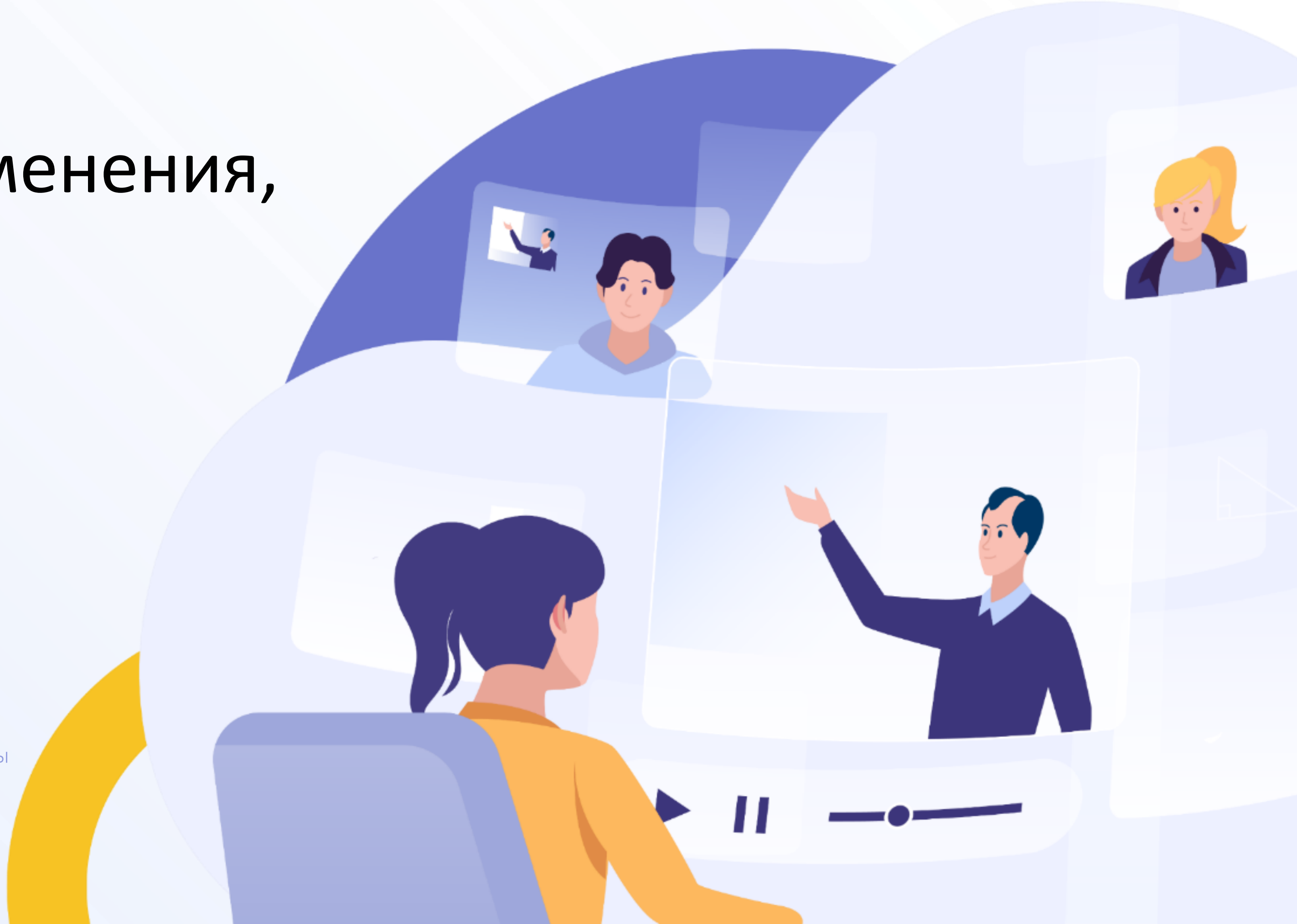
ПРОСВЕЩЕНИЕ
ОСНОВАНО В 1930

Всероссийская предметная неделя «ФГОС основного общего образования: анализируем изменения»

День учителя математики

Математика: анализируем изменения, планируем реализацию



29 марта 2022

Наши спикеры

Ященко
Иван Валериевич,
к.ф.-м н., научный руководитель центра педагогического мастерства города Москвы, руководитель федеральной комиссии разработчиков ЕГЭ по математике

Высоцкий
Иван Ростиславович,
начальник отдела развития содержания образования и педагогических измерений ГАОУ ДПО «Центр педагогического мастерства»

Рослова
Лариса Олеговна,
к.пед.н., заведующий лабораторией математического общего образования и информатизации, ФГБНУ «ИСРО РАО»

Мардахаева
Елена Львовна,
к.пед.н., автор УМК по алгебре «Лаборатория А. Г. Мордковича»

Вопросы Ященко Ивану Валериевичу:

- Математики одними из первых заявили о Концепции развития математического образовании, которая была Утверждена распоряжением Правительства 24 декабря 2013 г. Уже действовал Стандарт. Зачем нам два документа? Как эти два документа стыкуются?
- Повлияет ли введение обновлённого Стандарта на изменения ЕГЭ и ОГЭ по математике?
- Будут ли учтены интересы талантливых детей в новом Стандарте?

Вопросы Высоцкому Ивану Ростиславовичу:

- Зачем вероятность и статистика нужны современному школьнику?
- Каково назначение и место статистики и теории вероятностей в школе?
- Найдут ли отражение задания по вероятности во второй части КИМ ОГЭ и ЕГЭ?

Вопросы Рословой Ларисе Олеговне:

- В чём состоит инновация обновлённого Стандарта от того, по которому мы отработали почти 10 лет? Какие аспекты требований к результатам включены в стандарт?
- Какие сопутствующие документы идут рядом со Стандартом и необходимы педагогу в работе?
- Рабочая программа…Что такое рабочая программа сегодня?

  Нужно ли её писать педагогу? Как правильно читать примерную программу по математике?

Инновации ФГОС ООО («Математика»)

- Конкретизированы и структурированы результаты обучения: личностные, предметные и метапредметные
- Новое понимание базового и углубленного уровней изучения математики и соответствующее этому иное распределение между ними требований к математической подготовке выпускника основной школы
- Структура учебного предмета «Математика» включает 4 учебных курса
- Новый курс - «Вероятность и статистика»

ФГОС+ПООП+ПРП

- **ФГОС** (нормативный документ):

РЕЗУЛЬТАТЫ

конкретизированные результаты обучения на конец основной школы, предметные результаты описаны с использованием терминологии «владеть понятием/свободно владеть понятием»

- **ПООП** (методический документ):

РЕЗУЛЬТАТЫ + СОДЕРЖАНИЕ

конкретизированы для математики личностные и метапредметные результаты, предметные результаты + содержание (по годам обучения); «ножницы» между содержанием и результатами

- **ПРП** (методический документ):

РЕЗУЛЬТАТЫ + СОДЕРЖАНИЕ + ПЛАНИРОВАНИЕ

тематическое планирование с распределением учебного времени и основными видами деятельности обучающихся; контроль не фиксирован

Структура программы учебного предмета «Математика»

Пояснительная записка

- Общая характеристика учебного предмета «Математика»
- Цели и особенности изучения учебного предмета «Математика»
- Место учебного предмета «Математика» в учебном плане

Планируемые результаты освоения учебного предмета «Математика» на уровне основного общего образования:

- Личностные результаты
- Метапредметные результаты
- Предметные результаты (по курсам, по годам обучения)

Программы курсов (4 программы)

Планируемые результаты освоения учебного предмета «Математика»

Личностные результаты освоения программы

Пример:

Эстетическое воспитание: способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений; умению видеть математические закономерности в искусстве

Метапредметные результаты освоения программы

Пример: ***Регулятивные действия***

Самоорганизация: самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации

Курсы учебного предмета «Математика»

- «Математика» (5-6 классы)
- «Алгебра» (7-9 классы)
- «Геометрия» (7-9 классы)
- «Вероятность и статистика» (7-9 классы)

Структура программ курсов учебного предмета «Математика»

Цели изучения учебного курса

- Место учебного курса в учебном плане
- Предметные результаты освоения Примерной рабочей программы (по годам обучения)
- Содержание учебного курса (по годам обучения)
- Тематическое планирование учебного курса (по годам обучения)

Содержание и требования по годам обучения

- Некоторое снижение требований к освоению формальных элементов содержания программы и сложных понятий
- отказ от линейного принципа построения курса, например, пролонгирование изучения числовой линии в курс алгебры 7 класса
- временной зазор между распределенными по годам обучения содержанием и требованиями к овладению этим содержанием

Пример распределения по классам. Тема «Делимость»

Содержание

5 класс

Делители и кратные числа, разложение на множители. Простые и составные числа. Признаки делимости на 2, 5, 10, 3, 9. Деление с остатком.

6 класс

Делители и кратные числа; наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Делимость суммы и произведения. Деление с остатком.

Пример распределения по классам. Тема «Дроби»

Содержание

5 класс

Дроби

Представление о дроби как способе записи части величины. Обыкновенные дроби. Правильные и неправильные дроби. Смешанная дробь; представление смешанной дроби в виде неправильной дроби и выделение целой части числа из неправильной дроби. Изображение дробей точками на числовой прямой. Основное свойство дроби. Сокращение дробей. Приведение дроби к новому знаменателю. Сравнение дробей.

Сложение и вычитание дробей. Умножение и деление дробей; взаимно-обратные дроби. Нахождение части целого и целого по его части.

Десятичная запись дробей. Представление десятичной дроби в виде обыкновенной. Изображение десятичных дробей точками на числовой прямой. Сравнение десятичных дробей.

Арифметические действия с десятичными дробями. Округление десятичных дробей.

6 класс

Дроби

Обыкновенная дробь, основное свойство дроби, сокращение дробей. Сравнение и упорядочивание дробей. Решение задач на нахождение части от целого и целого по его части. Дробное число как результат деления. Представление десятичной дроби в виде обыкновенной дроби и возможность представления обыкновенной дроби в виде десятичной. Десятичные дроби и метрическая система мер. Арифметические действия и числовые выражения с обыкновенными и десятичными дробями.

Требования

5 класс

Числа и вычисления

- Понимать и правильно употреблять термины, связанные с натуральными числами, обыкновенными и десятичными дробями.
- Сравнивать и упорядочивать натуральные числа, сравнивать в простейших случаях обыкновенные дроби, десятичные дроби.
- Соотносить точку на координатной (числовой) прямой с соответствующим ей числом и изображать натуральные числа точками на координатной (числовой) прямой.
- Выполнять арифметические действия с натуральными числами, с обыкновенными дробями в простейших случаях.

6 класс

Числа и вычисления

- Знать и понимать термины, связанные с различными видами чисел и способами их записи, переходить (если это возможно) от одной формы записи числа к другой.
- Сравнивать и упорядочивать целые числа, обыкновенные и десятичные дроби, сравнивать числа одного и разных знаков.
- Выполнять, сочетая устные и письменные приёмы, арифметические действия с натуральными и целыми числами, обыкновенными и десятичными дробями, положительными и отрицательными числами.
- Вычислять значения числовых выражений, выполнять прикидку и оценку результата вычислений; выполнять преобразования числовых выражений на основе свойств арифметических действий.

Пример распределения по классам.
Тема «Делимость»

Содержание

7 класс

Числа и вычисления

Рациональные числа

Дроби обыкновенные и десятичные, переход от одной формы записи дробей к другой. Понятие рационального числа, запись, сравнение, упорядочивание рациональных чисел. Арифметические действия с рациональными числами. Решение задач из реальной практики на части, на дроби.

Степень с натуральным показателем: определение, преобразование выражений на основе определения, запись больших чисел.

Проценты, запись процентов в виде дроби и дроби в виде процентов. Три основные задачи на проценты, решение задач из реальной практики.

Применение признаков делимости, разложение на множители натуральных чисел.

Реальные зависимости, в том числе прямая и обратная пропорциональности.

Требования

7 класс

Числа и вычисления

- Выполнять, сочетая устные и письменные приёмы, арифметические действия с рациональными числами.
- Находить значения числовых выражений; применять разнообразные способы и приёмы вычисления значений дробных выражений, содержащих обыкновенные и десятичные дроби.
- Переходить от одной формы записи чисел к другой (преобразовывать десятичную дробь в обыкновенную, обыкновенную в десятичную, в частности в бесконечную десятичную дробь).
- Сравнивать и упорядочивать рациональные числа.
- Округлять числа.
- Выполнять прикидку и оценку результата вычислений, оценку значений числовых выражений.
- Применять признаки делимости, разложение на множители натуральных чисел.

Тематическое планирование

«Автор рабочей программы *вправе увеличить или уменьшить* предложенное число учебных часов на тему, чтобы углубиться в тематику, более заинтересовавшую учеников, или направить усилия на преодоление затруднений.

Допустимо также *локальное перераспределение* и перестановка элементов содержания *внутри данного класса*.

Количество проверочных работ (тематический и итоговый контроль качества усвоения учебного материала) и их тип (самостоятельные и контрольные работы, тесты) остаются на усмотрение учителя.

Также учитель вправе увеличить или уменьшить число учебных часов, отведённых на обобщение, повторение, систематизацию знаний обучающихся.

Единственным, но принципиально важным критерием, является достижение результатов обучения, указанных в настоящей программе.»

Пример реализации в учебнике. 5 класс

Примерная рабочая программа		Учебник под ред. Г.В.Дорофеева и И.Ф. Шарыгина	
Натуральные числа. Действия с натуральными числами	43 ч	Глава 1. Линии	8 ч
		Глава 2. Натуральные числа	10 ч
		Глава 3. Действия с натуральными числами	18 ч
Наглядная геометрия: Линии на плоскости	12 ч	Глава 4. Использование свойств действий при вычислениях	10 ч
		Глава 5. Углы и многоугольники	7 ч
		Глава 6. Делимость чисел	10 ч
Обыкновенные дроби	48 ч	Глава 7. Дроби	17 ч
		Глава 8. Действия с дробями	31 ч
Наглядная геометрия: Многоугольники	10 ч	Глава 9. Треугольники и четырёхугольники	9 ч
Десятичные дроби	38 ч	Глава 10. Десятичные дроби и действия с ними	25 ч
Наглядная геометрия: Тела и фигуры в пространстве	9 ч	Глава 11. Многогранники	9 ч
		Глава 12. Таблицы и диаграммы	6 ч
Повторение	10 ч	Повторение	10 ч

