НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики»

ФЕДЕРАЛЬНАЯ ИННОВАЦИОННАЯ ПЛОЩАДКА СДП

ГРУППА КОМПАНИЙ «ПРОСВЕЩЕНИЕ»

9 КЛАСС

ВЕБИНАР № 4 для учителей МАТЕМАТИКИ

ЦИКЛ ВЕБИНАРОВ «ШАГ ЗА ШАГОМ» ПО НЕПРЕРЫВНОМУ КУРСУ МАТЕМАТИКИ «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ» (ДО–НО–ОО) Л.Г. ПЕТЕРСОН

9 КЛАСС.

Решение уравнений и неравенств высших степеней

Грушевская Лилия Аркадьевна

старший методист НОУ ДПО

«Институт системно-деятельностной педагогики»

grushevskaya@sch2000.ru

ИМС «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ»
ГУМАНИЗМ И РАЗВИТИЕ
ИНСТИТУТ СДП
Научный руководитель: д.п.н., профессор Л.Г. Петерсон

НОВИНКИ

ПРОСВЕЩЕНИЕ

ПЛАНИРОВАНИЕ 9 класс (3 ч в неделю (102 ч))

Глава 4. Решение уравнений и неравенств высших степеней (42 ч)			
§ 1. Развитие понятия корня (6 ч)			
49	4.1.1	Корни высших степеней	ОНЗ
50	4.1.1	Корни высших степеней С	РТ
51	4.1.2	Преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени	ОНЗ
52	4.1.2	Преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени С	РТ
53	4.1.1-3.1.2	Корни высших степеней. Преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени. С–11	Р
54	4.1.4	Функция $y = \sqrt[n]{x}$ и ее график.	ОНЗ

ПЛАНИРОВАНИЕ 9 класс (3 ч в неделю (102 ч))

§ 2. Решение простейших иррациональных уравнений и неравенств (6 ч)			
55	4.2.1	Иррациональные уравнения	ОНЗ
56	4.2.1	Иррациональные уравнения С	РТ
57	4.2.1	Иррациональные уравнения С-12	Р
58	4.1.1-4.2.1	Задачи для самоконтроля к главе 4 С	РТ
59-60	4.1.1-4.2.1	Контрольная работа № 5	ОК

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА
«Решение уравнений и неравенств высших степеней »

Механизмы формирования мотивации к изучению математики

ЧТО ОБЕСПЕЧИВАЕТ МОТИВАЦИЮ: **«НАДО»** - «**ХОЧУ**» - «**МОГУ**»?

ПРИНЦИП ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

ПРИНЦИП НЕПРЕРЫВНОСТИ

Я ЗНАЮ, КАК «НАДО» УЧИТЬСЯ → У МЕНЯ ПОЛУЧАЕТСЯ → «Я МОГУ» →
→ «Я УСПЕШЕН» → «ВСЁ ХОРОШО! Я МОЛОДЕЦ!».

ПРИНЦИП ПСИХОЛОГИЧЕСКОЙ КОМФОРТНОСТИ

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

Механизмы формирования мотивации к изучению математики

ПРИНЦИП НЕПРЕРЫВНОСТИ

Формирование **опыта** математической деятельности **с опорой на известные знания**.

ЧТО ОБЕСПЕЧИВАЕТ МОТИВАЦИЮ:
«**НАДО**» - «**ХОЧУ**» - «**МОГУ**»?

5 класс • часть 1

829

Число *x* называется **квадратным корнем** из числа *y*, если $x^2 = y$. Как называется в этом случае число *y*?

831

Натуральное число *a* называется **точным квадратом**, если существует квадратный корень из числа *a*, являющийся натуральным числом.

а) Приведи несколько примеров точных квадратов и примеров чисел, не являющихся точными квадратами.

б) Перечисли все точные квадраты среди первых 100 натуральных чисел.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

Механизмы формирования мотивации к изучению математики

ПРИНЦИП НЕПРЕРЫВНОСТИ

Формирование **опыта** математической деятельности **с опорой на известные знания**.

ЧТО ОБЕСПЕЧИВАЕТ МОТИВАЦИЮ:
«НАДО» - «**ХОЧУ**» - «**МОГУ**»?

8 класс • часть 2

Пусть *а* – неотрицательное число. Тогда ***арифметическим квадратным корнем*** из числа *а* называется такое неотрицательное число *x*, что $x^2 = a$.

Арифметический квадратный корень из числа *а* обозначают $\sqrt{a}$

§ 3. Квадратный корень

3.3.1. Арифметический квадратный корень и его свойства

3.3.2. Преобразование выражений с корнями.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 49 (ОНЗ)

ЦЕЛЬ:

Новое:

- кубический корень, корень *n*-й степени, арифметический корень *n*-й степени;
- свойства корня *n*-й степени, способы их применения.

Повторяем:

- изображение на плоскости решения уравнения с двумя переменными.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 49 (ОНЗ)

АКТУАЛИЗАЦИЯ:

1 Какие из данных утверждений являются верными?

а) $\sqrt{81}=9$;

в) $\sqrt{-25}=-5$;

д) $\sqrt{4-2\sqrt{3}}=1-\sqrt{3}$;

б) $\sqrt{64\cdot16}=32$;

г) $\sqrt{9+16}=3+4$

е) $\sqrt{a^4-2a^2b^2+b^4}=a^2-b^2$.

Что вы использовали для выполнения задания?

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 49 (ОНЗ)

АКТУАЛИЗАЦИЯ:

1 Какие из данных утверждений являются верными?

а) $\sqrt{81}=9$; в) $\sqrt{-25}=-5$; д) $\sqrt{4-2\sqrt{3}}=1-\sqrt{3}$;

б) $\sqrt{64\cdot16}=32$; г) $\sqrt{9+16}=3+4$ е) $\sqrt{a^4-2a^2b^2+b^4}=a^2-b^2$.

Что вы использовали для выполнения задания?

ПРОВЕРЯЮ СЕБЯ

а) $\sqrt{81}=9$

б) $\sqrt{64\cdot16}=32$

д) $\sqrt{4-2\sqrt{3}}=1-\sqrt{3}$;

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 49 (ОНЗ)

АКТУАЛИЗАЦИЯ:

Определение.
Пусть *a* – неотрицательное число. Тогда ***арифметическим корнем из числа a*** называется такое неотрицательное число *x*, что $x^2 = a$.

Арифметический квадратный корень из числа *a* обозначают $\sqrt{a}$

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 49 (ОНЗ)

АКТУАЛИЗАЦИЯ:

Свойство 1. (основное тождество) $(\sqrt{a})^2 = a$, где $a \geq 0$

Свойство 2. (основное свойство корня) $\sqrt{a^2} = |a|$, где $a \in R$

Свойство 3. $(\sqrt{a})^{2n} = a^n$, где $a \geq 0$, $n \in N$

Свойство 4. $\sqrt{a^{2n}} = |a^n|$, где $a \in R$, $n \in N$

Свойство 5. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, где $a \geq 0$ и $b \geq 0$.

