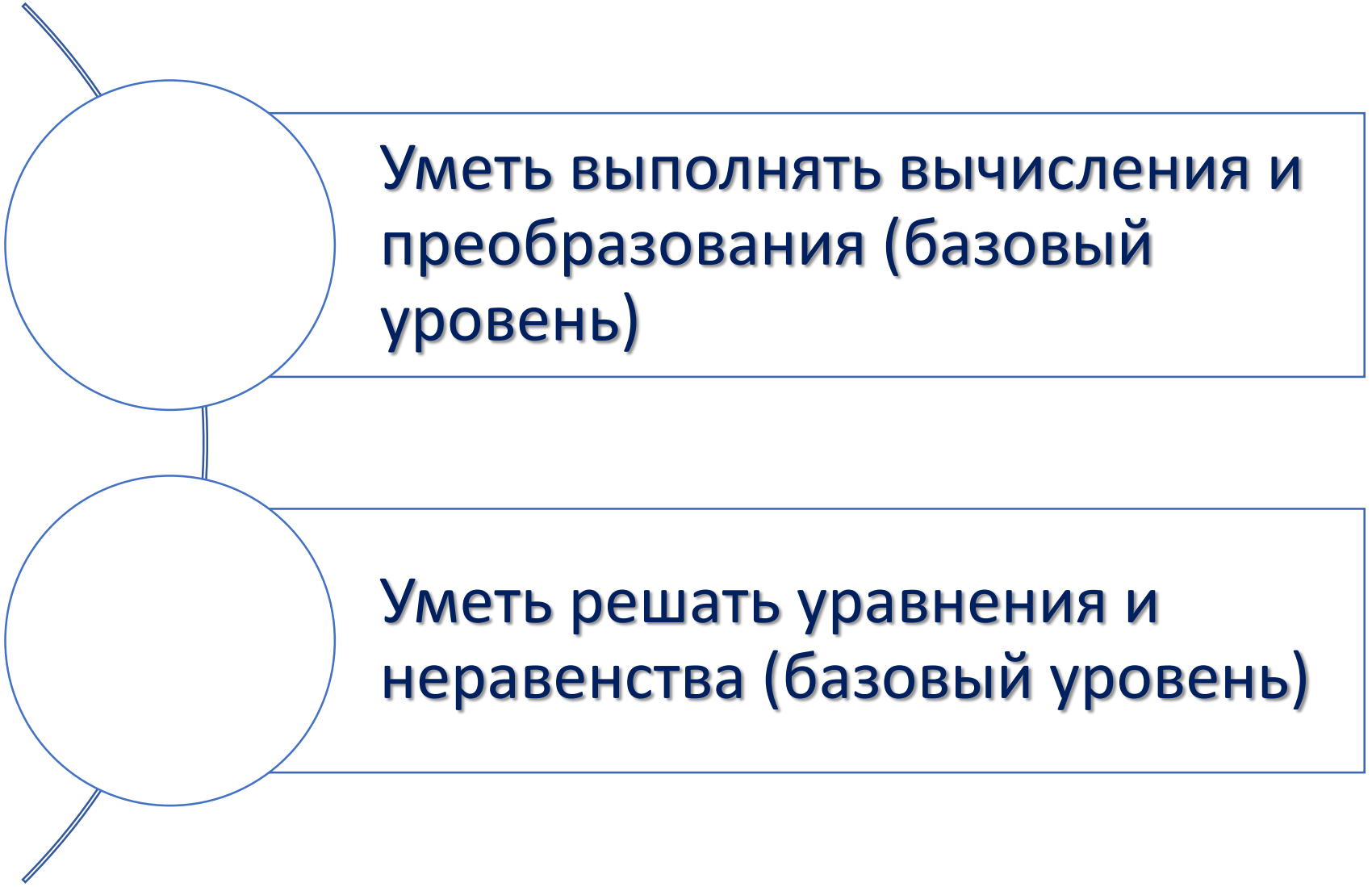
ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО
СОЮЗ

Переходим на обновлённый ФГОС ООО: эффективные приёмы изучения иррациональности в основной школе.

30.03.2023

Мардахаева Елена Львовна, канд. пед. наук, доцент, Лауреат Премии Грант Москвы в сфере образования, автор УМК «Лаборатория А.Г.Мордковича»

DEMO версия КИМ итоговой аттестации (ОГЭ, ЕГЭ)



ОГЭ. Задание 7. Уметь выполнять вычисления и преобразования (базовый уровень)

7 На координатной прямой отмечена точка A.

Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A?

1) $\frac{181}{16}$ 2) $\sqrt{37}$ 3) 0,6 4) 4

Ответ: ☐

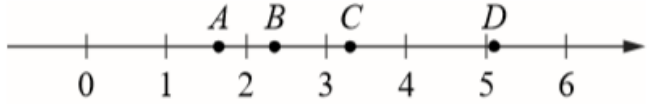
ЕГЭ (базовый уровень) Задание 16. Уметь выполнять вычисления и преобразования (базовый уровень)

16 Найдите значение выражения $\left(2\sqrt{13}-1\right)\left(2\sqrt{13}+1\right)$.

Ответ: _____.

ЕГЭ (базовый уровень) Задание 18. Уметь решать уравнения и неравенства (базовый уровень)

18 На координатной прямой отмечены точки A, B, C и D.



Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.

ТОЧКИ	ЧИСЛА
A	1) $\log_2 10$
B	2) $\frac{7}{3}$
C	3) $\sqrt{26}$
D	4) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

A	B	C	D

ЕГЭ 2023

ЕГЭ (профильный уровень) Задание 5. Уметь решать уравнения и неравенства (базовый уровень)

5 Найдите корень уравнения $\sqrt{3x+49}=10$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Решите уравнение $\sqrt{2x+3}=x$. Если корней окажется несколько, то в ответе запишите наименьший из них.

Ответ: _____.

ЕГЭ (профильный уровень) Задание 6. Уметь выполнять вычисления и преобразования (базовый уровень)

6 Найдите значение выражения $16\log_7 \sqrt[4]{7}$.

Ответ: _____.

Приказ Министерства просвещения РФ от 31 мая 2021 г. № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования»

В соответствии с подпунктом 4.2.30 пункта 4 Положения о Министерстве просвещения Российской Федерации, утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 28 июля 2018 г. N 884 (Собрание законодательства Российской Федерации, 2018, N 32, ст. 5343), и пунктом 27 Правил разработки, утверждения федеральных государственных образовательных стандартов и внесения в них изменений, утвержденных постановлением Правительства Российской Федерации от 12 апреля 2019 г. N 434 (Собрание законодательства Российской Федерации, 2019, N 16, ст. 1942), приказываю:

1. Утвердить прилагаемый федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (далее - ФГОС).

2. Установить, что:

образовательная организация вправе осуществлять в соответствии с ФГОС обучение:

лиц, зачисленных до вступления в силу настоящего приказа, - с их согласия;

несовершеннолетних обучающихся, зачисленных до вступления в силу настоящего приказа, с согласия их родителей (законных представителей);

прием на обучение в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 декабря 2010 г. N 1897 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 1 февраля 2011 г. N 19644), с изменениями, внесенными приказами Министерства образования и науки Российской Федерации от 29 декабря 2014 г. N 1644 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 6 февраля 2015 г. N 35915), от 31 декабря 2015 г. N 1577 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 2 февраля 2016 г. N 40937), приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 11 декабря 2020 г. N 712 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 25 декабря 2020 г., регистрационный N 61828), прекращается 1 сентября 2022 года.

Министр С.С. Кравцов

Зарегистрировано в Минюсте РФ 5 июля 2021 г.
Регистрационный N 64101

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

ОДОБРЕНА РЕШЕНИЕМ ФЕДЕРАЛЬНОГО УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ ПО ОБЩЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ,
протокол 3/21 от 27.09.2021 г.

ПРИМЕРНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

МАТЕМАТИКА

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

(для 5–9 классов образовательных организаций)

МОСКВА
2021

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

ОДОБРЕНА РЕШЕНИЕМ ФЕДЕРАЛЬНОГО УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ ПО ОБЩЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ,
протокол 2/22 от 29.04.2022 г.

ПРИМЕРНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

МАТЕМАТИКА

УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ

(для 7–9 классов образовательных организаций)

МОСКВА
2022

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

ОДОБРЕНА РЕШЕНИЕМ ФЕДЕРАЛЬНОГО УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ ПО ОБЩЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ,
протокол 7/22 от 29.09.2022 г.

ПРИМЕРНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

МАТЕМАТИКА

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

(для 10—11 классов образовательных организаций)

МОСКВА
2022

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

ОДОБРЕНА РЕШЕНИЕМ ФЕДЕРАЛЬНОГО УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ ПО ОБЩЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ,
протокол 7/22 от 29.09.2022 г.

ПРИМЕРНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

МАТЕМАТИКА

УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ

(для 10—11 классов образовательных организаций)

МОСКВА
2022

Объём часов, предусмотренный программами на изучение математики в основной и средней школе

Базовый уровень	Углублённый уровень
Настоящей программой предусматривается выделение в учебном плане на изучение математики в 5-6 классах **5 учебных часов в неделю** в течение каждого года обучения, всего **340 учебных часов**	
в 7-9 классах **6 (3+2+1) учебных часов в неделю** в течение каждого года обучения, всего **612 (306+204+102) учебных часов**.	в 7-9 классах **8 (4+3+1)учебных часов в неделю** в течение каждого года обучения, всего **816 (408+306+102) учебных часов**.
В учебном плане на изучение математики в 10-11 классах отводится **5 учебных часов в неделю** в течение каждого года обучения, всего **350 (175+105+70) учебных часов.** (из них в 10 кл. 2+2+1, в 11 кл. 3+1+1)	В учебном плане на изучение математики в 10-11 классах на отводится **8 (4+3+1) учебных часов в неделю** в течение каждого года обучения, всего **560 (280+210+70) учебных часов**.
Тематическое планирование учебных курсов и рекомендуемое распределение учебного времени для изучения отдельных тем, предложенные в настоящей программе, надо рассматривать как **примерные ориентиры** в помощь составителю авторской рабочей программы, и прежде всего учителю. **Автор** рабочей программы вправе **увеличить или уменьшить предложенное число** учебных часов на тему, чтобы углубиться в тематику, заинтересовавшую обучающихся, или направить усилия на преодоление затруднений. Допустимо также локальное **перераспределение и перестановка** элементов содержания курса внутри данного класса.	

Числа и вычисления

класс	Базовый уровень	Углублённый уровень
	содержание	
7	Дроби обыкновенные и десятичные, переход от одной формы записи дробей к другой. Понятие рационального числа, запись, сравнение, упорядочивание рациональных чисел. Арифметические действия с рациональными числами. Решение задач из реальной практики на части, на дроби.	Рациональные числа. Сравнение, упорядочивание и арифметические действия с рациональными числами. Числовая прямая, модуль числа
8	Квадратный корень из числа. Понятие об иррациональном числе. Десятичные приближения иррациональных чисел. Свойства арифметических квадратных корней и их применение к преобразованию числовых выражений и вычислениям. Действительные числа.	Квадратные корни. Арифметический квадратный корень и его свойства. Понятие иррационального числа. Действия с иррациональными числами. Свойства действий с иррациональными числами. Сравнение иррациональных чисел.
9	Рациональные числа, иррациональные числа, конечные и бесконечные десятичные дроби. Множество действительных чисел; действительные числа как бесконечные десятичные дроби. Взаимно однозначное соответствие между множеством действительных чисел и координатной прямой.	Корень n-й степени и его свойства. Степень с рациональным показателем и её свойства.

Числа и вычисления

класс	Базовый уровень	Углублённый уровень
	результат	
7	Выполнять, сочетая устные и письменные приёмы, арифметические действия с рациональными числами. Находить значения числовых выражений; применять разнообразные способы и приёмы вычисления значений дробных выражений, содержащих обыкновенные и десятичные дроби. Переходить от одной формы записи чисел к другой (преобразовывать десятичную дробь в обыкновенную, обыкновенную в десятичную, в частности в бесконечную десятичную дробь). Сравнивать и упорядочивать рациональные числа. Округлять числа. Выполнять прикидку и оценку результата вычислений, оценку значений числовых выражений.	Переходить от одной формы записи чисел к другой (преобразовывать десятичную дробь в обыкновенную, обыкновенную в десятичную, в частности, в бесконечную десятичную дробь). Использовать понятия множества натуральных чисел, множества целых чисел, множества рациональных чисел при решении задач, проведении рассуждений и доказательств. Понимать и объяснять смысл позиционной записи натурального числа. Сравнивать и упорядочивать рациональные числа.

