

Изменения содержания школьного математического образования: вероятность и статистика в основной школе

Реестр примерных программ является государственной информационной системой, которая ведется на электронных носителях и функционирует в соответствии с едиными организационными, методологическими и программно-техническими принципами, обеспечивающими ее совместимость и взаимодействие с иными государственными информационными системами и информационно-телекоммуникационными сетями.

ФЕДЕРАЛЬНЫЕ
ГОСУДАРСТВЕННЫЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ
СТАНДАРТЫ



САНИТАРНО-
ЭПИДЕМИОЛОГИЧЕСКИЕ
ТРЕБОВАНИЯ К УСЛОВИЯМ И
ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ



ПРИМЕРНЫЕ ОСНОВНЫЕ
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ
ПРОГРАММЫ



ОСНОВНЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ
ПРОГРАММЫ В ЧАСТИ
УЧЕБНЫХ ПРЕДМЕТОВ,
КУРСОВ, ДИСЦИПЛИН
(МОДУЛЕЙ)



АРХИВ



Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования

Уровень образования: Основное общее образование

текущий статус: Одобрен решением от 31 мая 2021 г. № 287

номер в реестре: 2-3-0:0-0-0-1.0

С 1 СЕНТЯБРЯ 2022 ГОДА!



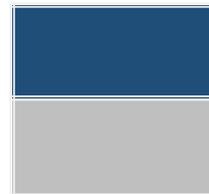
Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования

Информация с портала <https://fgosreestr.ru/>

© Министерство просвещения Российской Федерации

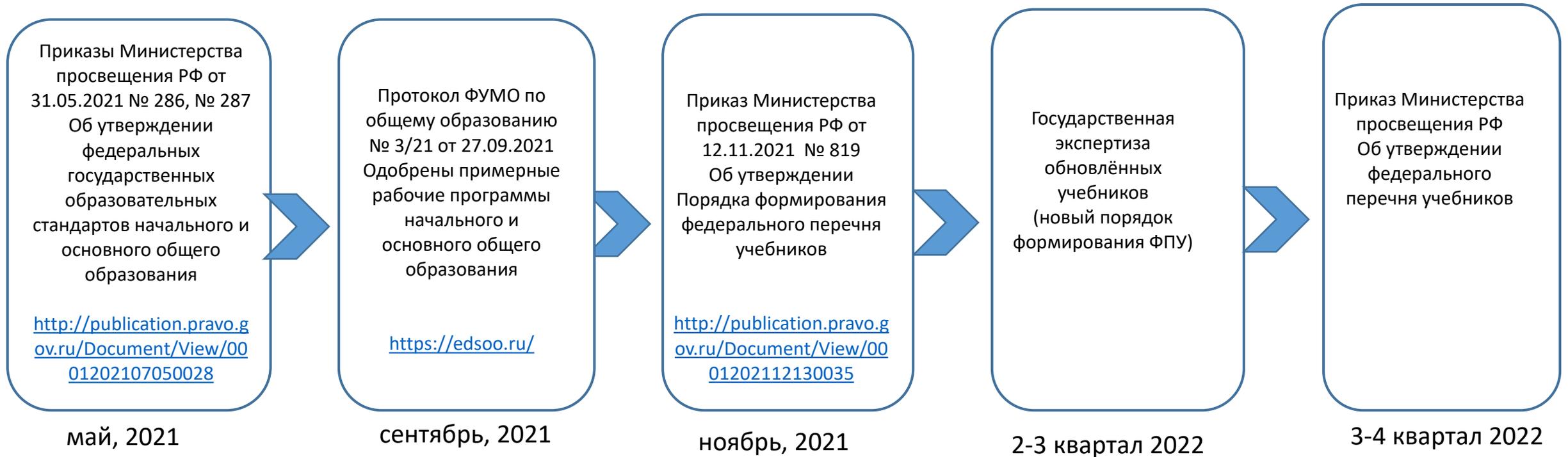
- **2022** – переход на ФГОС с использованием учебников **действующего ФПУ для учащихся, зачисленных в 1 и 5 классы в 2022 г.**
- **2022 год** – возможность для школ **докупить актуальные учебники** (не ранее 2020 года издания) и **компоненты УМК, соответствующие ФГОС НОО и ООО 2009, 2010 гг.** для учащихся, зачисленных на обучение до 2022 г.

классы	учебный год				
	2022/23	2023/24	2024/25	2025/26	2026/27
1	Dark Blue	Dark Blue	Dark Blue	Dark Blue	Dark Blue
2	Grey	Dark Blue	Dark Blue	Dark Blue	Dark Blue
3	Grey	Grey	Dark Blue	Dark Blue	Dark Blue
4	Grey	Grey	Grey	Dark Blue	Dark Blue
5	Dark Blue	Dark Blue	Dark Blue	Dark Blue	Dark Blue
6	Grey	Dark Blue	Dark Blue	Dark Blue	Dark Blue
7	Grey	Grey	Dark Blue	Dark Blue	Dark Blue
8	Grey	Grey	Grey	Dark Blue	Dark Blue
9	Grey	Grey	Grey	Grey	Dark Blue
Учебники, соответствующие ФГОС-2021 включены в ФПУ					



обязательное введение ФГОС-2021

рекомендуемое Минпросвещения РФ введение ФГОС-2021, в т.ч. по отдельным предметам





Ссылка на запись вебинара

Обновлённые ФГОС: обсуждаем, готовимся к внедрению



Колесникова Надежда Борисовна
к.пед.н., главный редактор АО «Издательство «Просвещение»

Состоялось 10 февраля в 15:00

II. Требования к структуре программы основного общего образования

33.1. В учебный план входят следующие обязательные для изучения предметные области и учебные предметы:

Предметные области	Учебные предметы
Русский язык и литература	Русский язык, Литература
Родной язык и родная литература	Родной язык и (или) государственный язык республики Российской Федерации, Родная литература
Иностранные языки	Иностранный язык, Второй иностранный язык
Математика и информатика	Математика, Информатика
Общественно-научные предметы	История, Обществознание, География
Естественнонаучные предметы	Физика, Химия, Биология
Основы духовно-нравственной культуры народов России	—
Искусство	Изобразительное искусство,
	Музыка
Технология	Технология
Физическая культура и основы безопасности жизнедеятельности	Физическая культура, Основы безопасности жизнедеятельности

II. Требования к структуре программы основного общего образования

Учебный предмет «Математика» предметной области «Математика и информатика» включает в себя учебные курсы «Алгебра», «Геометрия», «Вероятность и статистика».

Достижение обучающимися планируемых результатов освоения программы основного общего образования по учебному предмету «Математика» в рамках государственной итоговой аттестации включает результаты освоения рабочих программ учебных курсов «Алгебра», «Геометрия», «Вероятность и статистика».

III. Требования к условиям реализации программы основного общего образования

35.2. В целях обеспечения реализации программы основного общего образования в Организации для участников образовательных отношений должны создаваться условия, обеспечивающие возможность:

формирования функциональной грамотности обучающихся (способности решать учебные задачи и жизненные проблемные ситуации на основе сформированных предметных, метапредметных и универсальных способов деятельности), включающей овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу дальнейшего успешного образования и ориентации в мире профессий;

IV. Требования к результатам освоения программы основного общего образования

45.5. Предметные результаты по предметной области «Математика и информатика» должны обеспечивать:

45.5.1. По учебному предмету «Математика» (включая учебные курсы «Алгебра», «Геометрия», «Вероятность и статистика») (на базовом уровне):

стр. 73 – 76

45.5.2. По учебному предмету «Математика» (включая учебные курсы «Алгебра», «Геометрия», «Вероятность и статистика») (на углубленном уровне):

стр. 76 – 81

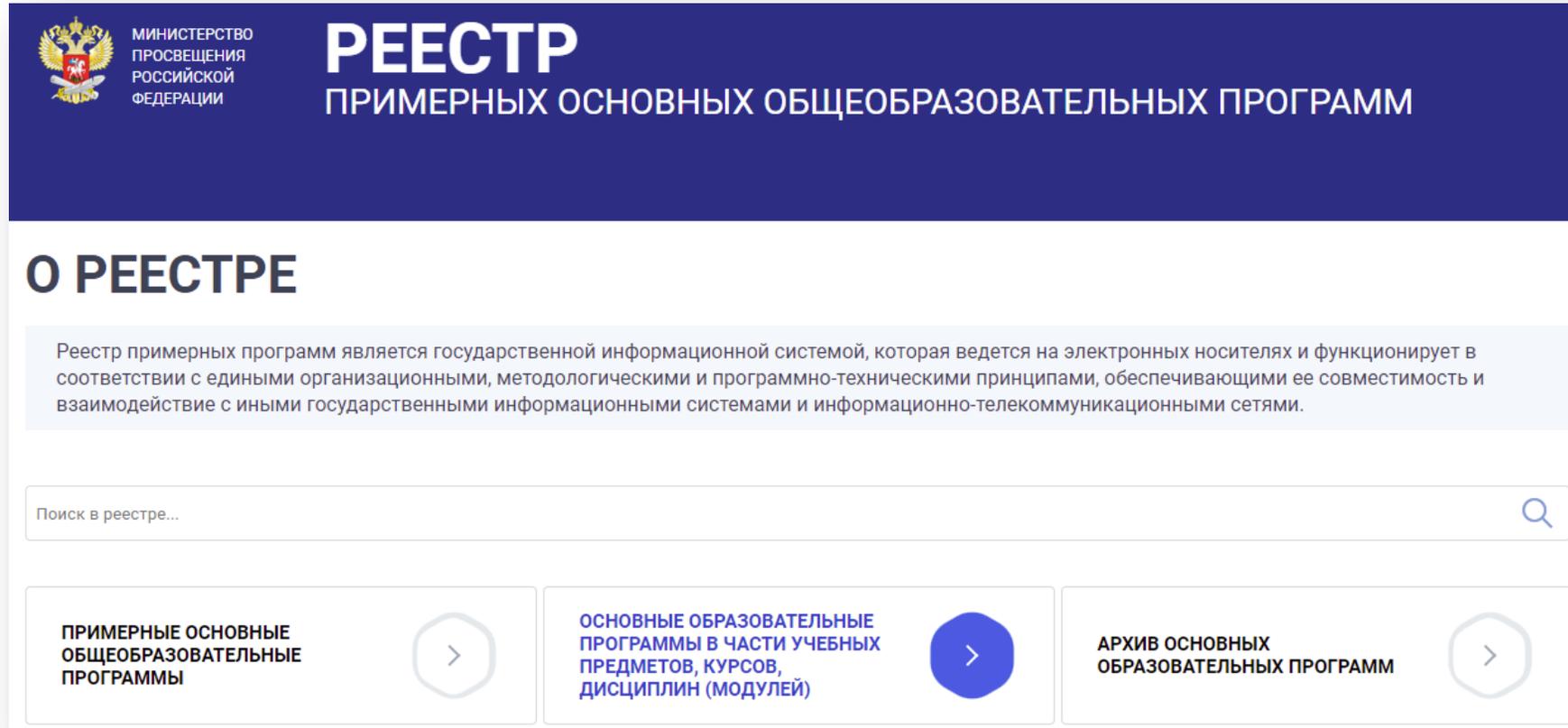
С 1 СЕНТЯБРЯ 2022 ГОДА!