Тематическое планирование

- Формирование **функциональной математической грамотности**: *Решать задачи из реальной жизни, применять математические знания для решения задач из других предметов*
- **Итоговое обобщение и систематизация** в конце каждого года, большой блок в 9 классе, в частности, для подготовки к ГИА, обращаться можно и в течение года.
- **Практические работы**

Тематическое планирование

Виды деятельности

<u>Предметные:</u>

- Осваивать понятия, способы, Изучать свойства, Решать задачи,
- Вычислять, строить, изображать, измерять, Распознавать, Записывать формулу, выражение, Формулировать и применять правило, алгоритм, Сравнивать и упорядочивать

<u>Метапредметные:</u>

- Решать задачи разными способами, Сравнивать, выбирать, предлагать и обсуждать способы решения задачи, алгоритмы, Осуществлять самоконтроль и самопроверку,
- Находить экспериментальным путем, Моделировать, Конструировать,
- Наблюдать и анализировать, Выявлять сходства и различия,
- Иллюстрировать, Приводить примеры, контрпримеры
- Исследовать, Выдвигать гипотезы, Обосновывать, опровергать,
- Знакомиться с историей развития математики,
- Применять цифровые ресурсы

Вопрос Мардахаевой Елене Львовне:

Основная стратегическая цель российского образования – воспитание успешного поколения граждан страны.

Ключевое слово «воспитание»! А значит школа делает акцент на подходах в обучении прежде всего на личностно-ориентированное обучение каждого ребёнка, которое учитывает его особенности (и физические, и психологические, и умственные) и способствует развитию его как индивидуальной личности, развивает таланты.

Как эта концепция отразилась в обновлённом Стандарте и Примерной рабочей программе?

Федеральный закон от 31 июля 2020 г. № 304-ФЗ

ПРОСВЕЩЕНИЕ
ОСНОВАНО В 1930

"О внесении изменений в Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" по вопросам воспитания обучающихся"

"Статья 12.1. Общие требования к организации воспитания обучающихся

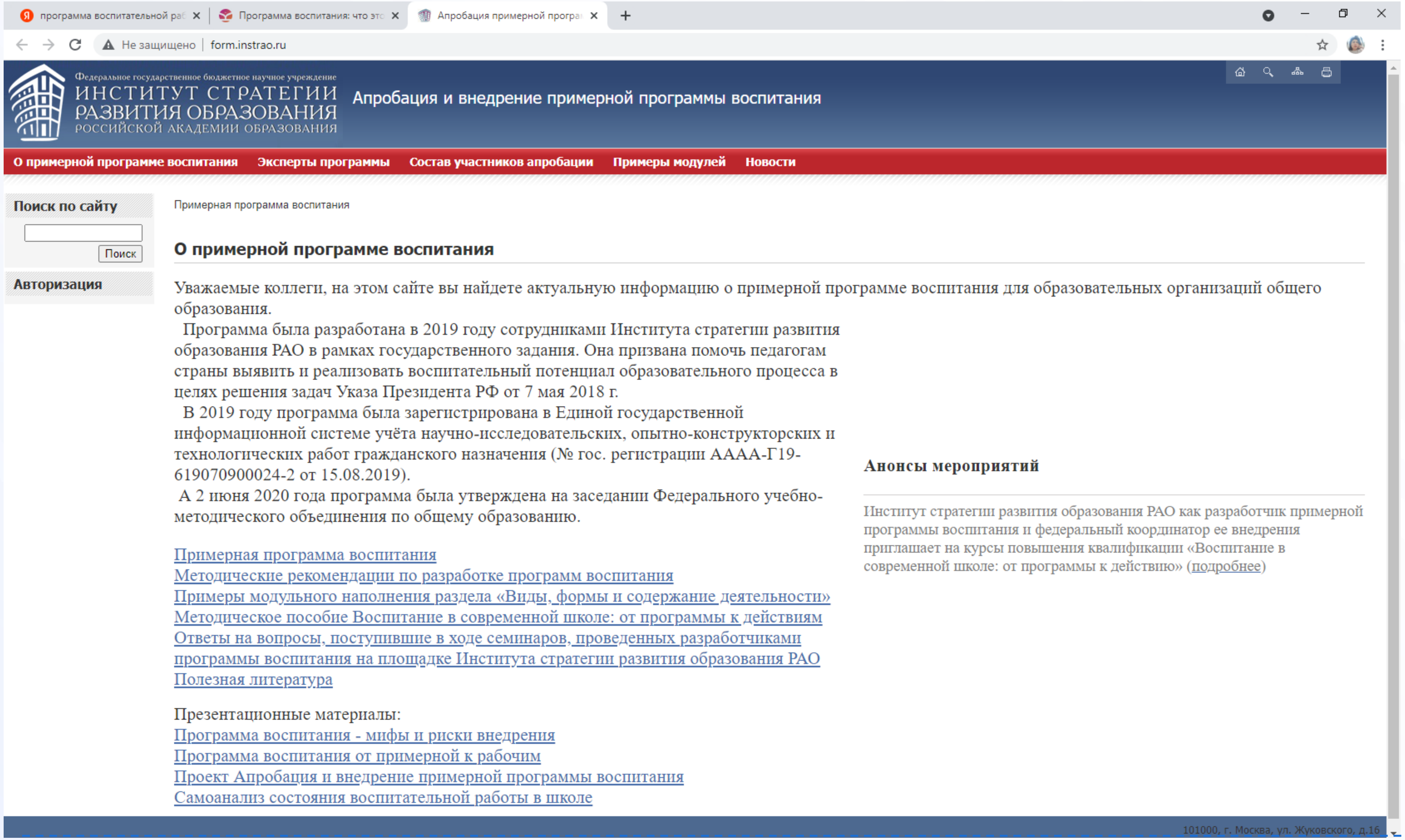
1. Воспитание обучающихся при освоении ими основных образовательных программ в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, осуществляется на основе включаемых в образовательную программу рабочей программы воспитания и календарного плана воспитательной работы, разрабатываемых и утверждаемых такими организациями самостоятельно, если иное не установлено настоящим Федеральным законом.

Принят Государственной Думой 22 июля 2020 года

Одобрен Советом Федерации 24 июля 2020 года

Программа воспитания

ПРОСВЕЩЕНИЕ
ОСНОВАНО В 1930


программа воспитательной ра
Программа воспитания: что это
Апробация примерной програ
Не защищено | form.instrao.ru

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

Апробация и внедрение примерной программы воспитания

О примерной программе воспитания | Эксперты программы | Состав участников апробации | Примеры модулей | Новости

Поиск по сайту

Поиск

Авторизация

Примерная программа воспитания

О примерной программе воспитания

Уважаемые коллеги, на этом сайте вы найдете актуальную информацию о примерной программе воспитания для образовательных организаций общего образования.

Программа была разработана в 2019 году сотрудниками Института стратегии развития образования РАО в рамках государственного задания. Она призвана помочь педагогам страны выявить и реализовать воспитательный потенциал образовательного процесса в целях решения задач Указа Президента РФ от 7 мая 2018 г.

В 2019 году программа была зарегистрирована в Единой государственной информационной системе учёта научно-исследовательских, опытно-конструкторских и технологических работ гражданского назначения (№ гос. регистрации АААА-Г19-619070900024-2 от 15.08.2019).

А 2 июня 2020 года программа была утверждена на заседании Федерального учебно-методического объединения по общему образованию.