Свойство 6. $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, где $a \geq 0$ и $b > 0$

Свойство 7. Если $a > b$, то $\sqrt{a} > \sqrt{b}$, где $a > 0$ и $b \geq 0$[1]

Если $a < b$, то $\sqrt{a} < \sqrt{b}$, где $a \geq 0$ и $b > 0$

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 49 (ОНЗ)

АКТУАЛИЗАЦИЯ:

2 Перечертите в тетрадь и заполните таблицу:

a	0	1	−1	2	−2	3	−3	4	−4
a^3									
a^4									

Почему во второй строке таблицы есть и положительные, и отрицательные числа, а в третьей только неотрицательные?

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 49 (ОНЗ)

АКТУАЛИЗАЦИЯ:

a	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
a^3	0	1	-1	8	-8	27	-27	64	-64
a^4	0	1	1	16	16	81	81	256	256

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 49 (ОНЗ)

ПОНЯТИЕ КУБИЧЕСКОГО КОРНЯ:

3 Перечертите в тетрадь и заполните таблицу:

d							
d^3	0	−1	8	−27	64	125	−216

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 49 (ОНЗ)

ПОНЯТИЕ КУБИЧЕСКОГО КОРНЯ:

d	0	-1	2	-3	4	5	-6
d^3	0	-1	8	-27	64	125	-216

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 49 (ОНЗ)

ПОНЯТИЕ КУБИЧЕСКОГО КОРНЯ:

ПРОБНОЕ ДЕЙСТВИЕ:

4 Перечертите в тетрадь и заполните таблицу:

x								
x^3	-10	-9	-2	3	6	9	50	a

1) Можете ли вы записать значения переменной x? Как вы думаете, каким образом можно устранить возникшую проблему?
2) Прочитайте на с. 3 о кубическом корне и заполните таблицу.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 49 (ОНЗ)

ПОНЯТИЕ КУБИЧЕСКОГО КОРНЯ:

4 Перечертите в тетрадь и заполните таблицу:

x								
x^3	-10	-9	-2	3	6	9	50	a

1) Можете ли вы записать значения переменной x? Как вы думаете, каким образом можно устранить возникшую проблему?

2) Прочитайте на с. 3 о кубическом корне и заполните таблицу.

Определение 1. ***Кубическим корнем*** из действительного числа a называется такое действительное число x, что $x^3 = a$ (обозначается $x = \sqrt[3]{a}$).

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 49 (ОНЗ)

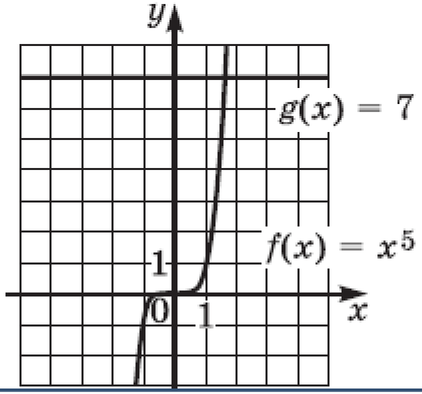
ПОНЯТИЕ КОРНЯ *n* - СТЕПЕНИ:

5 Проанализируйте рисунок и выполните задание:

1) Сколько решений имеет уравнение $x^5 = 7$? Предположите, как можно записать корень этого уравнения.

2) Сопоставьте своё предположение с определением 3 на с. 4 учебника и примените для решения уравнения $x^7 = 3$.

3) Познакомьтесь с понятием арифметического корня n-й чётной степени.



ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 49 (ОНЗ)

ПОНЯТИЕ КОРНЯ *n* - СТЕПЕНИ:

Определение 3. Пусть $n = 3, 5, 7, 9...$ — нечётное натуральное число. ***Корнем n-й степени из действительного числа a*** называется действительное число x такое, что $x^n = a$ (обозначается $x = \sqrt[n]{a}$)[1].

Определение 2. Пусть $n = 2, 4, 6, 8, ...$ — чётное натуральное число. ***Арифметическим корнем n-й степени из неотрицательного числа a*** называется неотрицательное число x такое, что $x^n = a$ (обозначается $x = \sqrt[n]{a}$).

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 49 (ОНЗ)

СВОЙСТВА КОРНЯ *n* - СТЕПЕНИ:

6 Вычислите:

а) $\sqrt[3]{64\cdot 8}$; $\sqrt[3]{64}\cdot\sqrt[3]{8}$; б) $\sqrt[4]{0{,}0001\cdot 16}$; $\sqrt[4]{0{,}0001}\cdot\sqrt[4]{16}$; в) $\sqrt[5]{-32\cdot 243}$; $\sqrt[5]{-32}\cdot\sqrt[5]{243}$.

1) Что интересного вы наблюдаете? Сформулируйте гипотезу о свойстве корня n-й степени из произведения и докажите её.

2) Сопоставьте свой вывод со свойством I на с. 5, примените его и найдите значение произведения $\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt[3]{3}$.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 49 (ОНЗ)

СВОЙСТВА КОРНЯ *n* - СТЕПЕНИ:

I. $\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$ (при любых a, b, если n нечётно; при a, $b \geqslant 0$, если n чётно).

Доказательство.

Пусть $x=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$. Тогда $\left(\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}\right)^n=\left(\sqrt[n]{a}\right)^n\cdot\left(\sqrt[n]{b}\right)^n=a\cdot b$ (из определения корня следует, что $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n=a$, $\left(\sqrt[n]{b}\right)^n=b$). Так как $x^n=a\cdot b$, то $x=\sqrt[n]{ab}$ (это следует из единственности корня n-й степени). Итак, $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$. ■

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 49 (ОНЗ)

СВОЙСТВА КОРНЯ *n* - СТЕПЕНИ:

7 Вычислите:

а) $\sqrt[4]{\frac{81}{625}}$; $\frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{625}}$; б) $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}$; $\frac{\sqrt[5]{-1}}{\sqrt[5]{32}}$; в) $\sqrt[3]{2\frac{93}{125}}$; $\frac{\sqrt[3]{343}}{\sqrt[3]{125}}$.

1) Что интересного вы наблюдаете? Сформулируйте гипотезу о свойстве корня n-й степени из частного и докажите её.

2) Сопоставьте свой вывод со свойством II на с. 5, примените его и найдите значение частного $\frac{\sqrt[4]{80}}{\sqrt[4]{5}}$.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 49 (ОНЗ)

СВОЙСТВА КОРНЯ *n* - СТЕПЕНИ:

II. $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ (при любых a, $b \neq 0$, если n нечётно; при $a \geqslant 0$, $b > 0$, если n чётно).

Доказательство.

Пусть $x = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$. Тогда $x^n = \left(\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}\right)^n = \dfrac{\left(\sqrt[n]{a}\right)^n}{\left(\sqrt[n]{b}\right)^n} = \dfrac{a}{b}$. Так как $x^n = \dfrac{a}{b}$, то $x = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$ (это следует из единственности корня n-й степени). Итак, $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$. ■

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 49 (ОНЗ)

СВОЙСТВА КОРНЯ *n* - СТЕПЕНИ:

III. $\sqrt[n]{a^{kn}} = a^k$ при $n, k \in N$ (n – нечётно) и любых $a \in R$;

IV. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$ для любого $a \in R$, если m и n — нечётные натуральные числа. Если хотя бы одно из натуральных чисел m, n — чётно, то $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$ при всех $a \geqslant 0$.