[Ознакомиться с PDF версией программы по математике](#)

A hand cursor icon points to the text.

Информация с сайта [ФГБНУ «Институт стратегии развития образования РАО»](#)



МИНИСТЕРСТВО
ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

РЕЕСТР ПРИМЕРНЫХ ОСНОВНЫХ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ

О РЕЕСТРЕ

Реестр примерных программ является государственной информационной системой, которая ведется на электронных носителях и функционирует в соответствии с едиными организационными, методологическими и программно-техническими принципами, обеспечивающими ее совместимость и взаимодействие с иными государственными информационными системами и информационно-телекоммуникационными сетями.

Поиск в реестре...

ПРИМЕРНЫЕ ОСНОВНЫЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ПРОГРАММЫ

ОСНОВНЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ПРОГРАММЫ В ЧАСТИ УЧЕБНЫХ ПРЕДМЕТОВ, КУРСОВ, ДИСЦИПЛИН (МОДУЛЕЙ)

АРХИВ ОСНОВНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ



Основные особенности содержания примерной рабочей программы

- Содержание образования, соответствующее предметным результатам освоения Примерной рабочей программы, распределено по годам обучения
- Автор рабочей программы вправе увеличить или уменьшить предложенное число учебных часов на тему
- Допустимо локальное перераспределение и перестановка элементов содержания внутри данного класса
- Одной из приоритетных целей обучения математике является формирование математической грамотности
- Вводится самостоятельный учебный курс «Вероятность и статистика» (с 7 класса)



<https://clck.ru/an8wQ>

АЛГЕБРА

МЕСТО УЧЕБНОГО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

Согласно базисному плану в 7—9 классах изучается учебный курс «Алгебра», который включает следующие основные разделы содержания: «Числа и вычисления», «Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства», «Функции».

Базисный учебный план на изучение алгебры в 7—9 классах отводит не менее 3 учебных часов в неделю в течение каждого года обучения, всего за три года обучения — не менее 306 учебных часов.

ГЕОМЕТРИЯ

МЕСТО УЧЕБНОГО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

Согласно базисному плану в 7—9 классах изучается учебный курс «Геометрия», который включает следующие основные разделы содержания: «Геометрические фигуры и их свойства», «Измерение геометрических величин», а также «Декартовы координаты на плоскости», «Векторы», «Движения плоскости» и «Преобразования подобия».

Базисный учебный план предусматривает изучение геометрии на базовом уровне, исходя из не менее 68 учебных часов в учебном году, всего за три года обучения — не менее 204 часов.

ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

МЕСТО УЧЕБНОГО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

В 7—9 классах изучается курс «Вероятность и статистика», в который входят разделы: «Представление данных и описательная статистика»; «Вероятность»; «Элементы комбинаторики»; «Введение в теорию графов».

На изучение данного курса отводит 1 учебный час в неделю в течение каждого года обучения, всего 102 учебных часа.

Из истории вопроса

1990-е. Первые попытки ввести элементы вероятности в школьные учебники средней школы. Первый учебник, целиком посвященный теории вероятностей, создают Е.А.Бунимович и В.А.Булычев

2004 год ФГОС предполагает введение элементов теории вероятностей, статистики и комбинаторики

2007 год. Теория вероятностей становится обязательным элементом в школах

2010 год. Появление задач в ГИА

2012 год. Появление задач в ЕГЭ

2013 год. Принята Концепция развития математического образования, где теория вероятностей прямо определяется как перспективное направление

Последние годы международные исследования математической и функциональной грамотности школьников содержат все больше заданий на представление данных, оценку правдоподобности гипотез и вероятностей событий.



ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА	5		
Цели и особенности изучения учебного предмета «Математика». 5—9 классы	6		
Место учебного предмета «Математика» в учебном плане	8		
ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА «МАТЕМАТИКА» НА УРОВНЕ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ..	9		
Личностные результаты	—		
Метапредметные результаты	11		
Предметные результаты	13		
РАЗДЕЛ 1. ПРИМЕРНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «МАТЕМАТИКА». 5—6 КЛАССЫ	15		
Цели изучения учебного курса	—		
Место учебного курса в учебном плане	17		
Предметные результаты освоения Примерной рабочей программы курса (по годам обучения)	—		
Содержание учебного курса (по годам обучения)	21		
Тематическое планирование учебного курса (по годам обучения)	26		
РАЗДЕЛ 2. ПРИМЕРНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «АЛГЕБРА». 7—9 КЛАССЫ	43		
Цели изучения учебного курса	—		
Место учебного курса в учебном плане	44		
Предметные результаты освоения Примерной рабочей программы курса (по годам обучения)	45		
Содержание учебного курса (по годам обучения)	49		
Тематическое планирование учебного курса (по годам обучения)	53		
РАЗДЕЛ 3. ПРИМЕРНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «ГЕОМЕТРИЯ». 7—9 КЛАССЫ ...	70		
Цели изучения учебного курса	—		
Место учебного курса в учебном плане	71		
Предметные результаты освоения Примерной рабочей программы курса (по годам обучения)	72		
Содержание учебного курса (по годам обучения)	75		
		Тематическое планирование учебного курса (по годам обучения)	77
		РАЗДЕЛ 4. ПРИМЕРНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА». 7—9 КЛАССЫ	89
		Цели изучения учебного курса	—
		Место учебного курса в учебном плане	90
		Предметные результаты освоения Примерной рабочей программы курса (по годам обучения)	91
		Содержание учебного курса (по годам обучения)	93
		Тематическое планирование учебного курса (по годам обучения)	95



ПЛАНИРУЕМЫЕ ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРИМЕРНОЙ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

7 класс

- Читать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах; представлять данные в виде таблиц, строить диаграммы (столбиковые (столбчатые) и круговые) по массивам значений.
- Описывать и интерпретировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках.
- Использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах.
- Иметь представление о случайной изменчивости на примерах цен, физических величин, антропометрических данных; иметь представление о статистической устойчивости.

ПЛАНИРУЕМЫЕ ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРИМЕРНОЙ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

8 класс

- Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм, графиков; представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков.
- Описывать данные с помощью статистических показателей: средних значений и мер рассеивания (размах, дисперсия и стандартное отклонение).
- Находить частоты числовых значений и частоты событий, в том числе по результатам измерений и наблюдений.
- Находить вероятности случайных событий в опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновозможными элементарными событиями.
- Использовать графические модели: дерево случайного эксперимента, диаграммы Эйлера, числовая прямая.
- Оперировать понятиями: множество, подмножество; выполнять операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение; перечислять элементы множеств; применять свойства множеств.
- Использовать графическое представление множеств и связей между ними для описания процессов и явлений, в том числе при решении задач из других учебных предметов и курсов.