Примерная программа воспитания
Методические рекомендации по разработке программ воспитания
Примеры модульного наполнения раздела «Виды, формы и содержание деятельности»
Методическое пособие Воспитание в современной школе: от программы к действиям
Ответы на вопросы, поступившие в ходе семинаров, проведенных разработчиками программы воспитания на площадке Института стратегии развития образования РАО
Полезная литература

Презентационные материалы:
Программа воспитания - мифы и риски внедрения
Программа воспитания от примерной к рабочим
Проект Апробация и внедрение примерной программы воспитания
Самоанализ состояния воспитательной работы в школе

Анонсы мероприятий

Институт стратегии развития образования РАО как разработчик примерной программы воспитания и федеральный координатор ее внедрения приглашает на курсы повышения квалификации «Воспитание в современной школе: от программы к действию» (подробнее)

101000, г. Москва, ул. Жуковского, д.16

Программа воспитания

Особенности воспитательного процесса.
Описываются обучающиеся данной образовательной организации, значимые социальные партнеры, обстановка в районе, важные воспитательные традиции в школе.

Цели и задачи воспитания.
Указываются, к чему стремится школа, организуя воспитательный процесс. При этом цели и задачи воспитания должны отличаться для детей разного возраста.

Виды, формы и содержание деятельности.
Прописываются воспитательные мероприятия, которые разбиваются по модулям: инвариантным и вариативным.
Инвариантные – «Классное руководство», «Школьный урок», «Курсы внеурочной деятельности», «Работа с родителями» и «Профориентация».
Вариативные зависят от конкретной школы, например, «Школьные медиа», «Детские общественные объединения», «Ключевые общешкольные дела» и др.

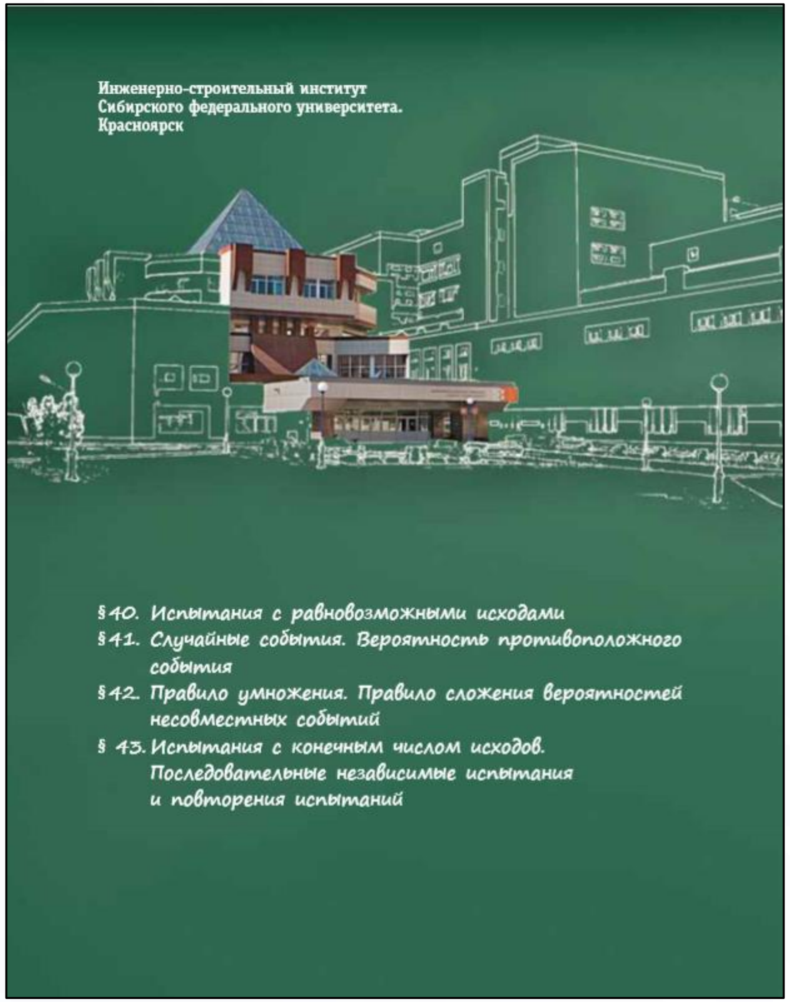
Модуль «Школьный урок»

ПРОСВЕЩЕНИЕ
ОСНОВАНО В 1930

- установление доверительных отношений между учителем и его учениками;
- побуждение школьников соблюдать на уроке общепринятые нормы поведения, правила общения со старшими и сверстниками, принципы учебной дисциплины и самоорганизации;
- привлечение внимания школьников к ценностному аспекту изучаемых на уроках явлений, организация их работы с получаемой на уроке социально значимой информацией;
- использование воспитательных возможностей содержания предмета;
- применение на уроке интерактивных форм работы учащихся: интеллектуальных игр, стимулирующих познавательную мотивацию школьников; дидактического театра;
- организация шефства мотивированных и эрудированных учащихся над их неуспевающими одноклассниками;
- инициирование и поддержка исследовательской деятельности школьников в рамках реализации ими индивидуальных и групповых исследовательских проектов.

– привлечение внимания школьников к ценностному аспекту изучаемых на уроках явлений, организация их работы с получаемой на уроке социально значимой информацией

ПРОСВЕЩЕНИЕ
ОСНОВАНО В 1930



– привлечение внимания школьников к ценностному аспекту изучаемых на уроках явлений, организация их работы с получаемой на уроке социально значимой информацией

ПРОСВЕЩЕНИЕ
ОСНОВАНО В 1930

1.16. Для приготовления смеси сухофруктов на компот берут сушёные яблоки и груши в равном соотношении. Свежие яблоки при сушке теряют 80 % своей массы, а груши — 75 %. Сколько нужно взять свежих фруктов, чтобы получить 1 кг смеси?

1.17. На банковский счёт 1 февраля 2017 г. сроком на 3 года положили 100 000 р. под 10 % годовых. Ежегодно 31 января банк на счёт добавляет начисленные проценты. Какую сумму получит вкладчик по истечении срока 1 февраля 2020 г.?

1.18. Вера может набрать лукошко ягод за 40 мин, а Таня — за 1 ч. За сколько минут девочки наберут такое лукошко, если будут собирать ягоды вместе?

1.19. В городе М цена 1 м^3 холодной воды составляет 30,87 р., а горячей — 120,82 р. Сколько рублей надо заплатить за воду в сентябре, если израсходовано 6 м^3 холодной воды и 8 м^3 горячей воды?

1.20. Для населения с 1 июля 2017 г. установлены следующие цены на услуги горячего и холодного водоснабжения.

	Однотарифный режим		Двухтарифный режим	
	Холодная вода	Горячая вода	Холодная вода	Горячая вода
Цена за 1 м^3	33,03 р.	130,27 р.	День — 33,31 р. Ночь — 13,22 р.	День — 151,11 р. Ночь — 52,25 р.
Показания счётчика на начало месяца	299,319 м^3	201,471 м^3	День — 239,459 м^3 Ночь — 49,864 м^3	День — 161,176 м^3 Ночь — 40,295 м^3
Показания счётчика на конец месяца	306,829 м^3	203,771 м^3	День — 245,463 м^3 Ночь — 51,366 м^3	День — 163,016 м^3 Ночь — 40,755 м^3
Стоимость				

По данным, приведённым в таблице, определите, какой тариф окажется для семьи более выгодным. В ответе укажите стоимость воды (в рублях) по этому тарифу.