V. $\sqrt[kn]{a^k} = \sqrt[n]{a}$, если k — нечётное натуральное число (при всех $a \in R$, если n нечётно, и при $a \geqslant 0$, если n чётно); $\sqrt[kn]{a^k} = \sqrt[n]{|a|}$, если k — чётное натуральное число (при всех $a \in R$).

VI. $\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}$, $m, n \in N$.

VII. Если $x_1 > x_2$ и n — нечётное натуральное число, то $\sqrt[n]{x_1} > \sqrt[n]{x_2}$; если $x_1 > x_2 \geqslant 0$ и n — чётное натуральное число, то $\sqrt[n]{x_1} > \sqrt[n]{x_2}$.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 49 (ОНЗ)

ТРЕНИРУЮСЬ:

Упростите: $\sqrt[16]{a^8}$; $\sqrt[3]{a^9}$; $\sqrt[4]{a^{20}}$

Запишите с помощью одного радикала: $\sqrt[5]{\sqrt[7]{a}}$; $\sqrt[3]{\sqrt[4]{a}}$; $\sqrt[3]{\sqrt{a}}$.

Представьте в виде корня с меньшей степенью: $\sqrt[24]{a^{18}}$; $\sqrt[16]{a^{40}}$; $\sqrt[30]{a^{20}}$; $\sqrt[15]{a^{100}}$.

Сравните числа:

а) $\sqrt[3]{100}$ и $\sqrt[6]{1000}$;
в) $\sqrt[4]{0{,}987}$ и $\sqrt[10]{1{,}234}$;
д) $\sqrt{10}$ и $\sqrt[3]{30}$;
б) $\sqrt[3]{\sqrt{10}}$ и $\sqrt{\sqrt[3]{9}}$;
г) $\sqrt[3]{9}$ и $\sqrt{5}$;
е) $-\sqrt[4]{5}$ и $-\sqrt[8]{10\sqrt{6}}$.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 49 (ОНЗ)

ПОВТОРЯЮ:

18 Изобразите на плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют уравнениям:

а) $(x-5)^2+(y-4)^2=100$;

б) $(|x|-5)^2+(y-4)^2=100$;

в) $(|x|-5)^2+(|y|-4)^2=100$.

19 Изобразите на плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют уравнению: $x^2+y^2+2(x-y)+2=0$.

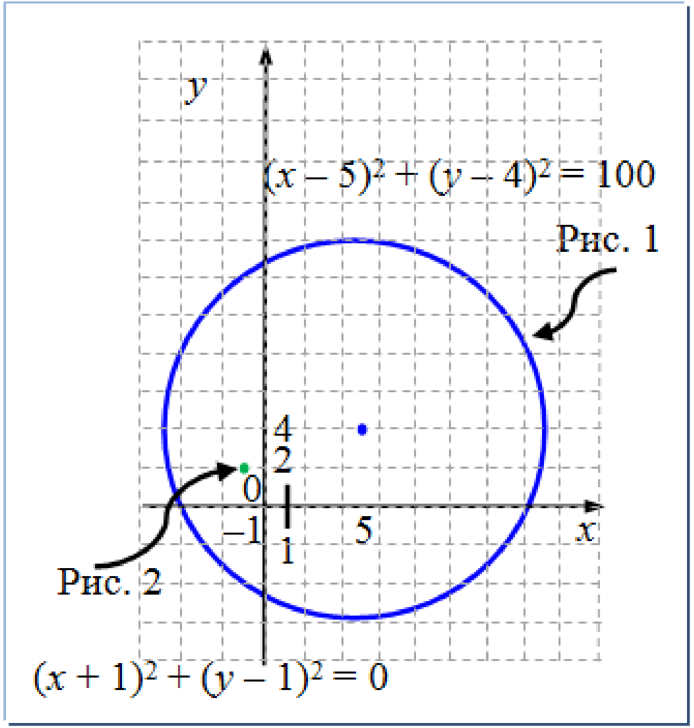
ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 49 (ОНЗ)

ПОВТОРЯЮ:

№ 18 (а), № 19, с. 9.



ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 50 (РТ)

8 Вычислите значения $\sqrt[8]{8^8}$, $\sqrt[6]{(-6)^6}$, $\sqrt[4]{256}$, $\sqrt[6]{729}$, $\sqrt[4]{10000}$, $\sqrt[4]{0,0016}$, $\sqrt[6]{\dfrac{15625}{4096}}$.

9 Вычислите значения $\sqrt[9]{27^3}$, $\sqrt[7]{(-7)^7}$, $\sqrt[3]{216}$, $\sqrt[5]{-32}$, $\sqrt[7]{2187}$, $\sqrt[3]{-0,343}$, $\sqrt[5]{\dfrac{3125}{7776}}$.

13 Сравните числа:

а) $\sqrt[3]{100}$ и $\sqrt[6]{1000}$;

б) $\sqrt[3]{\sqrt{10}}$ и $\sqrt{\sqrt[3]{9}}$;

в) $\sqrt[4]{0,987}$ и $\sqrt[10]{1,234}$;

г) $\sqrt[3]{9}$ и $\sqrt{5}$;

д) $\sqrt{10}$ и $\sqrt[3]{30}$;

е) $-\sqrt[4]{5}$ и $-\sqrt[8]{10\sqrt{6}}$

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.1. Корни высших степеней

Уроки 50 (РТ)

14 Найдите наибольшее целое число, не превосходящее:

а) $\sqrt[3]{100}$; б) $\sqrt[7]{1234}$; в) $\sqrt[4]{600}$; г) $\sqrt[5]{-463}$.

15 Вычислите значение числового выражения

$$0{,}5\cdot\sqrt[3]{48}\cdot\sqrt[3]{1\frac{1}{3}}-\frac{\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{625}}{\sqrt[3]{5}}.$$

22 Представьте в виде корня с меньшей степенью: $\sqrt[24]{a^{36}}$; $\sqrt[25]{a^{40}}$; $\sqrt[32]{a^{24}}$; $\sqrt[25]{a^{55}}$.

ПОВТОРЯЮ:

17 Представьте бесконечную десятичную периодическую дробь в виде обыкновенной дроби:

а) 1,7(5); б) 2,(18); в) 2,(134).

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ

27* Существует ли такое число x, при котором все три числа $2x-\sqrt{x^2+2}$, $\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+2006}$, $\sqrt{x^2+2006}-x$ являются целыми?

Предположим, что такое число существует. Сложив данные три целых числа, получим x. Значит, x — целое число. Но тогда и $\sqrt{x^2+2}$ обязано быть целым. Корень из числа является целым, только если под корнем стоит точный квадрат. Значит, x^2+2 — точный квадрат. Но нет двух точных квадратов, различающихся ровно на 2.

Ответ: не существует.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.2. Преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени

Уроки 51 (ОНЗ)

ЦЕЛЬ:

Новое:

преобразования выражений, содержащих корни *n*-й степени:

- внесение множителя под знак корня;
- вынесение множителя из-под корня;
- приведение радикалов к общему показателю;
- освобождение от иррациональности в знаменателе (числителе).