Числа и вычисления

класс	Базовый уровень	Углублённый уровень
	результат	
8	Использовать начальные представления о множестве действительных чисел для сравнения, округления и вычислений; изображать действительные числа точками на координатной прямой. Применять понятие арифметического квадратного корня; находить квадратные корни, используя при необходимости калькулятор; выполнять преобразования выражений, содержащих квадратные корни, используя свойства корней.	Понимать и использовать представления о расширении числовых множеств. Свободно оперировать понятиями: квадратный корень, арифметический квадратный корень, иррациональное число; находить, оценивать квадратные корни, используя при необходимости калькулятор; выполнять преобразования выражений, содержащих квадратные корни, используя свойства корней. Использовать начальные представления о множестве действительных чисел для сравнения, округления и вычислений; изображать действительные числа точками на координатной прямой.

Числа и вычисления

класс	Базовый уровень	Углублённый уровень
	результат	
9	Сравнивать и упорядочивать рациональные и иррациональные числа. Выполнять арифметические действия с рациональными числами, сочетая устные и письменные приёмы, выполнять вычисления с иррациональными числами..	Свободно оперировать понятиями: корень n-й степени, степень с рациональным показателем; находить корень n-й степени, степень с рациональным показателем, используя при необходимости калькулятор; применять свойства корня n-й степени, степени с рациональным показателем. Использовать понятие множества действительных чисел при решении задач, проведении рассуждений и доказательств.

§ 4. Познакомимся с квадратными корнями

Рассмотрим два похожих друг на друга уравнения: $x^2 = 4$, $x^2 = 5$. Первое уравнение мы решим без труда, его корнями служат числа 2 и -2. Второе уравнение попробуем решить графически. Для этого в одной системе координат построим график функции $y = x^2$ (параболу) и прямую $y = 5$ (рис. 7). Они пересекаются в двух симметричных относительно оси ординат точках $(a; 5)$ и $(-a; 5)$. Но что это за положительное число a? Пока ясно лишь, что $2 < a < 3$ и $a^2 = 5$.

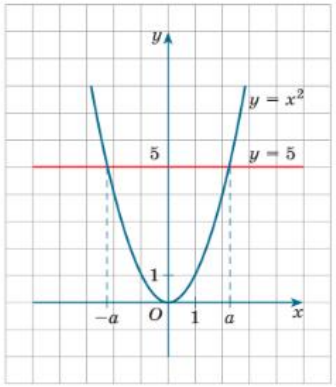


Рис. 7

ИКТ Между числами 2 и 3 находится бесконечно много рациональных чисел. Может быть, одно из них, будучи возведено в квадрат, как раз и даст нам число 5?

Итак, предположим, что существует рациональное число, т. е. обыкновенная дробь $\frac{p}{q}$ такая, что $\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 5$. Числитель p и знаменатель q не имеют общих множителей, отличных от 1, поскольку мы бы их заранее сократили. Тогда числа p^2 и q^2 также не имеют общих множителей. Получается, что дробь $\frac{p^2}{q^2} = \left(\frac{p}{q}\right)^2$ несократима и поэтому не может равняться натуральному числу, в частности не может равняться 5.

Метод доказательства, который мы применили только что, называют в математике **методом доказательства от противного**. Суть его в следующем. Нам нужно доказать некоторое утверждение, а мы предполагаем, что оно не выполняется (принято говорить так: «предположим противное»). Если в результате правильных рассуждений приходим к противоречию с предположением, то делаем вывод: наше предположение неверно, значит, верно то, что требовалось доказать.

Что же получается? Получается, что у уравнения $x^2 = 5$ корни есть, но они не являются рациональными числами, это числа новой природы. Для обозначения этих корней используется новый математический символ $\sqrt{\ }$ и корни уравнения $x^2 = 5$ записывают так: $x_1 = \sqrt{5}$, $x_2 = -\sqrt{5}$. Символ $\sqrt{5}$ читают так: «квадратный корень из пяти».

Аналогично обстоит дело с уравнением $x^2 = 2$, его корнями являются числа $x_1 = \sqrt{2}$, $x_2 = -\sqrt{2}$.

Теперь для любого уравнения вида $x^2 = a$, где $a > 0$, можно записать корни: $x_1 = \sqrt{a}$, $x_2 = -\sqrt{a}$ (рис. 8).

А уравнение $x^2 = 0$ имеет единственный корень 0, т. е. можно записать так: $\sqrt{0} = 0$.

Определение. Квадратным корнем из неотрицательного числа a называют такое неотрицательное число, квадрат которого равен a.

Это число обозначают $\sqrt{a}$, число a при этом называют **подкоренным числом**. Операцию нахождения квадратного корня из неотрицательного числа называют **извлечением квадратного корня**.

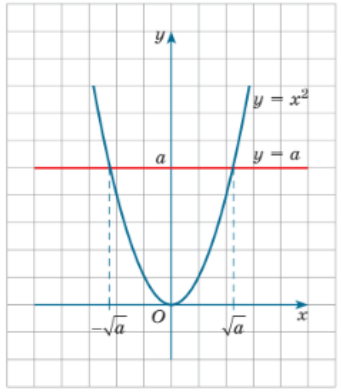


Рис. 8

Итак, *если a — неотрицательное число, то* $\sqrt{a} \geqslant 0$ *и* $(\sqrt{a})^2 = a$. Например,

$\sqrt{36} = 6$, так как $6 \geqslant 0$ и $6^2 = 36$;

$\sqrt{625} = 25$, так как $25 \geqslant 0$ и $25^2 = 625$;

$\sqrt{3{,}24} = 1{,}8$, так как $1{,}8 \geqslant 0$ и $1{,}8^2 = 3{,}24$;

$\sqrt{\frac{16}{81}} = \frac{4}{9}$, так как $\frac{4}{9} \geqslant 0$ и $\left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{16}{81}$.

А как вычислить $\sqrt{5}$? Ведь нет натурального числа, квадрат которого равен 5, нет и обыкновенной дроби, при возведении которой в квадрат получится 5. Об этом мы поговорим в § 5.

Если $a < 0$, то уравнение $x^2 = a$ не имеет корней, говорить в этом случае о квадратном корне из числа a не имеет смысла. Таким образом, ***выражение $\sqrt{a}$ имеет смысл лишь при $a \geqslant 0$.***

Равенства $\sqrt{a} = b$ и $b^2 = a$ выражают одну и ту же зависимость между неотрицательными числами a и b, но только во втором равенстве она описана более простым языком, чем в первом (используются более простые символы).

Операция извлечения квадратного корня является обратной по отношению к операции возведения в квадрат. Сравните:

Возведение в квадрат	Извлечение квадратного корня
$9^2 = 81$	$\sqrt{81} = 9$
$100^2 = 10\,000$	$\sqrt{10\,000} = 100$
$0{,}6^2 = 0{,}36$	$\sqrt{0{,}36} = 0{,}6$

Ещё раз обратите внимание: в таблице мы видим только положительные числа, поскольку это оговорено в определении квадратного корня. И хотя, например, $(-9)^2 = 81$ — верное равенство, перейти от него к записи с использованием квадратного корня (т. е. написать $\sqrt{81} = -9$) нельзя. По определению $\sqrt{81}$ — положительное число, значит, $\sqrt{81} = 9$ (а не -9).

Часто говорят не «квадратный корень», а «арифметический квадратный корень», но мы термин «арифметический» использовать не будем.

Урок по теме «Познакомимся с квадратными корнями»

§ 4. Познакомимся с квадратными корнями

Урок «открытия» нового знания	Деятельность на уроке
Проверка домашнего задания, актуализация знаний.	Повторяются: графический способ решения уравнений, построение графика функции $y = x^2$.
Мотивация открытия нового знания. Побуждение к получению новой информации.	Постановка задачи: решите уравнения $x^2 = 4$ и $x^2 = 5$.
Получение новой информации	Работа с текстом учебника. Заполнение журнала.
Обработка новой информации	Анализ и формулировка проблемы. Выдвижение гипотезы: существует число, квадрат которого равен 5. Проверка гипотезы. Получение результата: понятие квадратного корня.
Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи.	Решение заданий в группах. Закрепление нового понятия. Составление схемы определения понятия квадратного корня.
Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону.	Выполнение самостоятельной работы. Работа с текстом учебника. Получение образовательного продукта: схемы доказательства иррациональности числа $\sqrt{5}$.
Рефлексия. Осмысление изученного и сделанного	Подведение к выводу: раз мы узнали новое понятие, то следует более подробно изучить его свойства, взаимоотношение с уже известными понятиями.
Информация о домашнем задании, инструктаж по его выполнению.	

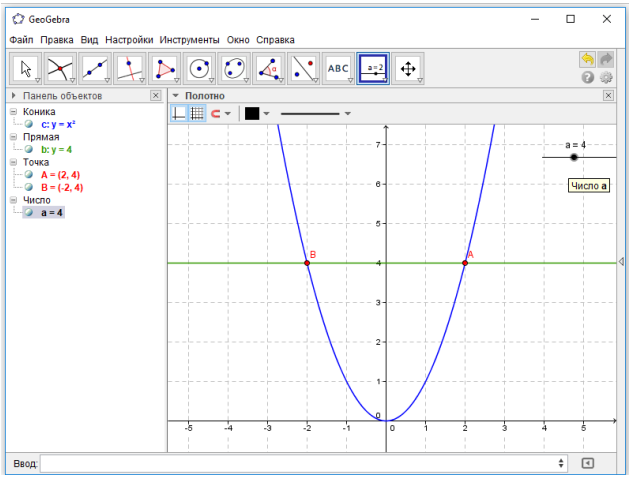
Урок по теме «Познакомимся с квадратными корнями»

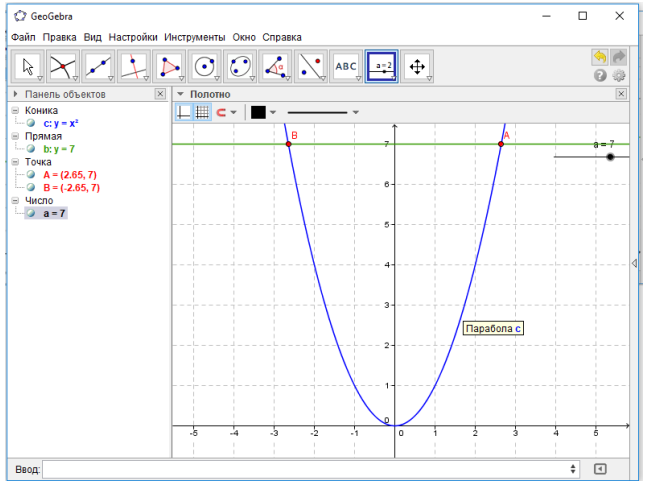
§ 4. Познакомимся с квадратными корнями

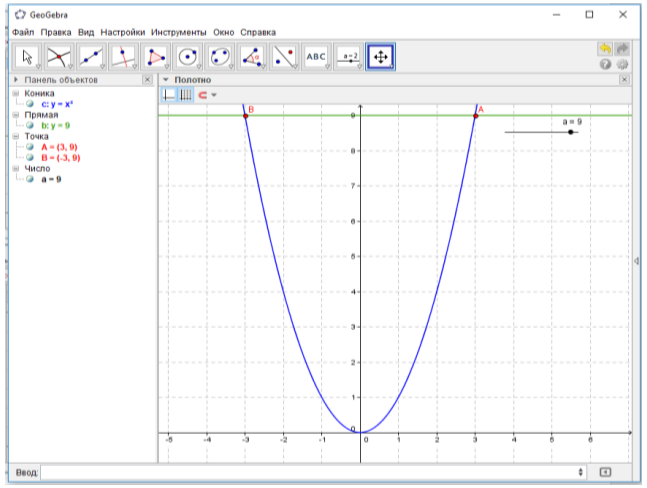
Рассмотрим два похожих друг на друга уравнения: $x^2 = 4$, $x^2 = 5$. Первое уравнение мы решим без труда, его корнями служат числа 2 и -2. Второе уравнение попробуем решить графически. Для этого в одной системе координат построим график функции $y = x^2$ (параболу) и прямую $y = 5$ (рис. 7). Они пересекаются в двух симметричных от-

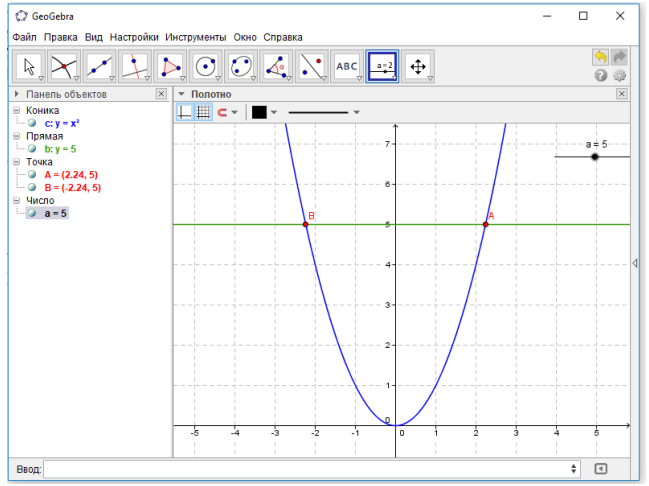
Таблица «Верю – проверю»

Верю	Утверждение	Проверю
Да	Уравнение $x^2 = 4$ имеет корни.	$x_1 = -2, x_2 = 2$
Нет	Уравнение $x^2 = 5$ имеет корни.	?