ПЛАНИРУЕМЫЕ ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРИМЕРНОЙ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

9 класс

- Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в различных источниках в виде таблиц, диаграмм, графиков; представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков.
- Решать задачи организованным перебором вариантов, а также с использованием комбинаторных правил и методов.
- Использовать описательные характеристики для массивов числовых данных, в том числе средние значения и меры рассеивания.
- Находить частоты значений и частоты события, в том числе пользуясь результатами проведённых измерений и наблюдений.
- Находить вероятности случайных событий в изученных опытах, в том числе в опытах с равновозможными элементарными событиями, в сериях испытаний до первого успеха, в сериях испытаний Бернулли.
- Иметь представление о случайной величине и о распределении вероятностей.
- Иметь представление о законе больших чисел как о проявлении закономерности в случайной изменчивости и о роли закона больших чисел в природе и обществе.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

7 класс (не менее 34 ч)

Название раздела (темы) (число часов)	Основное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
Представление данных (7 ч)	Представление данных в таблицах. Практические вычисления по табличным данным. Извлечение и интерпретация табличных данных. Практическая работа «Таблицы». Графическое представление данных в виде круговых, столбиковых (столбчатых) диаграмм. Чтение и построение диаграмм. Примеры демографических диаграмм. Практическая работа «Диаграммы»	Осваивать способы представления статистических данных и числовых массивов с помощью таблиц и диаграмм с использованием актуальных и важных данных (демографические данные, производство промышленной и сельскохозяйственной продукции, общественные и природные явления). Изучать методы работы с табличными и графическими представлениями данных с помощью цифровых ресурсов в ходе практических работ
Описательная статистика (8 ч)	Числовые наборы. Среднее арифметическое. Медиана числового набора. Устойчивость медианы. Практическая работа «Средние значения». Наибольшее и наименьшее значения числового набора. Размах	Осваивать понятия: числовой набор, мера центральной тенденции (мера центра), в том числе среднее арифметическое, медиана. Описывать статистические данные с помощью среднего арифметического и медианы. Решать задачи. Изучать свойства средних, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практических работ.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

7 класс (не менее 34 ч)

Продолжение

Название раздела (темы) (число часов)	Основное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
		<p>Осваивать понятия: наибольшее и наименьшее значения числового массива, размах.</p> <p>Решать задачи на выбор способа описания данных в соответствии с природой данных и целями исследования</p>
Случайная изменчивость (6 ч)	<p>Случайная изменчивость (примеры). Частота значений в массиве данных. Группировка. Гистограммы.</p> <p>Практическая работа «Случайная изменчивость»</p>	<p>Осваивать понятия: частота значений в массиве данных, группировка данных, гистограмма.</p> <p>Строить и анализировать гистограммы, подбирать подходящий шаг группировки.</p> <p>Осваивать графические представления разных видов случайной изменчивости, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы</p>
Введение в теорию графов (4 ч)	<p>Граф, вершина, ребро. Представление задачи с помощью графа. Степень (валентность) вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Цепь и цикл. Путь в графе. Представление о связности графа. Обход графа (эйлеров путь). Представление об ориентированных графах</p>	<p>Осваивать понятия: граф, вершина графа, ребро графа, степень (валентность вершины), цепь и цикл.</p> <p>Осваивать понятия: путь в графе, эйлеров путь, обход графа, ориентированный граф.</p> <p>Решать задачи на поиск суммы степеней вершин графа, на поиск обхода графа, на поиск путей в ориентированных графах.</p> <p>Осваивать способы представления задач из курса алгебры, геометрии, теории вероятностей, других предметов с помощью графов (карты,</p>

Курс «Вероятность и статистика» в примерной рабочей программе по математике (базовый уровень)

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

7 класс (не менее 34 ч)

Продолжение

Название раздела (темы) (число часов)	Основное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
		схемы, электрические цепи, функциональные соответствия) на примерах
Вероятность и частота случайного события (4 ч)	Случайный опыт и случайное событие. Вероятность и частота события. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Монета и игральная кость в теории вероятностей. Практическая работа «Частота выпадения орла»	Осваивать понятия: случайный опыт и случайное событие, маловероятное и практически достоверное событие. Изучать значимость маловероятных событий в природе и обществе на важных примерах (аварии, несчастные случаи, защита персональной информации, передача данных). Изучать роль классических вероятностных моделей (монета, игральная кость) в теории вероятностей. Наблюдать и изучать частоту событий в простых экспериментах, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы
Обобщение, контроль (5 ч)	Представление данных. Описательная статистика. Вероятность случайного события	Повторять изученное и выстраивать систему знаний. Решать задачи на представление и описание данных с помощью изученных характеристик. Обсуждать примеры случайных событий, маловероятных и практически достоверных случайных событий, их роли в природе и жизни человека



Принципы построения курса

- Первичность статистики
- Некомбинаторный подход к теории вероятностей
- Школьная вероятность как математическое средство изучения случайности
- Практическая направленность и ясное школьное содержание
- Небольшое количество методов и алгоритмов
- Одна из целей – формирование представления о действии и роли закона больших чисел





- ▶ Ключевая особенность: в качестве учебного материала в пособии использованы актуальные сведения о демографии, экономике, сельском хозяйстве России, явлениях повседневной жизни, окружающих школьника
- ▶ Особенности учебного пособия:
 - ✓ учебное пособие «Теория вероятностей и статистика» может использоваться как на уроках математики, так и для организации внеурочной деятельности;
 - ✓ для погружения в предмет изучения даётся мотивирующая информация, она часто связана с интересами школьников;
 - ✓ содержание задач в пособии вызывает желание решить их и найти ответы на все вопросы.





Условные обозначения

- Важно
- Вопросы
- Справка, комментарий
- Упражнения
- Определение
- Практическое задание, статистическое исследование
- Начало и окончание материала для углублённого изучения
- 13 (или 13*) Пункт, содержание которого не входит в обязательный минимум содержания ФГОС по математике
- 120 Задание повышенной сложности

	A	B	C
1			
2		Наименование	Количество
3	1	Стол рабочий	11
4	2	Шкаф для одежды	
5	3	Стул	
6	4	Кресло	
7	5	Тумбочка с ящиками	
8	6	Книжный шкаф	
9	7	Настольная лампа	
10	8	Маленький круглый стол	
11	9	Зелёный диван	

В редакторах электронных таблиц на персональных компьютерах для вычисления среднего арифметического предусмотрена специальная функция

СРЗНАЧ()

На рисунке показан пример вычисления среднего значения массива из четырёх чисел.

fx =СРЗНАЧ(C1:C4)		
C	D	E
1		
9		
5		
6	Среднее	5,25

В редакторах электронных таблиц для вычислений вероятностей по распределениям предусмотрена функция

ВЕРОЯТНОСТЬ()

На рисунке показано решение примера 2.

fx =ВЕРОЯТНОСТЬ(C3:C8;D3:D8;2;5)			
C	D	E	F
Значения	Вероятности		
0	0,03	0,8125	
1	0,16		
2	0,31		
3	0,31		
4	0,16		
5	0,03		

Чтобы найти медиану массива данных в электронных таблицах, удобно использовать функцию

МЕДИАНА()

На рисунке показан пример.

fx =МЕДИАНА(C1:C5)		
C	D	E
1		
9		
5		
6		
3	Медиана	5



I Таблицы

Таблицы нужны, чтобы упорядочивать большие массивы данных. Гораздо легче искать информацию в таблице, чем в обычном тексте, потому что в таблице каждое значение находится в своей ячейке, а однородные сведения сгруппированы в одной графе. Если данные подходящим образом помещены в таблицу, то их удобно сравнивать. Кроме того, в таблицах удобно проводить несложные вычисления и подсчёты. А электронные таблицы позволяют быстро работать даже с большими массивами данных. В первой главе мы будем учиться представлять статистические данные с помощью таблиц и извлекать из них информацию.

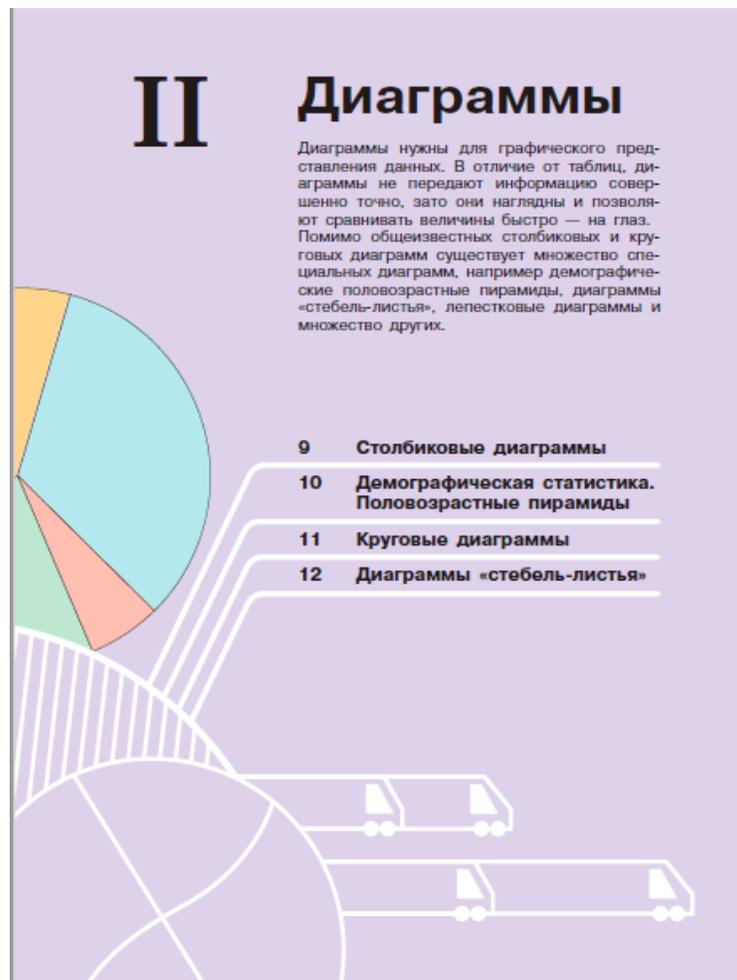
- 1 Сбор данных и построение таблицы
- 2 Статистические данные в таблицах
- 3 Поиск информации в таблицах
- 4 Вычисления в таблицах
- 5 Крупнейшие города России
- 6 Подсчёты и измерения в таблицах
- 7 Упорядочивание данных в таблицах
- 8 Таблицы сопряжённости



II Диаграммы

Диаграммы нужны для графического представления данных. В отличие от таблиц, диаграммы не передают информацию совершенно точно, зато они наглядны и позволяют сравнивать величины быстро — на глаз. Помимо общеизвестных столбиковых и круговых диаграмм существует множество специальных диаграмм, например демографические половозрастные пирамиды, диаграммы «стебель-листья», лепестковые диаграммы и множество других.

