



# ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРОМ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

14.12.2021 г.

# Вопросы для обсуждения

1. Общая структура изучения задач с параметром в школьном курсе алгебры.
2. Формирование предметных компетенций при обучении решению задач с параметром в основной школе.
3. Использование ИТ-средств при обучении решению задач с параметром.

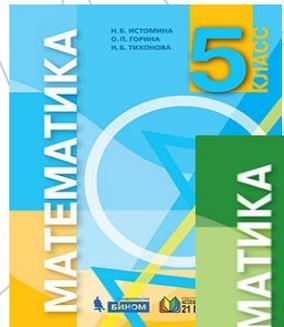




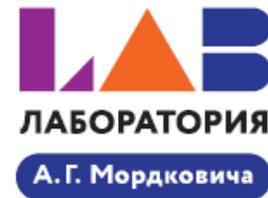
# Приказ № 766 от 23.12.2020

О внесении изменений в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, утверждённый приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 20.05.2020 г. № 254

1.1.2.4.1.11.1 1.1.2.4.1.11.2	Математика	Истомина Н.Б., Горина О.П., Тихонова Н.Б.	5 6	АО «Издательство «Просвещение»	Конобеева Т.А., Бондаренко Р.А., Кожанова А.П., Павлова Л.А.	До 1 июля 2025 года
1.1.2.4.2.13.1 1.1.2.4.2.13.2 1.1.2.4.2.13.3	Алгебра	Мордкович А.Г., Семенов П.В., Александрова Л.А., Мардахаева Е.Л.	7 8 9	ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»; АО «Издательство «Просвещение»		От 20 мая 2020 года № 254
1.1.3.4.1.25.1 1.1.3.4.1.25.2	Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа	Мордкович А.Г., Семенов П.В., Александрова Л.А., Мардахаева Е.Л.	10 11	АО «Издательство «Просвещение»	Польшакова О.Е., Еремченко И.А., Кожанова А.П., Кочагина М.Н.	До 28 июня 2025 года



# 1. Общая структура изучения задач с параметром в школьном курсе алгебры.



# Включение заданий, содержащих задания с параметром, в курсе алгебры основной школы



Класс	Тема
7	Линейное уравнение
	Системы линейных уравнений с двумя неизвестными
	Линейная функция
	Кусочная функция
8	Дробно-рациональные уравнения
	Системы уравнений
	Квадратичная функция, функция $y =  x $ , функции $y = \frac{k}{x}$ , $y = \sqrt{x}$ .
	Квадратные неравенства
9	Понятие функции. Функции $y = \sqrt[3]{x}$ , $y = x^3$ .
	Целые уравнения
	Метод интервалов

## 2. Формирование предметных компетенций при обучении решению задач с параметром в основной школе.





**ИКТ 5.20.** При каких значениях параметра  $p$  уравнение имеет один корень:

а)  $(p - 4)x = 4$ ;

в)  $\left(p - 2\frac{4}{9}\right)x = -9\frac{5}{8}$ ;

б)  $p(p + 3)x = -3$ ;

г)  $p(p + 9)x = -8$ ?

**ИКТ 5.21.** При каких значениях параметра  $p$  уравнение имеет бесконечное множество корней:

а)  $p(p - 3)x + p = 0$ ;

б)  $(p - 3)(p + 1)x = p^2 - 1$ ;

в)  $2x + 3(x - 4) = p^2 - 1$ ;

г)  $p(p + 2)x - p = 2$ ;

д)  $(p + 2)(p - 2)x + p + 2 = p^2$ ;

е)  $x + p + 2 - 3(2x - 2) = p^2$ ?

**ИКТ 5.22.** При каких значениях параметра  $p$  уравнение не имеет корней:

а)  $(p - 3)x = 3$ ;

б)  $p(p + 1)x = -2$ ;

в)  $3x - 2(x - 3) = p^2 - 4$ ;

г)  $\left(p + 4\frac{3}{7}\right)x = 8\frac{5}{12}$ ;

д)  $p(p - 11)x = 8$ ;

е)  $2x + p + 4 - 3(2x - 1) = p^2 - 1$ ?

Уравнение с параметром степени не выше первой

$$f(p) \cdot x = g(p)$$

**ИКТ 5.23.** Решите уравнение с параметром  $p$ :

а)  $(p - 6)x = 2$ ;

б)  $p(p + 2)x = -1$ ;

в)  $(p + 3,7)x = 8,5$ ;

г)  $p(p + 9)x = p^2$ .

**ИКТ 5.24.** При каких значениях параметра  $p$  уравнение

$$(p - 4)px = p^2 + 4p:$$

а) не имеет корней;

б) имеет один корень;

в) имеет бесконечное множество корней?

$f(x) = 0,$ $g(x) = 0$	Уравнение имеет бесконечное число решений
$f(x) = 0,$ $g(x) \neq 0$	Уравнение не имеет решений
$f(x) \neq 0,$ $g(x)$ любое	Уравнение имеет единственное решение



**ИКТ 10.7.** В уравнении  $ax - 4y = 28$  найдите коэффициент  $a$ , если известно, что решением уравнения является пара чисел:  
а)  $(4; 0)$ ; б)  $(3; -2,5)$ .

**ИКТ 10.8.** В уравнении  $12x + by = 18$  найдите коэффициент  $b$ , если известно, что решением уравнения является пара чисел:  
а)  $(0; -2)$ ; б)  $(-1; 5)$ .

**ИКТ 10.9.** В уравнении  $5x - 6y + c = 0$  найдите коэффициент  $c$ , если известно, что решением уравнения является пара чисел:  
а)  $(1; 1)$ ; б)  $\left(0,2; -\frac{1}{3}\right)$ .

**ИКТ 10.10.** Найдите значение  $p$ , при котором решением уравнения  $3x + py - 6p = 0$  является пара чисел  $\left(-\frac{2}{3}; 1\right)$ .

**19.20.** При каком значении параметра  $a$  уравнение  $2(2x + a) - 3(x + 1) = 2(5 - 2x)$  имеет корень, равный 3?

**21.8.** При каком значении параметра  $a$  уравнение  $2(x - 3) + ax + 3(x - 2) = 2(3x - 1)$  имеет корень, равный  $-2$ ?



**ИКТ 16.11.** При каких значениях параметров  $m$  и  $p$  пара чисел  $(-6; 5)$  является решением системы уравнений 
$$\begin{cases} 7x - my = 3, \\ px + y = -1? \end{cases}$$

**ИКТ 16.12.** При каких значениях параметров  $m$  и  $p$  пара чисел  $(4; -3)$  является решением системы уравнений 
$$\begin{cases} mx + 2y = 12, \\ 4x - py = 1? \end{cases}$$

**ИКТ 16.13.** Пара чисел  $(5; -2)$  является решением второго уравнения системы 
$$\begin{cases} 3x + 5y = 7, \\ 2x - py = 4. \end{cases}$$
 Найдите значение параметра  $p$  и решите графически полученную систему уравнений.

**ИКТ 16.14.** Найдите значения параметров  $a$  и  $b$ , если известно, что система уравнений 
$$\begin{cases} ax - 3y = 7, \\ 10x - by = 14 \end{cases}$$
 имеет бесконечное множество решений. Единственная ли пара чисел  $a$  и  $b$  удовлетворяет данному условию?

**ИКТ 16.15.** Найдите значения параметров  $a$  и  $b$ , если известно, что система уравнений 
$$\begin{cases} -3x + by = 0, \\ ax + 2y = 6 \end{cases}$$
 не имеет решений. Единственная ли пара чисел  $a$  и  $b$  удовлетворяет данному условию?



**17.15.** а) Найдите значения параметров  $a$  и  $b$ , при которых система

уравнений 
$$\begin{cases} 2ax - by = 15\frac{2}{3}, \\ ax + 3by = 2 \end{cases}$$
 имеет единственным решением па-

ру чисел  $(3; -1)$ .

б) Найдите значения параметров  $a$  и  $b$ , при которых система

уравнений 
$$\begin{cases} -3ax + 2by = 2,9, \\ ax - 3by = 3 \end{cases}$$
 имеет единственным решением

пару чисел  $(-1; 1)$ .

**ИКТ 18.11.** а) Найдите значение параметра  $p$ , при котором график функции  $y = px$  проходит через точку пересечения прямых  $6x - y = 13$  и  $y = -5x + 20$ .

б) Найдите значение параметра  $p$ , при котором график функции  $y = px + 1$  проходит через точку пересечения прямых  $6x - y = 13$  и  $y = -5x + 20$ .

**ИКТ 18.12.** а) При каких значениях параметров  $p$  и  $t$  пара чисел  $(-4; 5)$

является решением системы уравнений 
$$\begin{cases} px + ty = 28, \\ px - ty = -12? \end{cases}$$

б) При каких значениях параметров  $p$  и  $t$  пара чисел  $(6; -3)$

является решением системы уравнений 
$$\begin{cases} px - ty = -24, \\ -px + 2ty = 6? \end{cases}$$

**ИКТ 18.13.** а) При каких значениях параметров  $p$  и  $t$  пара чисел  $(-1; 2)$

является решением системы уравнений 
$$\begin{cases} (p - 8)x + ty = 2p, \\ px - ty = p - 12? \end{cases}$$

б) При каких значениях параметров  $p$  и  $t$  пара чисел  $(-2; 1)$

является решением системы уравнений 
$$\begin{cases} (p - 1)x - ty = -3p, \\ px + ty = 5p - 1? \end{cases}$$

**ИКТ 18.14.** При каких значениях параметров  $p$  и  $t$  данная система уравнений имеет бесконечное множество решений?

а) 
$$\begin{cases} (p - 10)x + y = 5t - 1, \\ (t + 2)x - y = -2(p + 2); \end{cases}$$
 б) 
$$\begin{cases} (5p + 6)x - 2y = t - 1, \\ (2t - 5)x + y = 3p + 8. \end{cases}$$



5. Найдите значение  $p$ , если известно, что точка, координаты которой являются решением системы  $\begin{cases} x + y = 10, \\ 2x - y = p, \end{cases}$  расположена:
- а) на оси абсцисс; г) на прямой  $y = 2x$ ;  
б) на оси ординат; д) на прямой  $y = 2x + 11$ ;  
в) на прямой  $y = x$ ; е) на прямой  $y = 1 - 2x$ .

6. Найдите все значения  $a$  и  $b$ , при которых пара чисел  $(2a - 1; 3b + 2)$  будет решением системы:

а)  $\begin{cases} x = y - 2, \\ y = 2x + 1; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} x - 2y = 10, \\ x - y = 7; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} x = 3y - 2, \\ y = 4x - 3; \end{cases}$  д)  $\begin{cases} 2x - y = 10, \\ x + 2y = 4; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} x + y = 2, \\ x - 2y = 0; \end{cases}$  е)  $\begin{cases} 2x + y = 20, \\ x - 3y = -25. \end{cases}$

- 21.8.** При каком значении параметра  $a$  уравнение

$$2(x - 3) + ax + 3(x - 2) = 2(3x - 1)$$

имеет корень, равный  $-2$ ?

- ИКТ 21.9.** а) Даны линейные функции  $y = 2x - 3$  и  $y = -2x + p$ . При каком значении параметра  $p$  значения функций в точках с абсциссой  $-1$  равны? Сделайте чертёж.  
б) Даны линейные функции  $y = -3x + 5$  и  $y = 2x + p$ . При каком значении  $p$  значения функций в точках с абсциссой  $2$  равны? Сделайте чертёж.

- 22.8.** Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = x^2$ . Найдите значение параметра  $p$ , если известно, что равенство  $f(x - p) = 64$  верно при  $x = 3$ .

- 22.9.** Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = -x^2$ . Найдите значение параметра  $p$ , если известно, что равенство  $f(x - p) = f(x + 5)$  верно при  $x = 6$ .



**23.14.** При каких значениях параметра  $p$  уравнение  $f(x) = p$ , где

$$f(x) = \begin{cases} x + 6, & \text{если } x \leq -2; \\ x^2, & \text{если } -2 < x \leq 3; \end{cases}$$

- а) имеет один корень;
- б) имеет два корня;
- в) имеет не более двух корней;
- г) имеет три корня;
- д) не имеет корней;
- е) имеет хотя бы один корень?

**23.15.** При каких значениях параметра  $p$  уравнение  $f(x) = p$ , где

$$f(x) = \begin{cases} -x - 2, & \text{если } x \leq -1; \\ -x^2, & \text{если } -1 < x \leq 2; \end{cases}$$

- а) имеет один корень;
- б) имеет два корня;
- в) имеет не более двух корней;
- г) имеет три корня;
- д) не имеет корней;
- е) имеет хотя бы один корень?

**34.18.** Найдите значения параметра  $m$ , при которых прямая  $y = 2m^2 + mx$  проходит через точку:

- а)  $(2; 0)$ ;
- б)  $(-3; 0)$ ;
- в)  $\left(-1\frac{7}{12}; 0\right)$ ;
- г)  $\left(-1\frac{1}{3}; 0\right)$ ;
- д)  $(-0,18; 0)$ ;
- е)  $(3,28; 0)$ .

**36.18.** а) При каких значениях параметра  $p$  пара чисел  $(1; -1)$  является решением уравнения  $p^2x + py - 72 = 0$ ?

б) При каких значениях параметра  $p$  пара чисел  $(1; 13)$  является решением уравнения  $p^2x + py + 42 = 0$ ?

**36.19.** а) При каких значениях параметра  $p$  график линейной функции  $y = -2px + p^2$  проходит через точку  $A(3; -5)$ ?

б) При каких значениях параметра  $p$  график линейной функции  $y = 3px - p^2$  проходит через точку  $B(2; 8)$ ?



## Упражнения на повторение

**2.22.** При каком значении параметра  $p$  прямая  $y = px - 3$  проходит через точку  $A(-2; 9)$ ?

**8.25.** Решите уравнение с параметром  $p$ :

а)  $(9 - p^2)x = p + 3$ ;                      б)  $(p^2 - 4)x = 2 - p$ .

**28.16.** Решите неравенство с параметром  $p$ :

а)  $(9 - p^2)x < p + 3$ ;                      б)  $(p^2 - 4)x > 2 - p$ .

**36.20.** Дана функция  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} -|x + 3| + 2, & \text{если } -7 \leq x < 1; \\ (x - 1)^2 - 2, & \text{если } 1 \leq x \leq 5. \end{cases}$$

- а) Постройте график функции  $y = f(x)$ .
- б) Найдите значения параметра  $p$ , при которых уравнение  $f(x) = p$  имеет единственный корень.
- в) Укажите область значений функции.
- г) Решите неравенство  $f(x) \leq -2$ .

**43.14.** Постройте график функции  $y = \begin{cases} x^2 + 4x + 3, & \text{если } x < 0, \\ -x^2 + 4, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

Найдите, при каких значениях  $p$  прямая  $y = p$  имеет с графиком данной функции:

- а) одну общую точку;
- б) две общие точки;
- в) три общие точки.



**8.20.** Решите неравенство с параметром  $p$ :

а)  $5x > p$ ;

г)  $px < p$ ;

б)  $(p - 2)x \geq 4 - p^2$ ;

д)  $(p + 3)x < 9 - p^2$ ;

в)  $(p - 3)x \leq 2p^2 - 6p$ ;

е)  $(4 - p)x \geq 3p^2 - 12p$ .

**8.21.** При каких значениях параметра  $p$  не имеет решений система неравенств:

а)  $\begin{cases} x < 4, \\ x > p; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} x < 7, \\ x \geq p; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} x \leq 5, \\ x > p; \end{cases}$

д)  $\begin{cases} x \leq -4, \\ x \geq p; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} x \leq p, \\ x > -2; \end{cases}$

е)  $\begin{cases} x < p, \\ x \geq -1? \end{cases}$

**8.22.** При каких значениях параметра  $p$  система неравенств имеет ровно пять целых решений:

а)  $\begin{cases} x < 2, \\ x > p; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} x < 5, \\ x \geq p; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} x \leq 7, \\ x > p; \end{cases}$

д)  $\begin{cases} x \leq -1, \\ x \geq p; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} x \leq p, \\ x > -5; \end{cases}$

е)  $\begin{cases} x < p, \\ x \geq -3? \end{cases}$

**8.23.** При каких значениях параметра  $p$  решением системы нера-

венств  $\begin{cases} x > 1, \\ x \geq p \end{cases}$  является промежуток:

а)  $(3; +\infty)$ ;

в)  $(1; +\infty)$ ;

д)  $[1; +\infty)$ ;

б)  $[2; +\infty)$ ;

г)  $[0; +\infty)$ ;

е)  $[p; +\infty)$ ?



**9.21.** Постройте график функции  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} |x|, & x \leq 1; \\ x^2, & 1 < x \leq 3. \end{cases}$$

При каких значениях параметра  $p$  уравнение  $f(x) = p$ :

- а) не имеет корней;                      в) имеет два корня;  
б) имеет один корень;                    г) имеет более двух корней?

**ИКТ 19.24.** Постройте график функции  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{если } x < 1, \\ -\sqrt{x}, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

При каких значениях параметра  $p$  прямая  $y = p$  с графиком данной функции:

- а) имеет две общие точки;  
б) имеет одну общую точку;  
в) не имеет ни одной общей точки;  
г) имеет не менее трёх общих точек?

**24.19.** Постройте график функции  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} x + 4, & \text{если } -4 \leq x \leq -1; \\ 2x^2, & \text{если } -1 < x < 1; \\ -x + 3, & \text{если } 1 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

С помощью графика установите, при каких значениях параметра  $p$  уравнение  $f(x) = p$  имеет:

- а) один корень;                              г) три корня;  
б) не более одного корня;              д) два корня;  
в) четыре корня;                          е) не более двух корней.

**ИКТ 24.21.** Постройте график данной функции и найдите значения параметра  $p$ , при которых прямая  $y = p$  имеет с графиком ровно одну общую точку:

а)  $y = \frac{3x^3 - 3x^2}{x - 1}$ ;                      б)  $y = \frac{\frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{3}x^2}{x + 2}$ .





**ИКТ 28.10.** Дана функция  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} -3(x+3)^2 + 2, & \text{если } -4 \leq x < -2; \\ 2x, & \text{если } -2 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

Постройте график функции  $y = f(x)$  и определите, при каких значениях  $p$  уравнение  $f(x) = p$ :

- а) имеет один корень;
- б) имеет три корня;
- в) имеет два корня;
- г) не имеет корней;
- д) имеет хотя бы два корня;
- е) имеет не более одного корня.

**ИКТ 28.11.** Постройте график функции  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} x + 8, & \text{если } -7 \leq x < -4; \\ 2(x+2)^2 - 4, & \text{если } -4 \leq x < 0; \\ (x-2)^2 + 2, & \text{если } 0 \leq x \leq 4. \end{cases}$$

Выясните, при каких значениях параметра  $p$  уравнение  $f(x) = p$  имеет:

- а) не менее трёх корней;
- б) более трёх корней.