Урок по теме «Познакомимся с квадратными корнями»

ПРОСВЕЩЕНИЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО СОЮЗ

ЛАБОРАТОРИЯ А.Г. Мордковича

§ 4. Познакомимся с квадратными корнями

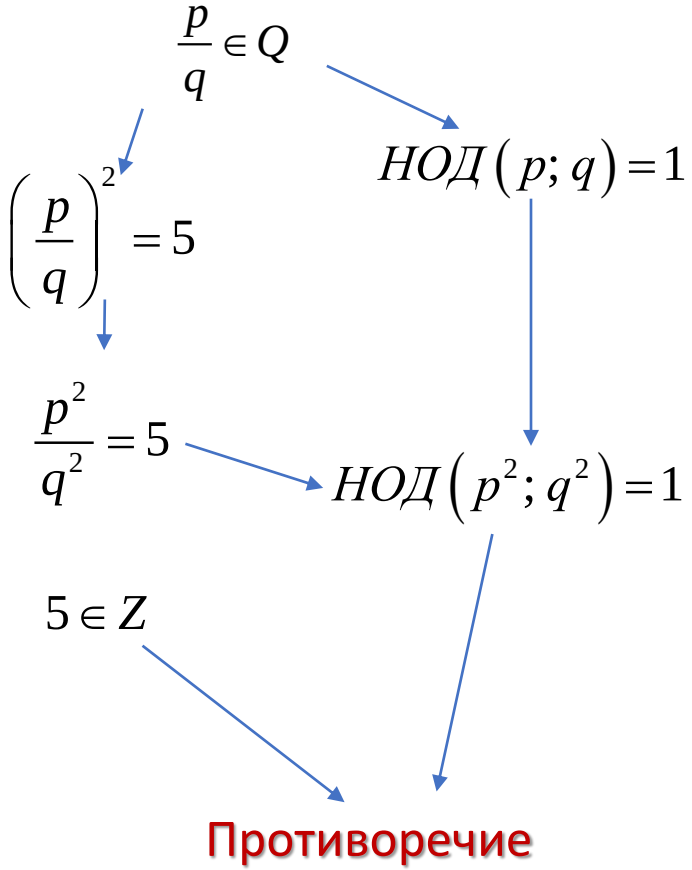
ИКТ

Между числами 2 и 3 находится бесконечно много рациональных чисел. Может быть, одно из них, будучи возведено в квадрат, как раз и даст нам число 5?

Итак, предположим, что существует рациональное число, т. е. обыкновенная дробь $\frac{p}{q}$ такая, что $\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 5$. Числитель p и знаменатель q не имеют общих множителей, отличных от 1, поскольку мы бы их заранее сократили. Тогда числа p^2 и q^2 также не имеют общих множителей. Получается, что дробь $\frac{p^2}{q^2} = \left(\frac{p}{q}\right)^2$ несократима и поэтому не может равняться натуральному числу, в частности не может равняться 5.

1. Пусть $\frac{p}{q}$ – рациональное число; $\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 5$.
2. p, q – не имеют общих делителей.
3. p^2, q^2 – не имеют общих делителей.
4. $\frac{p^2}{q^2} = \left(\frac{p}{q}\right)^2$ несократима. Противоречие с п.1.

Специальные приёмы работы с теоретическим материалом: составление схемы доказательства



Урок по теме «Познакомимся с квадратными корнями»

ПРОСВЕЩЕНИЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО СОЮЗ

ЛАБОРАТОРИЯ А.Г. Мордковича

§ 4. Познакомимся с квадратными корнями

Что же получается? Получается, что у уравнения $x^2 = 5$ корни есть, но они не являются рациональными числами, это числа новой природы. Для обозначения этих корней используется новый математический символ $\sqrt{\ }$ и корни уравнения $x^2 = 5$ записывают так: $x_1 = \sqrt{5}$, $x_2 = -\sqrt{5}$. Символ $\sqrt{5}$ читают так: «квадратный корень из пяти».

Аналогично обстоит дело с уравнением $x^2 = 2$, его корнями являются числа $x_1 = \sqrt{2}$, $x_2 = -\sqrt{2}$.

Теперь для любого уравнения вида $x^2 = a$, где $a > 0$, можно записать корни: $x_1 = \sqrt{a}$, $x_2 = -\sqrt{a}$ (рис. 8).

А уравнение $x^2 = 0$ имеет единственный корень 0, т. е. можно записать так: $\sqrt{0} = 0$.

Определение. Квадратным корнем из неотрицательного числа a называют такое неотрицательное число, квадрат которого равен a. Это число обозначают $\sqrt{a}$, число a при этом называют **подкоренным числом**. Операцию нахождения квадратного корня из неотрицательного числа называют **извлечением квадратного корня**.

Специальные приёмы работы с теоретическим материалом: составление схемы определения понятия

Корень квадратный из неотрицательного числа a:

1) Неотрицательное число **И**

2) Квадрат этого числа равен a.

Квадратный корень из неотрицательного числа a

Показатель корня (2 не пишется) — $\sqrt[2]{a}$ — Подкоренное выражение

$$\sqrt{a} \geq 0, \quad \left(\sqrt{a}\right)^2 = a, \quad a \geq 0$$

Урок по теме «Познакомимся с квадратными корнями»

§ 4. Познакомимся с квадратными корнями

Основная деятельность учащегося	Справился сам	Справился с помощью	Не справился
Повторение: графический способ решения уравнений, построение графика функции.			
Постановка задачи: решите уравнения.			
Работа с текстом учебника. Заполнение журнала.			
Анализ и формулировка проблемы. Выдвижение гипотезы: существует рациональное число, квадрат которого равен 5. Проверка гипотезы. Получение результата: понятие квадратного корня.			
Выполнение самостоятельной работы. Работа с текстом учебника. Получение образовательного продукта: схемы доказательства иррациональности числа.			
Решение заданий в группах. Закрепление нового понятия. Составление схемы определения понятия квадратного корня.			
Подведение к выводу: раз мы узнали новое понятие, то следует более подробно изучить его свойства, взаимоотношение с уже известными понятиями.			

Специальные приёмы для формирования самооценки и рефлексии: лист рефлексии

§ 4. Познакомимся с квадратными корнями

Специальные приёмы для формирования самооценки и рефлексии: лист рефлексии

- Удалось ли мне решить поставленные перед собой на уроке задачи?
- Достигнута ли мною цель урока?
- Что мне удалось на уроке?
- Что я для этого сделал(а) (обсуждение результатов заполнения листа рефлексии)?
- Что у меня не получилось на уроке?
- Что мне помешало?
- Что я должен сделать, чтобы в следующий раз получилось?
- Какую оценку я заслужил в соответствии с критериями?
- Определение домашнего задания и ближайших задач.

Специальные приёмы для формирования самостоятельных навыков учебно-познавательной деятельности: дифференцированное домашнее задание

Урок по теме «Понятие логарифма»

§ 50. Понятие логарифма

Урок «открытия» нового знания	Деятельность на уроке
Проверка домашнего задания, актуализация знаний.	Повторяются: графический способ решения уравнений, построение графика функции $y = 3^x$.
Мотивация открытия нового знания. Побуждение к получению новой информации.	Постановка задачи: решите уравнения $3^x = 9$ и $3^x = 5$.
Получение новой информации	Работа с текстом учебника. Заполнение журнала.
Обработка новой информации	Анализ и формулировка проблемы. Выдвижение гипотезы: существует показатель степени, в которую необходимо возвести 3, чтобы получилось 5. Проверка гипотезы. Получение результата: понятие логарифма.
Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи.	Решение заданий в группах. Закрепление нового понятия. Составление схемы определения понятия логарифма.
Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону.	Выполнение самостоятельной работы. Работа с текстом учебника. Получение образовательного продукта: схемы доказательства иррациональности числа $\log_3 5$
Рефлексия. Осмысление изученного и сделанного	Подведение к выводу: раз мы узнали новое понятие, то следует более подробно изучить его свойства, взаимоотношение с уже известными понятиями.
Информация о домашнем задании, инструктаж по его выполнению.	

Урок по теме «Понятие логарифма»

§ 50. Понятие логарифма

Рассмотрим четыре показательных уравнения: $3^x = 9$, $3^x = \frac{1}{27}$, $3^x = \sqrt{3}$; $3^x = 5$. Первые три уравнения мы решим без труда, их корни — рациональные числа:

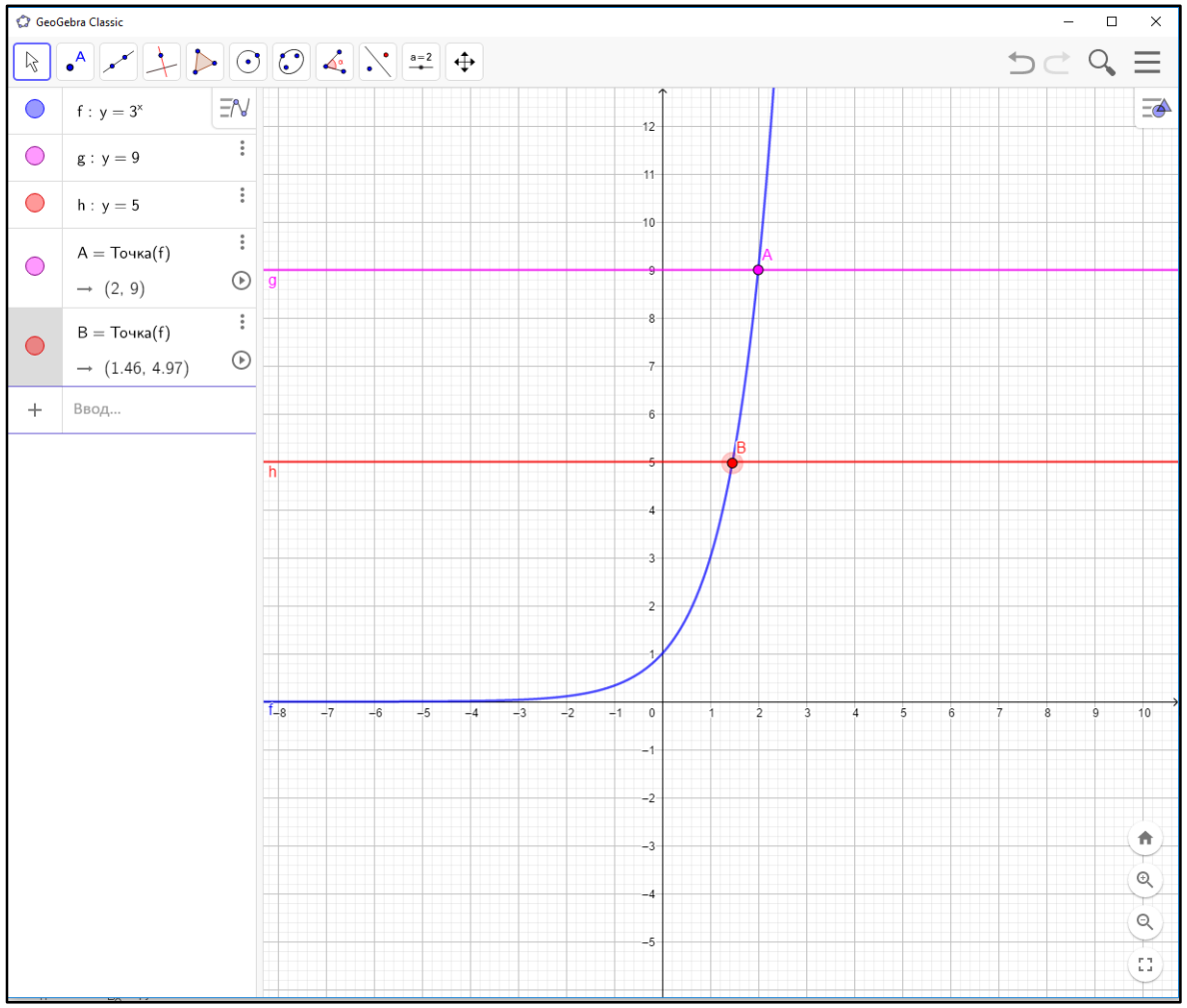
$$3^x = 9, \quad x = 2;$$

$$3^x = \frac{1}{27}, \quad x = -3;$$

$$3^x = \sqrt{3}, \quad x = \frac{1}{2}.$$

Таблица «Верю – проверю»

Верю	Утверждение	Проверю
Да	Уравнение $3^x = 9$ имеет корни.	$x = 2$
Нет	Уравнение $3^x = 5$ имеет корни.	?



