



# ПЕРЕХОДИМ НА ОБНОВЛЁННЫЙ ФГОС: ДИФФЕРЕНЦИРОВАННЫЕ ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

15.09.2022 г.



## Приказ Министерства просвещения РФ от 31 мая 2021 г. N 287 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования"

Приложение. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования

В соответствии с [подпунктом 4.2.30 пункта 4](#) Положения о Министерстве просвещения Российской Федерации, утвержденного [постановлением](#) Правительства Российской Федерации от 28 июля 2018 г. N 884 (Собрание законодательства Российской Федерации, 2018, N 32, ст. 5343), и [пунктом 27](#) Правил разработки, утверждения федеральных государственных образовательных стандартов и внесения в них изменений, утвержденных [постановлением](#) Правительства Российской Федерации от 12 апреля 2019 г. N 434 (Собрание законодательства Российской Федерации, 2019, N 16, ст. 1942), приказываю:

1. Утвердить прилагаемый [федеральный государственный образовательный стандарт](#) основного общего образования (далее - ФГОС).
2. Установить, что:

образовательная организация вправе осуществлять в соответствии с [ФГОС](#) обучение:

лиц, зачисленных до вступления в силу настоящего приказа, - с их согласия;

несовершеннолетних обучающихся, зачисленных до вступления в силу настоящего приказа, с согласия их родителей (законных представителей);

прием на обучение в соответствии с [федеральным государственным образовательным стандартом](#) основного общего образования, утвержденным [приказом](#) Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 декабря 2010 г. N 1897 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 1 февраля 2011 г. N 19644), с изменениями, внесенными приказами Министерства образования и науки Российской Федерации от 29 декабря 2014 г. N 1644 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 6 февраля 2015 г. N 35915), от 31 декабря 2015 г. N 1577 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 2 февраля 2016 г. N 40937), [приказом](#) Министерства просвещения Российской Федерации от 11 декабря 2020 г. N 712 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 25 декабря 2020 г., регистрационный N 61828), прекращается 1 сентября 2022 года.

Министр

Зарегистрировано в Минюсте РФ 5 июля 2021 г.  
Регистрационный N 64101



С.С. Кравцов

## **Письмо Министерства просвещения РФ от 11 ноября 2021 г. № 03-1899 “Об обеспечении учебными изданиями (учебниками и учебными пособиями) обучающихся в 2022/23 учебному году”**

19 ноября 2021

Согласно статье 8 Федерального закона от 29 декабря 2012 г. N 273-ФЗ "Об образовании в Российской Федерации" (далее - Федеральный закон) к полномочиям органов государственной власти субъектов Российской Федерации в сфере образования относятся организация обеспечения муниципальных образовательных организаций и образовательных организаций субъектов Российской Федерации учебниками в соответствии с федеральным перечнем учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность (далее - федеральный перечень учебников), и учебными пособиями, допущенными к использованию при реализации указанных образовательных программ.

В связи с этим Минпросвещения России обращает внимание, что 1 сентября 2022 года прекращается прием на обучение в соответствии с федеральными государственными образовательными стандартами начального общего и основного общего образования, утвержденными приказами Министерства образования и науки Российской Федерации от 6 октября 2009 года N 373 и от 17 декабря 2010 года N 1897. Это предусмотрено вступившими в силу федеральными государственными образовательными стандартами начального общего и основного общего образования, утвержденными приказами Минпросвещения России от 31 мая 2021 года N 286 и от 31 мая 2021 года N 287 (далее - обновленные ФГОС 2021).

При этом следует учитывать, что в настоящее время федеральный перечень учебников, утвержденный приказом Минпросвещения России от 20 мая 2020 года N 254, не содержит учебников, прошедших экспертизу на соответствие требованиям обновленных ФГОС 2021.

Принимая во внимание данное обстоятельство, Минпросвещения России в настоящее время ведет работу по формированию обновленного федерального перечня учебников, включающего в себя учебники, соответствующие требованиям обновленных ФГОС 2021.

В период перехода на обновленные ФГОС 2021 могут быть использованы любые учебно-методические комплекты, включенные в федеральный перечень учебников. При этом особое внимание должно быть уделено изменению методики преподавания учебных предметов при одновременном использовании дополнительных учебных, дидактических материалов, ориентированных на формирование предметных, метапредметных и личностных результатов.

В связи с этим Минпросвещения России рекомендует органам исполнительной власти субъектов Российской Федерации, осуществляющим государственное управление в сфере образования:

довести указанную информацию до сведения организаций, осуществляющих образовательную деятельность по имеющим государственную аккредитацию образовательным программам начального общего, основного общего, среднего общего образования (далее - образовательные организации);

организовать разъяснительную работу с руководителями образовательных организаций по вопросам комплектования фондов школьных библиотек учебниками и формирования заказов на учебные издания с учетом обновления федерального перечня учебников.

Просим обеспечить исполнение государственных гарантий реализации прав на получение общедоступного и бесплатного общего образования в части приобретения учебников и учебных пособий в полном объеме за счет бюджетных ассигнований бюджетов субъектов Российской Федерации.

Заместитель  
директора Департамента

А.А. Терова



О внесении изменений в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, утверждённый приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 20.05.2020 г. № 254

1.1.2.4.1.11.1	Математика	Истомина Н.Б., Горина О.П., Тихонова Н.Б.	5	АО «Издательство «Просвещение»	Конобеева Т.А., Бондаренко Р.А., Кожанова А.П., Павлова Л.А.	До 1 июля 2025 года
1.1.2.4.1.11.2			6			
1.1.2.4.2.13.1	Алгебра	Мордкович А.Г., Семенов П.В., Александрова Л.А., Мардахаева Е.Л.	7	ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»; АО «Издательство «Просвещение»		От 20 мая 2020 года № 254
1.1.2.4.2.13.2			8			
1.1.2.4.2.13.3			9			
1.1.2.4.3.10.1	Геометрия	Смирнов В.А., Смирнова И.М.	7	ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»; АО «Издательство «Просвещение»		От 20 мая 2020 года № 254
1.1.2.4.3.10.2			8			
1.1.2.4.3.10.3			9			
1.1.3.4.1.25.1	Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа	Мордкович А.Г., Семенов П.В., Александрова Л.А., Мардахаева Е.Л.	10	АО «Издательство «Просвещение»	Польшакова О.Е., Еремченко И.А., Кожанова А.П., Кочагина М.Н.	До 28 июня 2025 года
1.1.3.4.1.25.2			11			



# Проблема преемственности в обучении математике глазами учителя начальных классов



- недостаточный учёт уровня предметной подготовки;
- увеличение объёма текстовой информации в связи с переходом к предметному обучению;
- недостаточная методическая оснащённость перехода при существующей преемственности в содержании математического образования между начальной и основной школой;
- разные требования учителей («нестабильность» критериев отметки);
- недостаточное внимание к возрастным особенностям детей и ходу формирования у них универсальных учебных действий.

