	Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа	Мордкович А.Г., Семенов П.В., Александрова Л.А., Мардахаева Е.Л.	10 11	АО «Издательство «Просвещение»	Польшакова О.Е., Еремченко И.А., Кожанова А.П., Кочагина М.Н.	До 28 июня 2025 года



**Спасибо за внимание!
Удачи в делах!**

Адрес обратной связи:

kaf.matematika@gmail.com

Авторский сайт:

<https://elenamard.jimdo.com/>

Сайт издательства:

<http://lbz.ru/>

Мы готовы к диалогу!