Урок по теме «Понятие логарифма»

§ 50. Понятие логарифма

Пример 3 Доказать, что $\log_3 5$ — иррациональное число.

Решение. Предположим, что $\log_3 5$ — рациональное число, т. е. $\log_3 5 = \frac{p}{q}$, где p, q — натуральные числа. Равенство $\log_3 5 = \frac{p}{q}$ означает, что $3^{\frac{p}{q}} = 5$. Далее имеем: $\left(3^{\frac{p}{q}}\right)^q = 5^q$, $3^p = 5^q$. Последнее равенство невозможно хотя бы потому, что число 5^q оканчивается цифрой 5, а никакая натуральная степень числа 3 цифрой 5 не оканчивается.

Получили противоречие, это значит, что сделанное предположение о том, что $\log_3 5$ — рациональное число, неверно. Вывод: $\log_3 5$ — иррациональное число. ■

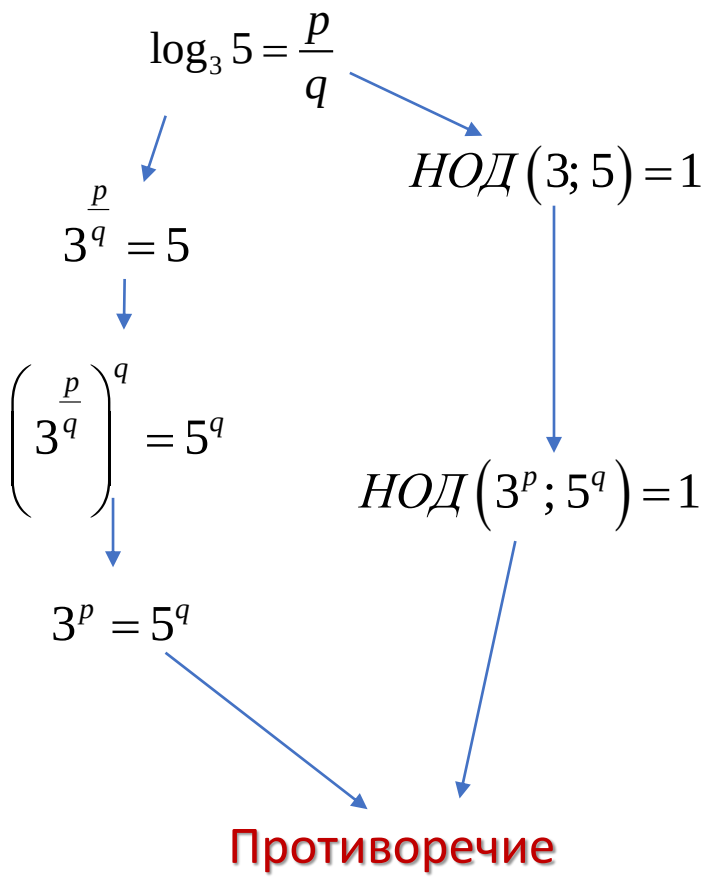
1. Пусть $\log_3 5$ – рациональное число, т.е. $\log_3 5 = \frac{p}{q}$;

2. $3^{\frac{p}{q}} = 5 \Leftrightarrow \left(3^{\frac{p}{q}}\right)^q = 5^q \Leftrightarrow 3^p = 5^q$;

3. Противоречие;

4. Результат $\log_3 5$ – иррациональные число.

Специальные приёмы работы с теоретическим материалом: составление схемы доказательства



Урок по теме «Понятие логарифма»

§ 50. Понятие логарифма

Специальные приёмы работы с теоретическим материалом: составление схемы определения понятия

С аналогичной «нештатной» ситуацией мы встретились в курсе алгебры 8-го класса, когда надо было найти положительный корень уравнений: $x^2 = 4$, $x^2 = 9$, $x^2 = 5$. Для первых двух уравнений всё просто: $x = 2$, $x = 3$. А чтобы записать корень третьего уравнения, пришлось вводить новый термин «квадратный корень» и новое обозначение $\sqrt{5}$. С уравнением $3^x = 5$ поступим так же: введём новый термин «логарифм» и новое обозначение $\log_3 5$ (читают: «Логарифм числа 5 по основанию три»). Итак, уравнение $3^x = 5$ мы решили: $x = \log_3 5$.

Определение. Логарифмом положительного числа b по положительному и отличному от 1 основанию a называют показатель степени, в которую нужно возвести число a, чтобы получить число b. Обозначение: $\log_a b$ (читают: «*Логарифм числа b по основанию a*»).

Логарифм числа b по основанию a:

1) $b > 0$ и

2) $a > 0$ и

3) $a \neq 1$ и

4) $a^{\log_a b} = b$

§ 47. Понятие касательной. Число e и функция $y = e^x$

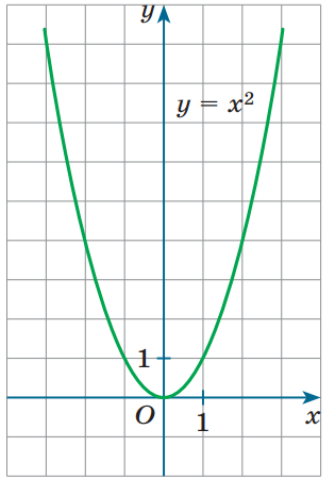


Рис. 177

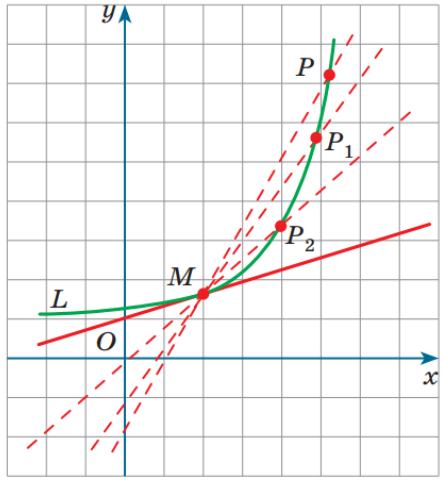


Рис. 178

вас спросят, какую из этих прямых можно назвать *касательной к параболе*, вы, опираясь на интуицию, скажете, что касательной является ось абсцисс. И это будет правильно. А как определить касательную к графику функции в некоторой точке в общем случае? Поговорим об этом.

Дана кривая L — график некоторой функции (рис. 178), на графике выбрана точка M. Нужно провести касательную к этому графику в точке M. Рассуждаем следующим образом. Возьмём ещё одну точку на этой кривой — точку P. Проведём секущую MP. Возьмём на кривой точку P_1 поближе к M, проведём секущую MP_1, затем точку P_2 ещё ближе к M и проведём секущую MP_2 и т. д. Как видите, секущая изменяет своё положение, она как бы поворачивается вокруг точки M. Часто бывает так, что в этом процессе секущая приближается к некоторому предельному положению. Эту прямую — предельное положение секущей — называют *касательной к кривой L в точке M*.

ИКТ

Если, в частности, на параболе $y = x^2$ взять точку P, провести секущую OP, затем начать приближать точку P по параболе к точке O и проводить секущие, то вы увидите, что предельным положением этих секущих будет ось абсцисс, именно она и является касательной к параболе в точке O, что соответствует нашим интуитивным представлениям.

Проведём в точке $x = 0$ касательные к графикам трёх показательных функций $y = 2^x$, $y = 3^x$ и $y = 10^x$ (рис. 179, 180, 181). Видим, что чем больше основание, тем больше угол наклона касательной и оси

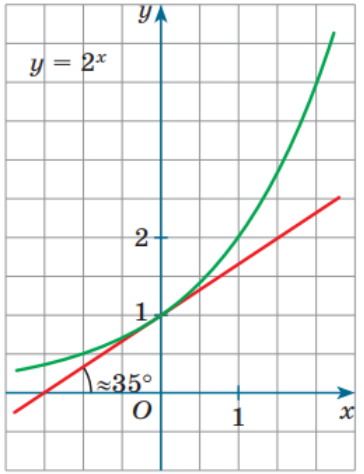


Рис. 179

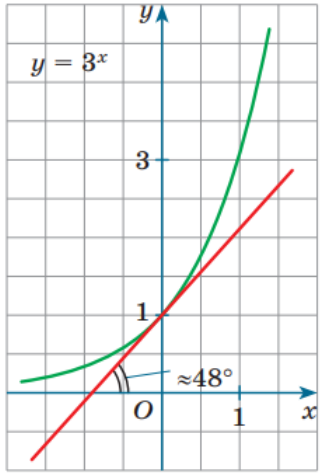


Рис. 180

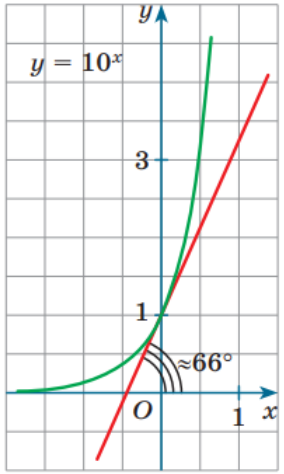


Рис. 181

абсцисс: касательная становится более «крутой». Можно убедиться в том, что касательная к графику функции $y = 2^x$ образует с осью абсцисс угол примерно в 35°, а для касательных к $y = 3^x$ и к $y = 10^x$ получатся углы наклона примерно в 48° и в 66°.

Итак, если основание a показательной функции $y = a^x$ постепенно и непрерывно увеличивается от 2 до 10, то угол между касательной к графику функции в точке $x = 0$ и осью абсцисс постепенно и непрерывно увеличивается от 35° да 66°. Значит, существует такое основание e,

§ 47. Понятие касательной. Число e и функция $y = e^x$

первой и третьей координатных четвертей; угол наклона касательной к оси абсцисс равен 45°. Функцию $y = e^x$ называют *экспоненциальной*, а её график — *экспонентой*, хотя зачастую, для краткости, экспонентой называют и саму функцию $y = e^x$, и её график.

Функция $y = e^x$ чаще других показательных функций используется на практике. Приведём два стандартных, широко известных примера.

1) Предположим, что колония живых организмов находится в благоприятных условиях: пространство, занимаемое колонией, и пищевые ресурсы не ограничены, а хищников, питающихся организмами данной колонии, нет, благодаря чему рождаемость выше, чем смертность. В таких условиях обычно считают, что скорость изменения численности колонии пропорциональна численности (чем больше организмов, тем выше скорость; k — коэффициент пропорциональности). Установлено, что число организмов колонии выражается формулой $y = y_0 e^{kt}$, где y_0 — численность колонии в момент времени $t = 0$, а $k > 0$ — некоторый коэффициент.

Примерно по такому же закону изменяется величина вклада в банковской структуре, этот закон называют *законом показательного роста*.

что касательная к графику показательной функции $y = e^x$ в точке $x = 0$ образует с осью абсцисс угол 45°. Это основание заключено между числами 2 и 3, поскольку для функции $y = 2^x$ интересующий нас угол равен 35°, что меньше, чем 45°, а для функции $y = 3^x$ он равен 48°, что уже немного больше, чем 45°. В курсе высшей математики доказано, что $e = 2{,}7182818284590\ldots$, это иррациональное число (бесконечная десятичная непериодическая дробь). На практике обычно полагают, что $e \approx 2{,}7$.