- 9 Столбиковые диаграммы
- 10 Демографическая статистика. Половозрастные пирамиды
- 11 Круговые диаграммы
- 12 Диаграммы «стебель-листья»



III Описательная статистика. Средние значения и размах

В этой главе речь идёт о том, как описать одним-двумя числами важные свойства большого массива данных. Отсюда и название главы — «Описательная статистика». Существует множество описательных показателей, по которым можно судить о средних значениях, рассеивании, асимметричности и характере изменения статистических данных. В статистике широко используются среднее арифметическое и медиана. Иногда требуются другие средние, например, урезанное среднее.

- 13 Среднее арифметическое
- 14 Медиана
- 15 Наименьшее и наибольшее значения. Размах
- 16 Урезанное среднее
- 17 Как выбрать подходящее среднее





IV*

Описательная статистика. Квартили и частоты

В этой главе мы продолжим рассказ об описательной статистике. Мы познакомимся с квантилями и ещё двумя специальными средними значениями. Начав использовать математические обозначения, сумеем провести математические доказательства некоторых фактов.

Чтобы удобнее описывать массивы с повторяющимися значениями, используются частоты отдельных значений. Мы познакомимся с ними и увидим, как частоты значений массива связаны со средним арифметическим.

- 18* Квартили и межквартильный размах
- 19* Обозначения в статистике. Свойства среднего арифметического
- 20* Частоты значений
- 21* Среднее гармоническое и среднее геометрическое

V

Случайная изменчивость

Неизменные величины в жизни встречаются крайне редко. Даже те величины, которые в физике называют постоянными обычно подвержены изменчивости. Иногда мы можем указать причины и даже законы изменчивости. Но помимо закономерной изменчивости почти всегда присутствует разнонаправленная случайная изменчивость, причины которой известны частично, а порой неизвестны вовсе.

В этой главе мы обсудим несколько важных примеров изменчивости, которую приходится учитывать в повседневной жизни. Например, мы будем говорить о погрешностях и о точности измерений.

Кроме того, мы увидим, как разные виды изменчивости отражаются на диаграммах.

- 22 Примеры случайной изменчивости
- 23 Точность и погрешность измерений
- 24 Тенденции и случайные отклонения
- 25 Группировка данных и гистограммы
- 26 Рост человека
- 27 Статистическая устойчивость и оценки с помощью выборки

VI

Случайные события и вероятность

Попытка изучать изменчивость и случайность с помощью математики привела к появлению теории вероятностей. В этой главе мы познакомимся с основными понятиями теории вероятностей: случайными опытами и случайными событиями, которые происходят в этих опытах.

Вероятность случайного события — это числовая мера его правдоподобия. Чем больше шансов на осуществление события, тем больше его вероятность.

В нашей жизни играют большую роль маловероятные события. Мы расскажем о таких событиях и о том, как правильно к ним относиться.

- 28 Случайные события и случайные эксперименты
- 29 Вероятности и частоты событий
- 30 Монета и игральная кость в теории вероятностей
- 31 Как узнать вероятность события
- 32 Зачем нужно знать вероятность события





VII Рассеивание данных

Занимаясь в главах III и IV описательной статистикой, мы говорили о центральных мерах. Но для более полного описания изменчивых данных нужно знать не только их среднее, но и то, как данные рассеяны относительно своего среднего.

Чаще всего для описания и измерения рассеивания числовых данных применяются дисперсия и стандартное отклонение. Мы расскажем о них.

Кроме того, в этой главе мы познакомимся с двумя новыми для нас видами диаграмм.



- 33 Рассеивание числовых данных
- 34 Отклонения
- 35 Дисперсия числового набора
- 36 Стандартное отклонение числового набора
- 37 Диаграммы рассеивания
- 38* Свойства дисперсии и стандартного отклонения
- 39* Линейная связь на диаграмме рассеивания
- 40* Диаграмма «ящик с усами»

VIII Математическое описание случайных явлений

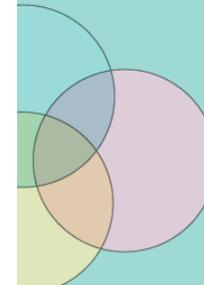
В этой главе мы повторим то, что уже знаем о вероятностях событий, и познакомимся с элементарными событиями — простейшими событиями случайного опыта. Все прочие события состоят из элементарных событий, подобно тому как геометрическая фигура состоит из точек. Интересной разновидностью случайного опыта служит опыт, в котором все элементарные события имеют одинаковые шансы на осуществление: они равновозможны. Чаще всего такие опыты искусственные; они связаны с играми или жребиями. Мы научимся вычислять вероятности событий в таких опытах.



- 41 Случайные опыты и элементарные события
- 42 Вероятности элементарных событий. Равновозможные элементарные события
- 43 Благоприятствующие элементарные события
- 44 Вероятности событий
- 45 Опыты с равновозможными элементарными событиями
- 46 Случайный выбор

IX Действия с событиями. Сложение вероятностей

С событиями, так же как с геометрическими фигурами или множествами, можно производить действия. В этой главе рассказывается о трёх основных действиях с событиями и о том, как правильно складывать вероятности двух событий, чтобы найти вероятность их объединения. Оказывается, способ сложения вероятностей зависит от того, являются эти события несовместными или нет.



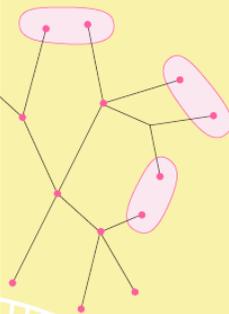
- 47 Противоположные события. Диаграммы Эйлера
- 48 Объединение событий
- 49 Пересечение событий
- 50 Формула сложения вероятностей
- 51 Решение задач с помощью координатной прямой





X Действия с событиями. Умножение вероятностей

Когда проводится случайный опыт, наступившие события могут менять вероятности других событий. Получаются условные вероятности, т. е. вероятности при определённом условии. Если же одно событие не влияет на вероятность другого, то такие события независимы. Познакомившись с условной вероятностью и независимыми событиями, мы узнаем, в каких случаях, почему и как вероятности событий умножаются. В этой главе мы обсудим, как можно находить вероятности событий с помощью специальной графической схемы — дерева случайного эксперимента.



- 52 Условная вероятность. Правило умножения
- 53 Дерево случайного опыта
- 54 Независимые события
- 55 Об ошибке Эдгара По и о том, как победить стечение обстоятельств

XI Элементы комбинаторики

Часто приходится иметь дело с комбинациями, составленными из фигур, чисел, событий или предметов. Предметов может быть много, но комбинаций из них несравнимо больше. Их бывает так много, что их невозможно упорядочить или пересчитать непосредственно.

В этой главе мы знакомимся с комбинаторикой — разделом математики, который занимается перечислением комбинаций разных объектов.

В теории вероятностей комбинаторика применяется, когда событий в случайном опыте очень много и их невозможно выписать или даже просто перечислить без специальных методов.



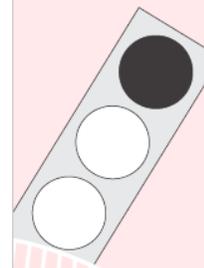
- 56 Комбинаторное правило умножения
- 57 Перестановки. Факториал
- 58 Правило умножения и перестановки в задачах на вычисление вероятностей
- 59 Число сочетаний
- 60 Число сочетаний в задачах на вычисление вероятностей

XII Испытания Бернулли

Испытание Бернулли, или просто испытание, — это простой случайный опыт, в котором всего два возможных элементарных события: успех и неудача. Пример испытания — бросание монеты. Из таких простых опытов можно составлять гораздо более сложные. В этой главе мы рассказываем о важных случайных опытах:

— испытания до наступления первого успеха;

— серия, состоящая из заранее известного количества испытаний Бернулли. Помимо этого, мы займёмся случайным выбором нескольких предметов из множества, которое состоит из предметов двух или нескольких видов.



- 61 Успех и неудача. Испытания до первого успеха
- 62 Серия испытаний Бернулли
- 63 Число успехов в испытаниях Бернулли
- 64 Вероятности событий в испытаниях Бернулли
- 65* Случайный выбор из конечной совокупности



XIII* Геометрическая вероятность

Иногда случайный опыт можно представить как выбор точки из некоторой фигуры на плоскости или из промежутка на прямой. В таком опыте каждое отдельное элементарное событие имеет нулевую вероятность, поэтому обычный способ подсчёта вероятностей не подходит. На помощь приходит геометрическая вероятность.

Интересно, что в геометрических случайных опытах удобно считать, что событие и фигура — это одно и то же. Вероятности на плоскости измеряются отношением площадей фигур, на прямой — отношением длин промежутков.



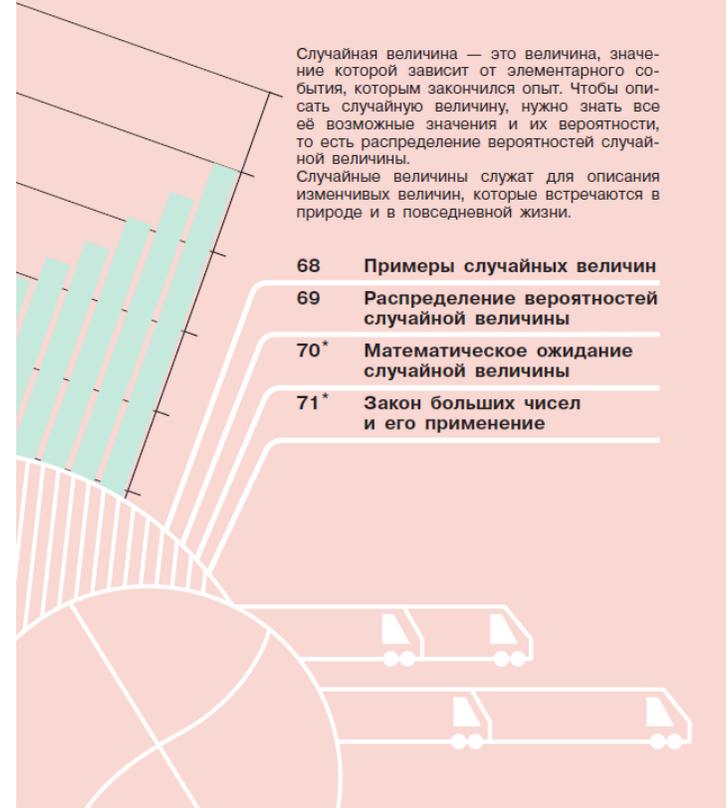
66* Выбор точки из фигуры на плоскости

67* Выбор точки из отрезка и дуги окружности

XIV Случайные величины

Случайная величина — это величина, значение которой зависит от элементарного события, которым закончился опыт. Чтобы описать случайную величину, нужно знать все её возможные значения и их вероятности, то есть распределение вероятностей случайной величины.