13

б) Велосипедист рассчитывал проехать по маршруту BC за 2 ч. Однако, когда до пункта C оставалось 6 км, из-за встречного ветра он снизил скорость на 3 км/ч и прибыл в пункт C на 6 мин позже, чем рассчитывал. Чему равна длина маршрута BC?

37.3. а) Велосипедист проехал 96 км на 2 ч быстрее, чем предполагал. При этом за каждый час он проезжал на 1 км больше, чем намеревался проезжать за 1 ч 20 мин. С какой скоростью ехал велосипедист?
б) Расстояние между городами 44 км. Из этих городов навстречу друг другу вышли одновременно два пешехода и встретились через 4 ч. Если бы первый вышел на 44 мин раньше второго, то их встреча произошла бы в середине пути. С какой скоростью шёл каждый пешеход?

37.4. а) Моторная лодка прошла по течению реки 6 км, затем по озеру 10 км, затратив на весь путь 1 ч. С какой скоростью она шла по озеру, если скорость течения реки равна 3 км/ч?
б) Расстояние 21 км катер проходит по течению реки на 0,4 ч быстрее, чем против течения. Определите собственную скорость катера, если известно, что скорость течения реки равна 3 км/ч.

37.5. а) Прогулочный теплоход отправился от пристани B вниз по течению реки. После получасовой стоянки в A он отправился обратно и через 8 ч после отплытия из B вернулся к той же пристани. Какова собственная скорость теплохода, если расстояние между пристанями A и B равно 36 км, а скорость течения реки равна 2 км/ч?
б) Лодка прошла 3 км по течению реки и 3 км против течения реки за то же время, за которое плот мог бы проплыть 4 км по течению. Собственная скорость лодки равна 6 км/ч. Найдите скорость течения реки.

37.6. а) Колонна одинаковых автомашин должна перевезти со склада в речной порт 60 т груза. В связи с неблагоприятной погодой на каждую машину пришлось грузить на 0,5 т груза меньше, чем предполагалось, и поэтому колонну дополнили ещё четырьмя такими же машинами. Сколько машин было задействовано в перевозке груза?
б) Два поля имеют общую площадь 20 га. С первого поля собрали 550 т, а со второго 540 т картофеля. Сколько тонн картофеля собрали с 1 га каждого поля, если с 1 га первого поля собрали на 10 т меньше, чем с 1 га второго поля?

295

§ 35. Прогрессии и банковские расчёты

Начнём с рассмотрения следующей ситуации. Клиент пришёл в банк, чтобы открыть вклад на сумму a р. на n лет под p % годовых. Ему предложили два варианта: либо снимать проценты по вкладу в конце каждого года хранения, либо забрать вклад вместе с процентами в конце срока хранения. Как поступить клиенту, чтобы в долгосрочной перспективе выиграть?

В первом случае при $n = 1$ клиент получит $\left(a + \frac{p}{100} \cdot a\right)$ р., при $n = 2$ итоговая сумма составит $\left(a + \frac{2p}{100} \cdot a\right)$ р., при $n = 3$: $\left(a + \frac{3p}{100} \cdot a\right)$ р. и т. д. Математическая модель ситуации — конечная арифметическая прогрессия

$$a,\ a + \frac{p}{100} \cdot a,\ a + \frac{2p}{100} \cdot a,\ a + \frac{3p}{100} \cdot a,\ \ldots,\ a + \frac{np}{100} \cdot a.$$

Итак, при первом варианте, закрывая вклад в конце срока хранения, клиент получит $a\left(1 + \frac{np}{100}\right)$ р. — это так называемая *формула простых процентов*.

Если клиент решил прийти в банк только в конце срока хранения вклада, то при $n = 1$ получаемая сумма составит, как и в первом случае, $a + \frac{p}{100} \cdot a$, т. е. $a\left(1 + \frac{p}{100}\right)$ р.; сумма вклада увеличилась в $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$ раз. Во столько же раз она увеличится и к концу второго года хранения, и к концу третьего года хранения и т. д. Математическая модель ситуации — конечная геометрическая прогрессия

$$a,\ a\left(1 + \frac{p}{100}\right),\ a\left(1 + \frac{p}{100}\right)^2,\ a\left(1 + \frac{p}{100}\right)^3,\ \ldots,\ a\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n.$$

Итак, при втором варианте, закрывая вклад в конце срока хранения, клиент получит $a\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ р. — это так называемая *формула сложных процентов*.

290

— использование воспитательных возможностей содержания предмета

— организация шефства мотивированных и эрудированных учащихся над их неуспевающими одноклассниками

ПРОСВЕЩЕНИЕ
ОСНОВАНО В 1930

33.5. Найдите сумму первых n членов геометрической прогрессии (b_n), если:

а) $b_1 = 6$, $b_3 = 54$, $n = 5$; б) $b_1 = \frac{5}{12}$, $b_3 = \frac{1}{60}$, $n = 4$.

33.6. Найдите число членов геометрической прогрессии (b_n), если:

а) $b_1 = 3$, $q = 2$, $S_n = 189$; в) $b_1 = \frac{1}{5}$, $q = 2$, $S_n = 51$;

б) $b_1 = -1$, $q = \frac{1}{2}$, $S_n = -2\frac{1}{16}$; г) $b_1 = 6$, $q = 3$, $S_n = 480$.

33.7. Найдите сумму первых n членов геометрической прогрессии (b_n), если:
а) $b_7 = 16$, $b_9 = 32$ $(q > 0)$, $n = 8$;
б) $b_6 = 4$, $b_9 = -8\sqrt{2}$, $n = 6$;
в) $b_5 = -1$, $b_7 = -\frac{1}{3}$ $(q < 0)$, $n = 6$;
г) $b_4 = 3\sqrt{3}$, $b_7 = 27$, $n = 4$.

33.8. Выведите формулу суммы квадратов первых n членов геометрической прогрессии (b_n).

33.9. (Старинная задача.) Однажды богач заключил выгодную, как ему казалось, сделку с человеком, который целый месяц ежедневно должен был приносить по 100 тыс. р., а взамен в первый день месяца богач должен был отдать 1 к. (копейку), во второй — 2 к., в третий — 4 к., в четвёртый — 8 к. и т. д. в течение 30 дней. Сколько денег получил богач и сколько он отдал? Кто оказался с прибылью в этой сделке?

33.10. Докажите, что в конечной геометрической прогрессии, имеющей чётное число членов, отношение суммы членов, стоящих на чётных местах, к сумме членов, стоящих на нечётных местах, равно знаменателю прогрессии.

Упражнения для повторения

33.11. Имелось два куска латуни (сплав меди с цинком), в первом из которых было 50 % меди, во втором — 60 % меди. Когда их сплавили вместе, получился кусок латуни массой 1 кг с содержанием меди 56 %. Найдите массы исходных кусков латуни.

15.10. а) При каких значениях параметра p неравенство

$$(p - 1)x^2 + 2px + 4p > 0$$

верно при всех значениях x?
б) При каких значениях параметра p неравенство

$$(p - 3)x^2 - 2px - 4 > 0$$

не имеет решений?

ИКТ **15.11.** а) Найдите все значения параметра p, при которых в множестве решений неравенства $(p - 2)x + 2p - x^2 \geqslant 0$ содержатся ровно четыре целых числа.
б) Найдите все значения параметра p, при которых в множестве решений неравенства $(p - 2)x + 2p - x^2 \geqslant 0$ содержится единственное целое значение.