Повторяем:

- изображение на плоскости решения уравнения с двумя переменными.

«Дороги не те знания, которые откладываются в мозгу, как жир, дороги те, которые превращаются в умственные мышцы».

Г. Спенсер

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.2. Преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени

Уроки 51 (ОНЗ)

АКТУАЛИЗАЦИЯ

1. Самопроверка заданий из домашней работы.

2. № 28, № 30, с. 15

Даны выражения $\sqrt[10]{32a^5}$, $\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$, $\sqrt[12]{a^{10}b^6}$, $\sqrt[7]{a^{14}}$, $\sqrt[3]{\frac{a^{12}}{b^6}}$. Какие из них можно упростить? Упростите их.

1) Какое из чисел больше:
а) $3\sqrt{2}$ или $2\sqrt{3}$; б) $4\sqrt{5}$ или $2\sqrt{10}$; в) $6\sqrt{5}$ или $5\sqrt{8}$?

2) Вынесите из-под корня множители:
а) $\sqrt{121a^8b^5c^{19}}$; б) $\sqrt{256a^4b^9c^{21}}$.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.2. Преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени

Уроки 51 (ОНЗ)

АКТУАЛИЗАЦИЯ:

№ 31, с. 15

1) Выпишите выражения, подчеркните множители, которые можно вынести из-под знака корня: $\sqrt[3]{27\cdot 3a^3\cdot a\cdot x^3\cdot x^2}$; $\sqrt[5]{32\cdot a^{10}\cdot x^5\cdot x^2}$.

2) Вынесите множители из-под знака корня. Какими свойствами корня n-й степени необходимо воспользоваться?

3) Сравните выполнение задания с решением примеров 1 и 2 на с. 10–11 учебника и упростите выражение $\sqrt[4]{625x^5y^6n^4}$.

№ 35, с. 16 (сравнить с примерами 4 и 5 на с. 12)

35 Внесите множитель под знак корня:

а) $3\sqrt[4]{2}$; б) $-7\sqrt[3]{2}$; в) $-4\sqrt[4]{3}$; г) $6\sqrt[5]{\frac{3}{64}}$.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.2. Преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени

Уроки 51 (ОНЗ)

АКТУАЛИЗАЦИЯ:

Преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени.
1. *Вынесение* множителя из-под знака корня.
2. *Внесение* множителя под знак корня.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.2. Преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени

Уроки 51 (ОНЗ)

ПРОБНОЕ ДЕЙСТВИЕ:

Попробуй упростить выражение: $$\frac{\sqrt[4]{2a^2b^3c}}{\sqrt[6]{ab^3c^2}}$$

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.2. Преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени

Уроки 51 (ОНЗ)

ОТКРЫВАЕМ НОВЫЕ ЗНАНИЯ:

№ 29, № 32 (1, 2), с. 15

Сравните числа:

а) $\sqrt{3}$ и $\sqrt[3]{4}$; б) $\sqrt[3]{4}$ и $\sqrt[4]{5}$; в) $\sqrt{\sqrt[3]{2}}$ и $\sqrt[3]{\sqrt{19}}$.

Какие свойства вы использовали для выполнения задания?

Представьте выражение в виде корня некоторой степени из рационального числа, используя известные вам свойства корней:

а) $\sqrt[5]{7}\cdot\sqrt[10]{5}$; б) $\dfrac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[5]{11}}$.

1) Сопоставьте показатели исходных корней и показатель корня, полученного в результате преобразования. Что интересного вы наблюдаете?

2) Сформулируйте вывод о способе приведения корней разных степеней к корню одной степени, сопоставьте его со способом, который применили в примере 7 на с. 13–14 учебника.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.2. Преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени

Уроки 51 (ОНЗ)

НОВЫЕ ЗНАНИЯ (ЭТАЛОН):

Преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени.
1. *Вынесение* множителя из-под знака корня.
2. *Внесение* множителя под знак корня.
3. *Приведение радикалов к общему показателю*.

Чтобы воспользоваться свойствами корней может потребоваться *привести корни к общему показателю*. *Общий показатель* корней является **НОК показателей всех корней**.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.2. Преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени

Уроки 51 (ОНЗ)

ТРЕНИРУЮСЬ:

34 Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt[3]{128a^5b^4}$; б) $\sqrt[5]{-512x^6y^{15}}$; в) $\sqrt[7]{\frac{4096a^{10}}{b^{35}}}$; г) $\sqrt[4]{81a^9}$; д) $\sqrt[4]{49a^9b^5}$.

36 Внесите множитель под знак корня:

а) $4a^2b\sqrt[3]{a^4b}$; в) $-xyz\sqrt[3]{\frac{x^4}{\ldots^2}}$; д) $y^3\sqrt[6]{-y}$;

б) $-3x^3y^4\sqrt[7]{xy^6}$; г) $x^2\sqrt[4]{x^3}$; и) $-a^2b\sqrt[6]{\frac{a^5}{b^2}}$.

32

3) Может ли полученный вывод помочь в упрощении выражений: $\frac{\sqrt[4]{2a^2b^{3c}}}{\sqrt[6]{ab^3c^2}}$; $\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[7]{-\frac{2}{24}}$? Упростите их.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.2. Преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени

Уроки 51 (ОНЗ)

ТРЕНИРУЮСЬ, ПОВТОРЯЮ:

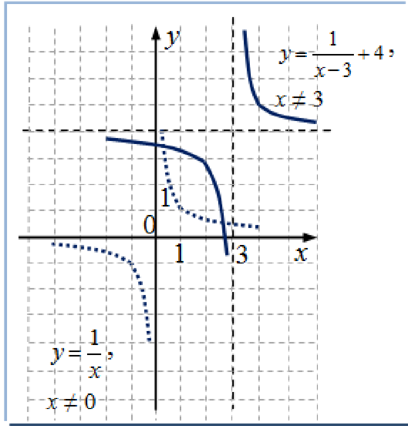
37 Представьте выражения в виде корня некоторой степени из рационального числа:

а) $\sqrt[5]{4}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt[6]{32}}$; б) $\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[5]{-\dfrac{5}{12}}$; в) $\dfrac{\sqrt[6]{32}}{\sqrt[8]{18}}\cdot\sqrt[4]{\dfrac{3}{4}}$.

42 Упростите выражение $\sqrt{11}-\sqrt{3}-\dfrac{8}{\sqrt{14+2\sqrt{33}}}$.

41 Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют условию:

а) $(x-3)(y-4)=1$;



ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.2. Преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени

Уроки 52 (РТ)

АКТУАЛИЗАЦИЯ:

1. Самопроверка заданий из домашней работы.

2. Избавьтесь от иррациональности в знаменателях дробей:

$$\frac{5}{\sqrt{5}} \qquad \frac{ab}{\sqrt{b^3}} \qquad \frac{3}{\sqrt[3]{7}} \qquad \frac{12}{\sqrt[4]{8}} \qquad \frac{ab}{\sqrt[6]{c^5}}$$

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.2. Преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени

Уроки 52 (РТ)

Преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени.