График показательной функции $y = e^x$ изображён на рисунке 182. Он отличается от графиков показательных функций с другими основаниями тем, что касательная к графику в точке $x = 0$ параллельна биссектрисе $y = x$

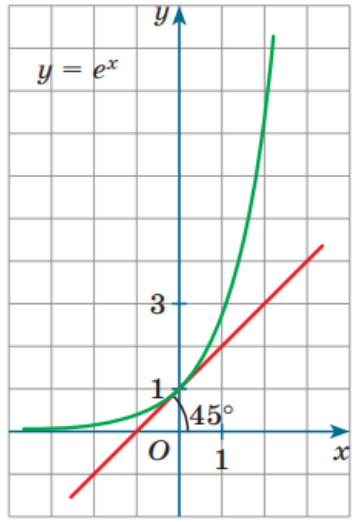


Рис. 182

2) В комнату с температурой 20 °C внесли кипящий чайник. При определённых условиях можно считать, что скорость изменения температуры нагретого тела пропорциональна разности между температурой тела и температурой окружающей среды. Температура T тела в момент времени t выражается формулой $T = T_1 + (T_0 - T_1)e^{-kt}$; здесь T_1 — температура окружающей среды, а T_0 — температура тела в момент времени $t = 0$. В ситуации с чайником $T_1 = 20$ °C, а $T_0 = 100$ °C. Значит, $T = 20 + 80e^{-kt}$. С течением времени температура чайника будет приближаться к температуре окружающей среды. Процессы подобного рода называют *процессами выравнивания*.

§ 4. Познакомимся с квадратными корнями

Упражнения

4.1. Решите уравнение:

а) $x^2 = 4$; в) $x^2 = -3$; д) $x^2 = -1$;
б) $x^2 = 7$; г) $x^2 = 11$; е) $x^2 = 9$.

4.2. Назовите верные равенства. Ответ обоснуйте:

а) $\sqrt{100} = 10$; г) $\sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{7}{9}$;
б) $\sqrt{1{,}44} = -1{,}2$; д) $\sqrt{(-15)^2} = 15$;
в) $\sqrt{-121} = -11$; е) $\sqrt{(-13)^2} = -13$.

4.3. Найдите сторону квадрата, если его площадь равна:

а) 64 см^2; в) 15 см^2; д) 2,25 см^2;
б) 3,24 см^2; г) 121 см^2; е) 19 см^2.

Вычислите.

4.4. а) $\sqrt{81}$; в) $\sqrt{1}$; д) $\sqrt{256}$;
б) $\sqrt{225}$; г) $\sqrt{121}$; е) $\sqrt{0}$.

4.5. а) $\sqrt{0{,}64}$; в) $\sqrt{0{,}04}$; д) $\sqrt{3{,}24}$;
б) $\sqrt{2{,}89}$; г) $\sqrt{1{,}96}$; е) $\sqrt{0{,}01}$.

4.6. а) $\sqrt{\frac{81}{121}}$; в) $\sqrt{1\frac{29}{196}}$; д) $\sqrt{1\frac{25}{144}}$;
б) $\sqrt{4\frac{25}{36}}$; г) $\sqrt{\frac{121}{169}}$; е) $\sqrt{3\frac{22}{49}}$.

4.7. а) $\left(\sqrt{3}\right)^2$; в) $\left(\sqrt{4{,}5}\right)^2$; д) $\left(\sqrt{\frac{7}{12}}\right)^2$;
б) $\left(\sqrt{\frac{5}{6}}\right)^2$; г) $\left(\sqrt{7}\right)^2$; е) $\left(\sqrt{3{,}2}\right)^2$.

4.7. а) $\left(\sqrt{3}\right)^2$; в) $\left(\sqrt{4{,}5}\right)^2$; д) $\left(\sqrt{\frac{7}{12}}\right)^2$;
б) $\left(\sqrt{\frac{5}{6}}\right)^2$; г) $\left(\sqrt{7}\right)^2$; е) $\left(\sqrt{3{,}2}\right)^2$.

4.8. а) $\left(-\sqrt{13}\right)^2$; в) $-\left(-\sqrt{81}\right)^2$; д) $-\left(\sqrt{1{,}2}\right)^2$;
б) $-\left(\sqrt{2{,}5}\right)^2$; г) $\left(-\sqrt{17}\right)^2$; е) $-\left(-\sqrt{64}\right)^2$.

4.9. а) $\left(2\sqrt{3}\right)^2$; в) $\left(-3\sqrt{5}\right)^2$; д) $\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2$;
б) $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$; г) $\left(3\sqrt{7}\right)^2$; е) $\left(-3\sqrt{7}\right)^2$.

4.10. а) $\sqrt{81} \cdot \sqrt{9}$; г) $\sqrt{\frac{169}{225}} \cdot \sqrt{625}$;
б) $\sqrt{49} \cdot \sqrt{144}$; д) $\sqrt{324} \cdot \sqrt{1\frac{45}{324}}$;
в) $\sqrt{\frac{16}{25}} \cdot \sqrt{225}$; е) $\sqrt{289} \cdot \sqrt{1\frac{35}{289}}$.

ГР **4.11.** Имеет ли смысл выражение:

а) $\sqrt{5^2 - 23}$; в) $\sqrt{1{,}1 \cdot 1{,}3 - 1{,}2^2}$; д) $\sqrt{\sqrt{2} - 1}$;
б) $\sqrt{(3^2 - 10)^2}$; г) $\sqrt{0{,}04} - 0{,}2$; е) $\sqrt{1 - \sqrt{3}}$?

Найдите, если возможно, значение заданного числового выражения и укажите выражения, которые не имеют смысла.

ИЗ **4.12.** а) $\sqrt{81} + \sqrt{100}$; в) $\sqrt{121} - \sqrt{64}$; д) $\sqrt{1} - \sqrt{36}$;
б) $\sqrt{256} + \sqrt{169}$; г) $\sqrt{49} - \sqrt{225}$; е) $\sqrt{0} - \sqrt{49}$.

ИЗ **4.13.** а) $\sqrt{9 - \sqrt{64}}$; в) $\sqrt{44 + \sqrt{25}}$; д) $\sqrt{1 - \sqrt{25}}$;

§ 4. Познакомимся с квадратными корнями

ИЗ **4.14.** а) $\left(\sqrt{3}\right)^6$; в) $\left(-3\sqrt{7}\right)^4$; д) $\left(-2\sqrt{6}\right)^4$;
б) $\left(2\sqrt{-5}\right)^4$; г) $\left(\sqrt{5}\right)^6$; е) $\left(5\sqrt{-2}\right)^4$.

Вычислите.

4.15. а) $\frac{1}{3}\cdot\sqrt{0{,}36}$; г) $\frac{2}{5}\cdot\sqrt{900}$;
б) $0{,}2\cdot\sqrt{1600}$; д) $-7\cdot\sqrt{0{,}04}$;
в) $-0{,}3\cdot\sqrt{10\,000}+\sqrt{64}$; е) $0{,}5\cdot\sqrt{0{,}04}+\frac{1}{6}\cdot\sqrt{144}$.

4.16. а) $\sqrt{3^2+4^2}$; в) $\sqrt{15^2-9^2}$; д) $\sqrt{5^2+12^2}$;
б) $\sqrt{8^2+15^2}$; г) $\sqrt{12^2+9^2}$; е) $\sqrt{17^2-8^2}$.

ИЗ **4.17.** Найдите, если возможно, значение заданного алгебраического выражения. Укажите выражения, которые не определены при заданном значении переменной:
а) $\sqrt{6-2a}$, если $a=1$; г) $\sqrt{4-2a}$, если $a=1{,}5$;
б) $\sqrt{5b^2+10b+9}$, если $b=2$; д) $\sqrt{6b^2+5b-3}$, если $b=-3$;
в) $\sqrt{c^3-c^2}$, если $c=5$; е) $\sqrt{2x^2-x^3}$, если $x=3$.

4.18. Решите уравнение:
а) $\frac{1}{3}x^2=75$; в) $4x^2-28=0$; д) $5x^2-484=121$;
б) $\frac{1}{6}x^2=24$; г) $3x^2-78=0$; е) $7x^2-558=625$.

ИЗ **4.19.** Укажите, если возможно, при каком значении переменной равенство является верным:
а) $\sqrt{x}=11$; в) $\sqrt{x}=-9$; д) $\sqrt{x}=\frac{3}{4}$;
б) $\sqrt{x}=\frac{2}{3}$; г) $\sqrt{x}=16$; е) $\sqrt{x}=-12$.

4.20. Решите уравнение:
а) $\sqrt{x-1}=4$; в) $\sqrt{289-x^2}=8$; д) $\sqrt{-x}=-13$;
б) $\sqrt{x+2}=6$; г) $\sqrt{x^2-25}=0$; е) $\sqrt{-x}=17$.

ГР **4.21.** Укажите хотя бы одно целое число x, удовлетворяющее неравенству:
а) $x>\sqrt{2}$; в) $x\leqslant\sqrt{7}$; д) $3x<\sqrt{13}$;
б) $2x<\sqrt{3}$; г) $x>\sqrt{5}$; е) $x\geqslant\sqrt{11}$.

ИЗ **4.22.** Найдите, если возможно, наибольшее целое число x, удовлетворяющее неравенству:
а) $x<\sqrt{5}$; в) $x\geqslant\sqrt{\frac{17}{3}}$; д) $x<\sqrt{21}$;
б) $x\leqslant\sqrt{13}$; г) $x>\sqrt{2}$; е) $x\leqslant\sqrt{\frac{19}{2}}$.

ГР **4.23.** Укажите два последовательных натуральных числа, между которыми заключено число:
а) $\sqrt{14}$; в) $\sqrt{0{,}7}$; д) $\sqrt{2{,}1}$;
б) $\sqrt{\frac{43}{11}}$; г) $\sqrt{21}$; е) $\sqrt{\frac{37}{5}}$.

ГР **4.24.** Сколько целых чисел принадлежит промежутку:
а) $[1;\sqrt{13}]$; в) $(-\sqrt{21};\sqrt{43})$; д) $(\sqrt{0{,}7};\sqrt{0{,}91}]$;
б) $[-7;\sqrt{19}]$; г) $(\sqrt{3};\sqrt{53})$; е) $[-\sqrt{47};-\sqrt{37})$?

ГР **4.25.** Сколько натуральных чисел принадлежит промежутку:
а) $[-1;\sqrt{51}]$; в) $(-\sqrt{13};\sqrt{13})$; д) $(-\sqrt{71};\sqrt{0{,}97}]$;
б) $[-2;\sqrt{39}]$; г) $(-\sqrt{23};\sqrt{23})$; е) $[-\sqrt{77};1)$?

§ 4. Познакомимся с квадратными корнями

4.1. Заполните пропуски.

Квадратным корнем из неотрицательного числа a называют такое _____ число, _____ которого равен a.

Квадратный корень из a обозначают _____.

Число a при этом называют _____.

Операцию нахождения квадратного корня из неотрицательного числа называют _____ квадратного корня.

Итак, если $a \geqslant 0$ и $\sqrt{a} = b$, то $b \geqslant$ _____ и $b^2 =$ _____, т. е. $(\sqrt{a})^2 =$ ___. При $a <$ ___ выражение $\sqrt{a}$ не имеет смысла.

4.2. Докажите, что:

а) $\sqrt{9} = 3$.

Доказательство. $3 \geqslant 0$ и $3^2 = 9$, значит, $\sqrt{9} = 3$.

б) $\sqrt{100} = 10$.

Доказательство. _____.

Репродуктивные задания в форме таблиц

§ 4. Познакомимся с квадратными корнями

4.5. Известно, что $a \geqslant 0$. Заполните таблицу.

a	$\sqrt{a}$	a^2
4	2	16
9		
	0,4	
		0,0625
		1
0		

Репродуктивные задания по образцу

§ 4. Познакомимся с квадратными корнями

4.6. Установите, имеет ли смысл выражение, и, если имеет, то найдите его значение:

а) $\left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$;

б) $\left(\sqrt{-5}\right)^2$ — выражение не имеет смысла, т. к. $-5 < 0$;

в) $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$;

г) $\sqrt{-5^2} = \sqrt{-25}$ — выражение не имеет смысла, т. к. $-25 < 0$;

д) $\left(\sqrt{7}\right)^2$ _____;

е) $\left(\sqrt{-7}\right)^2$ _____;

ж) $\sqrt{(-7)^2}$ _____;

з) $\sqrt{-7^2}$ _____;

§ 5. Иррациональные числа

ИЗ 5.9. Докажите, что на графике функции $y = \sqrt{2} \cdot x + \sqrt{2}$ имеется только одна точка, у которой абсцисса и ордината — целые числа. Постройте график этой функции.