# Рабочие программы. Блоки содержания (ФГОС НОО, ФГОС ООО)



1-4 класс	5 класс
<i>Числа и величины Арифметические действия Работа с текстовой задачей</i>	Натуральные числа и нуль Дроби Решение текстовых задач
<i>Пространственные отношения. Геометрические фигуры</i>	Наглядная геометрия (фигуры в окружающем мире, многоугольнике, периметр и площадь фигуры, объем фигуры, симметрия).
<i>Математическая информация</i>	Решение текстовых задач (представление данных с помощью таблиц, столбчатых диаграмм)

# Основные направления работы педагогов по преодолению проблем преемственности



- Содержательная диагностика предметной подготовки в начале учебного года.
- Работа с текстом и структурой заданий.
- Обсуждение, идеи, хода, способа решения (перед или вместо выполнения действий).
- Визуализация данных и отношений (моделирование).
- Комментирование хода выполнения задания (прослеживание логики «в слове»)
- Установление соответствия между полученным ответом и условием (реальность, наименование, трактовка арифметического результата).
- Обсуждение критериев оценки результата.
- Использование листов рефлексии.

**Запись вебинара «Переходим на обновлённый ФГОС: организация вводного повторения по математике в основной школе»**





# Диагностика предметной подготовки (остаточные знания за курс начальной школы)

## Диагностическая работа

### Остаточные знания за курс начальной школы

Выполните действия:

1.  $3584 + 6253$ .
2.  $5304 - 1235$ .
3.  $348 \times 503$ .
4.  $127 \overline{)715} : 623$ .
5. Представьте число в виде суммы разрядных слагаемых 40 860.
6. Найдите значение выражения:  $\overline{)630} : 21 + (20 \times 13 - 109)$ .

Сравните значения выражений:

7.  $39\ 678 + 25\ 637$  и  $39\ 637 + 25\ 679$ .
8.  $43\ 857 - 3\ 425$  и  $43\ 857 - 3\ 542$ .

Решите уравнение

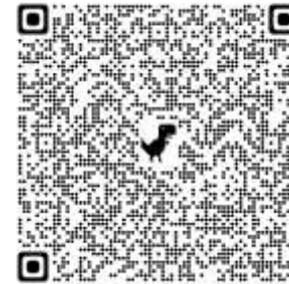
9.  $85 \times x = 2\ 040$ .
10.  $\overline{x} : 34 = 18$ .
11.  $456 - x = 329$ .
12.  $\overline{)864} : (x + 54) = 12$ .

13. Выразите величину в минутах: 2 ч 20 мин.
14. Выразите величину в метрах и сантиметрах: 8 546 см.
15. Вычислите  $3\ \text{кг}\ 934\ \text{г} + 2\ \text{кг}\ 73\ \text{г}$ . Ответ дайте в килограммах и граммах.
16. Найдите периметр изображённой на рисунке фигуры.
17. Найдите площадь изображённой на рисунке фигуры.



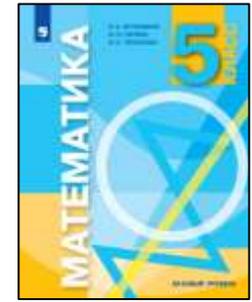
18. По условию задачи заполните таблицу: На школьные каникулы Миша и Маша получили задание прочитать книгу Марка Твена «Приключения Тома Сойера». Ребята читали каждый день по одинаковому количеству страниц. За неделю Миша прочитал 210 страниц книги, а Маша за 5 дней – 175 страниц.

Полный вариант  
диагностической работы  
доступен в Телеграм и на  
авторском сайте.





# Специальные задания при работе с материалом учебного предмета



- назвать имя понятия – термин;
- выявить ближайшее родовое понятие;
- выявить признаки понятия – видовые отличия;
- сформулировать определение понятия;
- привести примеры объектов, входящих в объём понятия

## Составление схемы определения понятия

Натуральное число:

1. число **и**
2. используется при счёте предметов **и**
3. наименьшее число – 1 **и**
4. каждое следующее число на 1 больше предыдущего.

### §1 Запись чисел в десятичной системе счисления

В начальной школе каждый из вас познакомился с **десятичной системой счисления**, в которой для записи чисел и выполнения действий с ними используют 10 знаков (цифр): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. В записи числа цифра занимает определённое место (позицию) и обозначает количество единиц того разряда, в котором она записана. Поэтому десятичную систему счисления называют **позиционной**.

Числа, которые используют при счёте предметов, называют **натуральными**. 1 (единица) — наименьшее натуральное число. За каждым натуральным числом следует число, которое на 1 больше.

148. а) Можно ли назвать наибольшее натуральное число? Наименьшее натуральное число? Наибольшее пятизначное число? Наименьшее шестизначное число?



б) Верно ли утверждение, что у каждого числа в натуральном ряду есть предшествующее натуральное число? Последующее натуральное число?

- сравнение;
- подведение под понятие;
- анализ объектов для выделения свойств и признаков объектов;
- синтез (в т.ч. самостоятельное достраивание, восполнение недостающих компонентов)

# Специальные задания при работе с материалом учебного предмета

## Составление предписания для решения задач определённого типа

- выделите тип задач, для которого составляется предписание – общий метод решения;
- предложите учащимся для решения набор задач, включающий в себя задачи, соответствующие всем пунктам предписания, которое составляется;
- выполните решение задач учащимися;
- обобщите решение задач, устанавливая последовательность действий, которые были выполнены;
- организовать правильное формулирование выполненных действий, выстроить последовательность соответствующих блоков предписания;
- организовать анализ предписания в целом виде.



# Специальные задания при работе с материалом учебного предмета



Составление предписания по решению задач определённого вида

## §4 Округление натуральных чисел

266. Числа от 30 до 39 округлили до десятков и полученные приближённые значения этих чисел записали в таблицу.

Число	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
Число, округлённое до десятков	30	30	30	30	30	40	40	40	40	40

По какому признаку числа, данные в первой строке таблицы, можно разбить на две группы? Если возникнут трудности, то ответ сначала на такие вопросы:

- 1) Чем похожи приближённые значения всех данных чисел?
- 2) Чем отличаются приближённые значения чисел 30, 31, 32, 33, 34 от приближённых значений чисел 35, 36, 37, 38, 39?

Сравни свои ответы с ответами Миши и Маши.



Все приближённые значения данных чисел — круглые. У них в разряде единиц цифра 0.



Я с тобой согласна и даже могу выделить две группы. В одной группе цифра в разряде десятков не изменяется, а в другой увеличивается на 1.



Если число округляют до определённого разряда, то все цифры, следующие за этим разрядом, заменяются нулями. При этом если первая заменённая нулём цифра — 0, 1, 2, 3, 4, то предшествующая ей цифра остаётся без изменения. Если первая заменённая нулём цифра — 5, 6, 7, 8 или 9, то число, записанное предшествующей цифрой, увеличивается на 1.