**38.10.** а) При каких значениях параметра  $p$  сумма корней квадратного уравнения  $x^2 + (p^2 + 4p - 5)x - p = 0$  равна нулю?

б) При каких значениях параметра  $p$  произведение корней квадратного уравнения  $x^2 + 3x + (p^2 - 7p + 6) = 0$  равно нулю?

**38.11.** а) Дано уравнение  $x^2 - (2p^2 - p - 6)x + (8p - 1) = 0$ . При каком значении параметра  $p$  сумма его корней равна  $-5$ ?

б) Дано уравнение  $x^2 - (p^2 + 1)x + (2p^2 - 9p - 12) = 0$ . При каком значении параметра  $p$  произведение его корней равно  $-21$ ?

**38.12.** а) Докажите, что уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  имеет корень, равный  $1$ , если  $a + b + c = 0$ .

б) Докажите, что уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  имеет корень, равный  $-1$ , если  $a - b + c = 0$ .



**ИКТ 29.16.** Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = x^2 - 6x + p$ . Найдите значение параметра  $p$ , если известно, что наименьшее значение функции  $y = f(x)$  равно 1. Постройте график функции  $y = f(x)$  при найденном значении параметра.

**ИКТ 29.17.** Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = -x^2 + 4x + p$ . Найдите значение параметра  $p$ , если известно, что наибольшее значение функции  $y = f(x)$  равно 2. Постройте график функции  $y = f(x)$  при найденном значении параметра.

**29.18.** Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = x^2 - 6x + p$ . Известно, что параметр  $p$  может принимать любые действительные значения. Сравните, если возможно:

а)  $f(2)$  и  $f(2,012)$ ;

г)  $f(2)$  и  $f(1,998)$ ;

б)  $f\left(\frac{65}{63}\right)$  и  $f\left(\frac{63}{65}\right)$ ;

д)  $f(49,7)$  и  $f(49,69)$ ;

в)  $f(-285)$  и  $f(-286)$ ;

е)  $f(\sqrt{5})$  и  $f(\sqrt{7})$ .

**ИКТ 29.19.** Найдите значения параметра  $p$ , если:

а) график функции  $y = x^2 + 4x + p$  пересекает ось ординат в точке  $A(0; 2)$ ;

б) график функции  $y = px^2 + 4x + 5$  пересекает ось абсцисс в точке  $M(-10; 0)$ ;

в) осью симметрии графика функции  $y = x^2 + px + 4$  является прямая  $x = 1$ ;

г) график функции  $y = x^2 + 4x + p$  пересекает ось ординат в точке  $B(0; 4)$ ;

д) график функции  $y = px^2 + 4x - 8$  пересекает ось абсцисс в точке  $N(4; 0)$ ;

е) осью симметрии графика функции  $y = 2x^2 + px - 3$  является прямая  $x = -4$ .



## § 35\*. Квадратные уравнения с параметром

**35.1.** Выясните, при каких значениях параметра  $p$  заданное уравнение имеет указанный корень:

- а)  $x^2 + px + 24 = 0, x = 6$ ;
- б)  $2x^2 + px + 68 = 0, x = 17$ ;
- в)  $-\frac{1}{3}x^2 + p + 11 = 0, x = 3$ ;
- г)  $x^2 + px - 35 = 0, x = 7$ ;
- д)  $3x^2 + px - 54 = 0, x = 9$ ;
- е)  $-\frac{3}{7}x^2 + p - 1 = 0, x = 7$ .

**35.2.** При каких значениях параметра  $p$  уравнение

$$(2p - 3)x^2 + (3p - 6)x + p^2 - 9 = 0$$

является:

- а) квадратным;
- б) неполным квадратным;
- в) полным неприведённым квадратным;
- г) полным приведённым квадратным;
- д) неполным неприведённым квадратным;
- е) линейным?

**35.3.** При каких значениях параметра  $p$  заданное уравнение имеет единственный корень:

- а)  $x^2 - px + 9 = 0$ ;
- б)  $x^2 + 3px + p = 0$ ;
- в)  $px^2 + 4px + 16 = 0$ ;
- г)  $x^2 + px + 16 = 0$ ;
- д)  $x^2 - 2px + 3p = 0$ ;
- е)  $px^2 + (p - 2)x - 2 = 0$ ?

**35.4.** При каких значениях параметра  $p$  заданное уравнение является неполным квадратным уравнением:

- а)  $x^2 + (p^2 - 1)x + 2p - 6 = 0$ ;
- б)  $6x^2 + (p - 1)x + 2 - 4p = 0$ ;
- в)  $(p - 2)x^2 + 3x + p = 0$ ;
- г)  $3x^2 - (2p + 3)x + 2 + p = 0$ ;
- д)  $x^2 + (p^2 - 4)x + p^2 - 2p - 8 = 0$ ;
- е)  $(6 - p)x^2 + (2p + 6)(x + 3) = 0$ ?

Решите уравнение с параметром  $p$ .

**35.5.** а)  $x^2 - (2p - 2)x + p^2 - 2p = 0$ ;

б)  $x^2 - \frac{2p + 3}{6}x + \frac{p}{6} = 0$ ;

в)  $(2p - 1)x^2 - px + 1 - p = 0$ ;

г)  $x^2 + \frac{3p + 2}{6}x + \frac{p}{6} = 0$ ;

д)  $x^2 - \frac{3p + 2}{6}x + \frac{p}{6} = 0$ ;

е)  $px^2 - (3p - 1)x + 2p - 1 = 0$ .

**35.6.** а)  $x^2 - 2(p - 2)x + p^2 - 4p - 5 = 0$ ;

б)  $x^2 + 2(p + 3)x + p^2 + 6p + 5 = 0$ ;

в)  $(p + 2)x^2 + (2p + 2)x + p = 0$ ;

г)  $x^2 - 2(p - 2)x + p^2 + 4p - 12 = 0$ ;

д)  $x^2 + 2(p - 3)x + p^2 - 6p + 8 = 0$ ;

е)  $px^2 + (2p - 2)x + p - 2 = 0$ .

**35.7.** Докажите, что не существует такого значения параметра  $p$ , при котором:

- а) уравнение  $x^2 - px + p - 2 = 0$  имеет только один корень;
- б) уравнение  $x^2 - 4px + p - 6 = 0$  не имеет корней.

**35.8.** а) При каких значениях параметра  $p$  уравнения  $x^2 + 2x - 3 = 0$  и  $px^2 + (4p - 1)x - 4 = 0$  имеют общий корень?

б) При каких значениях параметра  $p$  уравнения  $x^2 - x - 2 = 0$  и  $px^2 + 5x - 4 = 0$  имеют общий корень?

**35.9.** а) При каких значениях параметра  $p$  среднее арифметическое корней уравнения  $x^2 - (p^2 - 1)x + 7p = 0$  равно 4?

б) При каких значениях параметра  $p$  среднее арифметическое корней уравнения  $x^2 - (3p + 2)x + 5p + 5 = 0$  равно 4?

Уравнение с параметром степени не выше второй

$$f(p) \cdot x^2 + g(p) \cdot x + h(p) = 0$$

$f(x) = 0$	Уравнение степени не выше первой.
$f(x) \neq 0$	Уравнение квадратное.



## Упражнения на повторение

**7.10.** Дана функция  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x - 1, & \text{если } -3 \leq x < 0; \\ \sqrt{x}, & \text{если } 0 \leq x \leq 4. \end{cases}$$

- Постройте график функции  $y = f(x)$ .
- Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке  $(-3; 1]$ .
- При каких значениях параметра  $p$  уравнение  $f(x) = p$  имеет один корень?
- Найдите на графике точку, для которой справедливо равенство  $f(x) = f(x + 2)$ ?

**10.18.** Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x, & \text{если } -3 \leq x < 0; \\ -\sqrt{x}, & \text{если } 0 \leq x \leq 4. \end{cases}$

- При каких значениях параметра  $p$  уравнение  $f(x) = p$  имеет единственное решение?
- При каких значениях аргумента график функции лежит ниже оси абсцисс?

**ИКТ 11.19.** Дана функция  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} (x + 2)^2 - 3, & \text{если } -4 \leq x < 0; \\ 1 - x, & \text{если } 0 \leq x < 3; \\ \sqrt{x - 3} - 2, & \text{если } 3 \leq x \leq 7. \end{cases}$$

- При каких значениях параметра  $p$  уравнение  $f(x) = p$  имеет не менее трёх корней?
- При каких значениях переменной график функции расположен не выше прямой  $y = x + 1$ ?

**6.10.** Дана функция  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} -(x + 1)^2 + 4, & \text{если } -4 \leq x < 1; \\ |x - 3| - 2, & \text{если } 1 \leq x \leq 6. \end{cases}$$

- Постройте график функции  $y = f(x)$ .
- Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке  $[-3; 2]$ .
- При каком значении параметра  $p$  уравнение  $f(x) = p$  имеет более двух решений?
- При каких значениях аргумента выполняются неравенства  $f(x) < 0$  и  $f(x) > 0$ ?

**9.23.** Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \begin{cases} x + 8, & \text{если } -7 \leq x < -4; \\ (x + 2)^2, & \text{если } -4 \leq x < 1; \\ 11 - 2x, & \text{если } 1 \leq x \leq 4. \end{cases}$

При каких значениях параметра  $p$  уравнение  $f(x) = p$  имеет один корень? не менее трёх корней?

**12.25.** Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \begin{cases} |x - 1| - 2, & \text{если } -2 < x < 4; \\ -(x - 4)^2 + 1, & \text{если } 4 \leq x \leq 6. \end{cases}$

- Постройте график функции  $y = f(x)$ .
- Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = f(x)$  на промежутке  $(0; 6]$ .
- Укажите промежутки, на которых функция  $y = f(x)$  убывает.
- При каких значениях параметра  $p$  уравнение  $f(x) = p$  будет иметь единственное решение?

**13.15.** Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \begin{cases} (x + 1)^2 - 2, & \text{если } -3 \leq x < 1; \\ \frac{2}{x}, & \text{если } 1 \leq x \leq 4. \end{cases}$

- Постройте график функции  $y = f(x)$ .
- Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке  $[-2; 2]$ .
- Укажите промежутки, на которых функция возрастает, функция убывает.
- При каких значениях параметра  $p$  уравнение  $f(x) = p$  имеет два корня?



## Упражнения на повторение

**16.12.** Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = x^2 + 6x + p$ . Известно, что параметр  $p$  может принимать любые действительные значения. Не вычисляя значение функции, сравните, если возможно:

- а)  $f(-3)$  и  $f(-3,001)$ ;                      б)  $f(-3)$  и  $f(-2,999)$ ;  
 в)  $f\left(-\frac{28}{9}\right)$  и  $f\left(-\frac{26}{9}\right)$ ;                      г)  $f(-2\sqrt{2})$  и  $f(-\sqrt{10})$ .

**17.21.** Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение имеет действительные корни:

- а)  $2px^2 - 5px + 11 = 0$ ;                      б)  $3px^2 - 6px - 2 = 0$ .

**ИКТ 19.21.** а) Найдите натуральные значения параметра  $p$ , при которых во множестве решений неравенства  $x^2 - (p + 7)x + 7p < 0$  содержится ровно три натуральных числа.

б) Найдите все значения параметра  $p$ , при которых во множестве решений неравенства  $(p - 2)x + 2p - x^2 \geq 0$  не содержится ни одного натурального числа.

**18.13.** Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение имеет действительные корни:

- а)  $(2 - 3p)x^2 - 4x - p = 0$ ;                      б)  $(1 - 2p)x^2 - 6x - 2p = 0$ .

**21.13.** а) Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \frac{2x^2 - 8}{x^3 - 4x}$ . Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение  $f(x) = p^2 + p$  имеет корни.

б) Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \frac{3x^2 - 27}{x^3 - 9x}$ . Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение  $f(x) = p^2 - 2p$  имеет корни.

**23.22.** Дана функция  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 6x - 5, & \text{если } -5 \leq x < 0, \\ 2x - 5, & \text{если } 0 \leq x < 3, \\ \frac{3}{x}, & \text{если } x \geq 3. \end{cases}$$

- а) Постройте график функции  $y = f(x)$ ;  
 б) прочитайте график;  
 в) найдите значения параметра  $p$ , при которых уравнение  $f(x) = p$  имеет ровно три корня.

**23.23.** Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение имеет действительные корни.

- а)  $(p - 2)x^2 - (2p - 1)x + p + 2 = 0$ ;  
 б)  $(p - 1)x^2 - (2p - 3)x + p + 1 = 0$ .



## Упражнения на повторение

**29.14.** При каких значениях  $p$  квадратное уравнение

$$x^2 + (p - 2)x - (p - 5) = 0:$$

- а) имеет корни;                      б) не имеет корней.

**33.13.** Постройте график функции  $y = -3x^2 + 12|x| - 8$ . При каких значениях  $p$  график функции имеет с прямой  $y = p$  более трёх общих точек?

**35.13.** Постройте график функции  $y = |2x^2 - 4x - 1|$ . При каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком данной функции две общие точки?

**39.17.** Дана функция  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} -(x + 3)^3 - 1, & \text{если } -5 \leq x < -2, \\ \sqrt[3]{x + 1} - 1, & \text{если } -2 \leq x < 7, \\ -x + 8, & \text{если } x \geq 7. \end{cases}$$

- а) Постройте график функции  $y = f(x)$ .  
б) Прочитайте график функции  $y = f(x)$ .  
в) Для каждого значения параметра  $p$  определите количество решений уравнения  $f(x) = p$ .



- ИКТ 3.20.** При каком значении параметра  $p$  график уравнения  $|x| + y + p = 0$  имеет с окружностью  $x^2 + (y + 1)^2 = 4$ :
- а) единственную точку пересечения;
  - б) более двух точек пересечения?

- ИКТ 4.7.** При каком значении параметра  $p$  пара чисел  $(-1; 2)$  является решением системы уравнений:

а) 
$$\begin{cases} p^2x - y = -6, \\ x^2 + y^2 = p + 3; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} p^2x + 2py = 3, \\ (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 3p + 1? \end{cases}$$

- ИКТ 4.8.** При каком значении параметра  $p$  система уравнений имеет единственное решение:

а) 
$$\begin{cases} x^2 - y - 2 = 0, \\ px + y = -2; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} px - y + 3 = 0, \\ (x - 2)^2 - y + 3 = 0? \end{cases}$$

- ИКТ 4.9.** При каком значении параметра  $p$  система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x^2 - y + p = 0 \end{cases}$$

- а) имеет два решения;
- б) имеет единственное решение?

## § 15. Уравнения и неравенства с параметром

- 15.2.** а)  $(2p + 1)x > 4p^2 - 1$ ; г)  $(1 - 3p)x < 9p^2 - 1$ ;  
 б)  $(p^2 + p)x \geq 2p^2 - 4p$ ; д)  $(2p^2 - p)x < 6p^2 - 3p$ ;  
 в)  $(p^2 - 4)x > p^2 - 5p + 6$ ; е)  $(p^2 - 1)x < 2p^2 - p - 1$ .
- 15.3.** а) При каких значениях параметра  $p$  квадратное уравнение  $3x^2 - 2px - p + 6 = 0$  имеет единственный корень?  
 б) При каких значениях параметра  $p$  квадратное уравнение  $2x^2 - 2px + p + 12 = 0$  имеет единственный корень?
- 15.4.** а) При каких значениях параметра  $p$  квадратное уравнение  $3x^2 - 2px - p + 6 = 0$  имеет два различных корня?  
 б) При каких значениях параметра  $p$  квадратное уравнение  $2x^2 - 2px + p + 12 = 0$  имеет два различных корня?
- 15.5.** а) При каких значениях параметра  $p$  квадратное уравнение  $3x^2 - 2px - p + 6 = 0$  не имеет корней?  
 б) При каких значениях параметра  $p$  квадратное уравнение  $2x^2 - 2px + p + 12 = 0$  не имеет корней?
- 15.6.** Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение имеет действительные корни:  
 а)  $x^2 - 8x + p^2 = 0$ ; г)  $x^2 - 6x - 2p = 0$ ;  
 б)  $x^2 - 10px - 2p = 0$ ; д)  $3x^2 - 4px - 6p = 0$ ;  
 в)  $x^2 + 4px + p - 14 = 0$ ; е)  $x^2 + 2px + p + 2 = 0$ .
- 15.7.** Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение не имеет действительных корней:  
 а)  $(p - 1)x^2 - 4x + 5 = 0$ ;  
 б)  $(p - 15)x^2 + 4px - 3 = 0$ ;  
 в)  $(2p - 3)x^2 - (4p - 2)x + 2p - 1 = 0$ ;  
 г)  $(2p + 3)x^2 - 6x + 8 = 0$ ;  
 д)  $(p + 9)x^2 + 4px + 3 = 0$ ;  
 е)  $(3p - 5)x^2 - (6p - 2)x + 3p - 2 = 0$ .
- 15.8.** а) При каких значениях параметра  $p$  неравенство  $x^2 \leq 4p^2$  имеет не более двух натуральных решений?  
 б) При каких значениях параметра  $p$  неравенство  $x^2 \leq 9p^2$  имеет только одно целочисленное решение?
- 15.9.** а) При каких значениях параметра  $p$  неравенство  $(x - 3)(x - p) < 0$  имеет ровно три целочисленных решения?  
 б) При каких значениях параметра  $p$  неравенство  $(2x + 5)(x - p) < 0$  имеет ровно четыре натуральных решения?

**15.10.** а) При каких значениях параметра  $p$  неравенство

$$(p - 1)x^2 + 2px + 4p > 0$$

верно при всех значениях  $x$ ?

б) При каких значениях параметра  $p$  неравенство

$$(p - 3)x^2 - 2px - 4 > 0$$

не имеет решений?

**ИКТ 15.11.** а) Найдите все значения параметра  $p$ , при которых в множестве решений неравенства  $(p - 2)x + 2p - x^2 \geq 0$  содержится ровно четыре целых числа.

б) Найдите все значения параметра  $p$ , при которых в множестве решений неравенства  $(p - 2)x + 2p - x^2 \geq 0$  содержится единственное целое значение.

**ИКТ 15.12.** Дано неравенство  $(x + 4)(x - p) \leq 0$ . Найдите все значения параметра  $p$ , при которых:

а) отрезок  $[-4; 7]$  является решением данного неравенства;

б) для всех точек отрезка  $[-4; 7]$  выполняется данное неравенство;

в) данное неравенство выполняется хотя бы для одной точки отрезка  $[-4; 7]$ ;

г) на отрезке  $[-4; 7]$  находятся все решения данного неравенства.