1. *Вынесение* множителя из-под знака корня.
2. *Внесение* множителя под знак корня.
3. *Приведение радикалов к общему показателю*.

Чтобы воспользоваться свойствами корней может потребоваться *привести корни к общему показателю*.
Общий показатель корней является **НОК показателей всех корней**.

4. *Избавление от иррациональности* в знаменателе (или числителе) дроби.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.2. Преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени

Уроки 52 (РТ)

1. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt[5]{96}$; б) $\sqrt[3]{\frac{625}{243}}$ в) $\sqrt[5]{-1215v^8t^{20}}$ г) $\sqrt[6]{192m^7n^{13}}$.

2. Внесите множитель под знак корня:

а) $-4\sqrt[4]{3}$; б) $6\sqrt[5]{\frac{3}{64}}$; в) $-mn^2\sqrt[5]{\frac{1}{m^4n^9}}$ г) $x^2\sqrt[4]{x^3}$.

3. Представьте выражения в виде корня некоторой степени из рационального числа:

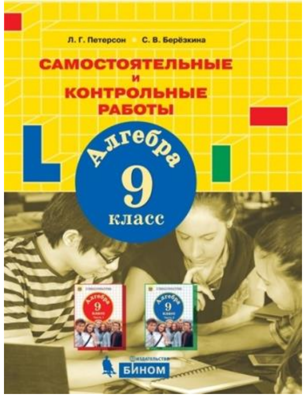
а) $\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt[7]{-\frac{9}{512}}$; б) $\sqrt[6]{50}\cdot\frac{\sqrt[4]{48}}{\sqrt[3]{30}}$.

4. № 38 (в, г), с. 16. Избавиться от иррациональности в знаменателях.

5. № 49 (в), с. 17. Сравнение чисел.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

Уроки 53 (Р)



ПРОСВЕЩЕНИЕ

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 11 — 4.1.1–4.1.2

Корни высших степеней. Преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени

Вариант 1 — **С–11**

Обязательная часть

1. Вычислите значения:

а) $\sqrt[4]{(-1)^4}$; б) $\sqrt[5]{(-2)^5}$; в) $\sqrt[3]{-0{,}343}$; г) $\sqrt[6]{0{,}000001}$.

2. Преобразуйте выражение:

а) вынесите множитель из-под знака корня: $\sqrt[3]{\dfrac{16}{135}}$; $\sqrt{5\dfrac{4}{9}x^{10}y^3}$;

б) внесите множитель под знак корня: $-4\sqrt[5]{a}$; $-3sq^2\sqrt[4]{\dfrac{1}{q^3}}$, если $s<0$.

3. Сравните числа: а) $\sqrt{3}$ и $\sqrt[5]{15}$; б) $\sqrt[3]{-10}$ и $-\sqrt[4]{20}$.

Дополнительная часть

1. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби: а) $\dfrac{12}{\sqrt[5]{6}}$; б) $\dfrac{p}{\sqrt[4]{t^3}}$, $t>0$.

2. Упростите выражение: $\sqrt[3]{3}\cdot\dfrac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[6]{12}}-\left(\sqrt[12]{6}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt[12]{6}+\sqrt{5}\right)$.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ

С 51* Докажите равенство[3]: $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$, если $a \geqslant \sqrt{b}$.

Возведем правую часть равенства в квадрат:

$$\left(\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}\right)^2 = \frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2} \pm 2\sqrt{\left(\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}\right)\left(\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}\right)} +$$

$$+\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2} = a \pm 2\sqrt{\frac{a^2-(a^2-b)}{4}} = a \pm \sqrt{b}.$$

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.4. Функция $y=\sqrt[n]{x}$ и ее график

Уроки 54 (ОНЗ)

ЦЕЛЬ:

Новое:

- функция $y=\sqrt[n]{x}$, график, свойства.   .

Повторяем:

- преобразование выражений, содержащих корни *n*-й степени;
- определение промежутков возрастания и убывания функции.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

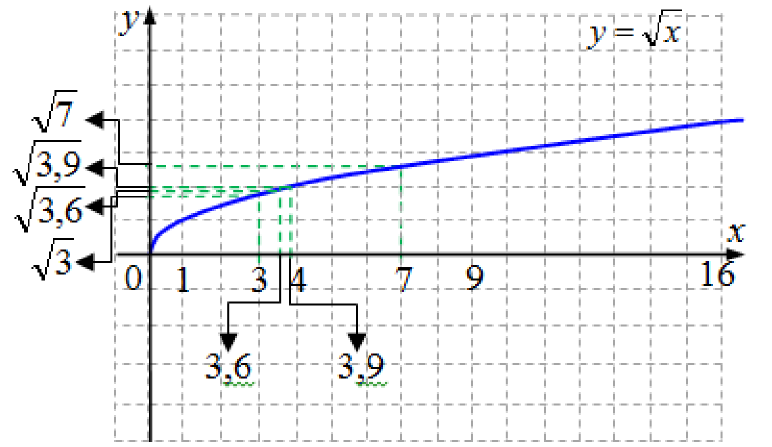
4.1.4. Функция $y = \sqrt[n]{x}$ и ее график

Уроки 54 (ОНЗ)

АКТУАЛИЗАЦИЯ:

1. Самопроверка заданий из домашней работы.
2. **№ 76, с. 26.**

Какие из данных выражений не имеют смысла?
$\sqrt{-9}$; $\sqrt[3]{-8}$; $\sqrt[4]{-0,25}$; $\sqrt[7]{-2}$; $\sqrt[5]{-1}$; $\sqrt[6]{-81}$.



№ 77, с. 26.

Начертите график функций $y=\sqrt{x}$. Определите с его помощью приблизительные значения $\sqrt{3}$ и $\sqrt{7}$. Сравните числа $\sqrt{3,6}$ и $\sqrt{3,9}$, используя график. Какое свойство функции при этом используется?

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.4. Функция $y=\sqrt[n]{x}$ и ее график

Уроки 54 (ОНЗ)

ПРОБНОЕ ДЕЙСТВИЕ:

Попробуй сформулировать основные свойства функции $y=\sqrt[n]{x}$

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.4. Функция $y = \sqrt[n]{x}$ и ее график

Уроки 54 (ОНЗ)

СТРОИМ НОВОЕ ЗНАНИЕ:

№ 78, с. 26

1) Объём куба со стороной a см составляет V см^3. Запишите формулу зависимости a в см от V см^3.

2) Можно ли вычислить число, если известен его куб? Запишите формулу, с помощью которой можно это сделать, обозначив искомое число буквой k, а его куб – буквой c.

3) Какой единой обобщенной формулой можно записать две предыдущие зависимости? Докажите, что эта зависимость является функциональной.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.4. Функция $y = \sqrt[n]{x}$ и ее график

Уроки 54 (ОНЗ)

СТРОИМ НОВОЕ ЗНАНИЕ:

№ 79, с. 26

1) Задайте функцию $y = \sqrt[3]{x}$ таблично:

x	-8	$-\frac{1}{8}$	-1	0	1	$\frac{1}{8}$	8
y							

2) Рассмотрите функцию $y = \sqrt[4]{x}$. Чем отличается область определения этой функции от области определения функции $y = \sqrt[3]{x}$?