В результате замены получают **приближённое** натуральное число. Для записи действия округления используют знак  $\approx$ , который обозначает приближённое равенство и читается «приближённо равно».

**Например:**

число 8359 округлили до сотен:  $8359 \approx 8400$ ;

число 8359 округлили до тысяч:  $8359 \approx 8000$ ;

число 8359 округлили до десятков:  $8359 \approx 8360$ .



# Специальные задания при работе с материалом учебного предмета



Составление предписания по решению задач определённого вида

## §4 Округление натуральных чисел

266. Числа от 30 до 39 округлили до десятков и полученные приближённые значения этих чисел записали в таблицу.

Число	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
Число, округлённое до десятков	30	30	30	30	30	40	40	40	40	40

По какому признаку числа, данные в первой строке таблицы, можно разбить на две группы? Если возникнут трудности, то ответ сначала на такие вопросы:

- 1) Чем похожи приближённые значения всех данных чисел?
- 2) Чем отличаются приближённые значения чисел 30, 31, 32, 33, 34 от приближённых значений чисел 35, 36, 37, 38, 39?

Сравни свои ответы с ответами Миши и Маши.



Все приближённые значения данных чисел — круглые. У них в разряде единиц цифра 0.



Я с тобой согласна и даже могу выделить две группы. В одной группе цифра в разряде десятков не изменяется, а в другой увеличивается на 1.



Если число округляют до определённого разряда, то все цифры, следующие за этим разрядом, заменяются нулями. При этом если первая заменённая нулём цифра — 0, 1, 2, 3, 4, то предшествующая ей цифра остаётся без изменения. Если первая заменённая нулём цифра — 5, 6, 7, 8 или 9, то число, записанное предшествующей цифрой, увеличивается на 1.

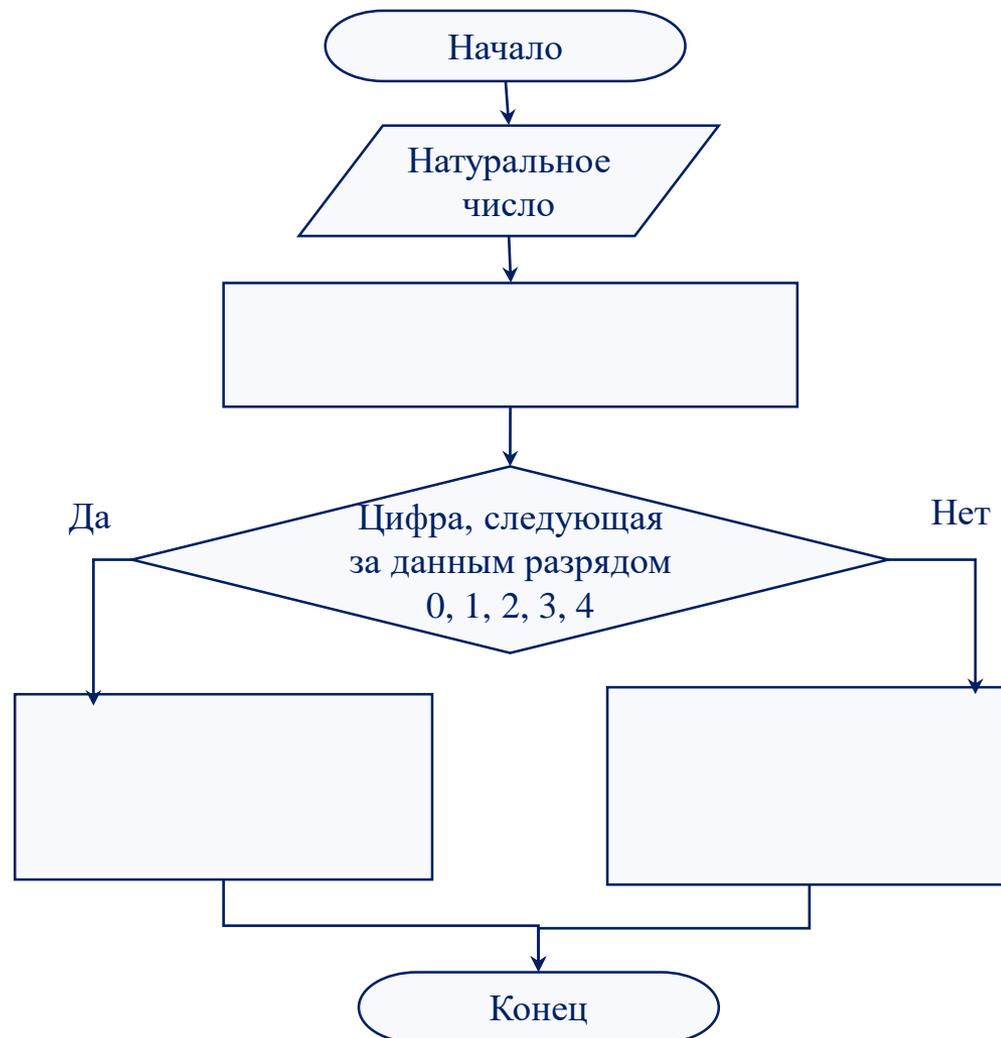
В результате замены получают **приближённое** натуральное число. Для записи действия округления используют знак  $\approx$ , который обозначает приближённое равенство и читается «приближённо равно».

**Например:**

число 8359 округлили до сотен:  $8359 \approx 8400$ ;

число 8359 округлили до тысяч:  $8359 \approx 8000$ ;

число 8359 округлили до десятков:  $8359 \approx 8360$ .



# Специальные задания при работе с материалом учебного предмета



Как первое выражение связано со вторым в каждой паре?

Сравни свой ответ с рассуждениями Миши и Маши.



Я заметил, что в каждой паре выражений выполняется деление на 9.

А я заметила, что во втором выражении слагаемые записаны теми же цифрами, что и делимое в первом выражении.



Я выполнил вычисления и заметил такую закономерность: если делимое в первом выражении кратно числу 9, то и сумма однозначных чисел во втором выражении кратна числу 9. Если делимое в первом выражении не делится на 9, то и сумма однозначных чисел во втором выражении на 9 не делится.

Например:

- а)  $459 : 9 = 41$ ,  
 $(4 + 5 + 9) : 9 = 18 : 9 = 2$ ;  
б)  $991 : 9 = 110$  (ост. 1),  
 $(9 + 9 + 1) : 9 = 2$  (ост. 1).

**397.** Как можно доказать, что число 8253 кратно 9?

Если возникнут трудности, прочитай рассуждения Миши и Маши.



Я запишу число 8253 в виде суммы разрядных слагаемых:  $8253 = 8000 + 200 + 50 + 3$  и буду рассуждать так: при делении 8 тыс. на 9 я получу в остатке 8; при делении двух сотен — 2; при делении пятидесяти — 5; при делении единиц — в остатке 3.

Теперь число 8253 можно записать так:  
 $(8 \cdot 999 + 2 \cdot 99 + 5 \cdot 9) + (8 + 2 + 5 + 3)$ .