**15.13.** Дано неравенство  $\frac{x - p}{x + 3} < 0$ . Найдите все значения параметра  $p$ , при которых:

а) интервал  $(-3; 7)$  является решением данного неравенства;

б) для всех точек интервала  $(-3; 7)$  выполняется данное неравенство;

в) данное неравенство выполняется хотя бы для одной точки интервала  $(-3; 7)$ ;

г) на интервале  $(-3; 7)$  находятся все решения данного неравенства.

Решите неравенство с параметром  $p$ .

**15.14.** а)  $\frac{x - 4}{x - p} \leq 0$ ; в)  $\frac{x - p}{x - 3p} \geq 0$ ; д)  $\frac{1}{x} \geq p$ ;

б)  $\frac{x - p}{x - 5} > 0$ ; г)  $\frac{2x - 4p}{x - p} < 0$ ; е)  $\frac{p}{x} < 1$ .

# § 15. Уравнения и неравенства с параметром



ИКТ

- 25.15.** а)  $f(x) = |x| \cdot x$ ; г)  $f(x) = |x| \cdot (x - 1)$ ;  
 б)  $f(x) = |x - 3| \cdot (2 - x)$ ; д)  $f(x) = |x - 2| + x^2 - x$ ;  
 в)  $f(x) = \frac{x^2 - x}{|x|}$ ; е)  $f(x) = \frac{|x| - x^2}{x}$ .

- 25.16.** а)  $f(x) = \frac{x - x^3}{|x| - 1}$ ; г)  $f(x) = \frac{x - x^3}{|x - 1|}$ ;  
 б)  $f(x) = \frac{|x|}{x - 1}$ ; д)  $f(x) = \frac{x}{|x| + 2}$ ;  
 в)  $f(x) = \frac{x}{|x - 2|}$ ; е)  $f(x) = \frac{x}{|x| - 2}$ .

ИКТ

- 25.17.** Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = |x| + |x - 5|$ . При каких значениях параметра  $p$  график функции  $y = f(x)$  и прямая  $y = p$ :
- имеют одну общую точку;
  - имеют две общие точки;
  - имеют одну или две общие точки;
  - не имеют общих точек;
  - имеют хотя бы одну общую точку;
  - имеют более двух общих точек?

- 15.15.** а)  $\frac{x^2 - 9}{x - p} \geq 0$ ; г)  $\frac{x - 2p}{x^2 - 16} > 0$ ;  
 б)  $\frac{p - x}{x^2 - 4x} \leq 0$ ; д)  $\frac{2x - 4x^2}{x - 3p} \geq 0$ ;  
 в)  $\frac{x^2 + x - 6}{2p - x} \leq 0$ ; е)  $\frac{2x + p}{x^2 + 5x + 6} \leq 0$ .

- 15.16.** а) Найдите все значения параметра  $p$ , при каждом из которых неравенство  $\frac{x - 2p}{x + p + 4} > 0$  выполняется при всех значениях  $x$  из интервала  $(0; 1)$ .  
 б) Найдите все значения параметра  $p$ , при каждом из которых неравенство  $\frac{2x + p + 5}{x - p - 1} < 0$  выполняется при всех значениях  $x$  из интервала  $(0; 1)$ .

- 15.17.** Укажите все значения параметра  $p$ , при которых решением системы неравенств  $\begin{cases} x - 3 > 0, \\ x - p > 0 \end{cases}$  является промежуток:
- $(5; +\infty)$ ;
  - $(3; +\infty)$ ;
  - $[4; +\infty)$ ;
  - $[3; +\infty)$ ;
  - $(1; +\infty)$ ;
  - $[2; +\infty)$ .

- 24.17.** Постройте график функции  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} 2(x + 4)^2, & \text{если } -6 \leq x < -2, \\ -x^3, & \text{если } -2 \leq x < 0, \\ \sqrt[3]{x}, & \text{если } 0 \leq x < 8. \end{cases}$$

- При каком значении параметра  $p$  уравнение  $f(x) = p$ :
- имеет два корня;
  - имеет три корня;
  - имеет хотя бы один корень;
  - имеет единственный корень;
  - не имеет корней;
  - имеет четыре корня?

# 3. Использование IT-средств при обучении решению задач с параметром.





## § 16. Что такое система уравнений. Графический метод решения систем двух линейных уравнений с двумя переменными

**2-й урок в теме;** урок включения нового знания в систему имеющихся знаний;

**Знания:** линейное уравнение с двумя переменными, график линейного уравнения с двумя переменными, графический метод решения систем двух линейных уравнений с двумя переменными.

Использование ИТ-средств позволяет решить следующие задачи:

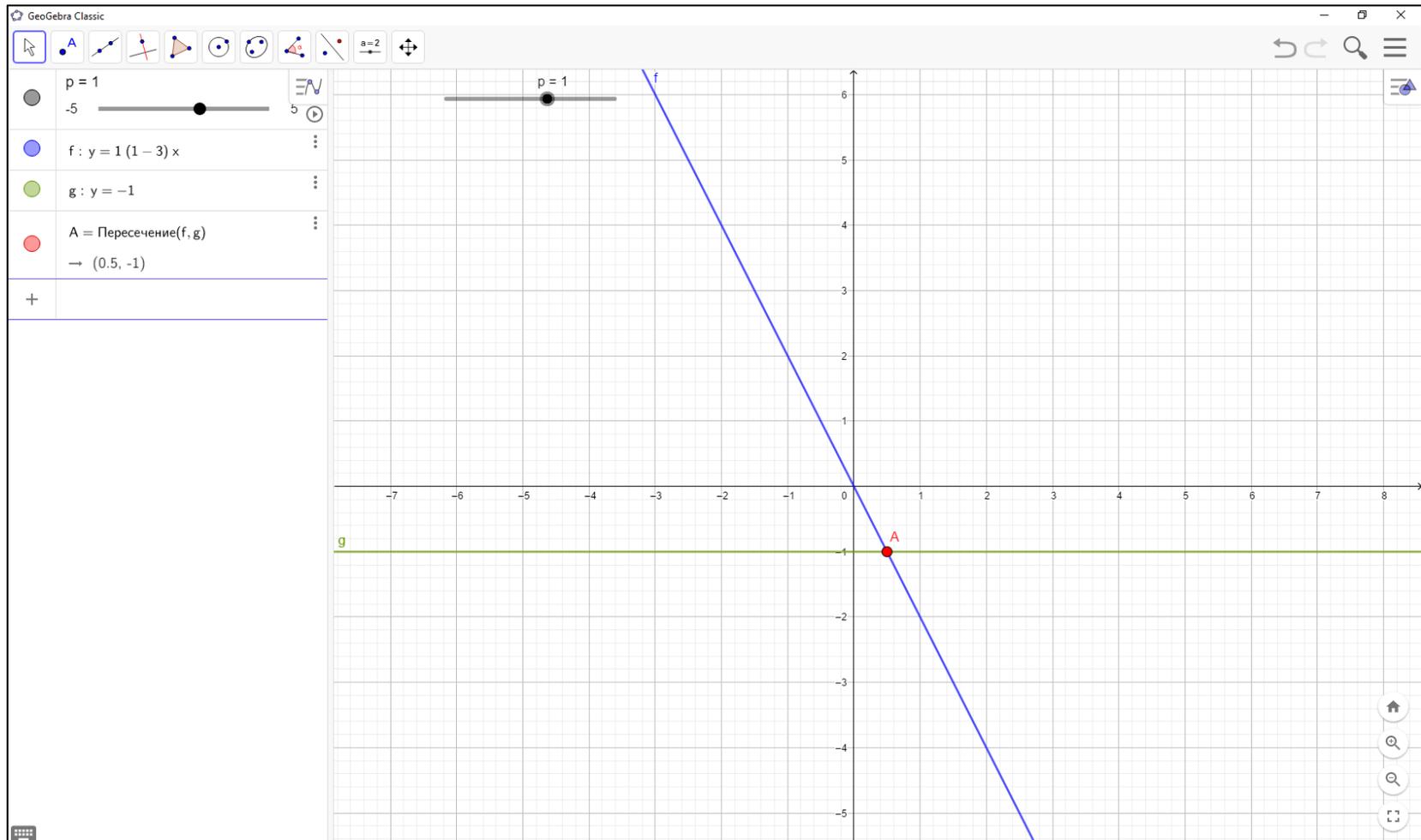
1. Поиск пути решения.
2. Новый метод решения.
3. Повышение уровня визуализации.



**5.21.** При каких значениях параметра  $p$  уравнение имеет бесконечное множество корней:

а)  $p(p - 3)x + p = 0$ ;

Рассмотрим систему уравнений с двумя неизвестными  $x$  и  $y$  и параметром  $p$

$$\begin{cases} y = p(p - 3)x, \\ y = -p. \end{cases}$$


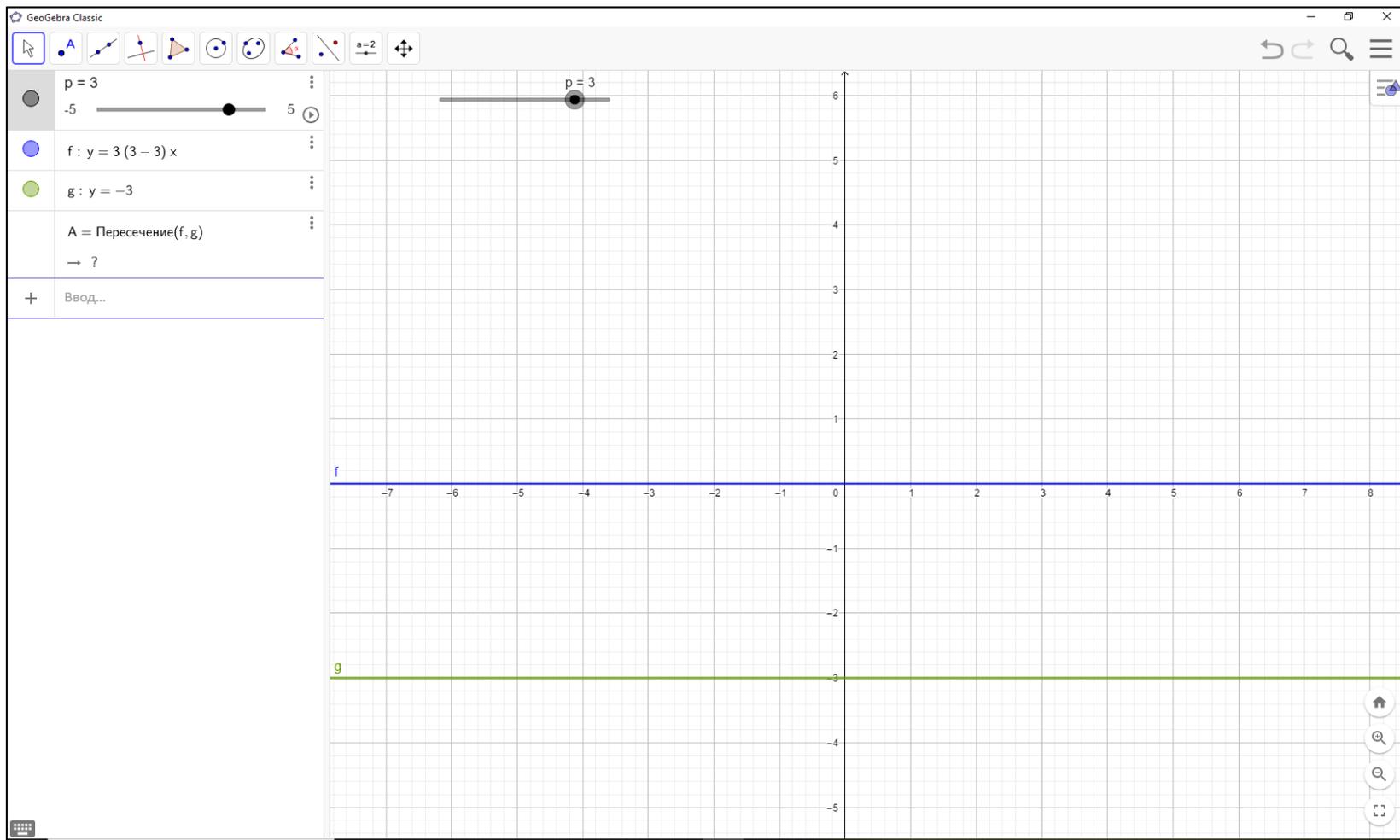


**5.21.** При каких значениях параметра  $p$  уравнение имеет бесконечное множество корней:

а)  $p(p - 3)x + p = 0$ ;

Рассмотрим систему уравнений с двумя неизвестными  $x$  и  $y$  и параметром  $p$

$$\begin{cases} y = p(p - 3)x, \\ y = -p. \end{cases}$$





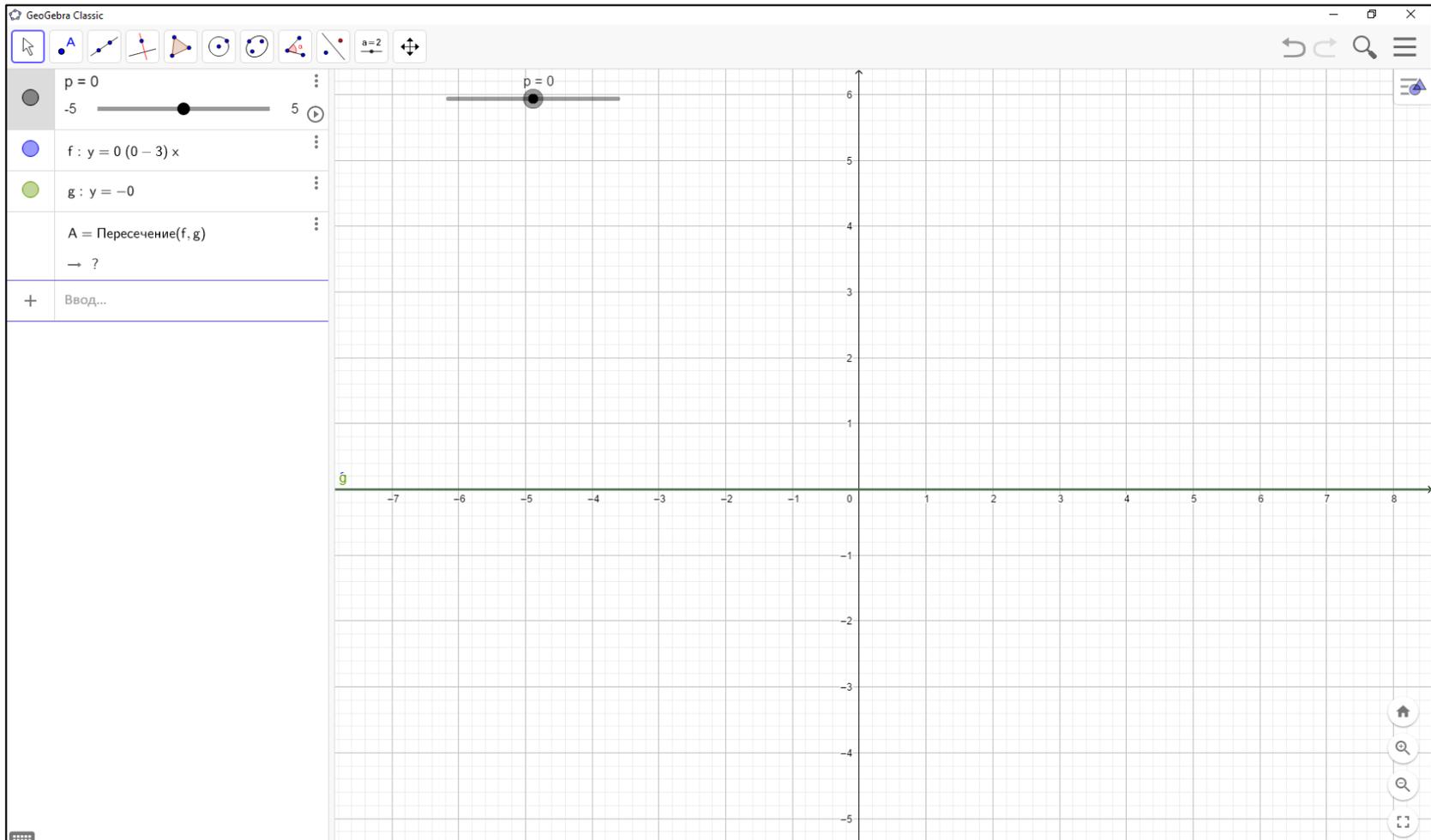
**5.21.** При каких значениях параметра  $p$  уравнение имеет бесконечное множество корней:

а)  $p(p - 3)x + p = 0$ ;



Рассмотрим систему уравнений с двумя неизвестными  $x$  и  $y$  и параметром  $p$

$$\begin{cases} y = p(p - 3)x, \\ y = -p. \end{cases}$$





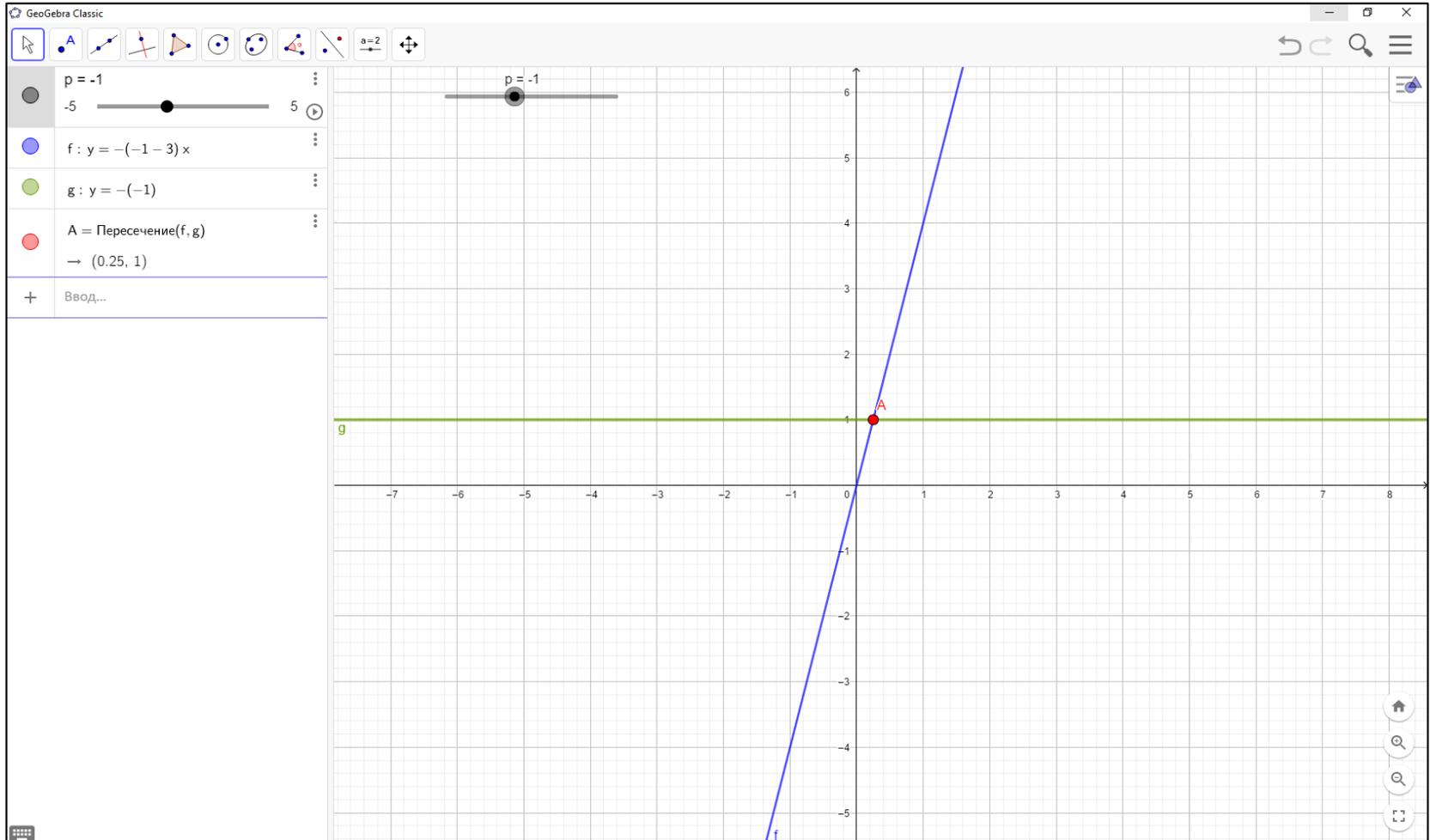
**5.21.** При каких значениях параметра  $p$  уравнение имеет бесконечное множество корней:

а)  $p(p - 3)x + p = 0$ ;



Рассмотрим систему уравнений с двумя неизвестными  $x$  и  $y$  и параметром  $p$

$$\begin{cases} y = p(p - 3)x, \\ y = -p. \end{cases}$$





## Установление взаимосвязи между двумя способами решения, между аналитической и геометрической моделями.

**ИКТ 5.21.** При каких значениях параметра  $p$  уравнение имеет бесконечное множество корней:

а)  $p(p - 3)x + p = 0$ ;

Аналитическое решение	Геометрическая интерпретация
При $p = 3$ уравнение $p(p - 3)x + p = 0$ принимает вид $0 \cdot x + 3 = 0$ . Уравнение корней не имеет.	При $p = 3$ графики функций $y = p(p - 3)x$ и $y = -p$ параллельны, точек пересечения нет. Уравнение корней не имеет.
При $p = 0$ уравнение $p(p - 3)x + p = 0$ принимает вид $0 \cdot x + 0 = 0$ . Уравнение имеет бесконечное число корней.	При $p = 0$ графики функций $y = p(p - 3)x$ и $y = -p$ совпадают, все точки общие. Уравнение имеет бесконечное число корней.
При $p \neq 3$ и $p \neq 0$ уравнение $p(p - 3)x + p = 0$ имеет единственный корень $x = \frac{-p}{p(p - 3)}.$	При $p \neq 3$ и $p \neq 0$ графики функций $y = p(p - 3)x$ и $y = -p$ пересекаются в единственной точке. Абсцисса точки пересечения является корнем уравнения.



## § 16. Что такое система уравнений. Графический метод решения систем двух линейных уравнений с двумя переменными

**3-й урок в теме;** урок включения нового знания в систему имеющихся знаний;

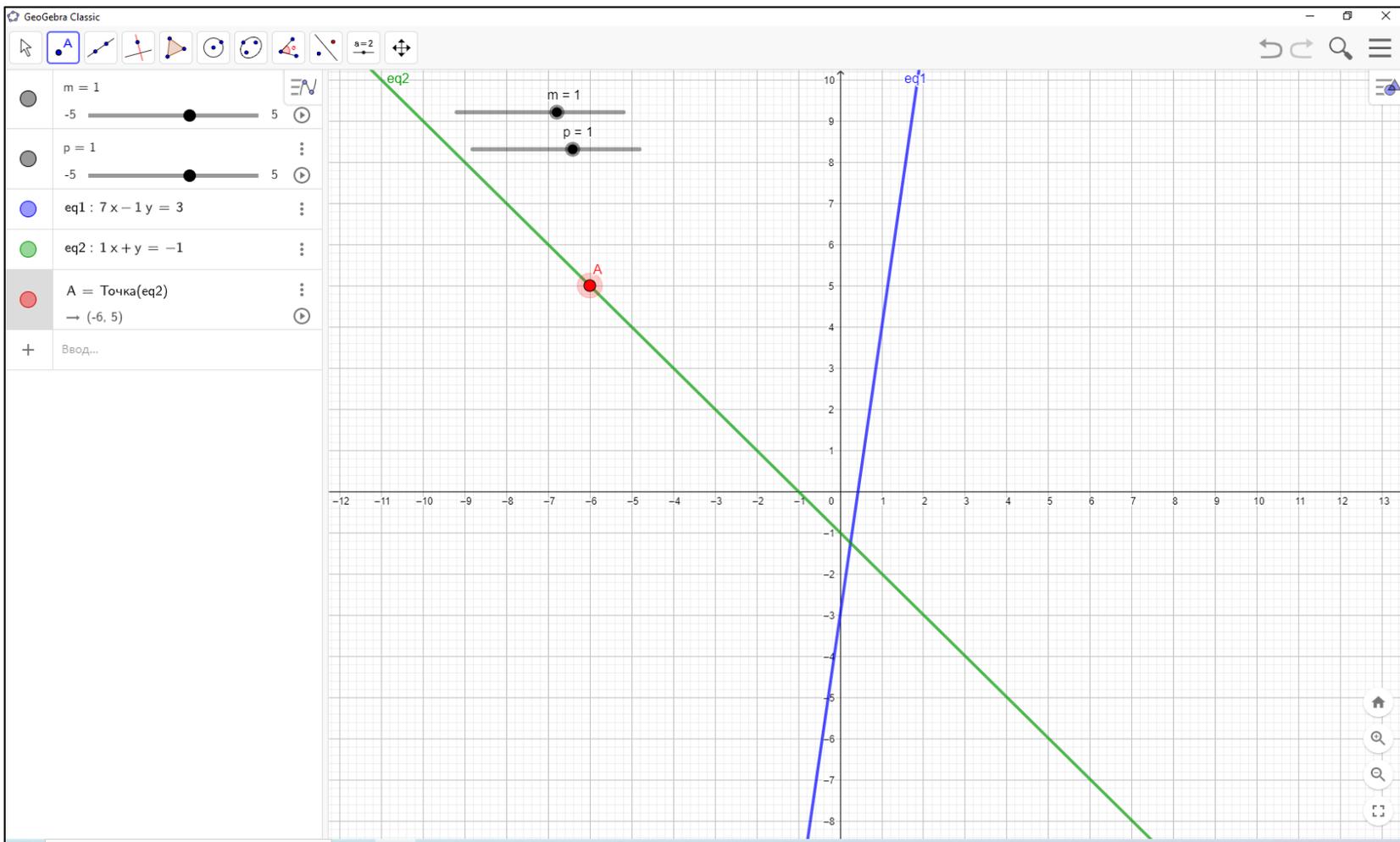
**Знания:** линейное уравнение с двумя переменными, график линейного уравнения с двумя переменными, графический метод решения систем двух линейных уравнений с двумя переменными.

Использование ИТ-средств позволяет решить следующие задачи:

1. Новый метод решения.
2. Повышение уровня визуализации.
3. Проверка выполненного решения.

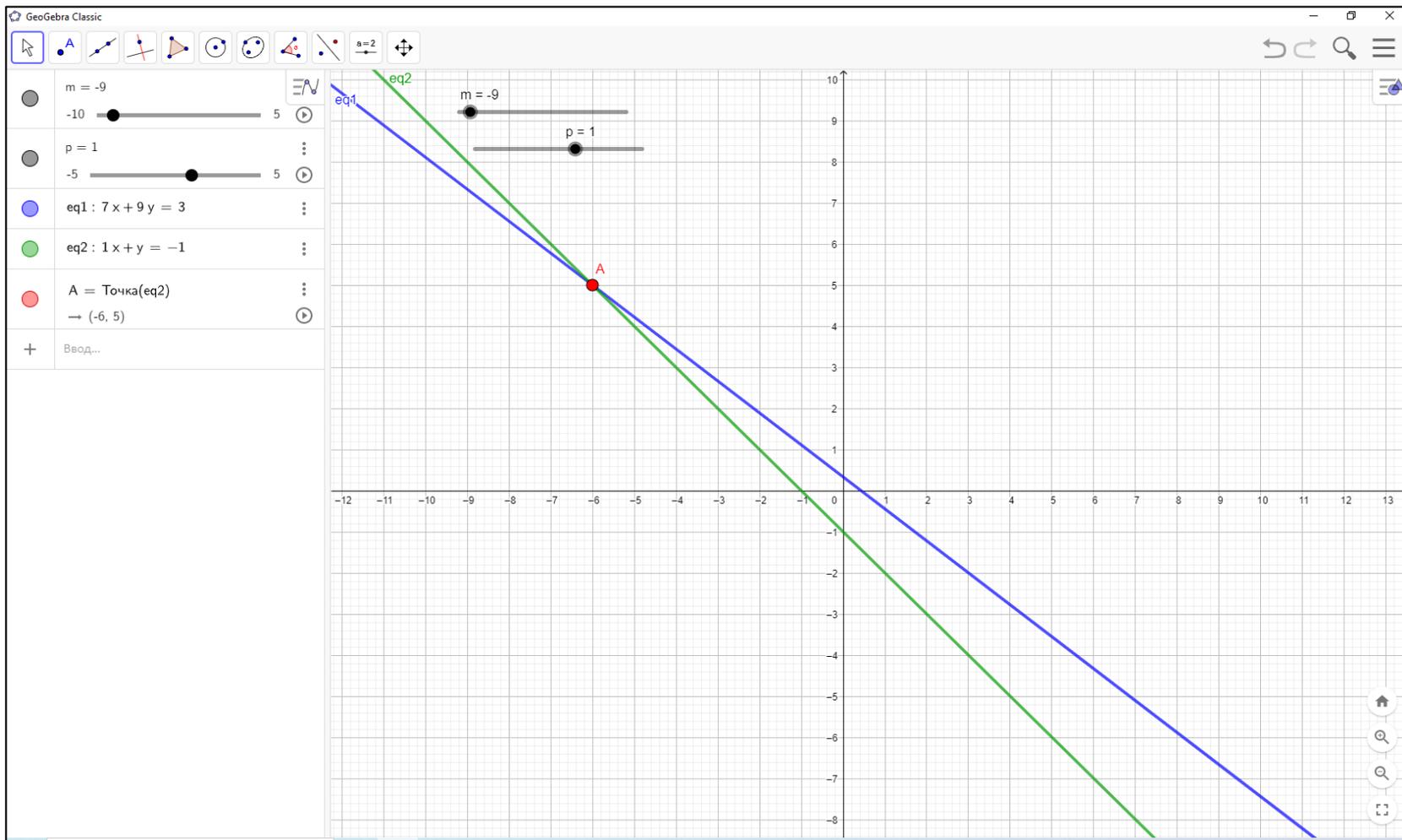


**ИКТ 16.11.** При каких значениях параметров  $m$  и  $p$  пара чисел  $(-6; 5)$  является решением системы уравнений 
$$\begin{cases} 7x - my = 3, \\ px + y = -1? \end{cases}$$





**16.11.** При каких значениях параметров  $m$  и  $p$  пара чисел  $(-6; 5)$  является решением системы уравнений 
$$\begin{cases} 7x - my = 3, \\ px + y = -1? \end{cases}$$

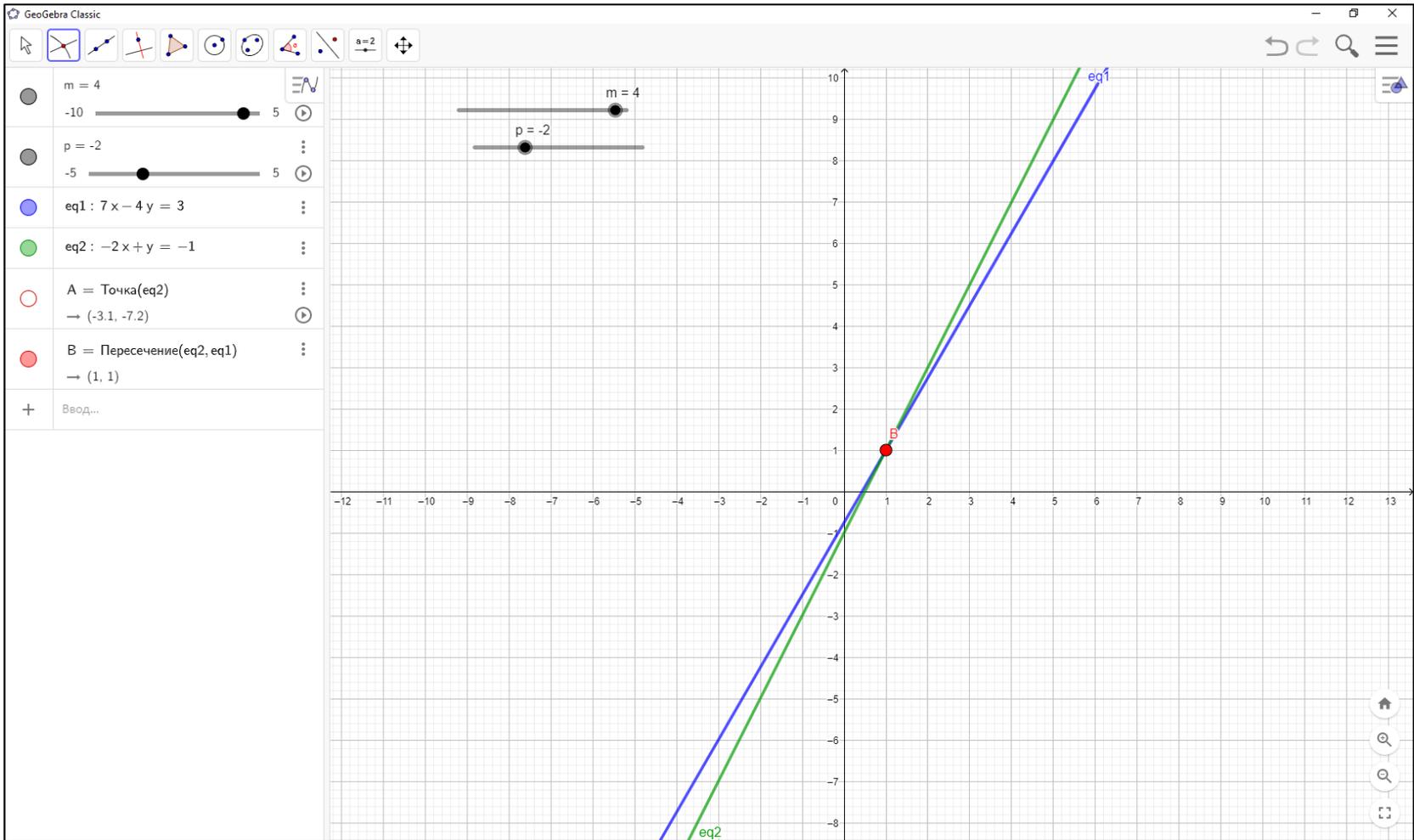




**16.11.** При каких значениях параметров  $m$  и  $p$  пара чисел  $(-6; 5)$  является решением системы уравнений  $\begin{cases} 7x - my = 3, \\ px + y = -1? \end{cases}$

Используя анализ условия в № 16.11, составьте новую задачу.

При каких значениях параметров  $m$  и  $p$  пара чисел  $(1; 1)$  является решением системы уравнений?





## § 35\*. Квадратные уравнения с параметром

**1-й урок в теме; урок открытия нового знания;**  
**Знания:** решение квадратного уравнения, решение линейного уравнения.

Использование IT-средств позволяет решить следующие задачи:

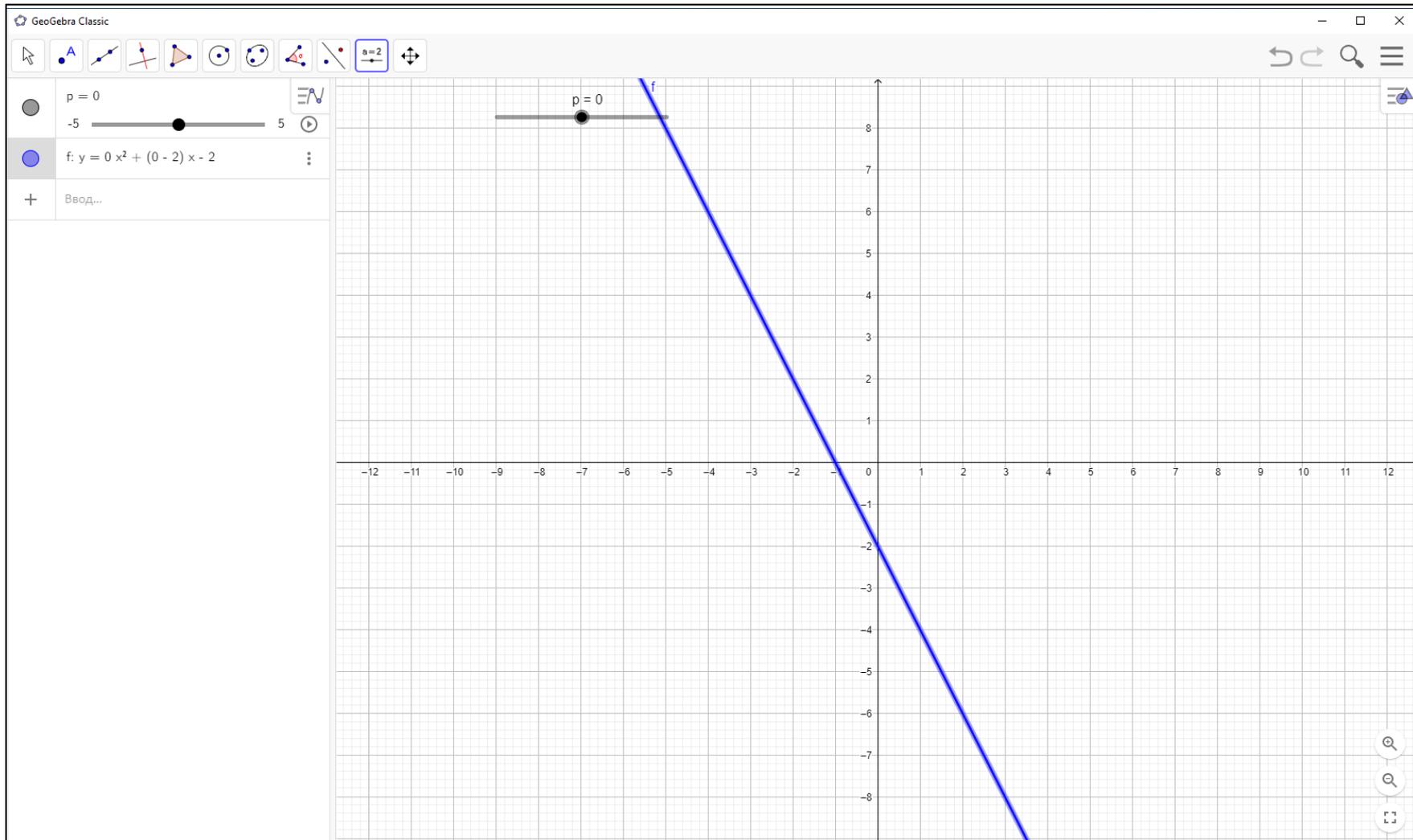
1. Поиск пути решения.
2. Новый метод решения.
3. Повышение уровня визуализации.