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.4. Функция $y = \sqrt[n]{x}$ и ее график

Уроки 54 (ОНЗ)

СТРОИМ НОВОЕ ЗНАНИЕ:

№ 79, с. 26

3) Задайте функцию $y = \sqrt[4]{x}$ таблично:

x	0	$\frac{1}{16}$	1	$\frac{81}{16}$	16
y					

4) Постройте графики функций, используя полученные таблицы. Сравните их с графиками, изображёнными на с. 24, 25 учебника.

5) Какие общие свойства графиков вы можете отметить? В чём различие? Почему? Сопоставьте их со свойствами функций на с. 25, 26 учебника. Какие из указанных в учебнике свойств вам удалось выявить самостоятельно?

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.4. Функция $y = \sqrt[n]{x}$ и ее график

Уроки 54 (ОНЗ)

НОВОЕ ЗНАНИЕ:

Основные свойства функции $y = \sqrt[n]{x}$:

1. Область определения функции :

- *при нечетном* натуральном n: $D(y) = (-\infty; +\infty)$;
- *при четном* натуральном n: $D(y) = [0; +\infty)$.

2. Область значений функции :

- *при нечетном* натуральном n: $E(y) = (-\infty; +\infty)$;
- *при четном* натуральном n: $E(y) = [0; +\infty)$.

3. Функция равна нулю при $x = 0$.

Функция *при нечетном* натуральном n положительна при $x > 0$ и отрицательна при $x < 0$.

Функция *при четном* натуральном n положительна при $x > 0$.

4. Функция строго возрастает на своей области определения, то есть на $(-\infty; +\infty)$ при нечетном натуральном n и на $[0; +\infty)$ при четном натуральном n.

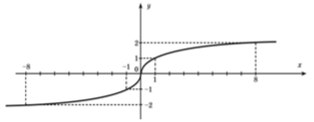
5. Функция $y = \sqrt[n]{x}$

при нечетном натуральном n нечетна,

а *при четном* натуральном n не является ни четной ни нечетной.

Графики функции $y = \sqrt[n]{x}$:

$$y = \sqrt[3]{x}$$



$$y = \sqrt[4]{x}$$

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.4. Функция $y=\sqrt[n]{x}$ и ее график

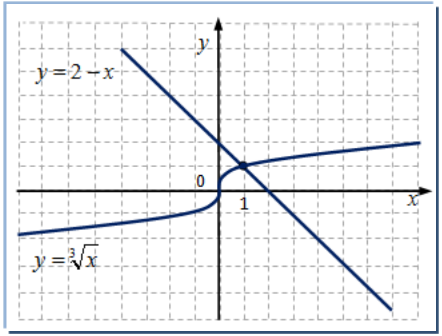
Уроки 54 (ОНЗ)

ТРЕНИРУЮСЬ:

80 Постройте графики функций:

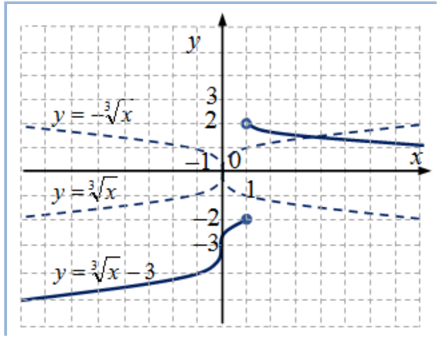
а) $y=\sqrt[3]{x-3}$; б) $y=\sqrt[3]{x}-3$;

81 Решите графически уравнение $\sqrt[3]{x}=2-x$.



86 Определите, на каких промежутках функция возрастает и убывает:

а) $y=2\sqrt[3]{x}-3\left|1-\sqrt[3]{x}\right|$;



ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

4.1.4. Функция $y = \sqrt[n]{x}$ и ее график

Уроки 54 (ОНЗ)

ПОВТОРЯЮ:

84 Сократите дроби:

а) $\dfrac{a+2\sqrt{a}+1}{a-1}$;

б) $\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}$;

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ КОРНЯ»

ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ

90* Докажите, что уравнение $\sqrt[2]{2-x^2}+\sqrt[3]{3-x^3}=0$ не имеет действительных решений.

ОДЗ данного уравнения: $2-x^2 \geqslant 0 \Leftrightarrow x \in \left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$. Но при таких значениях переменной $3-x^3 \geqslant 3-\sqrt{2^3}=3-\sqrt{8}>0$. Поэтому при всех допустимых значениях x первое слагаемое неотрицательно, а второе положительно, поэтому сумма не может быть равна нулю.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕСТВ*»

4.2.1. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уроки 55 (ОНЗ)

ЦЕЛЬ:

Новое:

- ***простейшие*** иррациональные уравнения;
- методом “угадывания” корня.

Повторяем:

- доказательство иррациональности чисел;
- нахождение членов последовательности, заданной формулой *n*-го члена;
- исследовать на монотонность последовательность.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕСТВ*»

4.2.1. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уроки 55 (ОНЗ)

АКТУАЛИЗАЦИЯ:

1. Самопроверка заданий из домашней работы.
2. **№ 105 (б, в), с. 35**

Какие из утверждений являются неверными?

б) $a = b \Rightarrow \sqrt{a} = \sqrt{b}$; в) $\sqrt{a} = \sqrt{b} \Leftrightarrow a = b$;

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕСТВ*»

4.2.1. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уроки 55 (ОНЗ)

АКТУАЛИЗАЦИЯ:

3. Выберите из предложенных уравнений иррациональные и уточните определение иррационального уравнения

а) $x^3 + 65 = 1$;	в) $\sqrt{x^2 - 16} = \sqrt{5x+8}$;	д) $\sqrt{x} + \sqrt{x+1} = 4$;
б) $\sqrt[5]{x^2 - 33} = -1$;	г) $3x - 7 = 0$;	е) $5x^2 + 6x - 2 = 0$.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕСТВ*»

4.2.1. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уроки 55 (ОНЗ)

АКТУАЛИЗАЦИЯ:

3. Выберите из предложенных уравнений иррациональные и уточните определение иррационального уравнения

а) $x^3 + 65 = 1$;

б) $\sqrt[5]{x^2 - 33} = -1$;

в) $\sqrt{x^2 - 16} = \sqrt{5x + 8}$;

г) $3x - 7 = 0$;

д) $\sqrt{x} + \sqrt{x+1} = 4$;

е) $5x^2 + 6x - 2 = 0$.

Определение

Уравнение, в котором алгебраическое выражение, содержащее переменную, находится под знаком корня, называется **иррациональным**.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕСТВ*»

4.2.1. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уроки 55 (ОНЗ)

ПРОБНОЕ ЗАДАНИЕ:

Попробуйте решить иррациональное уравнение $\sqrt[3]{x^2-11}=-2$

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕСТВ*»

4.2.1. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уроки 55 (ОНЗ)

ОТКРЫВАЕМ НОВЫЕ ЗНАНИЯ:

№ 106, с. 35

1) Решите уравнения $\sqrt{x}=2$ и $\sqrt[3]{x}=-2$, используя известное понятие корня n-й степени.