Число 8253 делится на 9, так как оба слагаемых делятся на 9.



## ПРИЗНАК ДЕЛИМОСТИ НА 9



Натуральное число делится на 9, если сумма его цифр делится на 9. (Для упрощения принято говорить не о сумме чисел, а о сумме цифр.) Если сумма цифр числа не делится на 9, то и само число не делится на 9.

## Составление предписания по решению задач определённого вида

Предписание для исследования числа на делимость на 9

1. Определить цифры, с помощью которых записано число.
2. Найти сумму цифр, с помощью которых записано число.
3. Проверить полученную сумму на делимость на 9.
4. Если в п. 3 получен положительный результат, то исходное число делится на 9.

# Специальные задания при работе с материалом учебного предмета

## §2 Числовые и буквенные выражения. Уравнения 0,28

190. Подумай, почему в математике свойства арифметических действий записывают буквами.

Переместительное свойство сложения

- ▶ От перестановки слагаемых значение суммы не меняется.

$$a + b = b + a$$

Сочетательное свойство сложения

- ▶ Чтобы к сумме двух чисел прибавить третье число, можно к первому числу прибавить сумму второго и третьего чисел.

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Переместительное свойство умножения

- ▶ От перестановки множителей значение произведения не меняется.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Сочетательное свойство умножения

- ▶ Чтобы умножить произведение двух чисел на третье число, можно первое число умножить на произведение второго и третьего чисел.

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Распределительное свойство умножения относительно сложения

- ▶ Чтобы умножить сумму на число, можно каждое слагаемое умножить на это число и сложить полученные результаты.

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

Распределительное свойство умножения относительно вычитания

- ▶ Чтобы умножить разность на число, можно уменьшаемое и вычитаемое умножить на это число и из первого результата вычесть второй.

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$

## Составление информационной схемы

Переместительное  
свойство

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Сочетательное  
свойство

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

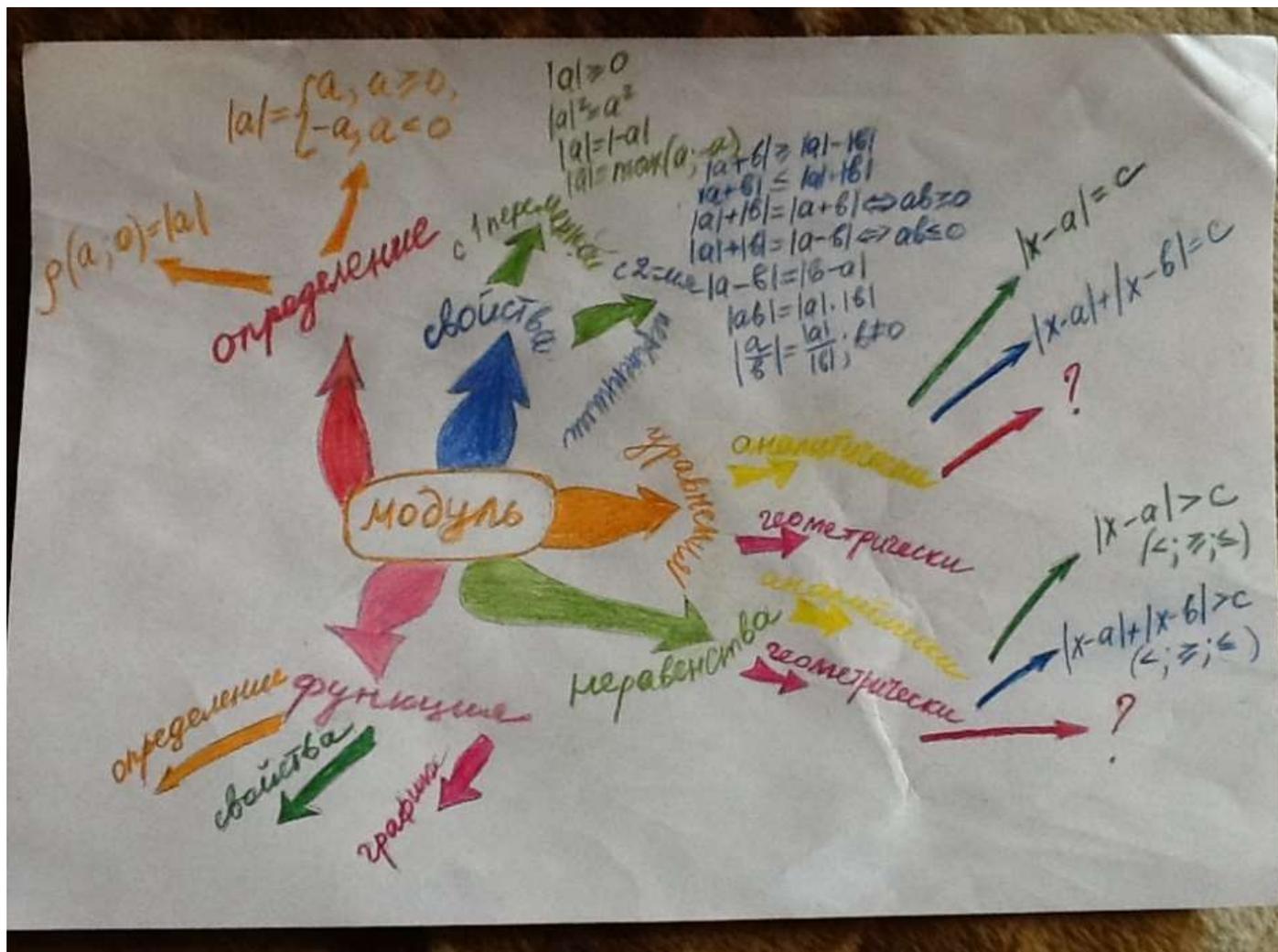
Распределительное  
свойство

$$a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$$

# Специальные задания при работе с материалом учебного предмета



## Составление кластеров и интеллект-карт



# Приём саморегуляции для выполнения задания «Решите уравнение»

Последовательность выполнения действий	Рефлексия и принятие решения о помощи
1. Определите тип уравнения.	Знаю ли я типы уравнений?
2. Определите вид уравнения: если уравнение стандартное, то перейдите к п.3; если уравнение нестандартное, то перейдите к п. 4.	Знаю ли я виды уравнений?
3. Решите в соответствии со стандартом: если решение выполнено, то перейдите к п.6; если решение не выполнено, то перейдите к п. 1.	Знаю ли я, как решать уравнения стандартного вида?
4. Выясните, какие преобразования необходимо выполнить, чтобы свести уравнение к стандартному виду, выполнив анализ правой и левой части.	Знаю ли я группы преобразований?
5. Выполните эти преобразования: если они выполнены, то перейдите к п. 6; если они не выполнены, то перейдите к п. 1.	До конца ли выполнено определённое в предыдущем пункте преобразование?
6. Сделайте проверку.	Знаю ли я, как делать проверку?
7. Запишите ответ.	Знаю ли я, как записать ответ?