ИКТ **15.12.** Дано неравенство $(x + 4)(x - p) \leqslant 0$. Найдите все значения параметра p, при которых:
а) отрезок $[-4; 7]$ является решением данного неравенства;
б) для всех точек отрезка $[-4; 7]$ выполняется данное неравенство;
в) данное неравенство выполняется хотя бы для одной точки отрезка $[-4; 7]$;
г) на отрезке $[-4; 7]$ находятся все решения данного неравенства.

15.13. Дано неравенство $\frac{x - p}{x + 3} < 0$. Найдите все значения параметра p, при которых:
а) интервал $(-3; 7)$ является решением данного неравенства;

Условные обозначения

24.13. Задачи базового уровня сложности

24.14. Задачи повышенного уровня сложности

24.15. Задачи высокого уровня сложности

ИКТ Материал может быть рассмотрен с помощью ИКТ-средств

Упражнения с общим заданием
10.11
10.12

Окончание доказательства теоремы

Окончание решения примера

Знаком * отмечен дополнительный материал.

9. Какие из приведённых равенств являются тождествами?

а) $\sqrt{72a^3b^4} = 6ab^2\sqrt{2a}$ в) $-4ab\sqrt{3ab} = \sqrt{48a^3b^3}$

б) $\sqrt{a^3b} = \sqrt{a^3}\sqrt{b}$ г) $\sqrt{ab^3} = |b|\sqrt{ab}$

10. Найдите значение выражения $\sqrt{6 - 4\sqrt{2}} + 0{,}5\sqrt{8}$.

Дополнительные задачи

1. Вычислите:
а) $\sqrt{1\frac{22}{25} - 0{,}44}$;
б) $\sqrt{1\frac{19}{25} + 1{,}13}$;
в) $\sqrt{361} - \sqrt{225}$;
г) $\sqrt{2{,}56} + \sqrt{289}$;
д) $\sqrt{0{,}0121} + \sqrt{1{,}21}$;
е) $\sqrt{5{,}29} - \sqrt{67\,600}$.

2. Найдите значение числового выражения или объясните, почему такого значения не существует:

а) $\sqrt{8 + \sqrt{289}}$; г) $\sqrt{\sqrt{441} - 17}$;

б) $\sqrt{8 - \sqrt{289}}$; д) $\sqrt{\sqrt{2018} - 218}$;

в) $\sqrt{\sqrt{169} - 9}$; е) $\sqrt{(\sqrt{225} + 35)(\sqrt{225} - 13)}$.

При каких значениях переменной имеет смысл выражение?

3. а) $\sqrt{a}$; в) $\sqrt{2 - c}$; д) $\frac{\sqrt{b - 1}}{b - 2}$;

б) $\sqrt{b - 1}$; г) $\frac{\sqrt{a}}{a - 1}$; е) $\frac{\sqrt{c + 1}}{\sqrt{2 - c}}$.

4. а) $\sqrt{a^3}$; в) $\sqrt{-c^5}$; д) $\sqrt{\left(x\sqrt{x}\right)^{-1}}$;

б) $\sqrt{b^{-1}}$; г) $\sqrt{-d^{-6}}$; е) $\sqrt{\left(y\sqrt{y^2}\right)^{-1}}$.

– использование воспитательных возможностей содержания предмета

– инициирование и поддержка исследовательской деятельности школьников в рамках реализации ими индивидуальных и групповых исследовательских проектов

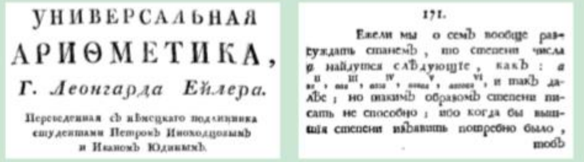
Из истории математики

В 7-м классе вы начали изучать алгебру. Почти на каждой странице учебника алгебры вы много раз встречаете буквенные, алгебраические выражения. А вот числовые выражения встречаются реже. В учебниках математики предыдущих классов соотношение было другим. В записи задач и примеров (особенно в начальной школе) использовались только числа, а буквенные выражения если и попадались, то очень простые.

Такое изменение не случайно. Переход от числовых выражений к алгебраическим в учебниках по математике вкратце повторяет всю историю развития и математики, и вообще всех естественных наук. В том современном математическом языке, на котором сегодня пишут и читают научные работы и учебники, стало существенно меньше слов, но заметно больше формул, цепочек равенств, уравнений и т. п.

Так было далеко не всегда. Более того, так стало сравнительно недавно. Пожалуй, только за два-три последних столетия, т. е. не более чем за 10 % всего времени существования современной цивилизации. Примерно до середины XVII в. в трактатах, манускриптах и учебниках в основном обходились обычным «разговорным» текстом, рисунками и конкретными числами или символами, обозначающими конкретные числа. Общие правила и теоремы формулировались словесно, а их (не геометрические) обоснования ограничивались рассуждениями на числовых примерах.

Возникновение привычной нам символики для степеней с натуральным показателем имеет весьма долгую историю. Например, на рубеже XV—XVI вв. в Европе x^4 могли записывать как *ce. ce.* (*censodecenso*), x^5 — как β, x^6 — как *cub* $\tilde{q}$ d^{u}, а x^7 — как $2^{0}r^{0}$ или $\frac{0}{2}$*rel*.




Рене Декарт


Леонард Эйлер

Впрочем, основные свойства степеней ($x^2x^3 = x^5$, $(x^2)^3 = x^6$ и т. п.) к тому времени использовались уже широко и устойчиво. Позже выпускались и специальные таблицы перевода одних наименований в другие.

Введение универсального ныне обозначения a^n и его использование принадлежит Рене Декарту (1596—1650). Впрочем, вплоть до начала XIX в. вместо a^2, x^3 часто писали *aa*, *xxx*. Например, так делал Леонард Эйлер (1707—1783) (см. изображение из учебника 1768 г. на с. 64).

Дополнительные задачи

1. Найдите трёхзначное число, сумма цифр которого равна 12 и при этом:
   а) первая цифра меньше второй и третьей, которые равны между собой;
   б) вторая цифра равна первой, которая в два раза меньше третьей;
   в) вторая цифра равна третьей, которая на 6 меньше первой;
   г) первая цифра на 1 больше второй, а третья на 2 больше их суммы;
   д) вторая цифра на 3 больше третьей, которая на 3 больше первой;
   е) все цифры разные, а сумма первой и третьей цифр в три раза больше второй цифры.
2. Найдите трёхзначное число, произведение цифр которого равно 24 и при этом:
   а) вторая цифра на 1 больше третьей, которая на 1 больше первой;
   б) первая цифра на 7 меньше третьей, которая на 5 больше второй;
   в) вторая и третья цифры равны между собой;
   г) первая цифра на 3 больше второй и на 2 меньше третьей;
   д) третья цифра в 4 раза больше первой и в полтора раза меньше второй;
   е) сумма первой и второй цифр равна квадрату их среднего арифметического, а третья цифра равна его кубу.
3. Сумма первого числа, удвоенного второго числа и утроенного третьего числа равна 30, а сумма третьего числа, удвоенного второго числа и утроенного первого числа равна 10. Найдите эти числа, если известно, что:
   а) третье число равно 4;
   б) второе число равно −5;
   в) первое число равно второму числу;
   г) второе число на 3 больше первого;
   д) третье число равно сумме первого и второго чисел;
   е) сумма всех чисел равна 16.
4. Третье число равно сумме первого и второго чисел, а первое число равно удвоенной сумме второго и третьего чисел. Найдите эти числа, если известно, что:
   а) первое число равно 10;
   б) второе число равно −10;
   в) первое число на 3 больше второго числа;