2) По аналогии решите уравнение $\sqrt[3]{x^2+7}=2$.

3) Как можно по-другому описать выполненное в ходе решения преобразование:

$\sqrt{x}=2 \Leftrightarrow x=2^2$,

$\sqrt[3]{x}=-2 \Leftrightarrow x=(-2)^3$,

$\sqrt[3]{x^2+7}=2 \Leftrightarrow x^2+7=2^3$,

используя понятие «возведение в степень»? Поясните, почему это преобразование является равносильным.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕСТВ*»

4.2.1. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уроки 55 (ОНЗ)

ОТКРЫВАЕМ НОВЫЕ ЗНАНИЯ:

№ 107, стр. 35

1) С помощью какого преобразования можно свести уравнение $\sqrt{x^2+x}=\sqrt{x+4}$ к уравнению, способ решения которого уже известен? Решите уравнение и сделайте проверку. Подумайте, будет ли использованное вами преобразование равносильным.

2) С помощью какого преобразования можно свести уравнение $\sqrt{12-4x}=x$ к уравнению, способ решения которого уже известен? Решите уравнение и сделайте проверку. Подумайте, будет ли использованное вами преобразование равносильным.

3) Можно ли применять использованные вами способы решения для всех иррациональных уравнений такого вида? Составьте правило решения таких уравнений и сопоставьте его со схемой на с. 34.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕСТВ*»

4.2.1. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уроки 55 (ОНЗ)

ЭТАЛОНЫ:

$\sqrt{f(x)}=a\ \ (a\geqslant 0)\Leftrightarrow f(x)=a^2$; $\qquad \sqrt{f(x)}=\sqrt{g(x)}\Leftrightarrow f(x)=g(x)\geqslant 0$;

$\sqrt[3]{f(x)}=a\Leftrightarrow f(x)=a^3$; $\qquad \sqrt[3]{f(x)}=\sqrt[3]{g(x)}\Leftrightarrow f(x)=g(x)$.

$$\sqrt{f(x)}=g(x)\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)=(g(x))^2;\\ g(x)\geqslant 0;\end{cases}\qquad \sqrt[3]{f(x)}=g(x)\Leftrightarrow f(x)=(g(x))^3.$$

<u>1-й способ.</u> Для уравнений вида $\sqrt[n]{f(x)}=a$ использовать определение корня n-й степени.

<u>2-й способ.</u> Для уравнений вида $\sqrt[n]{f(x)}=g(x)$ и $\sqrt[n]{f(x)}=\sqrt[n]{g(x)}$ возвести обе части уравнения в n-ю степень, добиваясь перехода к уравнению без знака корня. При чётном n необходимо учитывать возможность появления посторонних корней.

<u>3-й способ.</u> Провести замену переменной $\sqrt[n]{f(x)}=t$, учитывая в ходе дальнейшего решения, что $t\geqslant 0$ при чётных n.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕСТВ*»

4.2.1. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уроки 55 (ОНЗ)

ТРЕНИРУЮСЬ:

108 Решите уравнение:

а) $\sqrt{2x^2-3x+10}=3$;   б) $\sqrt{x^2-2x+5}=-2$;

110 Решите уравнение:

а) $2x=1+\sqrt{x^2-5x+5}$;   б) $\sqrt[3]{x^2-5x-14-x^3}+x=0$.

109 Решите уравнение:

а) $\sqrt{x^2-3x}=\sqrt{2x-6}$;

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕСТВ*»

4.2.1. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уроки 55 (ОНЗ)

ПРИМЕНЯЮ

111 Решите уравнение $\sqrt{2x}+\sqrt{x-1}=9-3x$.

При решении данного уравнения удобнее ***подобрать*** корень и доказать его единственность.

1) Если $x=2$, то $\sqrt{2\cdot 2}+\sqrt{2-1}=9-3\cdot 2 \Leftrightarrow 3=3$ (истинно).

2) $\sqrt{2x}+\sqrt{x-1}=9-3x \Leftrightarrow \sqrt{2x}+\sqrt{x-1}+3x=9$. Левая часть уравнения определена при $x\geq 1$. Каждое слагаемое в левой части уравнения задает возрастающую функцию при $x\in[1;+\infty)$. А, значит, функция $f(x)=\sqrt{2x}+\sqrt{x-1}+3x$ так же является возрастающей, то есть каждое свое значение она принимает только один раз: $f(2)=\sqrt{2\cdot 2}+\sqrt{2-1}+3\cdot 2=9$.

$x=2$ – единственное решение исходного уравнения.

Ответ: $\{2\}$.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕСТВ*»

4.2.1. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уроки 55 (ОНЗ)

ПОВТОРЯЮ

112 Дана последовательность $a_n = 9n - 5n^2 + 2$. Сколько в этой последовательности положительных членов? Найдите наибольший член последовательности.

Чтобы найти количество положительных членов, решим неравенство относительно n:

$-5n^2 + 9n + 2 > 0 \Leftrightarrow -5(n + 0,2)(n - 2) > 0 \Leftrightarrow (n + 0,2)(n - 2) < 0$

$-5n^2 + 9n + 2 = 0 \Leftrightarrow n = -0,2,\ n = 2.$

$n \in (-0,2;\ 2)$. Но так как $n \in N$, то $n = \{1\}$.

Единственный положительный член данной последовательности будет наибольшим ее членом: $-5 \cdot 1 + 9 \cdot 1 + 2 = 6$, то есть $a_{\text{наиб.}} = 6$.

Ответ: в данной последовательности один положительный член; $a_{\text{наиб.}} = 6$.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕСТВ*»

4.2.1. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уроки 56 (РТ)

Тренировочные задания

134 Решите уравнение:

а) $\sqrt{7x-2x^2-1}=2$;

б) $\sqrt{x^2-64}=\sqrt{8-6x}$;

в) $\sqrt[3]{x^2+15x+25}=-1$;

г) $\sqrt[3]{26-10x}=\sqrt[3]{10-x^2}$.

135 Решите уравнение:

а) $x-5+\sqrt{x-2}=3$;

б) $\sqrt{2x+5}-\sqrt{2x}=1$;

в) $x-1=\sqrt[3]{x^3-5x^2+4x+2}$.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕСТВ*»

4.2.1. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уроки 56 (РТ)

Самостоятельная работа

142 Решите уравнение:

а) $\sqrt{5x-3x^2+7}=3$;

в) $\sqrt[3]{x^2+11x+1}=-3$;

б) $\sqrt{40-x^2}=\sqrt{4-9x}$;

г) $\sqrt[3]{6+2x^2}=\sqrt[3]{5+4x}$.