**35.3.** При каких значениях параметра  $p$  заданное уравнение имеет единственный корень:

$$e) px^2 + (p - 2)x - 2 = 0?$$

Построим график функции  $y = px^2 + (p - 2)x - 2, \quad p = 0$



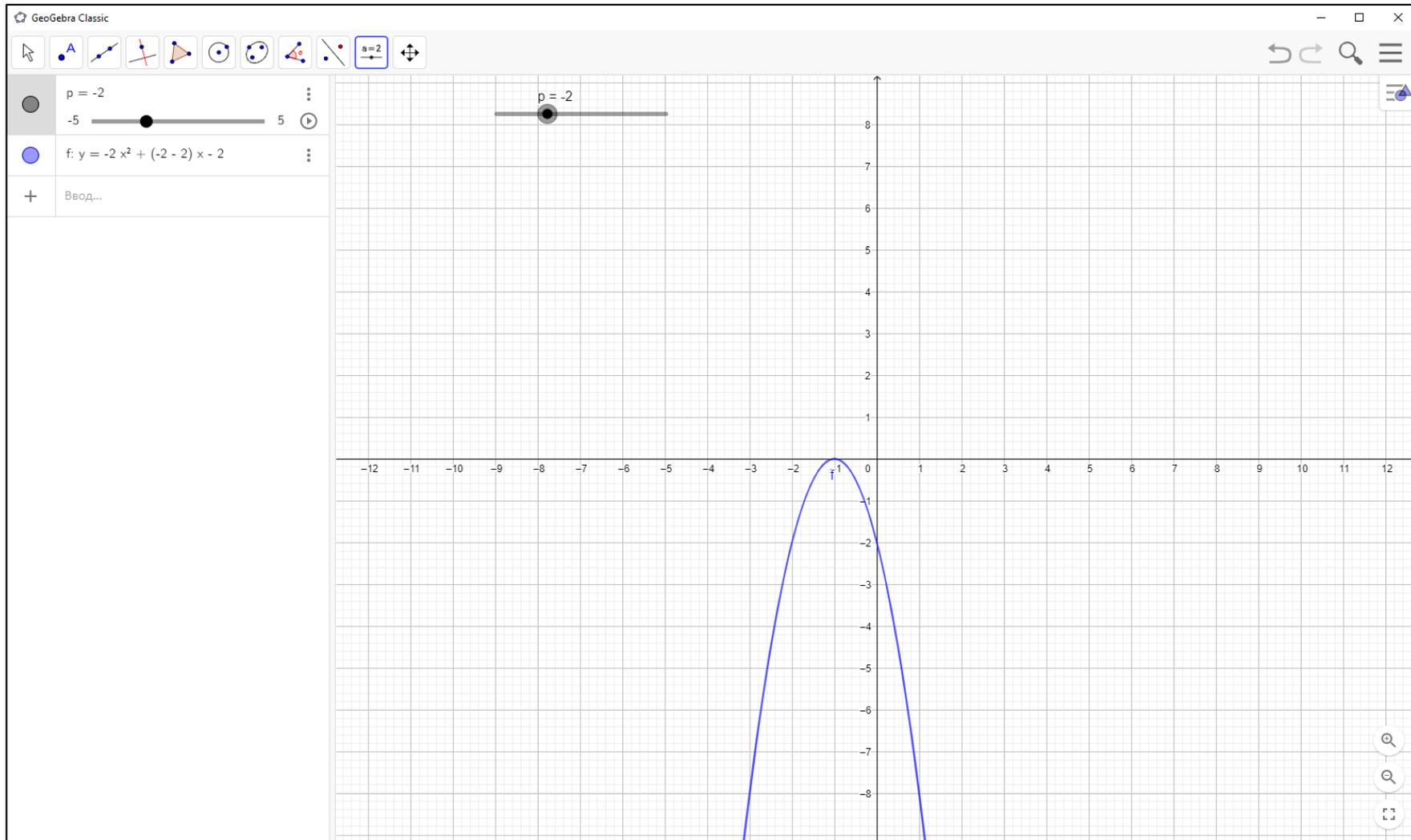


**35.3.** При каких значениях параметра  $p$  заданное уравнение имеет единственный корень:

$$e) \quad px^2 + (p - 2)x - 2 = 0?$$

Построим график функции  $y = px^2 + (p - 2)x - 2$ ,

Изменим значение ползунка  $p = -2$



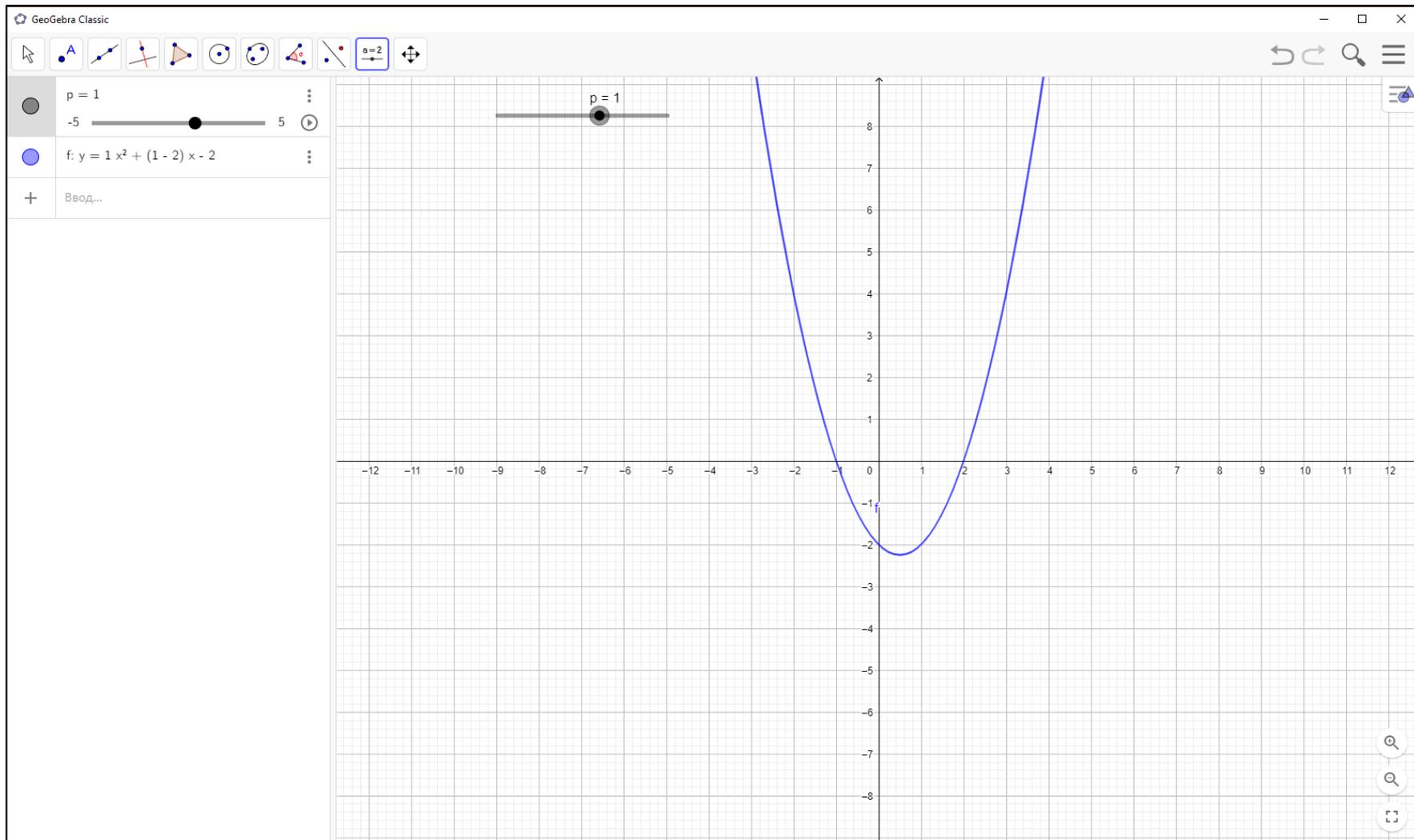


**35.3.** При каких значениях параметра  $p$  заданное уравнение имеет единственный корень:

$$e) px^2 + (p - 2)x - 2 = 0?$$

Построим график функции  $y = px^2 + (p - 2)x - 2$ ,

Изменим значение ползунка  $p = 1$





**35.3.** При каких значениях параметра  $p$  заданное уравнение имеет единственный корень:

$$e) px^2 + (p - 2)x - 2 = 0?$$

## Установление взаимосвязи между двумя способами решения, между аналитической и геометрической моделями.

### Аналитическое решение

### Геометрическая интерпретация

При  $p = 0$  уравнение  $px^2 + (p - 2)x - 2 = 0$  принимает вид  $-2 \cdot x - 2 = 0$ .

Уравнение имеет единственное решение.

При  $p = 0$  функция  $y = px^2 + (p - 2)x - 2$  принимает вид  $y = -2 \cdot x - 2$ .

График – прямая, имеет единственную точку пересечения с осью абсцисс.

При  $p \neq 0$  уравнение  $px^2 + (p - 2)x - 2 = 0$  является квадратным,  $D = (p + 2)^2$ .

При  $p = 2$ ,  $D = 0$ .

Уравнение имеет единственный корень  $x = -1$

При  $p \neq 0$  функция  $y = px^2 + (p - 2)x - 2$  является квадратичной, график парабола.

При  $p = 2$  данная парабола имеет единственную точку пересечения с осью абсцисс.

При  $p \neq 0$ ,  $p \neq 2$  уравнение является квадратным,  $D > 0$ .

Уравнение имеет два корня  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = \frac{2}{p}$ .

При  $p \neq 0$ ,  $p \neq 2$  функция  $y = px^2 + (p - 2)x - 2$  является квадратичной, график парабола.

При  $p \neq 0$ ,  $p \neq 2$  парабола имеет две точки пересечения с осью абсцисс.



## § 29. Функция $y = ax^2 + bx + c$

- **3-й урок в теме;** урок включения нового знания в систему уже имеющихся знаний.
- **Знания:** построение графика функции  $y = f(x + l) + m$ , если известен график функции  $y = f(x)$ .

Использование ИТ-средств позволяет решить следующие задачи:

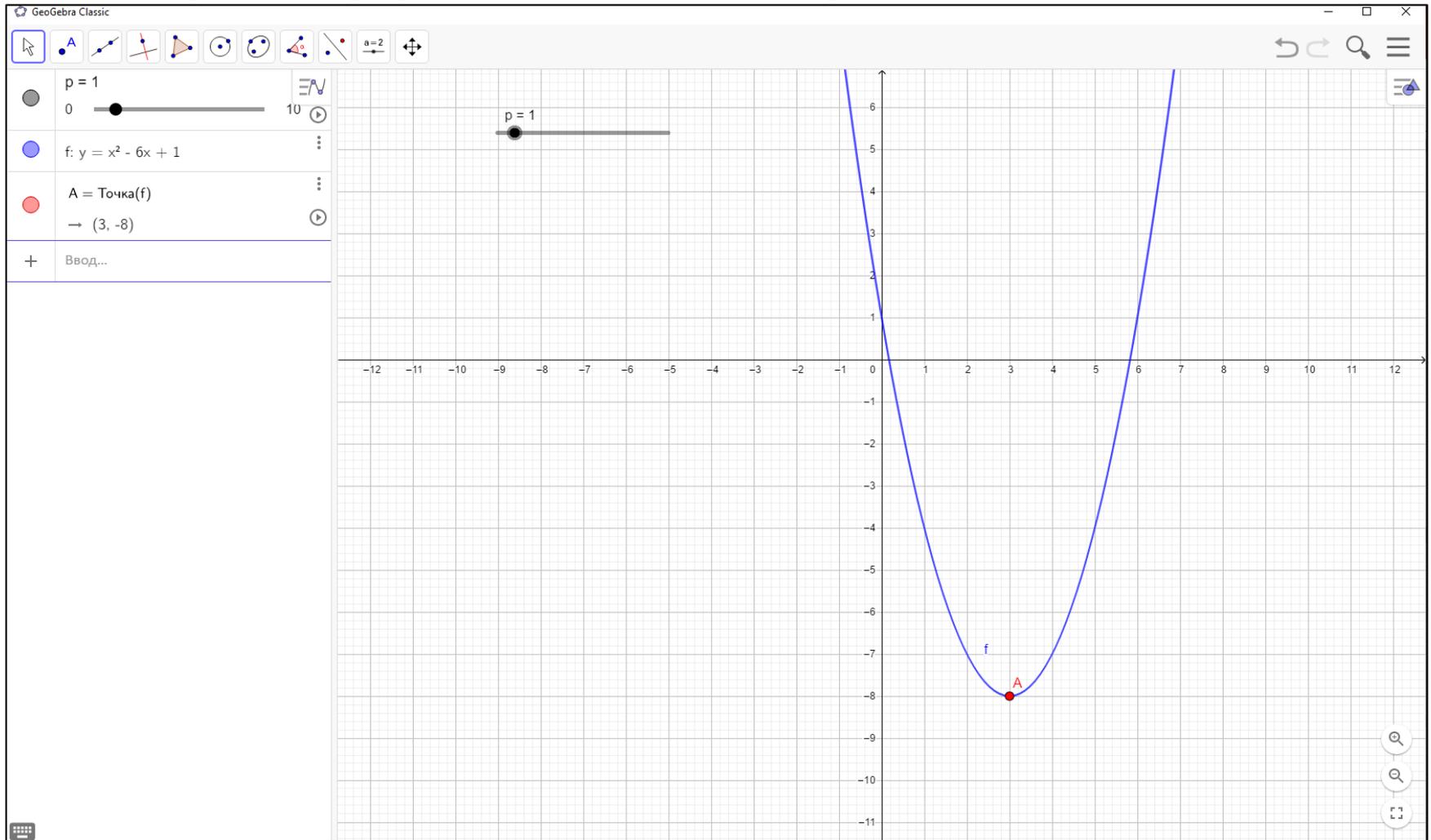
1. Обеспечение качественной визуализации решения.
2. Новый метод решения.
3. Повышение уровня сложности задания, изменение характера задания до уровня проектно-исследовательского.



**29.16.** Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = x^2 - 6x + p$ . Найдите значение параметра  $p$ , если известно, что наименьшее значение функции  $y = f(x)$  равно 1. Постройте график функции  $y = f(x)$  при найденном значении параметра.

Рассмотрим функцию:  $y = x^2 - 6x + p$ ,  $p = 1$   $y_{\text{наим.}} = -8$

Построим их графики в одной системе координат.

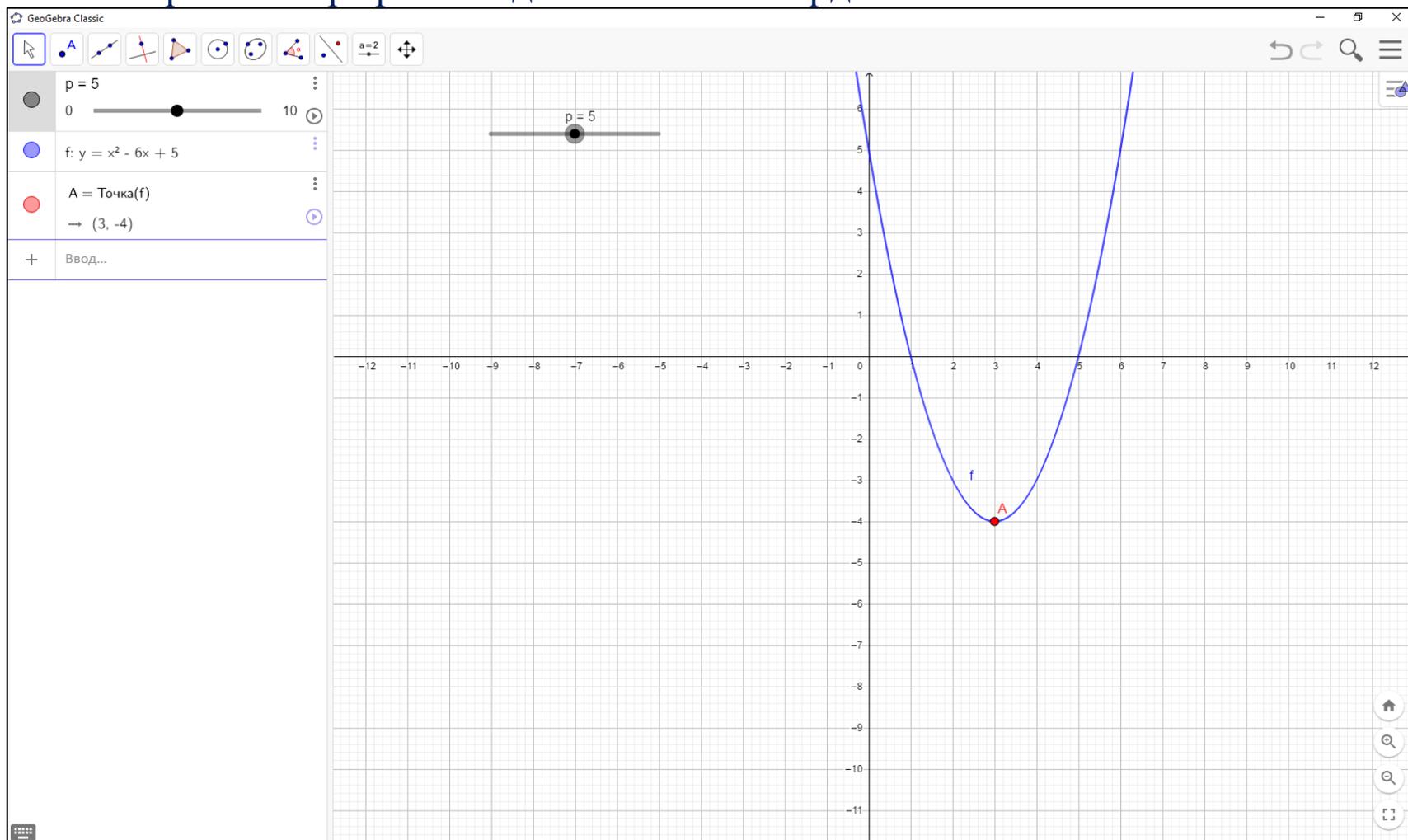




**29.16.** Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = x^2 - 6x + p$ . Найдите значение параметра  $p$ , если известно, что наименьшее значение функции  $y = f(x)$  равно 1. Постройте график функции  $y = f(x)$  при найденном значении параметра.