# Приём саморегуляции при выполнении задания на преобразования выражений

Последовательность выполнения действий	Рефлексия и принятие решения о помощи
1. Определите тип выражения.	Знаю ли я типы выражений?
2. Определите вид выражения.	Знаю ли я виды выражений?
3. Выполните покомпонентный анализ.	Знаю ли я, что такое анализ?
4. Сравните компоненты выражений.	Знаю ли я, что такое сравнение?
5. Сделайте выводы о дальнейших преобразованиях выражения.	Знаю ли я правила преобразований выражений группы?
6. Выполните эти преобразования: если задание выполнено, то перейдите к п.7; если задание не выполнено, то перейдите к п. 1.	До конца ли выполнено определённое в предыдущем пункте преобразование?
7. Соотнесите результат с ОДЗ выражения.	Знаю ли я, что такое ОДЗ выражений?
8. Сделайте проверку.	Знаю ли я, как делать проверку?
9. Запишите ответ.	Знаю ли я, как записать ответ?

## Пример задания по теме «Тождества и тождественные преобразования»

**38.8.** Установите, является ли данное равенство тождеством, и если да, то укажите допустимые значения переменных.

$$в) \frac{x^2 + 7x + 12}{x + 3} + x(x + 3) = (x + 2)^2;$$

Последовательность выполнения действий	Рефлексия и принятие решения о помощи	Ответ
1. Выполнить анализ условия.	Знаю ли я, что такое анализ условия ? Знаю ли я, что такое тождество, допустимые значения переменных? Как «установить, что равенство является тождеством»?	Дать определения: тождества, допустимых значений переменной; объяснить, что значит доказать тождество.
2. Выполнить покомпонентный анализ выражений в правой и левой частях равенства.	Знаю ли я, что такое покомпонентный анализ?	В левой части равенства сумма дроби и многочлена нестандартного вида, в правой части квадрат суммы.
3. Сделать вывод о необходимых преобразованиях.	Знаю ли я виды преобразований?	Дробь можно сократить.

## Возможный вариант записи в тетради:

$$\begin{aligned} \frac{x^2 + 7x + 12}{x + 3} + x(x + 3) &= \frac{x^2 + 3x + 4x + 12}{x + 3} + x(x + 3) = \\ &= \frac{(x + 3)(x + 4)}{x + 3} + x(x + 3) = x + 4 + x(x + 3) \end{aligned}$$

Последовательность выполнения действий	Рефлексия и принятие решения о помощи	Ответ
4. Выполнить эти преобразования.	Знаю ли я, как сократить дробь?	Сформулировать предписание: сокращение алгебраической дроби.
5. Выполнить покомпонентный анализ.		В левой части равенства сумма многочлена стандартного и нестандартного видов.
6. Сделать вывод о возможных преобразованиях.	Знаю ли я виды преобразований многочлена к стандартному виду?	Необходимо раскрыть скобки и привести подобные слагаемые.

## Возможный вариант записи в тетради:

$$\begin{aligned}\frac{x^2 + 7x + 12}{x + 3} + x(x + 3) &= \frac{x^2 + 3x + 4x + 12}{x + 3} + x(x + 3) = \\ &= \frac{(x + 3)(x + 4)}{x + 3} + x(x + 3) = x + 4 + x(x + 3) = x + 4 + x^2 + 3x = \\ &= x^2 + 4x + 4\end{aligned}$$

Последовательность выполнения действий	Рефлексия и принятие решения о помощи	Ответ
7. Выполнить эти преобразования.	Знаю ли я, как раскрыть скобки? Знаю ли я, как привести подобные слагаемые?	Сформулировать предписание: умножение одночлена на многочлен; привести подобные слагаемые.
8. Выполните покомпонентный анализ.	Знаю ли я, что такое анализ?	В левой части равенства сумма многочлена стандартного и нестандартного видов.
9. На основании сравнения правой и левой частей сделать вывод о возможных преобразованиях.	Знаю ли я, что такое сравнение? Знаю ли я виды преобразований?	Необходимо раскрыть скобки и привести многочлен к стандартному виду.

## Возможный вариант записи в тетради:

$$\begin{aligned}\frac{x^2 + 7x + 12}{x + 3} + x(x + 3) &= \frac{x^2 + 3x + 4x + 12}{x + 3} + x(x + 3) = \\ &= \frac{(x + 3)(x + 4)}{x + 3} + x(x + 3) = x + 4 + x(x + 3) = x + 4 + x^2 + 3x = \\ &= x^2 + 4x + 4\end{aligned}$$

Последовательность выполнения действий	Рефлексия и принятие решения о помощи	Ответ
10. Выполнить эти преобразования.	Знаю ли я, как раскрыть скобки?	Сформулировать предписание: умножение одночлена на многочлен.
11. Выполните покомпонентный анализ.	Знаю ли я, что такое анализ?	В левой части равенства сумма многочлена стандартного и нестандартного видов.
12. На основании сравнения правой и левой частей сделать вывод о возможных преобразованиях.	Знаю ли я формулу квадрата суммы?	Необходимо воспользоваться формулой квадрата суммы..

## Урок «открытия» нового знания

## Деятельность на уроке

Проверка домашнего задания,  
актуализация знаний.

Повторяются: графический способ решения уравнений, построение графика функции  $y = x^2$ .

Мотивация открытия нового знания. Побуждение к получению новой информации.

Постановка задачи: решите уравнения  
 $x^2 = 4$  и  $x^2 = 5$ .

Приём «Верю – проверю»

Получение новой информации

Работа с текстом учебника. Заполнение журнала.

Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи.

Решение заданий в группах.  
Закрепление нового понятия.  
Составление схемы определения понятия квадратного корня.  
Составление схемы доказательства.

Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону.

Выполнение самостоятельной работы

Рефлексия. Осмысление изученного и сделанного

Подведение к выводу: раз мы узнали новый вид числа, то следует его подробно изучить – свойства, расположение на числовой оси, взаимоотношение с уже известными рациональными числами.

Информация о домашнем задании,  
инструктаж по его выполнению.



# Множество действительных чисел



## § 4. Познакомимся с квадратными корнями

Рассмотрим два похожих друг на друга уравнения:  $x^2 = 4$ ,  $x^2 = 5$ . Первое уравнение мы решим без труда, его корнями служат числа 2 и  $-2$ . Второе уравнение попробуем решить графически. Для этого в одной системе координат построим график функции  $y = x^2$  (параболу) и прямую  $y = 5$  (рис. 7). Они пересекаются в двух симметричных от-

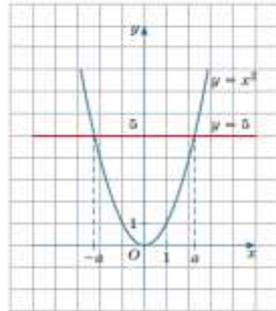


Рис. 7

носительно оси ординат точках  $(a; 5)$  и  $(-a; 5)$ . Но что это за положительное число  $a$ ? Пока ясно лишь, что  $2 < a < 3$  и  $a^2 = 5$ .