1. Точка $(-1; 0)$ – принадлежит графику данной функции

2. Пусть существует ещё одна точка $(a; b)$, принадлежащая графику данной функции, где a и b – целые числа.

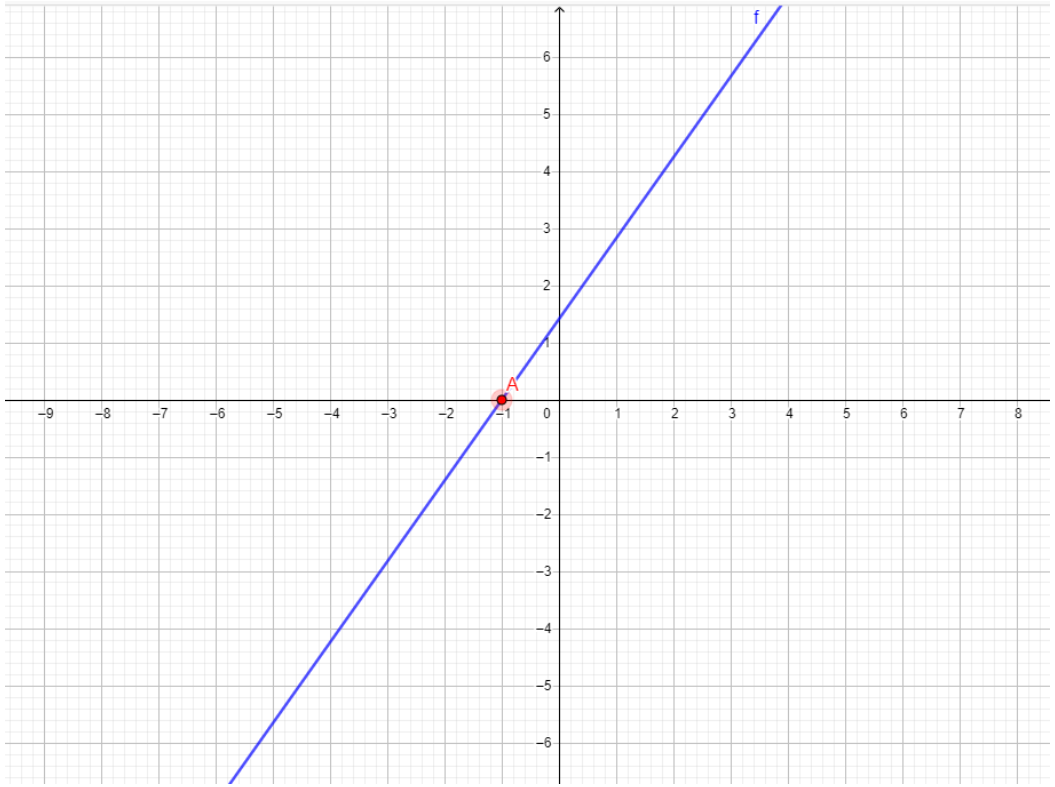
3. Тогда имеет место равенство $b = \sqrt{2} \cdot a + \sqrt{2}$

Отсюда $\sqrt{2} = \dfrac{b}{a+1}$

$\sqrt{2}$ – иррациональное число

$\dfrac{b}{a+1}$ – рациональное число

Мы пришли к противоречию.



§ 6. Действительные числа и числовая прямая

Объединив множество $\boldsymbol{Q}$ рациональных чисел с множеством всех иррациональных чисел, получим множество действительных чисел, которое обозначают буквой $\boldsymbol{R}$ (от лат. *realis* — действительный).

Начиная с 5-го класса вы пользовались координатной прямой. Но оказывается, в ваших знаниях был вполне оправданный пробел: не для любой точки координатной прямой вы сумели бы найти координату. Смотрите: на рисунке 9 изображена координатная прямая, на её единичном отрезке, как на катете, построен прямоугольный треугольник, второй катет которого равен 2. Гипотенуза OB треугольника отложена на координатной прямой от точки O вправо, получилась точка D. Чему равна координата точки D? В курсе геометрии вы познакомитесь (или уже познакомились) со знаменитой теоремой Пифагора: в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов. Значит,

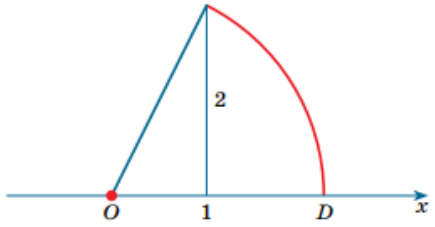


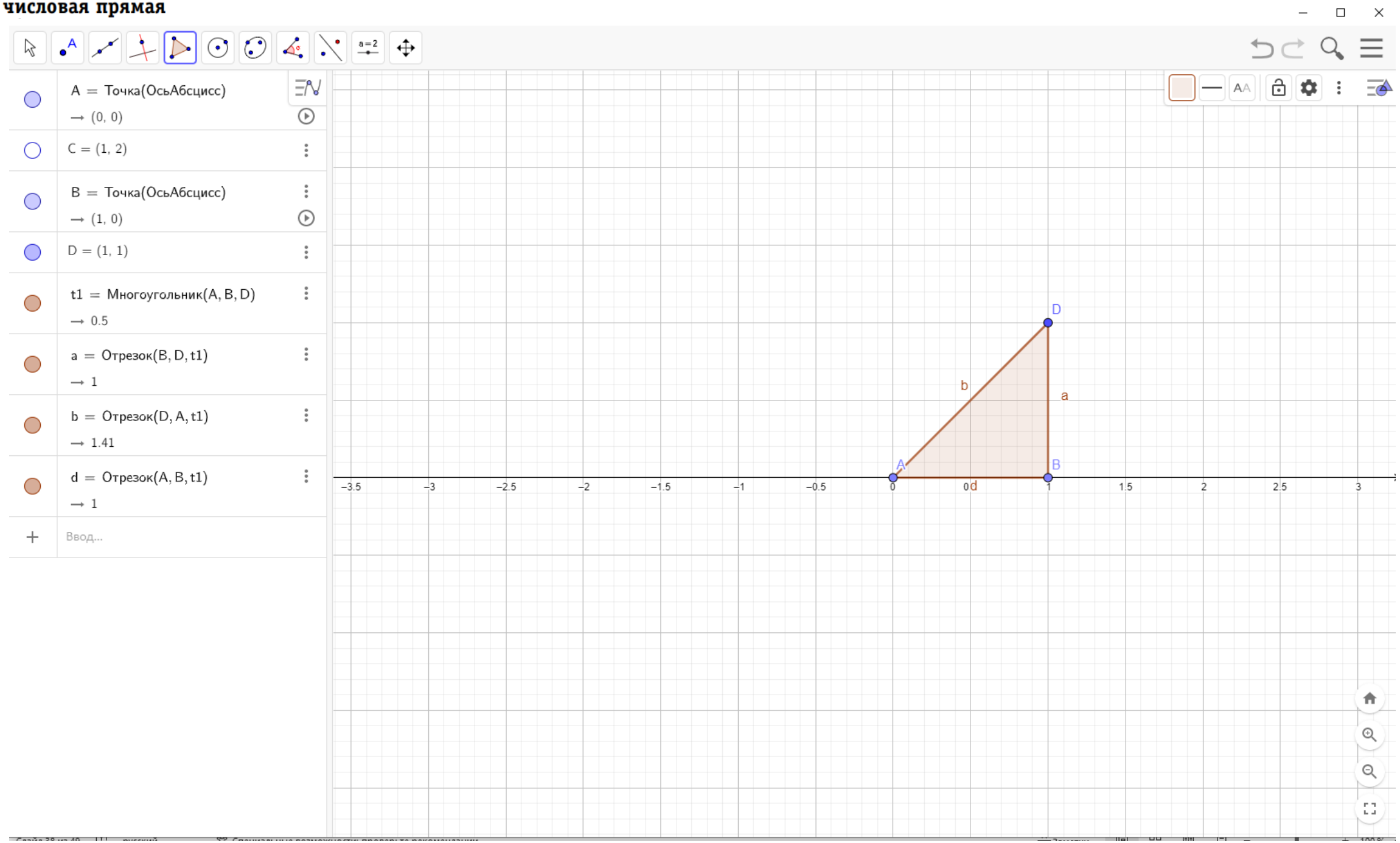
Рис. 9

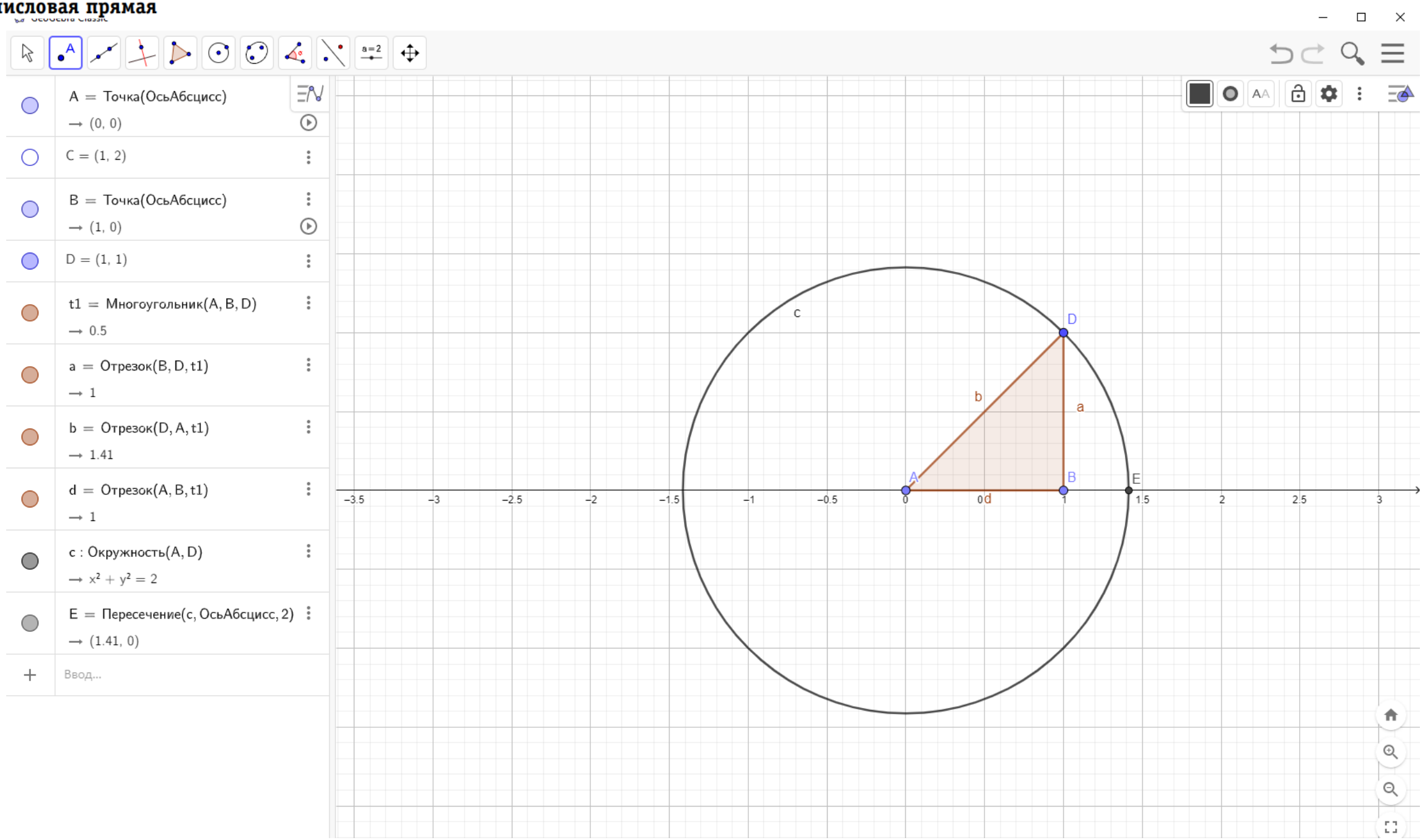
$$OB^2 = O1^2 + 1B^2 = 1 + 4 = 5;\ OB = OD = \sqrt{5}.$$

Но $\sqrt{5}$ — иррациональное число. Значит, ни в 5-м, ни в 6-м, ни в 7-м классе координату точки D вы найти бы не смогли, у этой точки как бы не было координаты. Можно привести много других подобных примеров. Зато теперь каждое действительное число можно изобразить точкой на координатной прямой. Верно и обратное: каждая точка координатной прямой имеет действительную координату.