Рассмотрим функцию:  $y = x^2 - 6x + p$ ,  $p = 5$   $y_{\text{наим.}} = -4$

Построим их графики в одной системе координат.

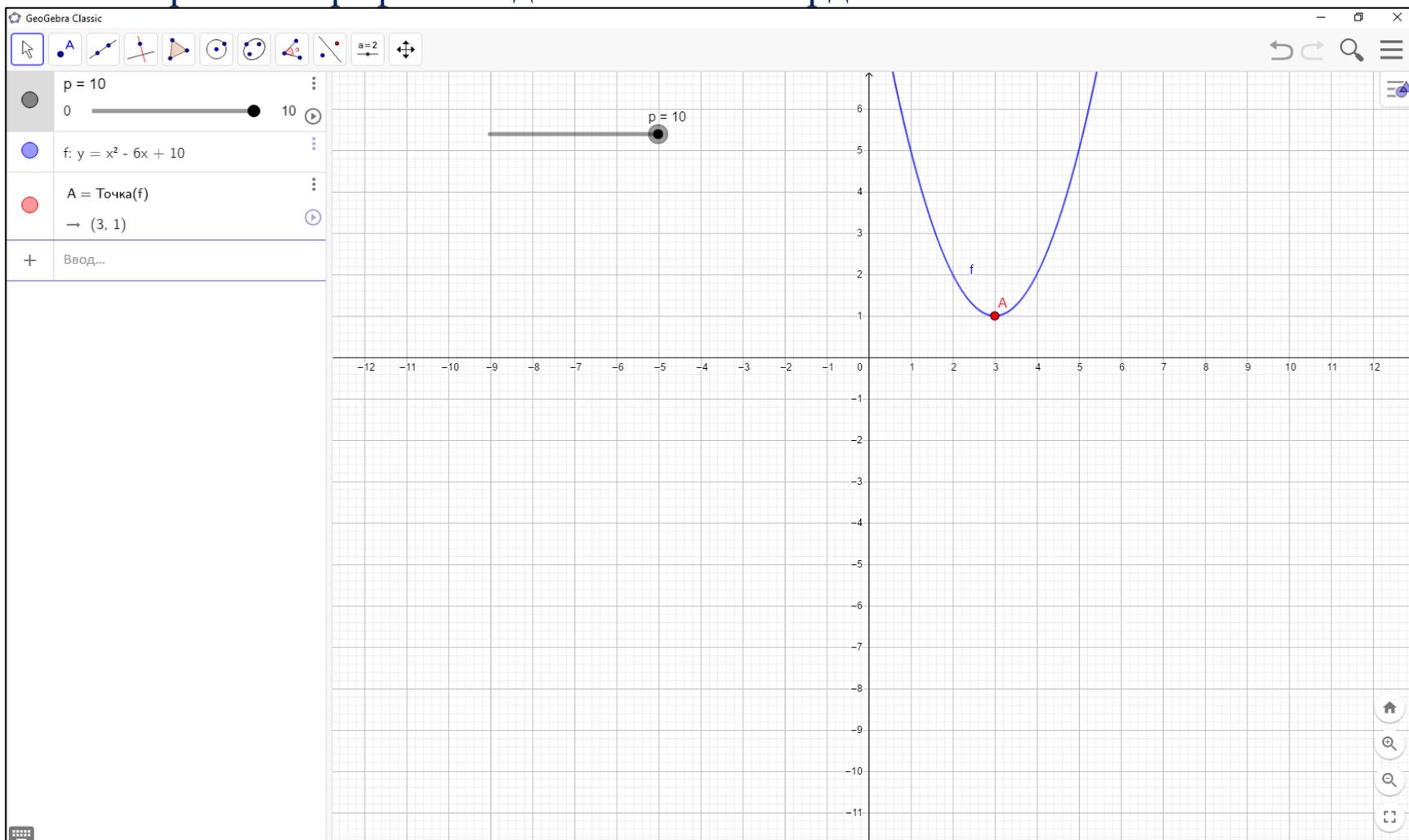




**29.16.** Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = x^2 - 6x + p$ . Найдите значение параметра  $p$ , если известно, что наименьшее значение функции  $y = f(x)$  равно 1. Постройте график функции  $y = f(x)$  при найденном значении параметра.

Рассмотрим функцию:  $y = x^2 - 6x + p$ ,  $p = 10$   $y_{\text{наим.}} = 1$

Построим их графики в одной системе координат.

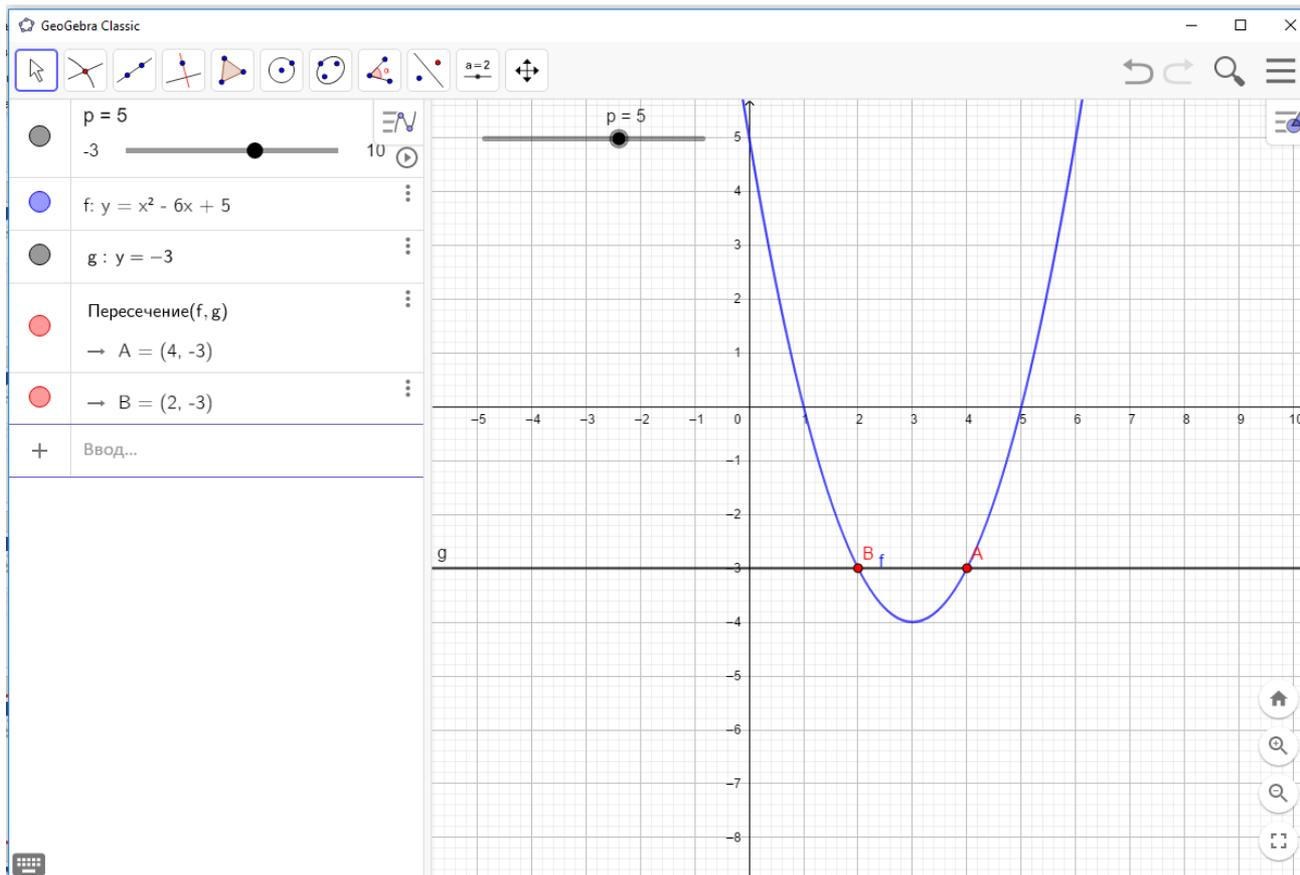




**29.16.** Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = x^2 - 6x + p$ . Найдите значение параметра  $p$ , если известно, что наименьшее значение функции  $y = f(x)$  равно 1. Постройте график функции  $y = f(x)$  при найденном значении параметра.

На основе анализа задачи и её решения, составьте новую задачу.

Задача. Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = x^2 - 6x + p$ . Найдите значение параметра  $p$ , при котором уравнение  $f(x) = -3$  имеет корни 2 и 4. Постройте график функции  $y = f(x)$  при найденном значении параметра.





## § 4. Основные понятия, связанные с системами двух уравнений с двумя переменными

**2-й урок в теме;** урок включения нового знания в систему имеющихся знаний;

**Знания:** линейное уравнение с двумя переменными, график линейного уравнения с двумя переменными, графический метод решения систем двух линейных уравнений с двумя переменными.

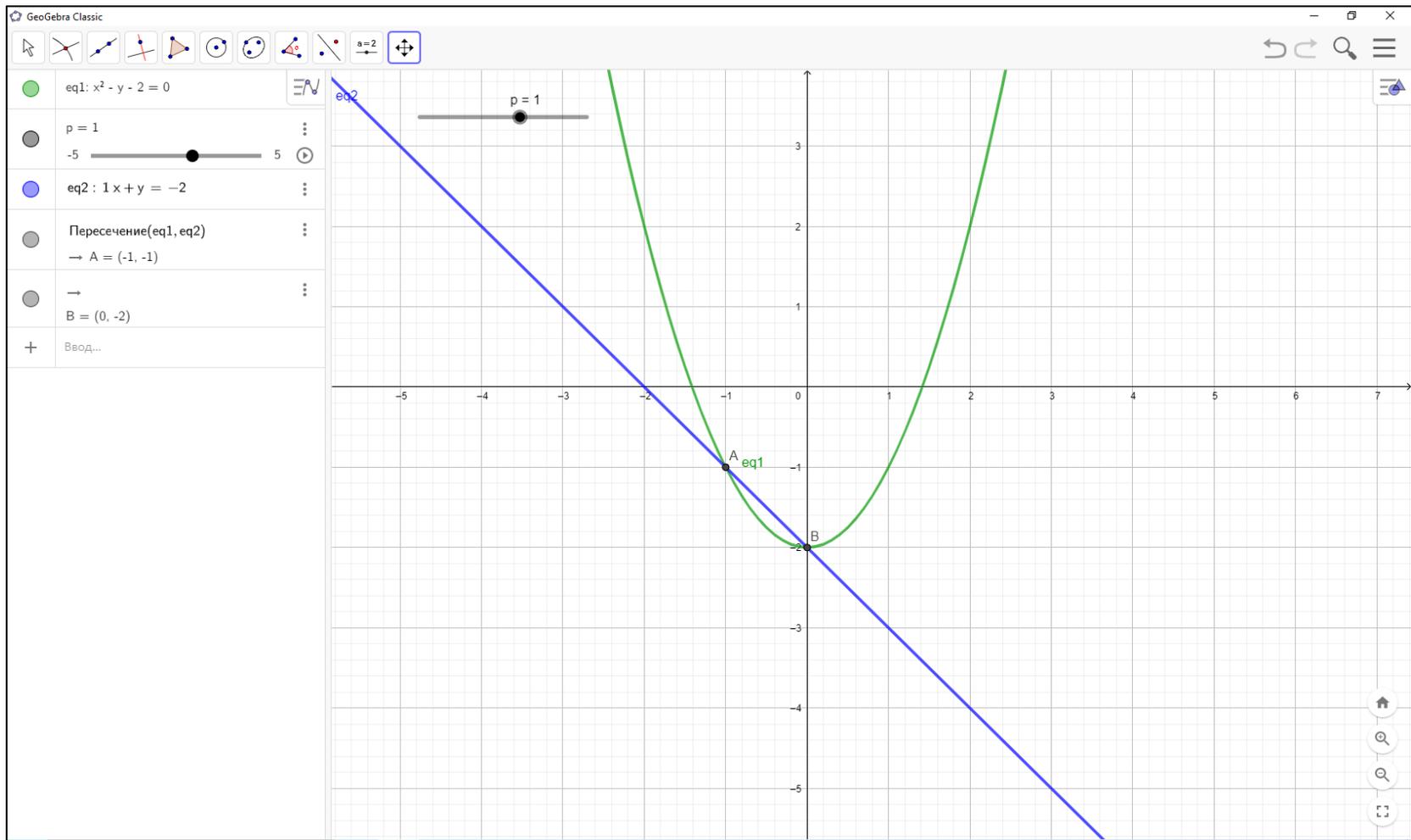
**Использование ИТ-средств** позволяет решить следующие задачи:

1. Поиск пути решения.
2. Новый метод решения.
3. Повышение уровня визуализации.
4. Формирование задания проектного вида.



При каком значении параметра  $p$  система уравнений имеет единственное решение:

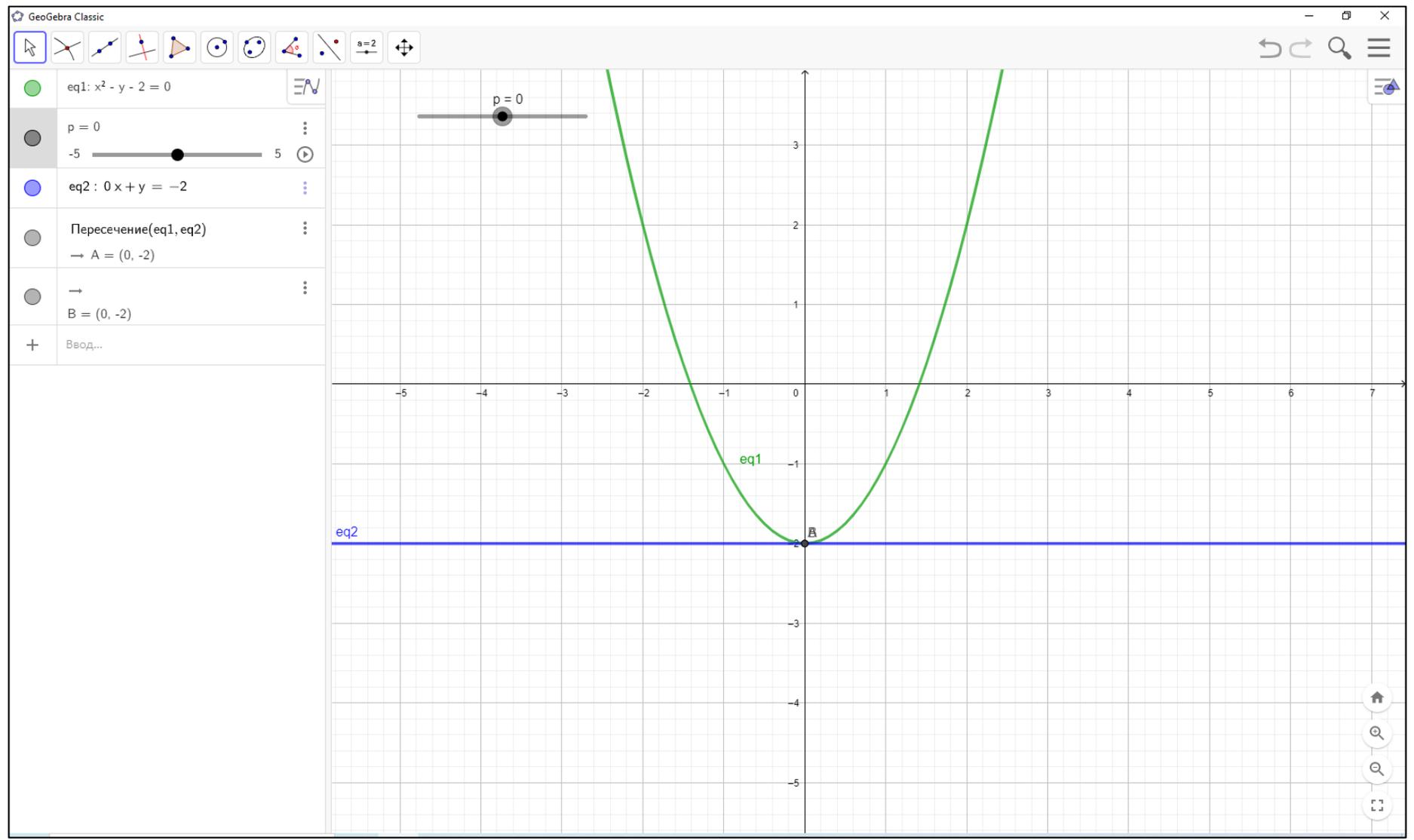
$$\text{а) } \begin{cases} x^2 - y - 2 = 0, \\ px + y = -2; \end{cases}$$





**ИКТ 4.8.** При каком значении параметра  $p$  система уравнений имеет единственное решение:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 - y - 2 = 0, \\ px + y = -2; \end{cases}$$



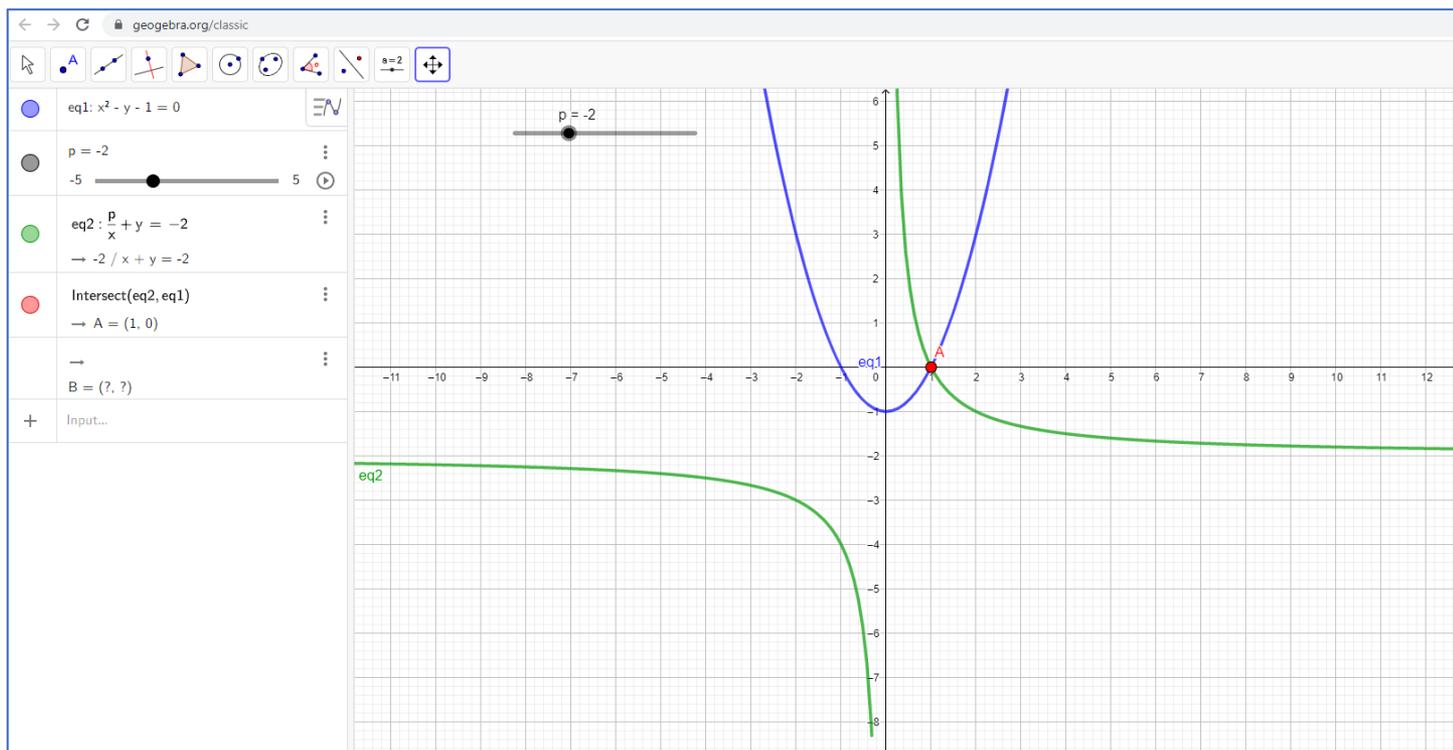


**ИКТ 4.8.** При каком значении параметра  $p$  система уравнений имеет единственное решение:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 - y - 2 = 0, \\ px + y = -2; \end{cases}$$

Используя анализ условия в № 4.8, составьте новую задачу.