Случайные величины служат для описания изменчивых величин, которые встречаются в природе и в повседневной жизни.



68 Примеры случайных величин

69 Распределение вероятностей случайной величины

70* Математическое ожидание случайной величины

71* Закон больших чисел и его применение



1 Сбор данных и построение таблицы

ПРИМЕР. В образовательном центре был сделан ремонт, и в начале учебного года руководство центра поручило сотруднице Елене собрать заявки на новую мебель от всех лабораторий и отделов. Елена принимает заявки по СМС и по электронной почте. В течение двух дней она получила несколько заявок.



Как видим, данные поступают в разное время, уточняются, меняются. Всё это трудно запомнить и неудобно хранить в разных местах. Нужно собрать все сведения в одну таблицу. Елена использует электронную таблицу. Она уже подсчитала и внесла в таблицу, сколько нужно рабочих столов.

Конечно, часть информации потеряна: мы не видим в таблице, сколько и какой мебели заказывали разные отделы. Но сейчас это не важно. Главное — собрать общий заказ. Таблицу можно расширить: указать цены и подсчитать общую сумму, которую придётся затратить на новую мебель. Получится таблица-смета, о которой мы поговорим позже (см. п. 4).



Вопросы

- 1 Какая информация, нужная для приобретения и расстановки мебели, не вошла в электронную таблицу на рисунке 1?
- 2 Приведите примеры таблиц, которые вы видели на улицах, в торговых центрах, аэропортах, на вокзалах или автобусных станциях.

	A	B	C
1			
2		Наименование	Количество
3	1	Стол рабочий	11
4	2	Шкаф для одежды	
5	3	Стул	
6	4	Кресло	
7	5	Тумбочка с ящиками	
8	6	Книжный шкаф	
9	7	Настольная лампа	
10	8	Маленький круглый стол	
11	9	Зелёный диван	

Рисунок 1. Заказ мебели



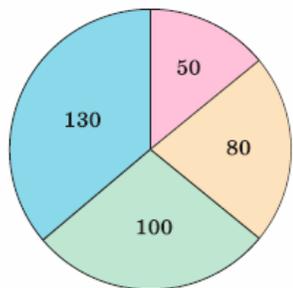
Упражнения

- 1 Перечертите таблицу из рисунка 1 в свою рабочую тетрадь и заполните её до конца.



11 Круговые диаграммы

Диаграмма 11. Деление пиццы



Четыре друга в складчину покупают круглую пиццу за 360 р. Иван внёс 50 р., Алексей — 80 р., Юрий — 100 р. и Пётр — 130 р. Построим круговую диаграмму 8, показывающую долю каждого (они, конечно, поделят потом пиццу поровну). Пицца стоит 360 р., поэтому каждому рублю соответствует сектор с углом 1° .

Если бы друзья делили пиццу не поровну, а пропорционально своим долям в общей сумме денег, то Ивану достался бы сектор пиццы с углом 50° , Юрию — сектор с углом 80° и т. д.

Деление круга на секторы, пропорциональные частям целого, настолько наглядно, что его используют в самых разных случаях. Полученная таким образом схема называется круговой диаграммой. В английском языке используется слово *pie chart* (пай чарт), что дословно означает «схема пирога», или «пироговая диаграмма».



Определение. Диаграмма, показывающая, как целое делится на части в виде секторов круга, углы которых пропорциональны долям единого целого, называется **круговой диаграммой**.

Чтобы построить круговую диаграмму на бумаге, нужны линейка, циркуль и транспортир. Чтобы раскрасить секторы, полезно иметь цветные карандаши или фломастеры. Нет необходимости строить углы очень точно. На рисунке 3 показаны две круговые диаграммы. На одной из них малый сектор имеет угол ровно 47° , а на второй угол равен 48° . Попробуйте определить, где какая диаграмма.

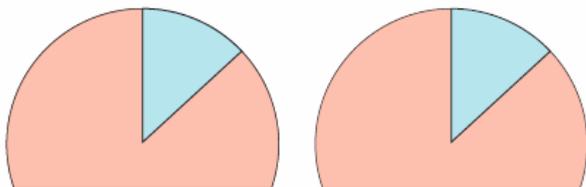
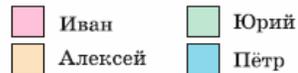
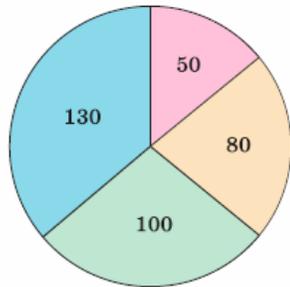


Рисунок 3. Какой угол меньше?



11 Круговые диаграммы

Диаграмма 11. Деление пиццы



Четыре друга в складчину покупают круглую пиццу за 360 р. Иван внёс 50 р., Алексей — 80 р., Юрий — 100 р. и Пётр — 130 р. Построим круговую диаграмму 8, показывающую долю каждого (они, конечно, поделают потом пиццу поровну). Пицца стоит 360 р., поэтому каждому рублю соответствует сектор с углом 1° .

Если бы друзья делили пиццу не поровну, а пропорционально своим долям в общей сумме денег, то Ивану достался бы сектор пиццы с углом 50° , Юрию — сектор с углом 80° и т. д.

Деление круга на секторы, пропорциональные частям целого, настолько наглядно, что его используют в самых разных случаях. Полученная таким образом схема называется круговой диаграммой. В английском языке используется слово *pie chart* (пай чарт), что дословно означает «схема пирога», или «пироговая диаграмма».



Определение. Диаграмма, показывающая, как целое делится на части в виде секторов круга, углы которых пропорциональны долям единого целого, называется **круговой диаграммой**.

Чтобы построить круговую диаграмму на бумаге, нужны линейка, циркуль и транспортир. Чтобы раскрасить секторы, полезно иметь цветные карандаши или фломастеры. Нет необходимости строить углы очень точно. На рисунке 3 показаны две круговые диаграммы. На одной из них малый сектор имеет угол ровно 47° , а на второй угол равен 48° . Попробуйте определить, где какая диаграмма.

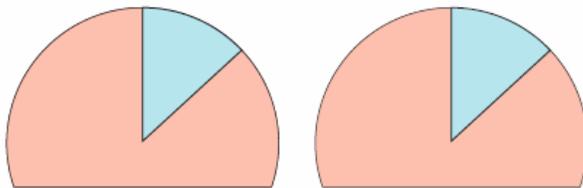


Рисунок 3. Какой угол меньше?

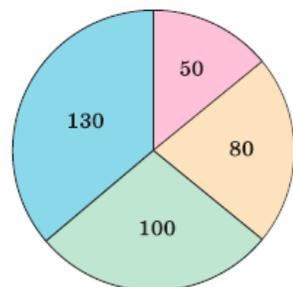


Важно! При построении круговой диаграммы не нужно откладывать углы с большой точностью. Небольшая погрешность не мешает правильно воспринимать диаграмму. Главные достоинства круговой диаграммы — наглядность восприятия и быстрота построения. Для точного представления и анализа данных диаграммы не годятся, для этого нужны таблицы.



11 Круговые диаграммы

Диаграмма 11. Деление пиццы



Иван
Алексей
Юрий
Пётр

Четыре друга в складчину покупают круглую пиццу за 360 р. Иван внёс 50 р., Алексей — 80 р., Юрий — 100 р. и Пётр — 130 р. Построим круговую диаграмму 8, показывающую долю каждого (они, конечно, поделят потом пиццу поровну). Пицца стоит 360 р., поэтому каждому рублю соответствует сектор с углом 1° .

Если бы друзья делили пиццу не поровну, а пропорционально своим долям в общей сумме денег, то Ивану достался бы сектор пиццы с углом 50° , Юрию — сектор с углом 80° и т. д.

Деление круга на секторы, пропорциональные частям целого, настолько наглядно, что его используют в самых разных случаях. Полученная таким образом схема называется круговой диаграммой. В английском языке используется слово *pie chart* (пай чарт), что дословно означает «схема пирога», или «пироговая диаграмма».



Определение. Диаграмма, показывающая, как целое делится на части в виде секторов круга, углы которых пропорциональны долям единого целого, называется **круговой диаграммой**.

Чтобы построить круговую диаграмму на бумаге, нужны линейка, циркуль и транспортир. Чтобы раскрасить секторы, полезно иметь цветные карандаши или фломастеры. Нет необходимости строить углы очень точно. На рисунке 3 показаны две круговые диаграммы. На одной из них малый сектор имеет угол ровно 47° , а на второй угол равен 48° . Попробуйте определить, где какая диаграмма.