Между числами 2 и 3 находится бесконечно много рациональных чисел. Может быть, одно из них, будучи возведено в квадрат, как раз и даст нам число 5?

Итак, предположим, что существует рациональное число, т. е. обыкновенная дробь  $\frac{p}{q}$  такая, что  $\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 5$ . Числитель  $p$  и знаменатель  $q$  не имеют общих множителей, отличных от 1, поскольку мы бы их заранее сократили. Тогда числа  $p^2$  и  $q^2$  также не имеют общих множителей. Получается, что дробь  $\frac{p^2}{q^2} = \left(\frac{p}{q}\right)^2$  несократима и поэтому не может равняться натуральному числу, в частности не может равняться 5.

Метод доказательства, который мы применили только что, называют в математике методом доказательства от противного. Суть его в следующем. Нам нужно доказать некоторое утверждение, а мы предполагаем, что оно не выполняется (принято говорить так: «предположим противное»). Если в результате правильных рассуждений приходим к противоречию с предположением, то делаем вы-

вод: наше предположение неверно, значит, верно то, что требовалось доказать.

Что же получается? Получается, что у уравнения  $x^2 = 5$  корни есть, но они не являются рациональными числами, это числа новой природы. Для обозначения этих корней используется новый математический символ  $\sqrt{\quad}$  и корни уравнения  $x^2 = 5$  записывают так:  $x_1 = \sqrt{5}$ ,  $x_2 = -\sqrt{5}$ . Символ  $\sqrt{5}$  читают так: «квадратный корень из пяти».

Аналогично обстоит дело с уравнением  $x^2 = 2$ , его корнями являются числа  $x_1 = \sqrt{2}$ ,  $x_2 = -\sqrt{2}$ .

Теперь для любого уравнения вида  $x^2 = a$ , где  $a > 0$ , можно записать корни:  $x_1 = \sqrt{a}$ ,  $x_2 = -\sqrt{a}$  (рис. 8).

А уравнение  $x^2 = 0$  имеет единственный корень 0, т. е. можно записать так:  $\sqrt{0} = 0$ .

**Определение.** Квадратным корнем из неотрицательного числа  $a$  называют такое неотрицательное число, квадрат которого равен  $a$ . Это число обозначают  $\sqrt{a}$ , число  $a$  при этом называют **подкоренным числом**. Операцию нахождения квадратного корня из неотрицательного числа называют **извлечением квадратного корня**.

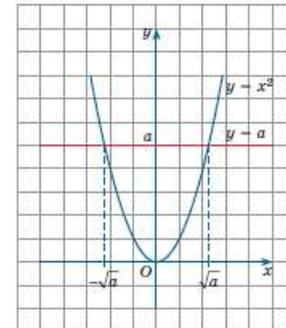


Рис. 8

Итак, если  $a$  — неотрицательное число, то  $\sqrt{a} \geq 0$  и  $(\sqrt{a})^2 = a$ . Например,

$$\sqrt{36} = 6, \text{ так как } 6 \geq 0 \text{ и } 6^2 = 36;$$

$$\sqrt{625} = 25, \text{ так как } 25 \geq 0 \text{ и } 25^2 = 625;$$

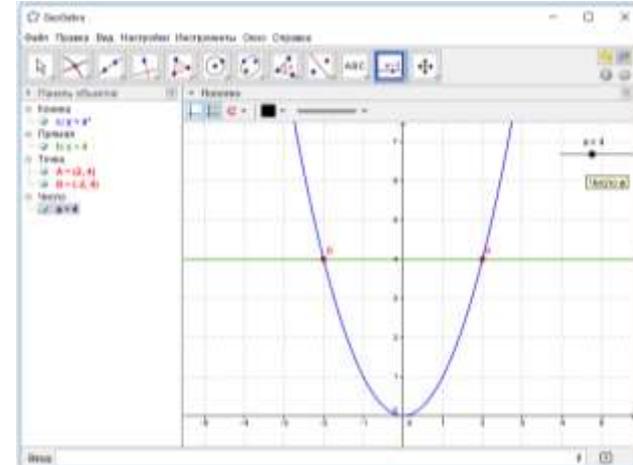
$$\sqrt{3,24} = 1,8, \text{ так как } 1,8 \geq 0 \text{ и } 1,8^2 = 3,24;$$

$$\sqrt{\frac{16}{81}} = \frac{4}{9}, \text{ так как } \frac{4}{9} \geq 0 \text{ и } \left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{16}{81}.$$

А как вычислить  $\sqrt{5}$ ? Ведь нет натурального числа, квадрат которого равен 5, нет и обыкновенной дроби, при возведении которой в квадрат получится 5. Об этом мы поговорим в § 5.

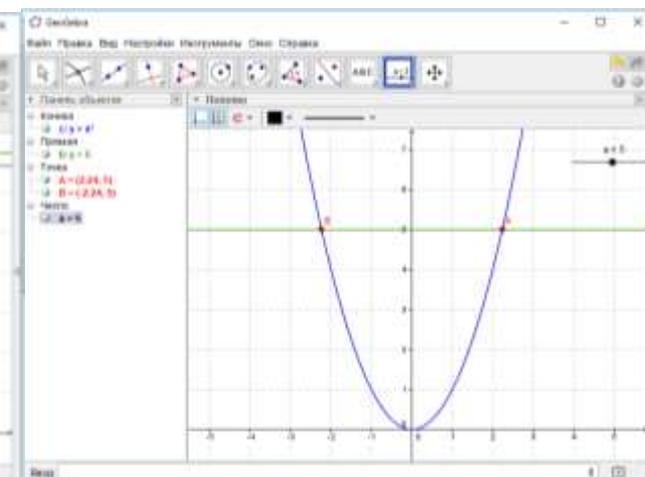
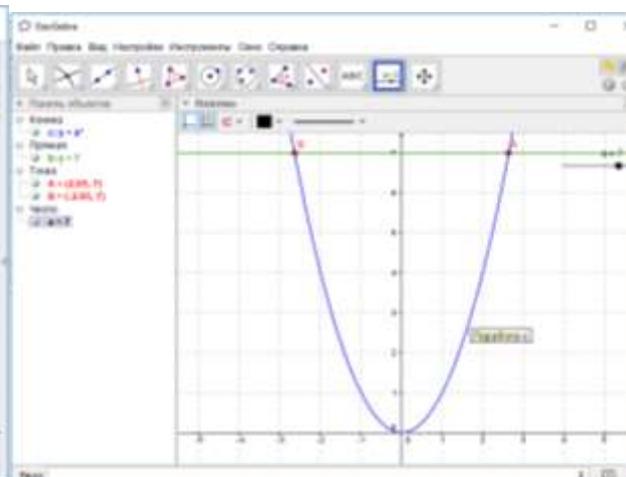
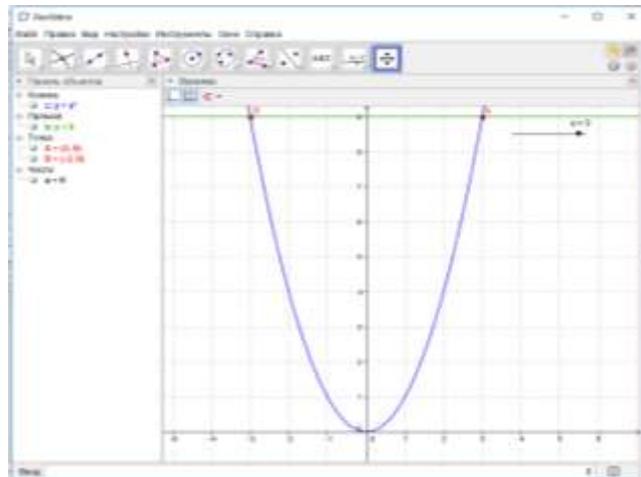
## Приём «Верю – проверю»