— использование воспитательных возможностей содержания предмета

— организация шефства мотивированных и эрудированных учащихся над их неуспевающими одноклассниками

ПРОСВЕЩЕНИЕ
ОСНОВАНО В 1930

Итак, в главе 1

Познакомились с новыми терминами математического языка:
— подмножество, дополнение множества, объединение и пересечение множеств;
— круги Эйлера;
— бесконечная десятичная периодическая дробь (рациональное число);
— бесконечная десятичная непериодическая дробь (иррациональное число);
— числовая прямая;
— квадратный корень из неотрицательного числа, подкоренное выражение;
— линейное неравенство с одной переменной;
— равносильные неравенства, равносильные преобразования неравенств;
— неравенства одинакового смысла, неравенства противоположного смысла;
— система неравенств;
— приближённое значение действительного числа по недостатку, по избытку;
— округление числа;
— абсолютная и относительная погрешность приближения.

Ввели несколько новых обозначений:
$\boldsymbol{N}$ — множество натуральных чисел;
$\boldsymbol{Z}$ — множество целых чисел;
$\boldsymbol{Q}$ — множество рациональных чисел;
$\boldsymbol{R}$ — множество действительных чисел;
$x \in X$ — элемент x принадлежит множеству X;
$x \notin X$ — элемент x не принадлежит множеству X;
$B \subset A$ — множество B есть подмножество множества A;
$A \cap B$ — пересечение множеств A и B;
$A \cup B$ — объединение множеств A и B;
$A \setminus B$ — дополнение множества A (в случае, когда $B \subset A$);
$\sqrt{a}$ — квадратный корень из неотрицательного числа $a \geqslant 0$; запись $\sqrt{a} = b$ означает, что $b \geqslant 0$ и $b^2 = a$.

Сформулировали ряд свойств числовых неравенств:
— если $a > b$, $b > c$, то $a > c$;

— если $a > b$, $b > c$, то $a + c > b + c$;
— если $a > b$, $m > 0$, то $am > bm$;
— если $a > b$, $m < 0$, то $am < bm$;
— если $a > b$, то $-a < -b$;
— если $a > b$, $c > d$, то $a + c > b + d$;
— если $a > b > 0$, $c > d > 0$, то $ac > bd$;
— если $a > b > 0$, $n \in \boldsymbol{N}$, то $a^n > b^n$.

Выяснили, какие преобразования являются равносильными при решении неравенств.

Определили понятие модуля действительного числа, познакомились со свойствами модуля и с его геометрическим смыслом.

Изучили новую математическую модель — функцию $y = |x|$ (свойства и график).

Вопросы

1. Приведите примеры множества и его подмножества.
2. Что называют дополнением множества? Приведите примеры дополнения множества.
3. Что называют пересечением двух множеств?
4. Что называют объединением двух множеств?
5. Что такое бесконечная периодическая дробь? Что называют периодом бесконечной десятичной периодической дроби?
6. Сформулируйте определение квадратного корня из неотрицательного числа.
7. Что является геометрической моделью множества действительных чисел?
8. Что такое линейное неравенство?
9. Что значит решить неравенство с переменной?
10. Сформулируйте правила решения неравенства с переменной.
11. Какие неравенства называют равносильными?
12. Что называют системой неравенств?
13. Что является решением системы неравенств?
14. Сформулируйте определение модуля действительного числа.
15. Чему равно расстояние между точками a и b числовой прямой?
16. Сформулируйте правило округления действительного числа.
17. Что такое абсолютная погрешность приближения?
18. Что такое относительная погрешность приближения?

Тест

1. Укажите подмножество множества натуральных чисел.
а) $A = \{3;\ 3{,}1;\ \pi\}$ в) $C = \{1;\ \sqrt{2};\ 2\}$
б) $B = \{0;\ 1;\ 2\}$ г) $D = \{2;\ 4;\ 6\}$
2. Даны множества $A = (-4;\ 5)$, $B = [-1;\ 5]$. Укажите верные высказывания.
1) $A \setminus B = (-4;\ -1)$ 3) $A \cup B = (-4;\ 5]$
2) $B \subset A$ 4) $A \cap B = [-1;\ 5)$
3. Переведите обыкновенную дробь $\frac{8}{15}$ в десятичную.
4. В каком из пунктов «а»—«г» указана дробь, равная 0,0(3)?
а) $\frac{3}{100}$ б) $\frac{1}{3}$ в) $\frac{1}{30}$ г) $\frac{1}{33}$
5. Установите соответствие между квадратным корнем из числа и его значением.
А. $\sqrt{1{,}96}$ Б. $\sqrt{\sqrt{0{,}0625}}$ В. $\sqrt{1\frac{11}{25}}$
1) $\frac{1}{2}$ 2) 1,2 3) $1\frac{2}{5}$
6. В каких из пунктов «а»—«г» указаны иррациональные числа?
а) $\sqrt{4}$ б) $\sqrt{6}$ в) 0,142857142... г) $\frac{\pi}{3}$
7. Укажите неверное утверждение.
1) Если $a < b$ и $c > b$, то $a - c < 0$.
2) Если $a < b$, то $-b < -a$.
3) Если $a < b$, $n \neq 0$, то $a^n > b^n$.
4) Если $a < b$, $d > c$, то $a - b + c - d < 0$.
8. Решите неравенство $6 - 11y \geqslant -5(y - 1)$.
а) $y \leqslant 6$ б) $y \geqslant \frac{1}{6}$ в) $y \leqslant \frac{1}{6}$ г) $y \leqslant -\frac{1}{6}$
9. Решите уравнение $|x + 8| = 3$.