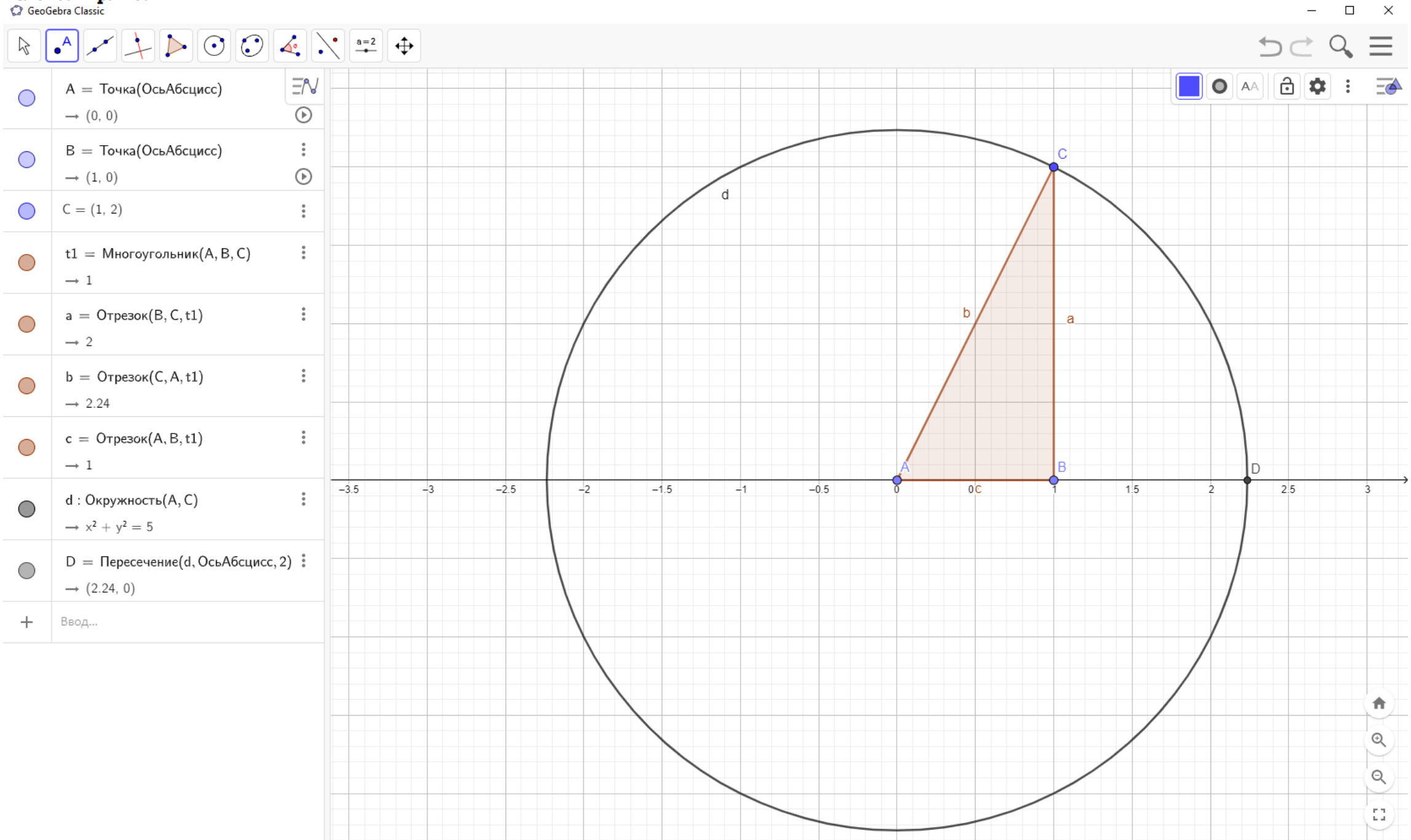
Координатная прямая есть геометрическая модель множества действительных чисел; по этой причине для координатной прямой впредь мы имеем право использовать термин **числовая прямая**.

Специальные приёмы работы с компьютерной программной средой: практические и лабораторные работы

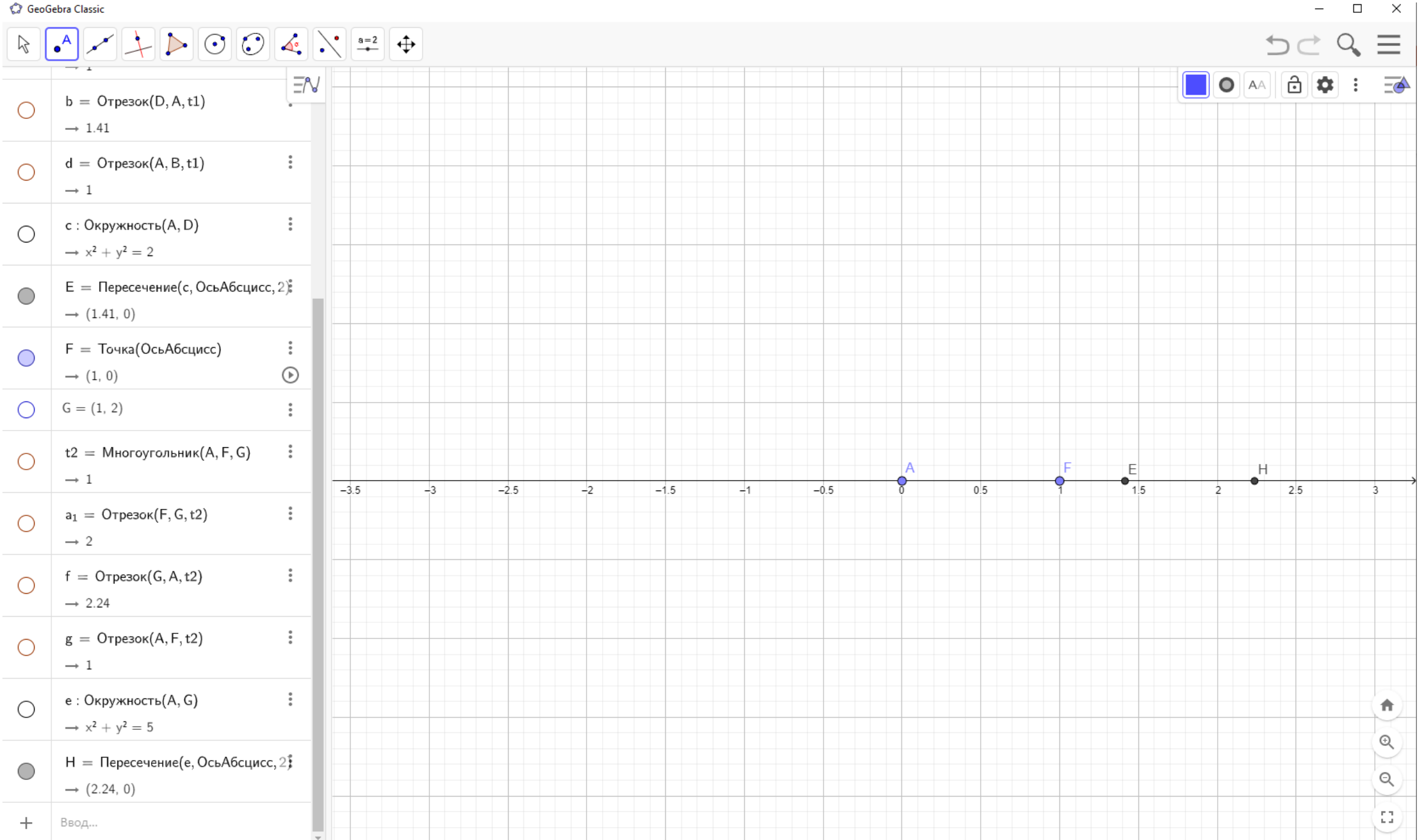

A = Точка(ОсьАбсцисс)
→ (0, 0)
C = (1, 2)
B = Точка(ОсьАбсцисс)
→ (1, 0)
D = (1, 1)
t1 = Многоугольник(A, B, D)
→ 0.5
a = Отрезок(B, D, t1)
→ 1
b = Отрезок(D, A, t1)
→ 1.41
d = Отрезок(A, B, t1)
→ 1
Ввод...
D
b
a
A
B
d
−3.5
−3
−2.5
−2
−1.5
−1
−0.5
0
1
1.5
2
2.5
3


A = Точка(ОсьАбсцисс)
→ (0, 0)
C = (1, 2)
B = Точка(ОсьАбсцисс)
→ (1, 0)
D = (1, 1)
t1 = Многоугольник(A, B, D)
→ 0.5
a = Отрезок(B, D, t1)
→ 1
b = Отрезок(D, A, t1)
→ 1.41
d = Отрезок(A, B, t1)
→ 1
c : Окружность(A, D)
→ x² + y² = 2
E = Пересечение(c, ОсьАбсцисс, 2)
→ (1.41, 0)
Ввод...
c
D
b
a
A
B
E
d
−3.5
−3
−2.5
−2
−1.5
−1
−0.5
0
1
1.5
2
2.5
3

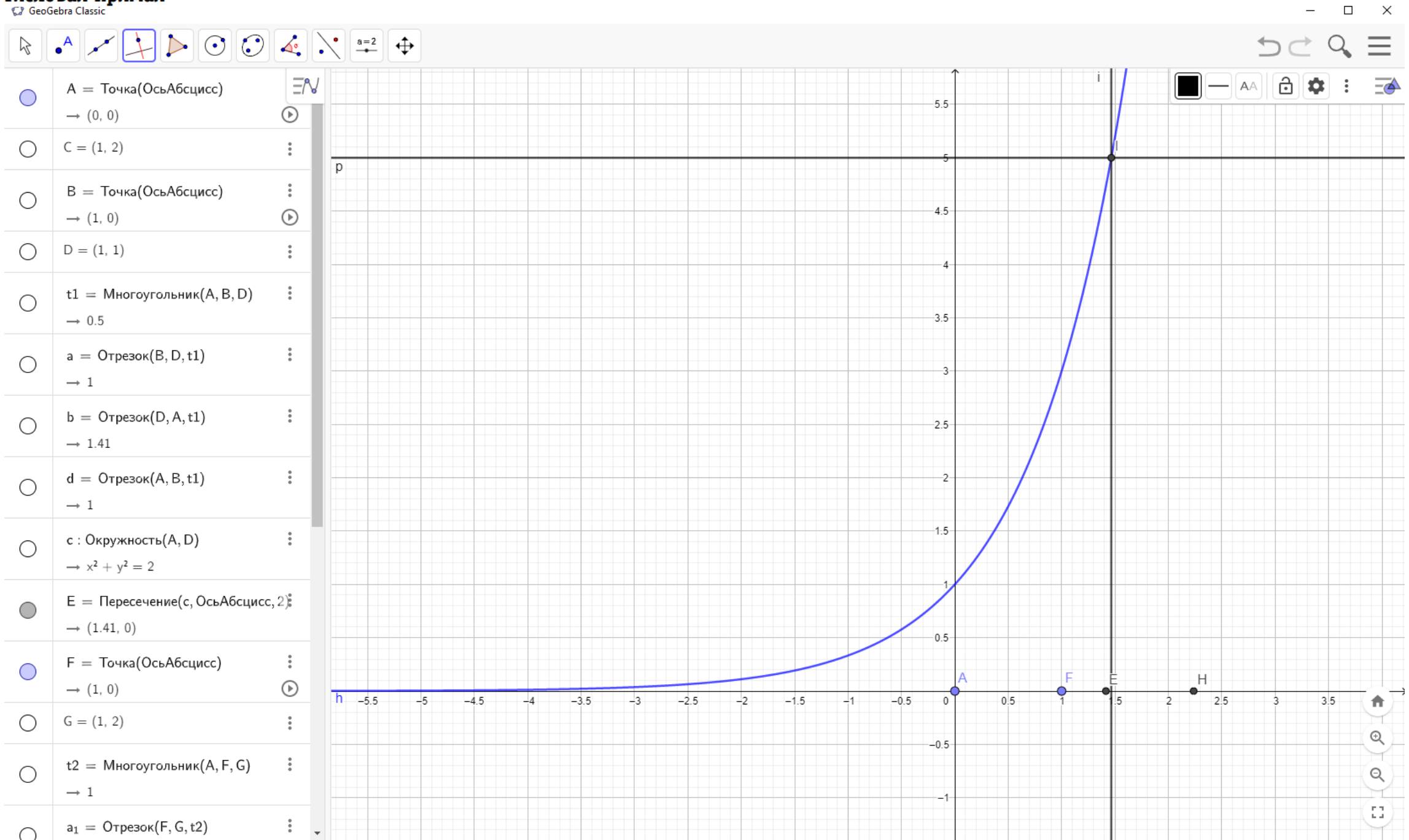
§ 6. Действительные числа и числовая прямая