Верю	Утверждение	Проверю
Да	Уравнение $x^2 = 4$ имеет корни.	$x_1 = -2, x_2 = 2$
Нет	Уравнение $x^2 = 5$ имеет корни.	



## § 4. Познакомимся с квадратными корнями

Рассмотрим два похожих друг на друга уравнения:  $x^2 = 4$ ,  $x^2 = 5$ . Первое уравнение мы решим без труда, его корнями служат числа 2 и  $-2$ . Второе уравнение попробуем решить графически. Для этого в одной системе координат построим график функции  $y = x^2$  (параболу) и прямую  $y = 5$  (рис. 7). Они пересекаются в двух симметричных от-





Составление схемы  
доказательства

**ИКТ** Между числами 2 и 3 находится бесконечно много рациональных чисел. Может быть, одно из них, будучи возведено в квадрат, как раз и даст нам число 5?

Итак, предположим, что существует рациональное число, т. е. обыкновенная дробь  $\frac{p}{q}$  такая, что  $\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 5$ . Числитель  $p$  и знаменатель  $q$  не имеют общих множителей, отличных от 1, поскольку мы бы их заранее сократили. Тогда числа  $p^2$  и  $q^2$  также не имеют общих множителей. Получается, что дробь  $\frac{p^2}{q^2} = \left(\frac{p}{q}\right)^2$  несократима и поэтому не может равняться натуральному числу, в частности не может равняться 5.

1. Пусть  $\frac{p}{q}$  – рациональное число;  $\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 5$ .
2.  $p, q$  – не имеют общих делителей.
3.  $p^2, q^2$  – не имеют общих делителей.
4.  $\frac{p^2}{q^2} = \left(\frac{p}{q}\right)^2$  несократима. Противоречие с п.1.



## Получение новой информации

Что же получается? Получается, что у уравнения  $x^2 = 5$  корни есть, но они не являются рациональными числами, это числа новой природы. Для обозначения этих корней используется новый математический символ  $\sqrt{\quad}$  и корни уравнения  $x^2 = 5$  записывают так:  $x_1 = \sqrt{5}$ ,  $x_2 = -\sqrt{5}$ . Символ  $\sqrt{5}$  читают так: «квадратный корень из пяти».

Аналогично обстоит дело с уравнением  $x^2 = 2$ , его корнями являются числа  $x_1 = \sqrt{2}$ ,  $x_2 = -\sqrt{2}$ .

Теперь для любого уравнения вида  $x^2 = a$ , где  $a > 0$ , можно записать корни:  $x_1 = \sqrt{a}$ ,  $x_2 = -\sqrt{a}$  (рис. 8).

А уравнение  $x^2 = 0$  имеет единственный корень 0, т. е. можно записать так:  $\sqrt{0} = 0$ .

**Определение.** Квадратным корнем из неотрицательного числа  $a$  называют такое неотрицательное число, квадрат которого равен  $a$ . Это число обозначают  $\sqrt{a}$ , число  $a$  при этом называют **подкоренным числом**. Операцию нахождения квадратного корня из неотрицательного числа называют **извлечением квадратного корня**.

Составление схемы определения понятия

Корень квадратный из неотрицательного числа  $a$ :

- 1) Неотрицательное число **И**
- 2) Квадрат этого числа равен  $a$ .

Квадратный корень из неотрицательного числа  $a$

$$\sqrt{a}$$

Подкоренное выражение

$$\sqrt{a} \geq 0, \quad (\sqrt{a})^2 = a, \quad a \geq 0$$



Основная деятельность учащегося	Справился сам	Справился с помощью	Не справился
Повторение: графический способ решения уравнений, построение графика функции.			
Постановка задачи: решите уравнения.			
Работа с текстом учебника. Заполнение журнала.			
Анализ и формулировка проблемы. Выдвижение гипотезы: существует рациональное число, квадрат которого равен 5. Проверка гипотезы. Получение результата: понятие квадратного корня.			
Выполнение самостоятельной работы. Работа с текстом учебника. Получение образовательного продукта: схемы доказательства иррациональности числа.			
Решение заданий в группах. Закрепление нового понятия. Составление схемы определения понятия квадратного корня.			
Подведение к выводу: раз мы узнали новое понятие, то следует более подробно изучить его свойства, взаимоотношение с уже известными понятиями.			

## Рефлексия учебной деятельности



- Удалось ли мне решить поставленные перед собой на уроке задачи?
- Достигнута ли мною цель урока?
- Что мне удалось на уроке?
- Что я для этого сделал(а) (обсуждение результатов заполнения листа рефлексии)?
- Что у меня не получилось на уроке?
- Что мне помешало?
- Что я должен сделать, чтобы в следующий раз получилось?
- Какую оценку я заслужил в соответствии с критериями?
- Определение домашнего задания и ближайших задач.

# Составление предписания, выражающего общий метод решения задач



## § 21. Графическое решение уравнений

**Пример** Решить уравнение  $x^2 - 2x - 3 = 0$ .

**Решение.** Уравнения вида

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

где  $a \neq 0$ , называют *квадратными уравнениями*, эти уравнения мы будем изучать в курсе алгебры 8-го класса. Но некоторые квадратные уравнения мы сумеем решить и в 7-м классе. В данном случае поступим так: сначала перепишем уравнение в следующем виде:  $x^2 = 2x + 3$ . Построим в одной системе координат параболу  $y = x^2$  и прямую  $y = 2x + 3$  (рис. 100). Они пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , причём по чертежу нетрудно найти координаты этих точек: для точки  $A$  имеем  $x = -1$ ,  $y = 1$ , а для точки  $B$  имеем  $x = 3$ ,  $y = 9$ .

Как же найти корни уравнения  $x^2 = 2x + 3$ , т. е. те значения  $x$ , при которых выражения  $x^2$  и  $2x + 3$  принимают одинаковые числовые значения? Очень просто, эти значения уже найдены:  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = 3$ . Это абсциссы точек  $A$  и  $B$ , в которых пересекаются построенные графики.