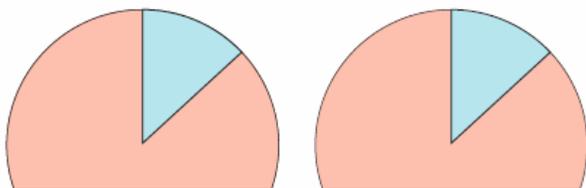
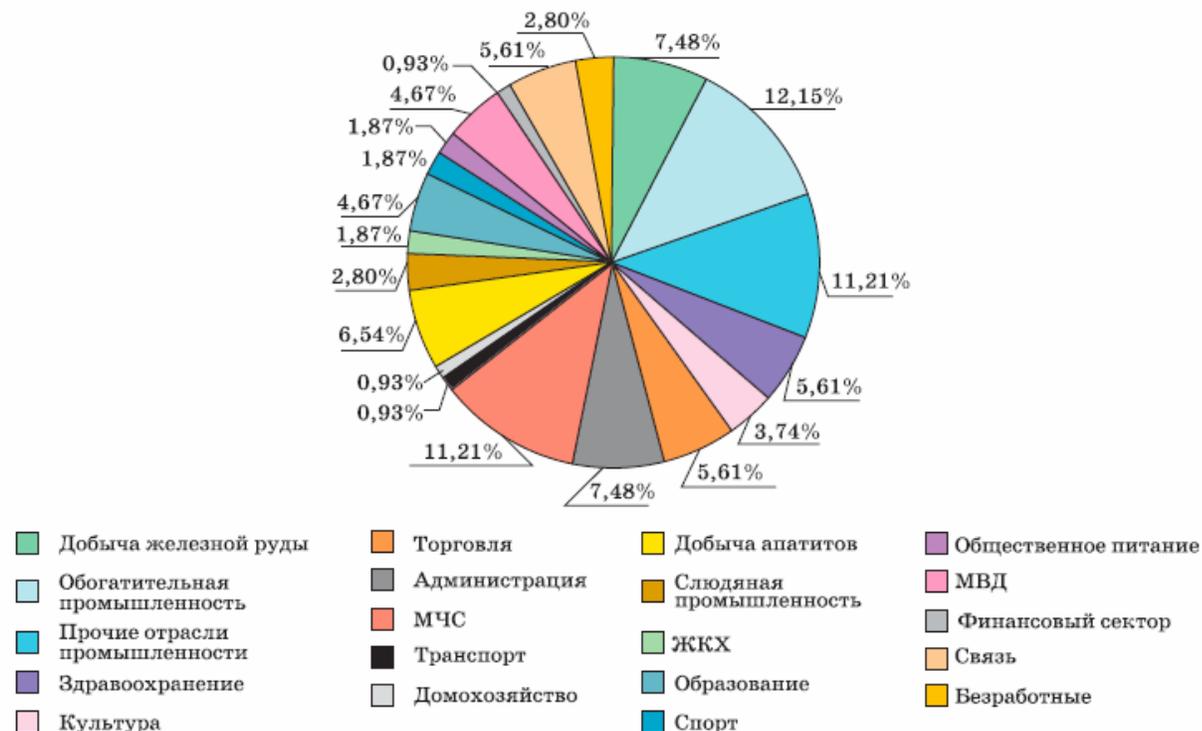
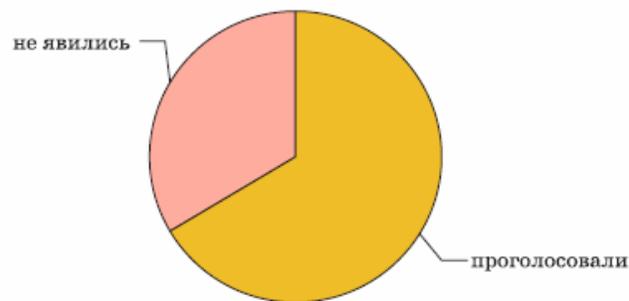


Рисунок 3. Какой угол меньше?

а) Структура занятости населения города



б) Явка избирателей



в) Продажи разных сортов газированной воды

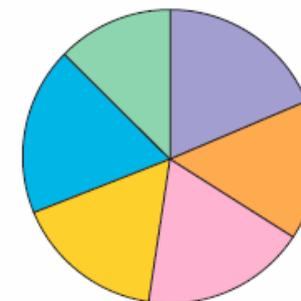


Рисунок 4. Примеры неудачных круговых диаграмм



Обязательное страхование гражданской ответственности

Каждый водитель в Российской Федерации должен быть застрахован по программе обязательного страхования гражданской ответственности (ОСАГО). Срок действия страхового полиса¹, как правило, один год.

Стоимость полиса получается умножением базового тарифа² на несколько коэффициентов. Коэффициенты зависят от водительского стажа, мощности автомобиля, региона, где используется автомобиль, от количества предыдущих страховых выплат и других факторов. Мы рассмотрим лишь два коэффициента.

Коэффициент «бонус-малус» (КБМ) зависит от класса водителя. Этот коэффициент понижает или повышает стоимость полиса в зависимости от количества ДТП в предыдущий год страхования. Сначала водителю присваивается класс 3. Каждый последующий год класс водителя рассчитывается в зависимости от числа страховых выплат в течение истекшего года, по таблице 6.

Таблица 6. Класс водителя и коэффициент «бонус-малус»

Класс на начало годового срока страхования	Коэффициент КБМ	Класс по окончании годового срока страхования с учётом наличия страховых случаев				
		0 страховых выплат	1 страховая выплата	2 страховых выплаты	3 страховых выплаты	4 страховых выплаты
М	2,45	0	М	М	М	М
0	2,3	1	М	М	М	М
1	1,55	2	М	М	М	М
2	1,4	3	1	М	М	М
3	1	4	1	М	М	М
4	0,95	5	2	1	М	М
5	0,9	6	3	1	М	М
6	0,85	7	4	2	М	М
7	0,8	8	4	2	М	М
8	0,75	9	5	2	М	М
9	0,7	10	5	2	1	М
10	0,65	11	6	3	1	М
11	0,6	12	6	3	1	М
12	0,55	13	6	3	1	М
13	0,5	13	7	3	1	М

¹ Страховой полис — документ, удостоверяющий факт страхования. Часто стоимость услуги страхования называют стоимостью полиса.

² Наименьшее и наибольшее возможные значения базового тарифа устанавливаются Центральным банком России. В 2020 году для владельцев легковых машин базовый тариф составляет от 2746 до 4942 р.

Коэффициент возраста и водительского стажа (КВС) также влияет на стоимость полиса (табл. 7).

Таблица 7. Коэффициенты возраста и стажа

Стаж, лет \ Возраст, лет	0	1	2	3–4	5–6	7–9	10–14	более 14
16–21	1,87	1,87	1,87	1,66	1,66			
22–24	1,77	1,77	1,77	1,04	1,04	1,04		
25–29	1,77	1,69	1,63	1,04	1,04	1,04	1,01	
30–34	1,63	1,63	1,63	1,04	1,04	1,01	0,96	0,96
35–39	1,63	1,63	1,63	0,99	0,96	0,96	0,96	0,96
40–49	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
50–59	1,63	1,63	1,63	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
старше 59	1,60	1,60	1,60	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93

Предположим, что в прошлом году некоторый водитель имел класс 5, и у него не было ни одной аварии, в которой он оказался бы виноват. Поэтому не было страховых выплат. Следовательно, его класс повысится до 6-го, а коэффициент КБМ снизится с 0,9 до 0,85.

Если бы в прошлом году была страховая выплата, то класс понизился бы до 3-го, а коэффициент вырос бы до 1.

Предположим, что в прошлом году, когда водитель заключал договор со страховой компанией, ему было 34 года, а за рулём он провёл 3 года. В этом случае его коэффициент КВС в соответствии с таблицей 7 равнялся 1,04. Но в этом году этому водителю уже 35 лет, а стаж составляет 4 года. Коэффициент снизится и станет равен 0,99.

ПРИМЕР. Когда Денис получил водительские права и впервые оформил полис ОСАГО, ему было 19 лет. Денис страховал свою гражданскую ответственность 3 года. В течение первого года были сделаны две страховые выплаты, а после этого выплат не было. В начале третьего года страхования Денис заплатил за полис ОСАГО 25 806 р.

Какой класс будет присвоен Денису на начало четвёртого года страхования и какие коэффициенты КБМ и КВС будут использованы при заключении договора на четвёртый год?

Сколько будет стоить полис на четвёртый год, если значения других коэффициентов, кроме КБМ и КВС, не изменятся?

Решим эту задачу, последовательно отвечая на все вопросы. В первый год у Дениса был класс 3, но после двух страховых выплат на второй год класс оказался минимальным (М). Так как больше аварий не было, на следующий год класс оказался 0, а на четвёртый год страхования Денису будет присвоен 1-й класс. Поэтому коэффициент КБМ будет равен 1,55.

На четвёртый год страхования Денису 22 года, и стаж у него 3 года. По таблице 7 находим, что КВС на четвёртый год равен 1,04.

В начале третьего года страхования у Дениса был 0-й класс, и КБМ равнялся 2,3, а КВС равнялся 1,87 (ему был 21 год, а стаж был 2 года). Следовательно, за свой четвёртый полис Денис заплатит

$$25\,806 \cdot \frac{1,55}{2,3} \cdot \frac{1,04}{1,87} = 9672 \text{ р.}$$

Из водоплавающих животных в заповеднике обитают только бобры, ондатры и выдры. Найдите вероятность того, что случайно встреченное в заповеднике водоплавающее животное окажется бобром, если из трёх следующих утверждений два истинны, а одно ложно:

- 1) Бобры составляют 59 % водоплавающих животных заповедника.
- 2) Ондатры составляют 51 % водоплавающих животных заповедника.
- 3) Выдры составляют 43 % водоплавающих животных заповедника.

Решение.

Предположим, что утверждение 1) истинно.