Найдите все значения параметра  $p$ , при которых решением системы уравнений  $\begin{cases} x^2 - y - 1 = 0, \\ \frac{p}{x} + y = -2 \end{cases}$  является пара положительных чисел.



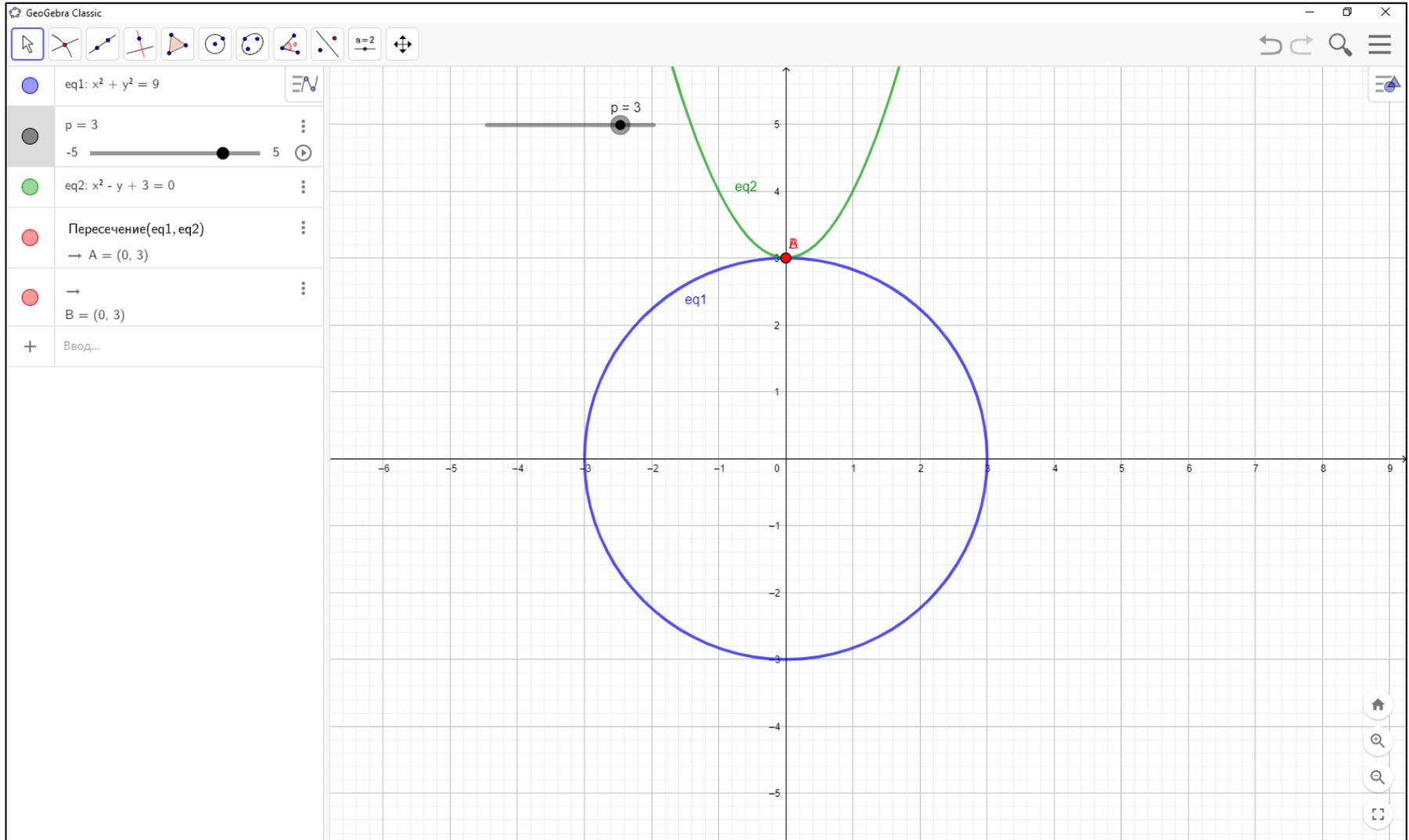


ИКТ 4.9.

При каком значении параметра  $p$  система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x^2 - y + p = 0 \end{cases}$$

- а) имеет два решения;
- б) имеет единственное решение?





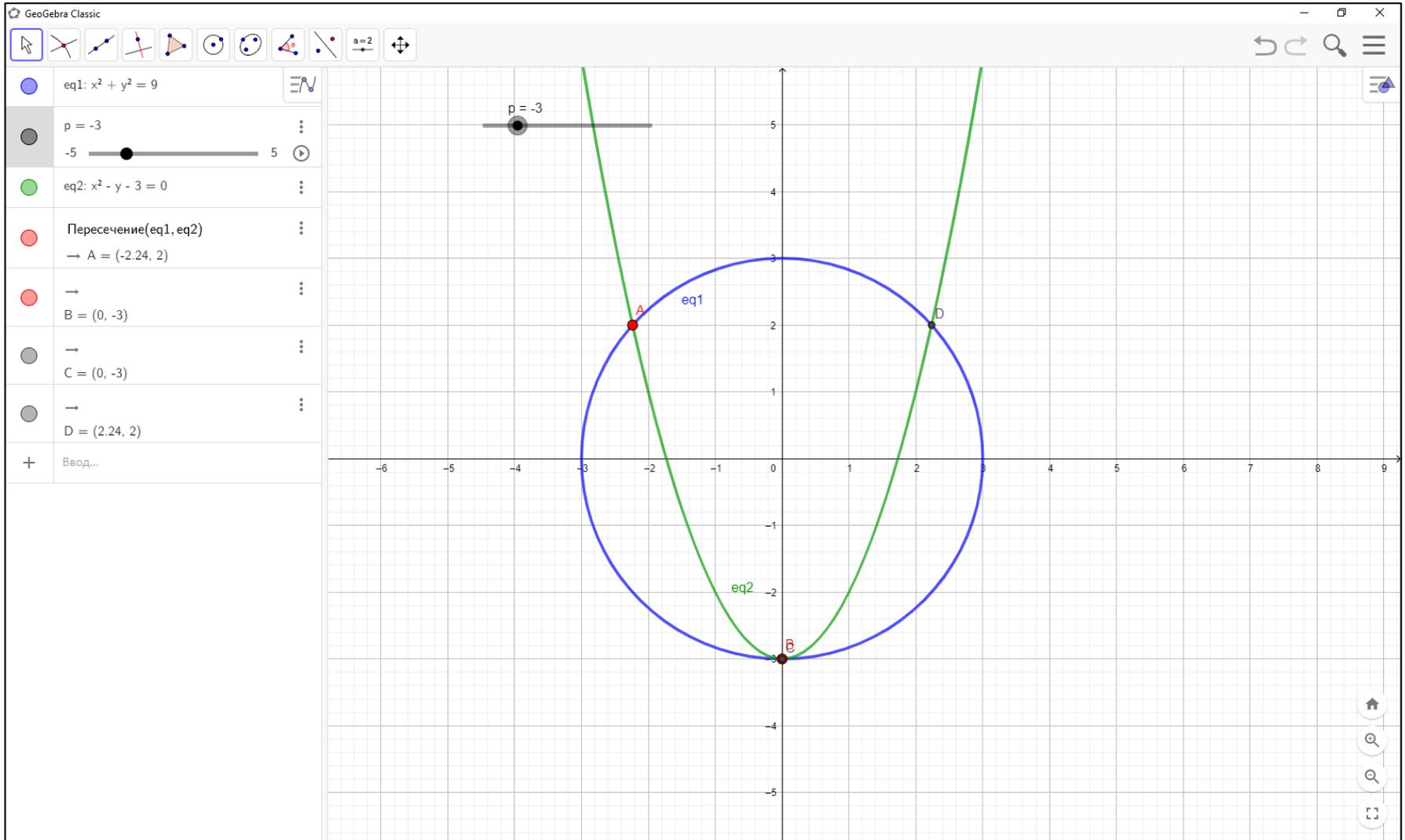
ИКТ

**4.9.**

При каком значении параметра  $p$  система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x^2 - y + p = 0 \end{cases}$$

- а) имеет два решения;
- б) имеет единственное решение?



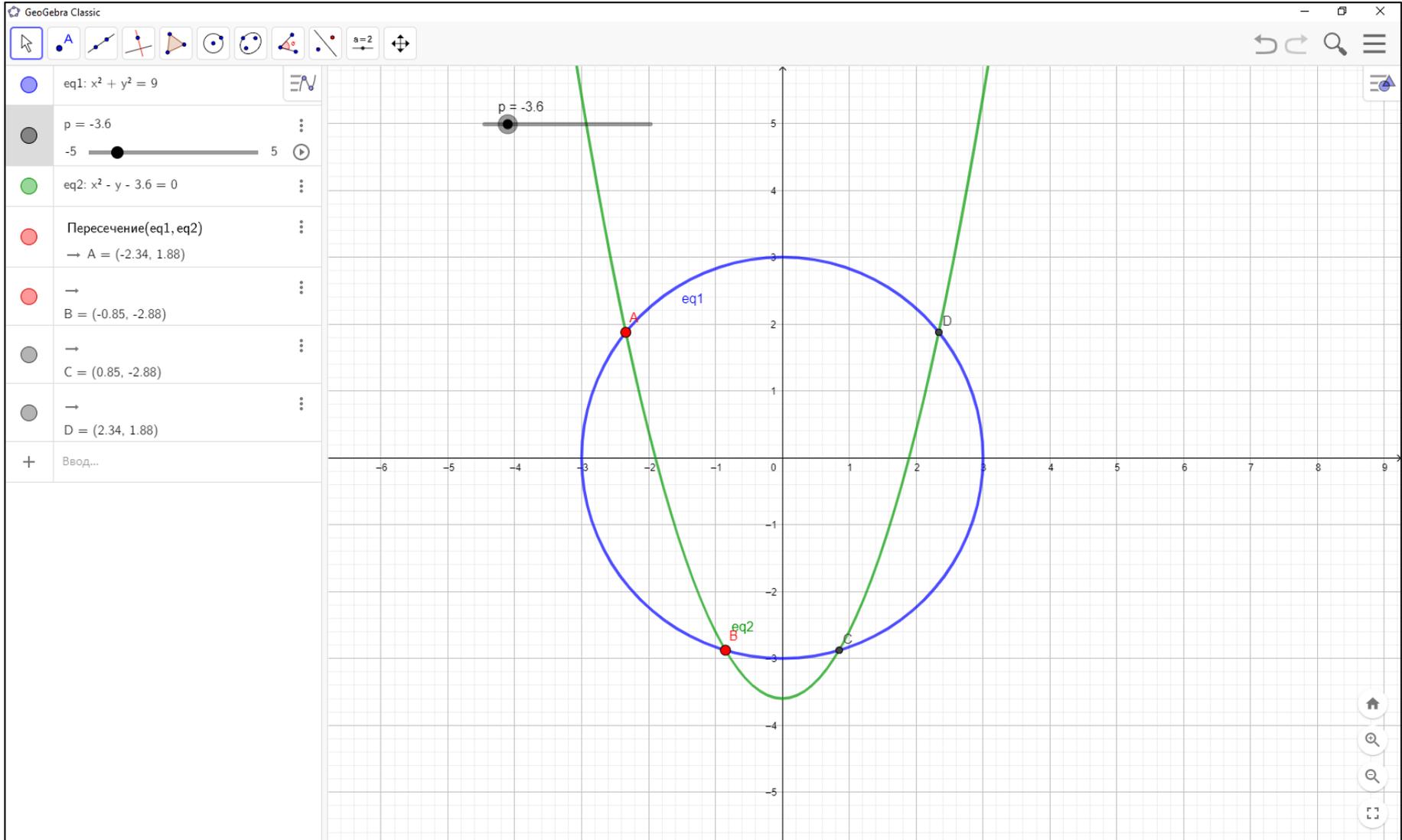


### ИКТ 4.9.

При каком значении параметра  $p$  система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x^2 - y + p = 0 \end{cases}$$

- а) имеет два решения;
- б) имеет единственное решение?





### ИКТ 4.9.

При каком значении параметра  $p$  система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x^2 - y + p = 0 \end{cases}$$

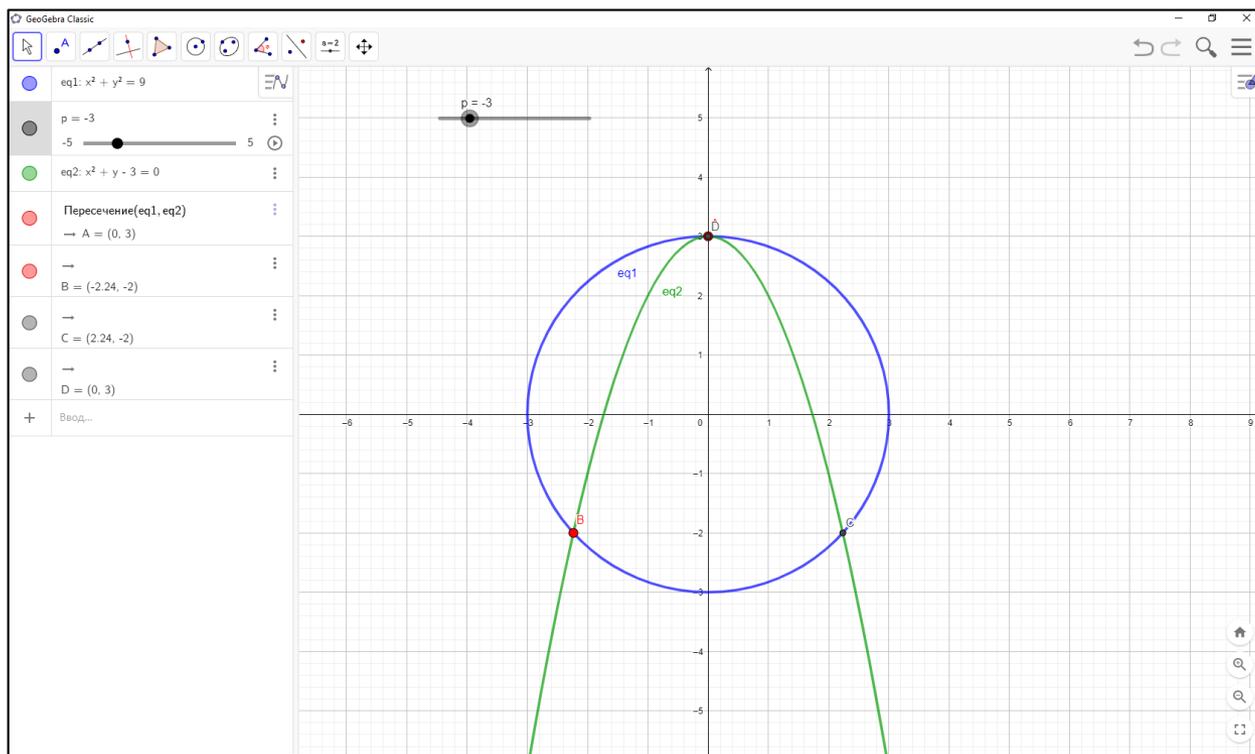
- а) имеет два решения;
- б) имеет единственное решение?

Используя анализ условия в № 4.9, составьте новую задачу.

При каких значениях параметра  $p$  система уравнений

- а) не имеет решений;
- б) имеет три решения?

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x^2 + y + p = 0 \end{cases}$$





профессор МГПУ, доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, научный руководитель Международного семинара преподавателей математики педвузов (1987 г.-н.в.);

имеет награды: Премия Президента РФ в области образования, заслуженный деятель науки РФ, Отличник народного образования, Медаль К.Д.Ушинского.

### Павел Владимирович Семёнов



профессор факультета математики НИУ ВШЭ, доктор физико-математических наук, профессор, член Федеральной предметной группы по разработке КИМ для ЕГЭ по математике (2001-2007 гг), разработчик заданий с развернутым ответом, автор более 20 учебно-методических пособий по подготовке учащихся к ЕГЭ и подготовке экспертов к проверке работ учащихся;

имеет награды: Почётный работник высшего профессионального образования РФ; Почетная грамота Министерства образования РФ.