**Ответ:**  $-1$ ;  $3$ .

1. Ввели в рассмотрение функции  $y = x^2$ ,  $y = 2x + 3$  (для другого уравнения будут, разумеется, иные функции).
2. Построили в одной системе координат графики функций  $y = x^2$ ,  $y = 2x + 3$ .
3. Нашли точки пересечения построенных графиков.
4. Нашли абсциссы точек пересечения построенных графиков — это и были корни заданного уравнения.

## Предписание для решения уравнения графически

1. Ввести функции  $y = x^2$  и  $y = bx + c$ ;
2. Построить в одной системе координат графики функций  $y = x^2$  и  $y = bx + c$ ;
3. Найдите точки пересечения построенных графиков;
4. Найдите абсциссы точек пересечения построенных графиков — это и есть корни заданного уравнения.

# Задания на повторение

## Упражнения для повторения

**3.15.** Вычислите:

а)  $9^2 + 4^2$ ;      в)  $1,5^2 - 0,9^2$ ;      д)  $\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2$ ;  
б)  $13^2 - 12^2$ ;      г)  $1,6^2 + 0,8^2$ ;      е)  $1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2$ .

**3.16.** Постройте график функции  $y = -2x - 4$ . Найдите:

- а) наименьшее и наибольшее значения функции на отрезке  $[-2; 2]$ ;
- б) значения аргумента, при которых  $y_{\text{наим}} = -6$ ,  $y_{\text{наиб}} = 2$ ;
- в) значения аргумента, при которых  $y \geq 0$ ;
- г) решение неравенства  $-2x - 4 < 0$ .

**3.17.** Сумма цифр двузначного числа равна 12. Если цифры поменять местами, то получится число, которое больше данного на 18. Найдите данное число.

## § 4. Познакомимся с квадратными корнями

## Репродуктивные задания с пропусками



### 4.1. Заполните пропуски.

Квадратным корнем из неотрицательного числа  $a$  называют такое \_\_\_\_\_ число, \_\_\_\_\_ которого равен  $a$ .

Квадратный корень из  $a$  обозначают \_\_\_\_\_.

Число  $a$  при этом называют \_\_\_\_\_.

Операцию нахождения квадратного корня из неотрицательного числа называют \_\_\_\_\_ квадратного корня.

Итак, если  $a \geq 0$  и  $\sqrt{a} = b$ , то  $b \geq$  \_\_\_\_\_ и  $b^2 =$  \_\_\_\_\_,

т. е.  $(\sqrt{a})^2 =$  \_\_\_\_\_. При  $a <$  \_\_\_\_\_ выражение  $\sqrt{a}$  не имеет смысла.

### 4.2. Докажите, что:

а)  $\sqrt{9} = 3$ .

*Доказательство.*  $3 \geq 0$  и  $3^2 = 9$ , значит,  $\sqrt{9} = 3$ .

б)  $\sqrt{100} = 10$ .

*Доказательство.* \_\_\_\_\_.

## Репродуктивные табличные задания



4.5. Известно, что  $a \geq 0$ . Заполните таблицу.

$a$	$\sqrt{a}$	$a^2$
4	2	16
9		
	0,4	
		0,0625
		1
0		

## Репродуктивные задания по образцу



**4.6.** Установите, имеет ли смысл выражение, и, если имеет, то найдите его значение:

а)  $(\sqrt{5})^2 = 5$ ;

б)  $(\sqrt{-5})^2$  — выражение не имеет смысла, т. к.  $-5 < 0$ ;

в)  $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$ ;

г)  $\sqrt{-5^2} = \sqrt{-25}$  — выражение не имеет смысла, т. к.  $-25 < 0$ ;

д)  $(\sqrt{7})^2$  \_\_\_\_\_;

е)  $(\sqrt{-7})^2$  \_\_\_\_\_;

ж)  $\sqrt{(-7)^2}$  \_\_\_\_\_;

з)  $\sqrt{-7^2}$  \_\_\_\_\_;

# Работа с обучающимися со сниженной мотивацией к изучению математики

Проектирование индивидуальной образовательной траектории обучающихся со сниженной мотивацией к обучению математике.



## Шуркова Мария Владимировна

кандидат педагогических наук, доцент, автор дидактических материалов УМК «Лаборатория А. Г. Мордковича». Награждена Грамотой Департамента образования города Москвы, имеет Благодарность Мэра Москвы за заслуги в педагогической деятельности и плодотворную работу в сфере образования.





## Девять шагов на пути формирования дифференцированного домашнего задания

1. Спланировать образовательные результаты обучающихся на каждом шаге урока.
2. Проанализировать знания, умения и навыки, напрямую используемые при изучении материала урока.
3. Выделить задания, способствующие корректровке выявленных в ходе рефлексии образовательных дефицитов обучающихся.
4. Сгруппировать учащихся со схожими выявленными образовательными дефицитами.
5. Сформулировать, в каком виде обучающий должен представить выполненное домашнее задание.
6. Убедиться, что все задания обучающемуся понятны, вид результата знаком, каждый обучающийся может самостоятельно справиться с заданием.
7. Определить критерии оценки домашнего задания.
8. Спрогнозировать способы проверки домашнего задания.
9. Откорректировать образовательный маршрут обучающегося.

Курс построен на основе приоритетности функционально-графической линии, математическое моделирование является идейным стержнем.

Теория и практика соединены в одну книгу.

Порядок тем соответствует ПРП 2021, отражает психологические особенности обучающихся.

Выстроена вероятностно-стохастическая линия в тесной взаимосвязи с основным содержанием.

Каждая глава содержит разделы «Повторение», «Итак, в Главе...», «Вопросы», «Дополнительные задачи», «Из истории математики».

Трёхуровневая система заданий отражает требования обновлённого ФГОС ООО 2021, итоговой аттестации. Добавлены задачи практического содержания, высокого уровня сложности.

Включён материал, рекомендованный к изучению с использованием ИТ-средств в соответствии с обновлённым ФГОС ООО 2021.



# Перспективы развития

- Подготовлены методические рекомендации и тематическое планирование по существующим учебникам для работы в соответствии с требованиями обновлённого ФГОС ООО и ПРП 2021 года.



- Подготовлены к экспертизе на соответствие требованиям обновлённого ФГОС ООО 2021 года учебники для 7-9 классов базового уровня (учебники в 2-х частях: 1 и 2 полугодия)

- Готовятся к экспертизе учебники для 10 и 11 классов углублённого уровня



Адрес обратной связи:

[kaf.matematika@gmail.com](mailto:kaf.matematika@gmail.com)

Авторский сайт:

<https://elenamard.jimdo.com/>

Сайт издательства:

<http://lbz.ru/>

Спасибо за внимание!



Удачи в делах!

Телеграм-канал В СОЮЗЕ  
С МАТЕМАТИКОЙ:

<https://t.me/souzmatematikov>

Авторский сайт:

Методическое сопровождение