143 Решите уравнение:

а) $5-x+\sqrt{x-2}=3$;

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕСТВ*»

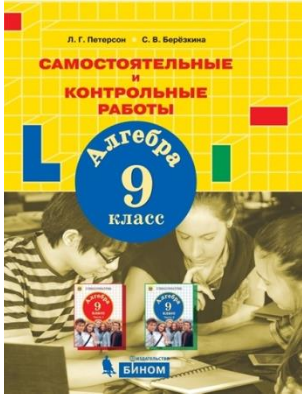
4.2.1. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уроки 56 (РТ)

ПОВТОРЯЮ

132 Напишите первые пять членов последовательности, общий член которой выражается формулой: б) $a_n = \dfrac{(-1)^n}{n!}$.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕСТВ»



4.2.1. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уроки 57 (Р)

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 12 — 4.1.4, 4.2.1

Функция $y=\sqrt[n]{x}$ и ее график. Иррациональные уравнения

Вариант 1 **С–12**

Обязательная часть

1. Решите уравнение:

а) $\sqrt[6]{2x^2+8x}=2$; б) $\sqrt[4]{x^2+9x+19}=-1$; а) $\sqrt{6x^2-3x-1}=\sqrt{2x-1}$.

2. Постройте график функции: $y=\sqrt[3]{x}+2$.

3. Найдите разность меньшего и большего корней уравнения $\sqrt[3]{x^3+19x^2+11x+185}-x=5$.

Дополнительная часть

1. Докажите, что корень уравнения $\sqrt{6-14x+9x^2}+1=2x$ принадлежит области допустимых значений выражения $\sqrt[4]{\dfrac{9-x^2}{x^2}}$.

2. Решите уравнение: $\sqrt{x+2}+\sqrt{3x-2}=4$.

ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ВОПРОСА «РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕСТВ»

ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ

124* Решите неравенство $[x] \cdot \{x\} < x - 1$.

Пусть $[x] = n$, $\{x\} = \alpha$. Тогда неравенство примет вид:

$\alpha n < n + \alpha - 1 \quad \Leftrightarrow \quad \alpha n - n - \alpha + 1 < 0 \quad \Leftrightarrow \quad (\alpha - 1)(n - 1) < 0 \quad \Leftrightarrow \quad n > 1,$

так как $\alpha = \{x\} < 1$. Значит, $[x] = n > 1$, то есть $x \geqslant 2$.

Ответ: $x \geqslant 2$.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

Уроки 58 (РТ)

ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Преобразуйте выражение:

1) вынесите множитель из-под знака корня: а) $\sqrt{8m^2n^3}$, б) $\sqrt[3]{64x^9y^5}$, в) $\sqrt[6]{\dfrac{a^7b^9}{729}}$;

2) внесите множитель под знак корня: а) $-5\sqrt[4]{2}$, б) $-0{,}3a\sqrt[3]{a}$, в) $s^2q\sqrt[8]{-\dfrac{1}{q^5}}$.

2. Сравните числа: а) $\sqrt[4]{40}$ и $\sqrt[5]{50}$, б) $-\sqrt[6]{18}$ и $-\sqrt[3]{4}$.

3. Представьте выражение в виде корня некоторой степени из рационального числа:
$\sqrt[5]{3}\cdot\dfrac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt{6}}$.

4. Решите уравнение:

а) $\sqrt[6]{-3x^2+x+68}=2$; б) $\sqrt[3]{1-x^2}=-2$; в) $\sqrt{2x^2-11}=\sqrt{2x+1}$.

5. Постройте график функции $f(x)=\begin{cases}-x^2+1, & x\geq 1,\\ -\sqrt[3]{x}+1, & x<1.\end{cases}$

Определите наибольшее и наименьшее значения функции, и при каком значении x они достигаются при $x\in[-1;\,2]$.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Уроки 58 (РТ)

1. Преобразуйте выражение:

1) вынесите множитель из-под знака корня: $\sqrt[4]{162a^5b^{16}}$;

2) внесите множитель под знак корня: $-0{,}2\sqrt[5]{5}$.

2. Сравните числа: $\sqrt[6]{12}$ и $\sqrt[4]{5}$.

3. Представьте выражение в виде корня некоторой степени из рационального числа:

$\sqrt[3]{2}\cdot\dfrac{\sqrt[6]{5}}{\sqrt[4]{60}}$.

4. Решите уравнение:

а) $\sqrt[4]{4x^2-x-2}=1$; б) $\sqrt[5]{x^2-37}=-1$; в) $\sqrt{-5x^2+9}=\sqrt{10x-6}$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Уроки 59-60 (ОК)

Критерии оценивания контрольной работы № 5

	Количество баллов за каждое задание	Отметка
Обязательная часть	**1.** а) 1 балл; б) 2 балла **2.** а) 1 балл; б)• 2 балла **3.** а) 1 балл; б)• 2 балла **4.** 3 балла **5.** а) 3 балла; в) 3 балла б) 3 балла; г) 3 балла **6.** 5 баллов	«5» – 24–25 баллов «4» – 19–23 баллов «3» – 13–18 баллов • «5» – 28–29 баллов «4» – 22–27 баллов «3» – 15–21 балла
Дополнительная часть	**1.** 6 баллов; **2•.** 6 баллов;	«5» – 5–6 баллов • «5» – 11–12 баллов

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Уроки 59-60 (ОК)

Вариант 1 **К–5**

Обязательная часть

1. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt[6]{729a^6b^{13}}$; б) $\sqrt[4]{\dfrac{625}{810}}$

2. Внесите множитель под знак корня:

а) $-0{,}1\sqrt[3]{6}$; б)• $-x^2y^3\sqrt[8]{\dfrac{x^4}{y^{23}}}$

3. Сравните числа:

а) $\sqrt{5}$ и $\sqrt[3]{10}$; б)• $-\sqrt[3]{2}$ и $\sqrt[7]{-2}$.

4. Представьте выражение в виде корня некоторой степени из рационального числа:

$\sqrt[4]{3}\cdot\dfrac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[6]{18}}$.

5. Решите уравнение:

а) $\sqrt[4]{5x^2-x-3}=1$; в) $\sqrt{x^2-21}=\sqrt{6x-5}$;

б) $\sqrt[3]{x^2-31}=-3$; г) $\sqrt[3]{23-5x^2}=\sqrt[3]{19+x}$.

6. Постройте график функции $f(x)=\begin{cases}\sqrt[3]{x-1}, & x\ge 0,\\ x^2-1, & x<0.\end{cases}$

Определите наименьшее значение функции, и при каком значении x оно достигается.

Дополнительная часть

1. Упростите выражение: $\left(\dfrac{1}{2\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}+\dfrac{1}{2\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}\right)\cdot\dfrac{b-8\sqrt{ab}+16a}{4}$.

2•. Решите неравенство: $\sqrt{x+25}>x-5$.

АНОНС декабрь

ГОДИЧНЫЙ ЦИКЛ ВЕБИНАРОВ ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

3 декабря пятница	вебинар № 4	6 класс
9 декабря четверг	Консультация для слушателей ДК	5-9 классы
15-16 декабря среда, четверг	Задача дня	**1-9 классы**
21 декабря вторник	**вебинар № 5**	**9 класс**

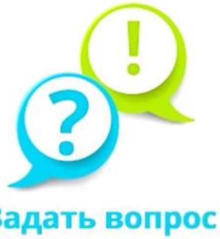
ГОРЯЧАЯ ЛИНИЯ

ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ

www.sch2000.ru

Телефон
+7 (495) 797–89–77

E-mail:
info@sch2000.ru



grushevskaya@sch2000.ru