Тогда утверждения 2) и 3) ложны, так как общее число животных не может быть больше 100 %.

По условию только одно утверждение является ложным. Получили противоречие.

Значит, утверждение 1) является ложным, а утверждения 2) и 3) — истинными.

Поэтому бобры составляют $100\% - 51\% - 43\% = 6\%$ водоплавающих животных заповедника, а искомая вероятность равна 0,06.

Ответ: 0,06.

На птицеферме разводят кур, уток и гусей. Известно, что уток в полтора раза больше, чем гусей, и на 40 % меньше, чем кур. Найдите вероятность того, что случайно увиденная на этой птицеферме птица окажется гусём.

Решение. Если обозначить число кур через x , то число уток будет равно $0,6x$, а число гусей — в полтора раза меньше, т. е. $0,4x$.

Значит, число всех птиц на этой птицеферме равно $x + 0,6x + 0,4x = 2x$.

Поэтому вероятность случайно увидеть гуся будет равна

$$\frac{0,4x}{2x} = 0,2$$

Ответ: 0,2.

В люстре три лампочки. Вероятность того, что каждая отдельная лампочка в люстре перегорит в течение года, равна 0,2. Считайте, что лампочки перегорают независимо друг от друга.

- а) Найдите вероятность того, что в течение года в люстре не перегорит ни одна лампочка.
- б) Найдите вероятность того, что в течение года в люстре перегорят ровно 2 лампочки

В люстре три лампочки. Вероятность того, что каждая отдельная лампочка в люстре перегорит в течение года, равна 0,2. Считайте, что лампочки перегорают независимо друг от друга.

- а) Найдите вероятность того, что в течение года в люстре не перегорит ни одна лампочка.
- б) Найдите вероятность того, что в течение года в люстре перегорят ровно 2 лампочки

Решение.

а) Вероятность того, что каждая отдельная лампочка не перегорит, равна 0,8.

Поскольку лампочки перегорают независимо друг от друга, вероятность того, что за год не перегорит ни одна из них равна $0,8^3 = 0,512$.

В люстре три лампочки. Вероятность того, что каждая отдельная лампочка в люстре перегорит в течение года, равна 0,2. Считайте, что лампочки перегорают независимо друг от друга.

- а) Найдите вероятность того, что в течение года в люстре не перегорит ни одна лампочка.
- б) Найдите вероятность того, что в течение года в люстре перегорят ровно 2 лампочки

Решение.

а) Вероятность того, что каждая отдельная лампочка не перегорит, равна 0,8.

Поскольку лампочки перегорают независимо друг от друга, вероятность того, что за год не перегорит ни одна из них равна $0,8^3 = 0,512$.

б) Пронумеруем лампочки в люстре.

В люстре три лампочки. Вероятность того, что каждая отдельная лампочка в люстре перегорит в течение года, равна 0,2. Считайте, что лампочки перегорают независимо друг от друга.

- а) Найдите вероятность того, что в течение года в люстре не перегорит ни одна лампочка.
- б) Найдите вероятность того, что в течение года в люстре перегорят ровно 2 лампочки

Решение.

а) Вероятность того, что каждая отдельная лампочка не перегорит, равна 0,8.

Поскольку лампочки перегорают независимо друг от друга, вероятность того, что за год не перегорит ни одна из них равна $0,8^3 = 0,512$.

б) Пронумеруем лампочки в люстре.

Вероятность того, что за год в люстре перегорят первая и вторая лампочки, а третья не перегорит, равна $0,2^2 \cdot 0,8 = 0,032$.

В люстре три лампочки. Вероятность того, что каждая отдельная лампочка в люстре перегорит в течение года, равна 0,2. Считайте, что лампочки перегорают независимо друг от друга.

- а) Найдите вероятность того, что в течение года в люстре не перегорит ни одна лампочка.
- б) Найдите вероятность того, что в течение года в люстре перегорят ровно 2 лампочки

Решение.

а) Вероятность того, что каждая отдельная лампочка не перегорит, равна 0,8.

Поскольку лампочки перегорают независимо друг от друга, вероятность того, что за год не перегорит ни одна из них равна $0,8^3 = 0,512$.

б) Пронумеруем лампочки в люстре.

Вероятность того, что за год в люстре перегорят первая и вторая лампочки, а третья не перегорит, равна $0,2^2 \cdot 0,8 = 0,032$.

Аналогично, вероятность того, что в люстре перегорят первая и третья лампочки, а вторая не перегорит, равна $0,032$.

Вероятность того, что в люстре перегорят вторая и третья лампочки, а первая не перегорит, также равна $0,032$.

В люстре три лампочки. Вероятность того, что каждая отдельная лампочка в люстре перегорит в течение года, равна 0,2. Считайте, что лампочки перегорают независимо друг от друга.

- а) Найдите вероятность того, что в течение года в люстре не перегорит ни одна лампочка.
- б) Найдите вероятность того, что в течение года в люстре перегорят ровно 2 лампочки

Решение.

а) Вероятность того, что каждая отдельная лампочка не перегорит, равна 0,8.

Поскольку лампочки перегорают независимо друг от друга, вероятность того, что за год не перегорит ни одна из них равна $0,8^3 = 0,512$.

б) Пронумеруем лампочки в люстре.

Вероятность того, что за год в люстре перегорят первая и вторая лампочки, а третья не перегорит, равна $0,2^2 \cdot 0,8 = 0,032$.

Аналогично, вероятность того, что в люстре перегорят первая и третья лампочки, а вторая не перегорит, равна $0,032$.

Вероятность того, что в люстре перегорят вторая и третья лампочки, а первая не перегорит, также равна $0,032$.

Значит, вероятность того, что в течение года перегорят ровно 2 лампочки, равна $0,032 \cdot 3 = 0,096$.

Ответ: а) $0,512$, б) $0,096$.



Глава 3. Элементы прикладной математики

§ 14. Математическое моделирование

§ 15. Процентные расчёты

§ 16. Абсолютная и относительная погрешности ..

§ 17. Основные правила комбинаторики

§ 18. Частота и вероятность случайного события .

§ 19. Классическое определение вероятности

Сначала была игра

§ 20. Начальные сведения о статистике

Дисперсия

Задание № 4 «Проверьте себя» в тестовой форме ...

Задание № 5 «Проверьте себя» в тестовой форме ...

Итоги главы 3

Глава 4. Числовые последовательности

§ 21. Числовые последовательности

О кроликах, подсолнухах, сосновых шишках
и «золотом сечении»

§ 22. Арифметическая прогрессия

§ 23. Сумма n первых членов арифметической прогрессии

§ 24. Геометрическая прогрессия

§ 25. Сумма n первых членов геометрической прогрессии .

§ 26. Сумма бесконечной геометрической прогрессии,
у которой модуль знаменателя меньше 1

Задание № 6 «Проверьте себя» в тестовой форме ...

Итоги главы 4

Элементы комбинаторики и теории вероятностей .

[УМК «Алгебра 7 – 9» А.Г. Мерзляк и др.](#)



ГЛАВА I. ВЫРАЖЕНИЯ, ТОЖДЕСТВА, УРАВНЕНИЯ

§ 1. ВЫРАЖЕНИЯ

1. Числовые выражения
2. Выражения с переменными
3. Сравнение значений выражений

§ 2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ

4. Свойства действий над числами
5. Тождества. Тождественные преобразования выражений

§ 3. УРАВНЕНИЯ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

6. Уравнение и его корни
7. Линейное уравнение с одной переменной
8. Решение задач с помощью уравнений

§ 4. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

9. Среднее арифметическое, размах и мода
10. Медиана как статистическая характеристика

Для тех, кто хочет знать больше

11. Формулы

Дополнительные упражнения к главе I

ГЛАВА V. СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ. ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИКИ

§ 12. СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ И ЕЁ СВОЙСТВА

37. Определение степени с целым отрицательным показателем
38. Свойства степени с целым показателем
39. Стандартный вид числа

§ 13. ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИКИ

40. Сбор и группировка статистических данных
41. Наглядное представление статистической информации

Для тех, кто хочет знать больше

42. Функции $y = x^{-1}$ и $y = x^{-2}$ и их свойства
43. Дисперсия и среднее квадратичное отклонение

Дополнительные упражнения к главе V

Глава V. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

§ 11. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ

30. Примеры комбинаторных задач
31. Перестановки
32. Размещения
33. Сочетания

§ 12. НАЧАЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

34. Относительная частота случайного события
35. Вероятность равновероятных событий

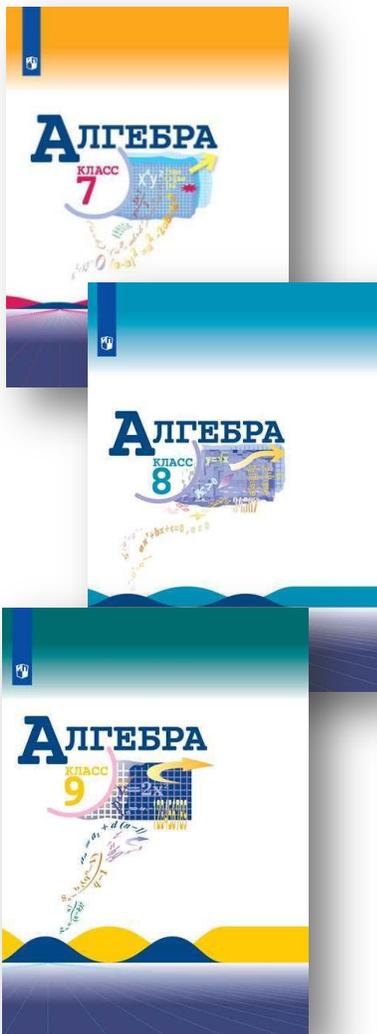
Для тех, кто хочет знать больше

36. Сложение и умножение вероятностей

Дополнительные упражнения к главе V

УМК Алгебра 7 – 9 Ю.Н. Макарычев и др.