Контактная информация

Мардахаева Елена Львовна

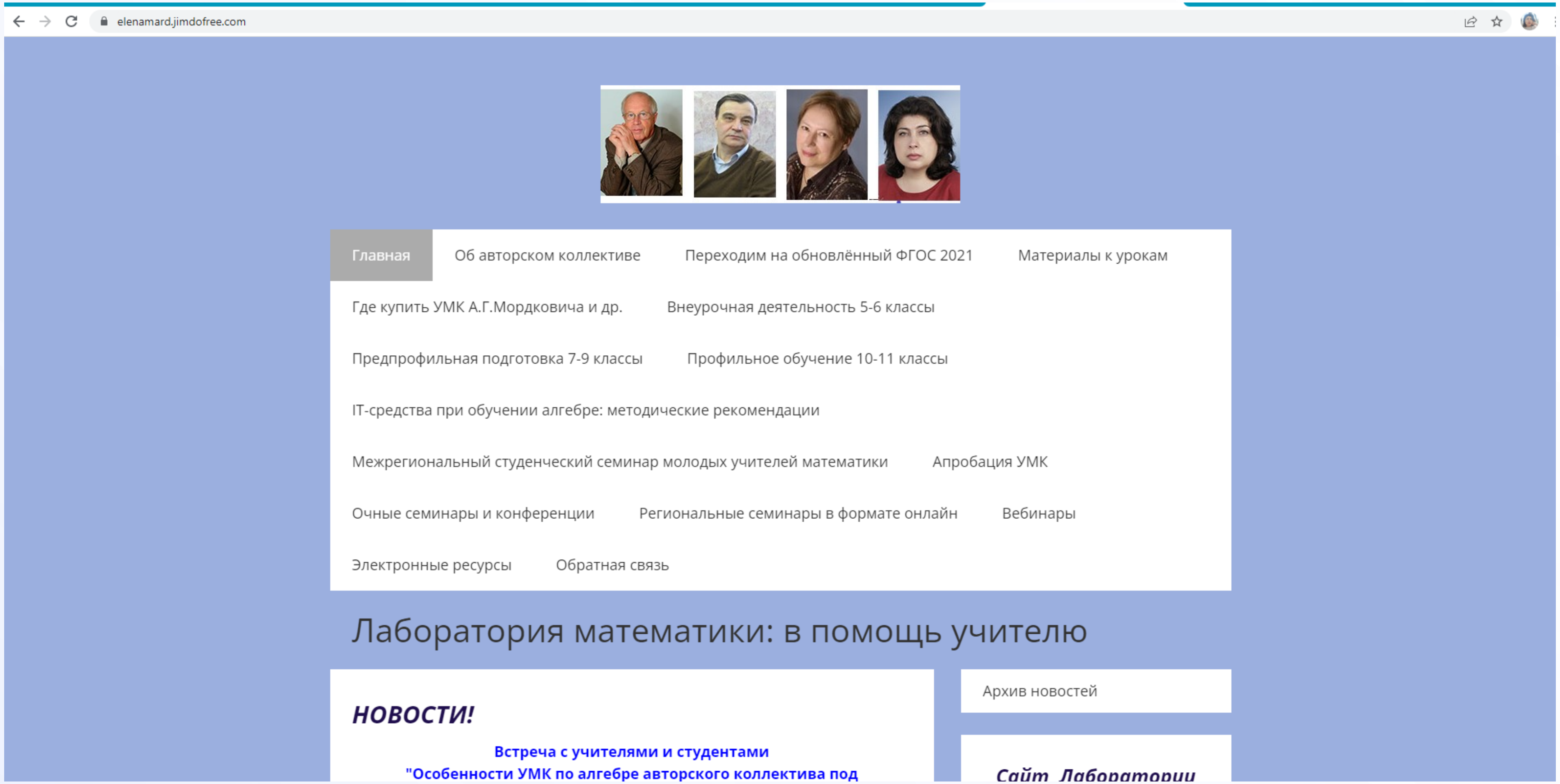
Адрес обратной связи:

kaf.matematika@gmail.com

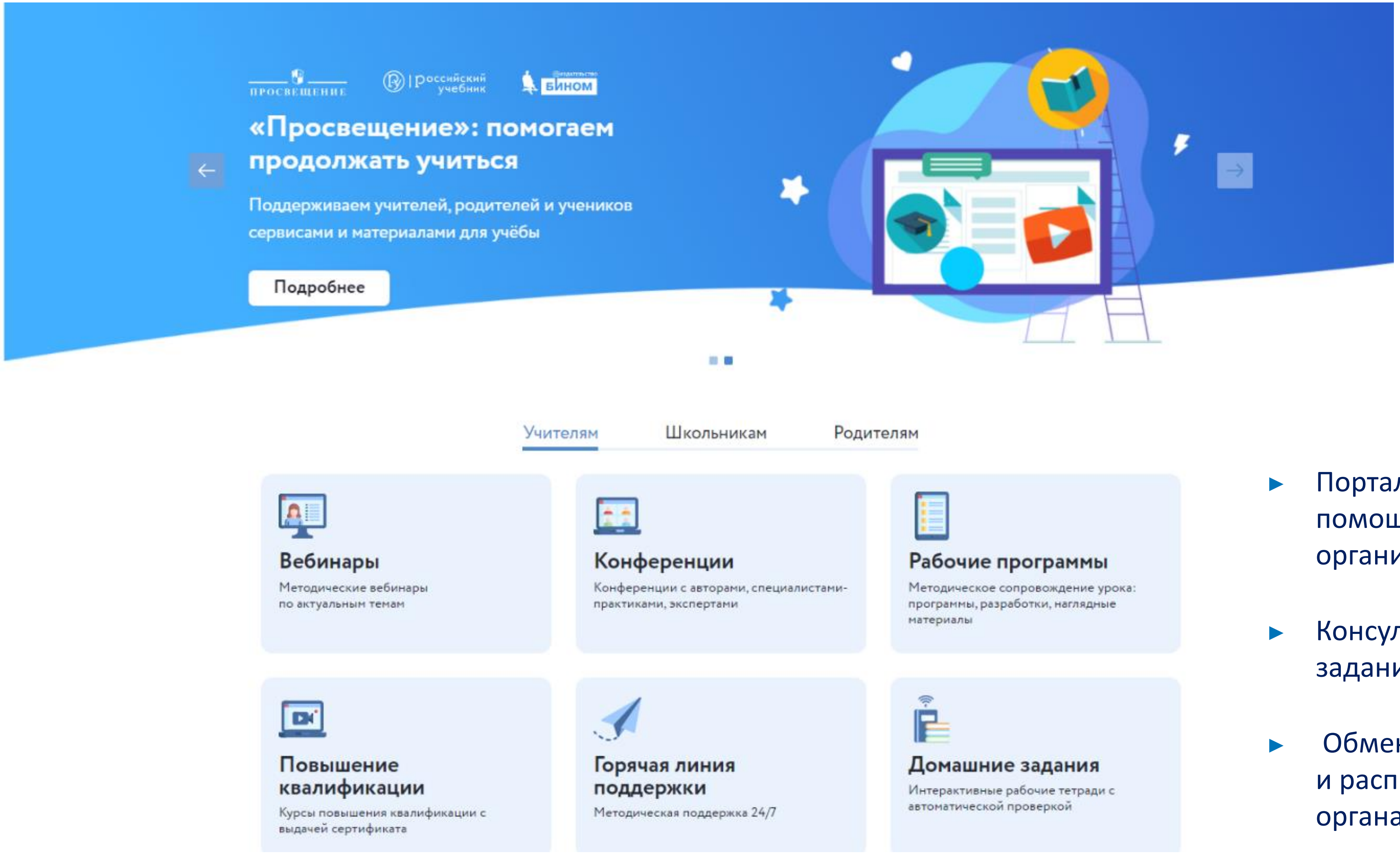
Авторский сайт:

https://elenamard.jimdo.com

ПРОСВЕЩЕНИЕ
ОСНОВАНО В 1930



Просвещение. Поддержка



- Портал, на котором собраны материалы в помощь учителям и родителям для организации обучения
- Консультации при выполнении домашних заданий в видеоформате
- Обмен лучшими практиками, их апробация и распространение в сотрудничестве с органами управления образованием

ЖЕЛАЕМ ТВОРЧЕСКИХ УСПЕХОВ!

ПРОСВЕЩЕНИЕ
ОСНОВАНО В 1930

Группа компаний «Просвещение»
Адрес: 127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3, подъезд 8, бизнес-центр «Новослободский»

Горячая линия: vopros@prosv.ru

Зубкова Екатерина Дмитриевна,
ведущий методист ГК «Просвещение»
Моб. телефон 8 (919) 839-05-78
Ezubkova@prosv.ru

Уважаемые коллеги!
Заинтересовавшие вас пособия вы можете приобрести
в нашем интернет-магазине

со скидкой 12% по промокоду
week032022