### Лидия Александровна Александрова



учитель математики, методист ГБОУ Школы 1317 г. Москва, учитель высшей категории, член предметной комиссии по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ЕГЭ по математике;

имеет награды: Отличник народного просвещения РФ.

### Елена Львовна Мардахаева



заведующий лабораторией математики ГК «Просвещение», кандидат педагогических наук, доцент, председатель предметной комиссии ЕГЭ по математике Московской области (2006-2007 гг); член-корреспондент Международной академии научного педагогического образования (МАНПО);

имеет награды: Грант Москвы в сфере образования; Почётная грамота Министерства образования Московской области.

# Алгебра, 7-9 классы

## Алгебра и начала математического анализа, 10-11 классы

Включены в Федеральный перечень

- Учебники
- ЭФУ
- Примерные рабочие программы
- Методические пособия для учителя
- Рабочие тетради
- Контрольные работы
- Самостоятельные и проверочные работы
- Алгебраические практикумы



## Отличительные особенности УМК «Лаборатория А.Г. Мордковича»



Курс построен на основе приоритетности функционально-графической линии, математическое моделирование является идейным стержнем.

Теория и практика соединены в одну книгу.

Порядок тем соответствует ПООП, отражает психологические особенности обучающихся.

Выстроена вероятностно-стохастическая линия в тесной взаимосвязи с основным содержанием.

Каждая глава содержит разделы «Повторение», «Итак, в Главе...», «Вопросы», «Дополнительные задачи», «Из истории математики».

Трёхуровневая система заданий отражает требования ФГОС ОО, итоговой аттестации. Добавлены задачи практического содержания, высокого уровня сложности.

Включён материал, рекомендованный к изучению с использованием ИТ-средств.



# Алгебра, 7-9 классы

Включены в Федеральный перечень



Авторы:

Мордкович А.Г., Семенов П.В.,  
Александрова Л.А., Мардахаева Е.Л.

## Алгебра и начала математического анализа, 10-11 классы

В каждом параграфе даны упражнения трёх уровней сложности: **базового, повышенного, высокого**. Выделены задания, предназначенные для использования ИТ-средств.

18.6. а)  $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y = 2, \\ 3x - 2y = -2; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} \frac{3}{4}x + \frac{1}{3}y = 3, \\ -5x + 4y = 8; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{4}{5}y = -1, \\ \frac{3}{4}x - \frac{4}{5}y = -\frac{5}{12}; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} \frac{2}{5}x + \frac{3}{4}y = 5, \\ \frac{5}{6}x + \frac{4}{4}y = \frac{2}{3}. \end{cases}$

18.7. а)  $\begin{cases} \frac{1}{x-1} = \frac{9}{3y+2x}, \\ \frac{2x-3y}{x-5} = 3; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} \frac{2}{x+1} = \frac{1}{3y-4}, \\ \frac{3y-11}{x-5y} = \frac{1}{3}. \end{cases}$

18.8. а)  $\begin{cases} 4(x-y) = 28 + 12y, \\ 5x - (3y+x) = 1 - x; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} 18 - 15y = 3(x-y), \\ 2x - y = 3 - (4x - y); \end{cases}$

б)  $\begin{cases} 3(2x-1) - 4(y+1) = 1, \\ 5(3-x) + 2(3y-1) = 1; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} 6\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y\right) = 1, \\ 10\left(\frac{1}{2}x + \frac{2}{5}y\right) = 9. \end{cases}$

18.9. Прямая  $y = kx + m$  уравнение прямой  $b, c$  — целые числа  
а)  $M(-1; 4), K(2; -1)$   
б)  $M(7; -5), K(-3; -1)$   
в)  $M(2; 3), K(-3; 2)$

18.10. Составьте уравнение точки пересечения

ИКТ 18.11. а) Найдите значения  $y = px$  при  $6x - y = 13$  и  $y = -1$   
б) Найдите значения  $y = px + 1$  при  $6x - y = 13$  и  $y = -1$

### Условные обозначения

**24.13.** Задачи базового уровня сложности

**24.14.** Задачи повышенного уровня сложности

**24.15.** Задачи высокого уровня сложности

ИКТ Материал может быть рассмотрен с помощью ИКТ-средств

Упражнения с общим заданием

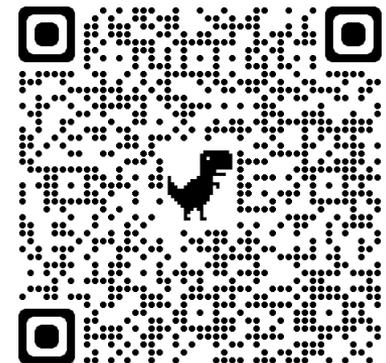
10.11

10.12

Окончание доказательства теоремы

Окончание решения примера

Знаком \* отмечен дополнительный материал.





# Алгебра, 7-9 классы

Включены в Федеральный перечень



Авторы:

Мордкович А.Г., Семенов П.В.,  
Александрова Л.А., Мардахаева Е.Л.

## Алгебра и начала математического анализа, 10-11 классы

### Итак, в главе 4

Пополнили наш словарный запас математического языка следующими терминами:

- парабола, ось (ось симметрии) параболы, ветви параболы, вершина параболы;
- кубическая парабола;
- непрерывная функция, разрыв функции;
- кусочная функция;
- область определения функции;
- чтение графика.

Познакомились с новыми функциями и научились строить их графики:  $y = x^2$ ,  $y = -x^2$ .

Познакомились с новым символом математического языка  $y = f(x)$ .

Разработали алгоритм графического решения уравнения вида  $f(x) = g(x)$ .

Познакомились с тем, как строить графики кусочных функций.

### Вопросы

1. Как называют график функции  $y = x^2$ ,  $y = -x^2$ ?
2. Что является осью симметрии графика функции  $y = x^2$ ,  $y = -x^2$ ?
3. Какую точку называют вершиной параболы  $y = x^2$ ,  $y = -x^2$ ?
4. Как расположены относительно друг друга графики функций  $y = x^2$ ,  $y = -x^2$ ?
5. Перечислите свойства функций  $y = x^2$ ,  $y = -x^2$ .
6. Сформулируйте алгоритм графического решения уравнения.

### Тест

1. Укажите точки, принадлежащие графику функции  $y = -x^2$ .  
а) (-2; 4)                      в) (4; -16)  
б) (-2,5; -6,25)              г) (0,1; -0,1)

199

### Ориентация на результат.

- В каждой главе есть разделы: «Итак, в Главе», «Вопросы», «Тест».
- В каждом параграфе имеются упражнения на повторение.

### Упражнения для повторения

25.14. Постройте график функции  $y = x^2$ . Найдите наименьшее и наибольшее значения функции на промежутке:  
а) [-5; -0,5];      б) [-1,5; 1];      в) (-3; 2);      г) [-2; +∞).

25.15. Упростите выражение:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{a^4 \cdot a^{10}}{(a^2)^3 \cdot a^7}; & \text{в) } \frac{y^7 \cdot y^6}{y \cdot (y^3)^4}; \\ \text{б) } \frac{(x^4)^2 \cdot x^{12}}{(x^2)^5 \cdot x^7}; & \text{г) } \frac{b^3 \cdot (b^5)^2}{(b^4)^4 \cdot b}. \end{array}$$

25.16. Постройте график функции:

$$\text{а) } y = \frac{x^3}{x}; \quad \text{б) } y = -\frac{x^4}{x^2}.$$

### § 26. Умножение одночленов. Возведение одночлена в натуральную степень

С умножением одночленов мы уже знакомы из § 24. Мы знаем, что если между двумя одночленами поставить знак умножения, то снова получится одночлен; остаётся лишь привести его к стандартному виду. В примере, рассмотренном в § 24, мы как раз и занимались умножением одночлена на одночлен. А при возведении одночлена в степень используются правила действий со степенями, известные вам из § 3.

215



# Алгебра, 7-9 классы

Включены в Федеральный перечень



Авторы:

Мордкович А.Г., Семенов П.В.,  
Александрова Л.А., Мардахаева Е.Л.

## Алгебра и начала математического анализа, 10-11 классы

### Из истории математики

Многочлены (и их составные части, слагаемые-одночлены) традиционно составляли и составляют один из самых распространённых объектов изучения в математике и её приложениях.

Практически все известные математики XVI—XX вв. в той или иной степени занимались исследованием многочленов. Например, основной теоремой алгебры называется утверждение о количестве корней уравнения  $P(x) = 0$ , где в левой части стоит многочлен  $P(x)$  степени  $n$ . История доказательства этой теоремы весьма протяжённа по времени, занимает не менее двух веков и, в определённой степени, может составить одну из центральных линий в изложении всей истории развития математики XVI—XIX вв.

Итальянец Джероламо Кардано (1501—1576) в своей книге «Великое искусство»<sup>1</sup> (1545) подвёл итог достижениям предшественников (дель Ферро, Тарталья) и своим результатам в исследовании многочленов третьей степени. Точнее, не самих многочленов, а приёмов решения уравнений третьей степени. В той же книге изложены результаты Лодовико Феррари (1522—1565) о многочленах четвёртой степени.

Систематическое исследование многочленов первой степени  $P_1(x, y)$  (линейных) и второй степени  $P_2(x, y)$  (квадратичных) обычно связывают с работами Ферма и Декарта (см. гл. 2). Они первыми предложили общие методы к исследованию кривых первого и второго порядка, т. е. графиков уравнений  $P_1(x, y) = 0$  и  $P_2(x, y) = 0$ . К концу XVII в. полный перечень типов кривых второго порядка стал уже скорее не научным, а учебным материалом. Впрочем, как геометрические объекты кривые второго порядка (окружность, эллипс, парабола, гиперболы) были известны ещё в Древней Греции.

Описание кривых третьего порядка, предложенное Ньютоном около 1668 г. (опубликовано в 1704 г.), составило весьма серьёзное продвижение. Скажем только, что для кривых четвёртого, пятого порядков аналогичные перечисления типов кривых неизвестны и доныне.

На протяжении XVII в. заметно видоизменялся и сам математический язык. В начале века уравнение, скажем,  $x^3 - 3x = 1$  Виет записывал на языке разработанной им символической алгебры в виде  $1C - 3N \text{ aequatur } 1$ . А в конце века Ньютон в своей «Всеобщей ариф-

<sup>1</sup> Это краткое название. Более полно — «Великое искусство, или О правилах алгебры».

Включён материал, обеспечивающий построение индивидуальной образовательной траектории.

В каждой главы содержатся разделы:  
«Дополнительные задачи», Из истории математики».

### Дополнительные задачи

В упражнениях 1, 2 даны функции  $y = f(x)$ , где  $f(x) = x^2$ , и  $y = g(x)$ , где  $g(x) = 3x$ .

- Сравните числа:
 

а) $f(2)$ и $g(2)$ ;	г) $f(0,1)$ и $g(0,2)$ ;
б) $f(0,5)$ и $g(0,5)$ ;	д) $f(-2)$ и $g(1)$ ;
в) $f(3)$ и $g(2)$ ;	е) $f(2)$ и $-g(-1)$ .
- Решите уравнение:
 

а) $g(x) = f(-1)$ ;	г) $f(x) = g(1)$ ;
б) $g(x) = f(8)$ ;	д) $f(x) = g(4)$ ;
в) $g(x) = f(-27)$ ;	е) $f(x) = g(-9)$ .
- Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = x^2$ . Найдите  $a$  и  $b$ , если известны наименьшее значение  $m$  и наибольшее значение  $M$  этой функции на отрезке  $[a; b]$ :
 

а) $m = 1$ ; $M = 4$ и $0 < a < b$ ;
б) $m = 1$ ; $M = 4$ и $a < b < 0$ ;
в) $m = 81$ ; $M = 225$ и $0 < a < b$ ;
г) $m = 2^6$ ; $M = 3^4$ и $a < b < 0$ ;
д) $m = 1,44$ ; $M = 12\frac{1}{4}$ и $0 < a < b$ ;
е) $m = 6\frac{1}{4}$ ; $M = 20,25$ и $a < b < 0$ .
- Дана функция  $y = h(x)$ , где  $h(x) = -x^2$ . Найдите  $a$  и  $b$ , если известны наименьшее значение  $m$  и наибольшее значение  $M$  этой функции на отрезке  $[a; b]$ :
 

а) $m = -9$ ; $M = -1$ и $0 < a < b$ ;
б) $m = -16$ ; $M = -9$ и $a < b < 0$ ;
в) $m = -81$ ; $M = -2,25$ и $0 < a < b$ ;
г) $m = -121$ ; $M = 0$ и $a < b \leq 0$ ;
д) $m = -4^6$ ; $M = -3^8$ и $0 < a < b$ ;
е) $m = -10^{10}$ ; $M = -8^8$ и $a < b < 0$ .



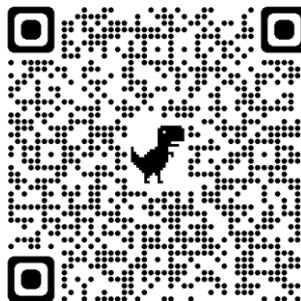
# Математика, 5-6 классы

Авторы: Н.Б.Истомина,  
О.П.Горина, Н.Б.Тихонова



Включены в Федеральный перечень

- Учебники
- Рабочие тетради
- Тестовые задания
- Методические пособия для учителя
- Пособия для внеурочной деятельности:  
«Наглядная геометрия», «Учимся решать комбинаторные задачи»





+7 (495) 789-30-40

[YKrylova@prosv.ru](mailto:YKrylova@prosv.ru)

Поиск по сайту  Найти

## Каталог

### Поиск книг

#### Новинки

[Новинки БИНОМ. Лаборатория знаний](#)  
[Новинки БИНОМ Детства](#)

#### Система «Учусь учиться» Л.Г. Петерсон

[Мир открытый](#)  
[Мир деятельности](#)  
[Математика](#)

#### Дошкольное образование

[Раннее развитие](#)  
[Читаем дома и в детском саду](#)  
[Книги и тетради Елены Матвеевой](#)  
[Учимся играя. Книги-игры](#)  
[Книги Юлии Даниловой](#)  
[Школа Натальи Теремковой](#)  
[Школа развития МАЯК](#)  
[Книги в дорогу. Досуг для выходных](#)  
[Развитие речи](#)  
[Учимся читать](#)  
[Учимся писать](#)  
[Учимся считать. Математика](#)  
[Мир вокруг нас](#)  
[Готовимся к школе](#)  
[Программы дошкольного образования](#)  
[Мир открытый](#)  
[Английский язык](#)  
[Ступеньки детства](#)  
[Моя Москва](#)  
[Развиваем таланты](#)

#### Начальная школа

[Система «Учусь учиться» Л.Г. Петерсон](#)  
[Лидер-кейс](#)  
[Система Д.Б.Эльконина-В.В.Давыдова](#)  
[Система «Гармония»](#)  
[Система Л.В. Занкова](#)  
[Школа диалога](#)  
[Информатика](#)  
[Русский язык](#)  
[Технология](#)  
[Английский язык](#)  
[Окружающий мир](#)  
[Риторика](#)

## Издательство «БИНОМ. Лаборатория знаний»

Опубликован обновленный федеральный перечень учебников

2 марта 2021 года опубликован Приказ № 766 Министерства просвещения Российской Федерации от 23.12.2020



В разделе **Документы** публикуются [законы](#), [официальные письма](#), [приказы](#) Минобрнауки РФ, [образовательные стандарты](#), [примерные основные образовательные программы](#), [рекламные материалы](#) Издательства, [официальные документы](#), [информационные письма](#).

### Пользователям сайта: как получить полную информацию о книге



Основой всего нашего сайта является **каталог пособий** - полную структуру вы видите слева. Зайдя в нужный вам раздел, вы попадаете на подразделы с описанием, ведущие на перечень карточек книг, относящихся к тому или иному **УМК**. Перейдя по ссылке на карточку книги, вы сможете получить информацию об этом пособии и заказать его в интернет-магазине. Из карточки пособия, с помощью круга-пиктограммы, вы сможете перейти в **авторскую мастерскую**, скачать **программу**, **методическое пособие**, а также ознакомиться с авторскими материалами к урокам, получить возможность принять участие в конкурсах и вебинарах, посмотреть их записи, изучить рекламные листовки Издательства и многое другое.

### Новости



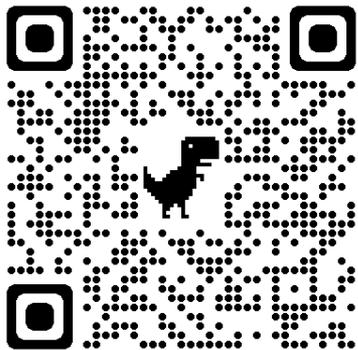
24.06.2021 **Поздравляем с юбилеем, с 75-летием Льва Элевича Генденштейна!**

#### УВАЖАЕМЫЙ ЛЕВ ЭЛЕВИЧ! С ЮБИЛЕЕМ!

*Желаем Вам неиссякаемого вдохновения, крепкого здоровья и удачи во всех Ваших начинаниях!*

*Желаем, чтобы Вы по-прежнему были энергичны и активны, и пусть каждый новый день приносит Вам большие и маленькие радости.*

*Пусть Ваши отменная улыбка задумки всегда найдут энтузиазм на расчет, а любовь к жизни только растёт!*



Авторский сайт <https://elenamard.jimdo.com>



Главная

Об авторском коллективе

Материалы к урокам

Где купить УМК А.Г.Мордковича и др.

Внеурочная деятельность 5-6 классы

Предпрофильная подготовка 7-9 классы

Профильное обучение 10-11 классы

Открытый урок с БИНОМ

IT-средства при обучении алгебре: методические рекомендации

Апробация УМК

Очные региональные семинары

Региональные семинары в формате онлайн

Вебинары

Электронные ресурсы

Курсы повышения квалификации

Обратная связь

## Лаборатория математики: в помощь учителю

### НОВОСТИ!

**Приказом** Министерства просвещения Российской Федерации от **31 мая 2021 года № 287** утверждён федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования.

**Приказ № 287**

*Сайт Лаборатории  
математики  
ГК "Просвещение"*

Сайт для учителей  
математики. Для тех,

Спасибо за внимание!

Удачи в делах!

Адрес обратной связи:

[kaf.matematika@gmail.com](mailto:kaf.matematika@gmail.com)

Авторский сайт:

<https://elenamard.jimdo.com/>

Сайт издательства:

<http://lbz.ru/>

**Мы готовы к диалогу и будем благодарны, если Вы по результатам вебинара заполните небольшую анкету по ссылке или QR:**

[https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSdfJ1EVQGYQDG41rgKY8MUAF6GVAPdtn3MSWU\\_DO79TXNyY0g/viewform](https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSdfJ1EVQGYQDG41rgKY8MUAF6GVAPdtn3MSWU_DO79TXNyY0g/viewform)