Пример 3. В результате многократных наблюдений установили, что вероятность попадания в мишень одного стрелка равна 0,9, а другого — 0,8. Каждый из стрелков сделал по одному выстрелу по мишени. Какова вероятность того, что мишень будет поражена?

► Рассмотрим такие события:

A — первый стрелок попал в мишень;

B — второй стрелок попал в мишень;

C — мишень поражена.

События A и B независимые. Однако воспользоваться в этом случае умножением вероятностей нельзя, так как событие C наступает не только тогда, когда оба стрелка попали в мишень, но и тогда, когда в мишень попал хотя бы один из них. Поступим иначе. Рассмотрим события \bar{A} , \bar{B} и \bar{C} , противоположные соответственно событиям A , B и C . События \bar{A} и \bar{B} являются независимыми, так как промах при выстреле по мишени первого стрелка (событие \bar{A}) не зависит от непоражения мишени вторым стрелком (событие \bar{B}). Событие \bar{C} означает совместное появление событий \bar{A} и \bar{B} . Поэтому

$$P(\bar{C}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}).$$

Из свойства вероятностей противоположных событий вытекает, что

$$P(\bar{A}) = 1 - 0,9 = 0,1, \quad P(\bar{B}) = 1 - 0,8 = 0,2.$$

Отсюда получаем, что

$$P(\bar{C}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0,1 \cdot 0,2 = 0,02.$$

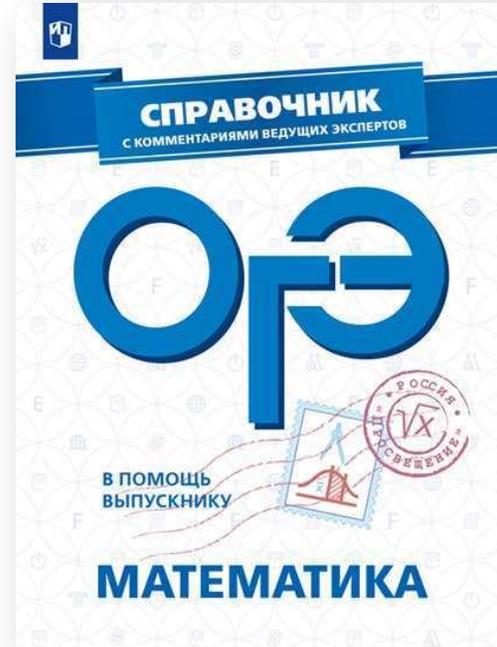
Так как события C и \bar{C} противоположные, то теперь несложно найти вероятность события C :

$$P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - 0,02 = 0,98.$$

Значит, вероятность того, что мишень будет поражена, равна 0,98. ◀



ОГЭ. Математика. 15 новых вариантов от "Просвещения". Шестаков С.А., Яценко И. В.

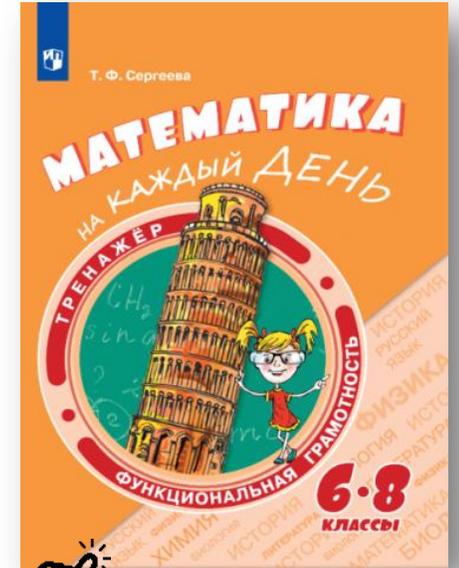
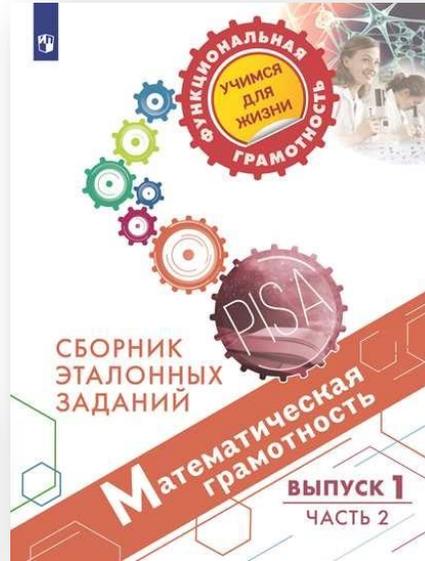
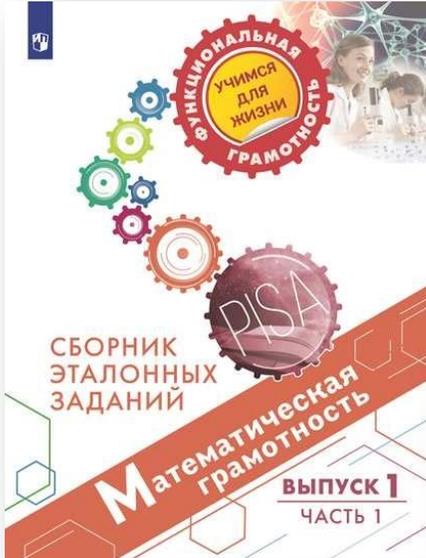


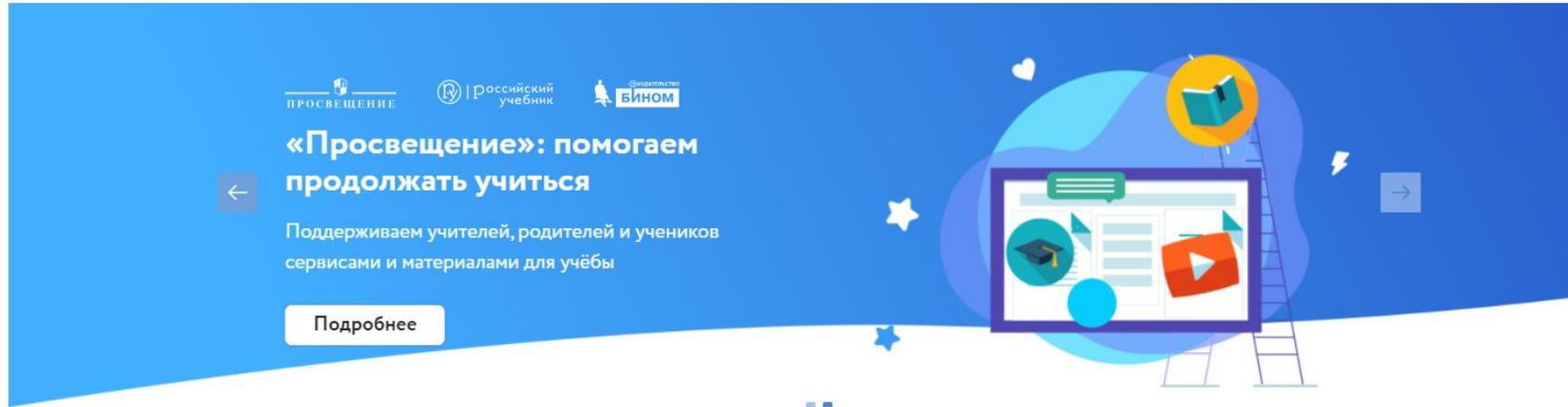
В помощь выпускнику. ОГЭ. Математика. Справочник с комментариями ведущих экспертов. Кузнецова Л. В., Суворова С. Б., Булычев В. А. и др.



Математика. Задания повышенного и высокого уровня сложности. Приемы и способы решения. Крайнева Л. Б.







Учителям

Школьникам

Родителям



Вебинары

Методические вебинары по актуальным темам



Конференции

Конференции с авторами, специалистами-практиками, экспертами



Рабочие программы

Методическое сопровождение урока: программы, разработки, наглядные материалы



Повышение квалификации

Курсы повышения квалификации с выдачей сертификата



Горячая линия поддержки

Методическая поддержка 24/7



Домашние задания

Интерактивные рабочие тетради с автоматической проверкой

- ▶ Портал, на котором собраны материалы в помощь учителям и родителям для организации обучения
- ▶ Консультации при выполнении домашних заданий в видеоформате
- ▶ Обмен лучшими практиками, их апробация и распространение в сотрудничестве с органами управления образованием

Статистика и комбинаторика в основной школе как средство мотивации школьников



 Состоялось 23 декабря в 12:30

Основные изменения в содержании математического образования с учётом нового ФГОС основного общего образования



 Состоялось 27 января в 14:00

Анализ новой примерной рабочей программы основного общего образования по математике (базовый уровень)



 Состоится 15 Февраля 2022 в 14:00

Особенности организации учебного процесса на уроках математики в условиях перехода на новый ФГОС основного общего образования



 Состоится 25 Февраля 2022 в 12:30

ЖЕЛАЮ ТВОРЧЕСКИХ УСПЕХОВ!

Отдел методической поддержки педагогов и ОО
Ведущий методист по математике **Зубкова Екатерина Дмитриевна**
Моб. телефон 8 (919) 839-05-78
E-mail: EZubkova@prosv.ru



Группа компаний «Просвещение»

Адрес: 127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3, подъезд 8, бизнес-центр «Новослободский»

Горячая линия: vopros@prosv.ru

Уважаемые коллеги!
Заинтересовавшие вас пособия вы можете приобрести

в нашем интернет-магазине



со скидкой 10% по промокоду

WEBPROSV