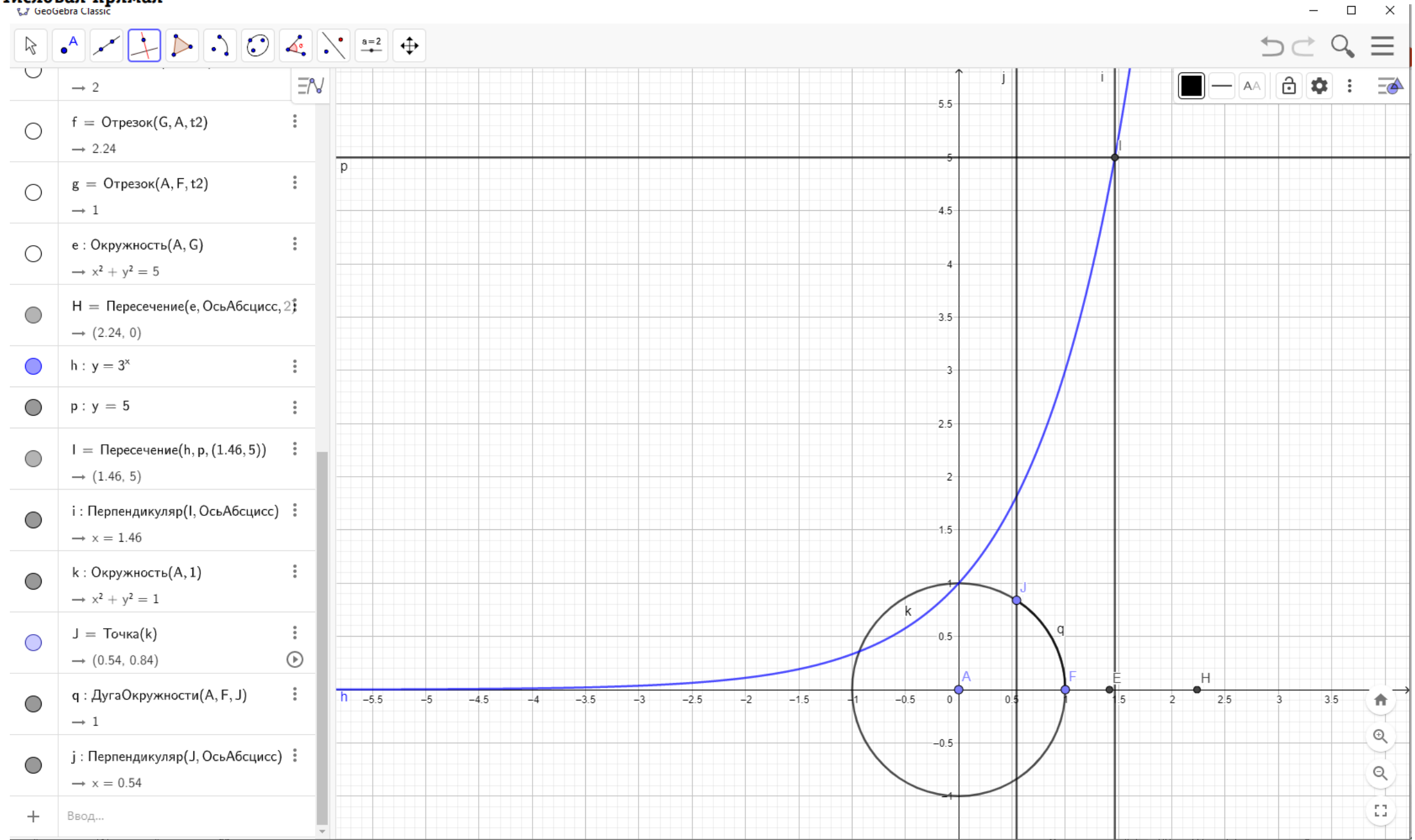
§ 6. Действительные числа и числовая прямая



§ 6. Действительные числа и числовая прямая



§ 6. Действительные числа и числовая прямая



§ 7. Свойства числовых неравенств

7.17. Сравните числа:

а) $\sqrt{5}+\sqrt{10}$ и $\sqrt{11}+2$;
б) $\sqrt{11}-\sqrt{10}$ и $\sqrt{6}-\sqrt{5}$;
в) $3\sqrt{5}+\sqrt{7}$ и $2\sqrt{11}+\sqrt{6}$;
г) $\sqrt{2}+\sqrt{7}$ и $\sqrt{5}+2$;
д) $\sqrt{10}-\sqrt{7}$ и $\sqrt{11}-\sqrt{6}$;
е) $3\sqrt{10}-2\sqrt{5}$ и $4\sqrt{7}-3\sqrt{3}$.

а. Правая и левая части неравенства неотрицательны.
Возведём почленно в квадрат:

$$\left(\sqrt{5}+\sqrt{10}\right)^2 \vee \left(\sqrt{11}+2\right)^2$$
$$15+10\sqrt{2} \vee 15+4\sqrt{11}$$
$$10\sqrt{2} \vee 4\sqrt{11}$$
$$5\sqrt{2} \vee 2\sqrt{11}$$
$$\sqrt{50} \vee \sqrt{44}$$
$$\sqrt{5}+\sqrt{10} > \sqrt{11}+2$$

б. Прибавим к обеим частям равенства $\left(\sqrt{10}+\sqrt{5}\right)$

$$\left(\sqrt{11}-\sqrt{10}\right)+\left(\sqrt{10}+\sqrt{5}\right) \vee \left(\sqrt{6}-\sqrt{5}\right)+\left(\sqrt{10}+\sqrt{5}\right)$$
$$\sqrt{11}+\sqrt{5} \vee \sqrt{10}+\sqrt{6}$$
$$\left(\sqrt{11}+\sqrt{5}\right)^2 \vee \left(\sqrt{10}+\sqrt{6}\right)^2$$
$$16+2\sqrt{55} \vee 16+2\sqrt{60}$$
$$\sqrt{55} \vee \sqrt{60}$$
$$\sqrt{11}-\sqrt{10} < \sqrt{6}-\sqrt{5}$$

д. Рассмотрим верные неравенства:

$$\sqrt{10} < \sqrt{11}$$
$$-\sqrt{7} < -\sqrt{6}$$

Выполним почленное сложение:

$$\sqrt{10}-\sqrt{7} < \sqrt{11}-\sqrt{6}$$

Приказ № 858 Министерства просвещения РФ от 21 сентября 2022 г. «Об утверждении федерального перечня учебников …»

ФГОС 2009

До 31 августа 2023 года

До 31 августа 2024 года

До 31 августа 2025 года

ФГОС 2021

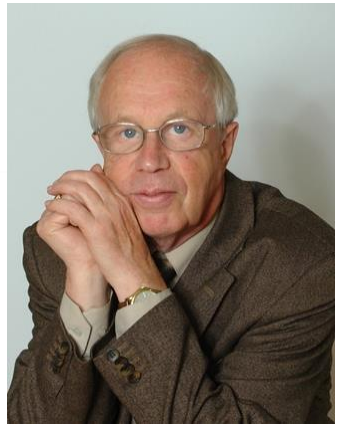
С 1 января 2023 года

- Готовятся к экспертизе учебники для 10 и 11 классов углублённого уровня

Отличительные особенности УМК «Лаборатория А.Г. Мордковича»

Курс построен на основе приоритетности функционально-графической линии, математическое моделирование является идейным стержнем.

- Теория и практика соединены в одну книгу. Каждая часть соответствует примерно полугодию. Допустимо использование в соответствии с ФПУ – 2022.
- Порядок тем соответствует ПРП – 2021, отражает психологические особенности обучающихся.
- Выстроена вероятностно-стохастическая линия в тесной взаимосвязи с основным содержанием.
- Каждая глава содержит разделы «Повторение», «Итак, в Главе…», «Вопросы», «Дополнительные задачи», «Из истории математики».
- Трёхуровневая система заданий отражает требования обновлённого ФГОС ООО – 2021, итоговой аттестации. Добавлены задачи практического содержания, высокого уровня сложности.
- Включён материал, рекомендованный к изучению с использованием IT-средств в соответствии с обновлённым ФГОС ООО – 2021.



Приложение 2
к Приказу № 858 об утверждении ФПУ

Порядковый номер	Название учебника	Авторы	класс	Наименование издателя	Правообладатель	Срок действия экспертизы, на основании приказа
1.1.2.4.1.3.1	Математика (в 2 ч.)	Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г.	5	ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»; АО «Издательство «Просвещение»	АО «Издательство «Просвещение»	До 31.08.2023 года № 254
1.1.2.4.1.3.2	Математика (в 3 ч.)		6			До 31.08.2024 года № 254
1.1.2.4.2.13.1	Алгебра	Мордкович А.Г., Семенов П.В., Александрова Л.А., Мардахаева Е.Л.	7	ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»; АО «Издательство «Просвещение»	АО «Издательство «Просвещение»	До 31.08.2023 года № 254
1.1.2.4.2.13.2			8			До 31.08.2024 года № 254
1.1.2.4.2.13.3			9			До 31.08.2025 года № 254
1.1.2.4.2.11.1	Алгебра	Петерсон Л.Г., Агаханов Н.,Х., Петрович А.Ю. и др.	7	ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»; АО «Издательство «Просвещение»	АО «Издательство «Просвещение»	До 31.08.2023 года № 254
1.1.2.4.2.11.2			8			До 31.08.2024 года № 254
1.1.2.4.2.11.3			9			До 31.08.2025 года № 254
1.1.2.4.3.10.1	Геометрия	Смирнов В.А., Смирнова И.М.	7	ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»; АО «Издательство «Просвещение»	АО «Издательство «Просвещение»	До 31.08.2023 года № 254
1.1.2.4.3.10.2			8			До 31.08.2024 года № 254
1.1.2.4.3.10.3			9			До 31.08.2025 года № 254
1.1.3.4.1.25.1	Алгебра и начала математического анализа (в 2 ч.)	Мордкович А.Г., Семенов П.В., Александрова Л.А., Мардахаева Е.Л.	10	АО «Издательство «Просвещение»	АО «Издательство «Просвещение»	До 31.08.2023 года № 254
1.1.3.4.1.25.2			11			До 31.08.2024 года № 254

Геометрия,7-9 классы. В.А.Смирнов, И.М.Смирнова

Учебники следуют традициям отечественного геометрического образования. Строгость и чёткость изложения сочетаются с доступностью и наглядностью. Учебники имеют небольшой объём, позволяющий сосредоточить усилия учащихся на основных результатах обучения.

Большое внимание уделено интересу и мотивации учащихся к обучению геометрии. С этой целью в учебники помимо традиционного материала включены исторические сведения, материал научно-популярного и прикладного характера, задачи практической направленности.

Каждая глава начинается с изображения интересного архитектурного сооружения России, поскольку объекты градостроительства, сочетающие в себе фантазию, красоту и практичность, дают нам возможность увидеть и ощутить многообразие геометрических форм.

- Готовятся к экспертизе учебники для 10 и 11 классов, базового и углублённого уровня

Проект по внедрению учебного пособия по геометрии для 7-9 классов

Цель проекта:

повышение профессиональных компетенций учителей математики в области преподавания геометрии в школе.

В рамках проекта:

методическое сопровождение авторов: вебинары, очные семинары, встречи и консультации с авторами, мастер-классы, эксклюзивные методические материалы от автора.

Смирнов Владимир Алексеевич,

профессор, докт. физ.-мат. наук, заведующий кафедрой элементарной математики МПГУ, автор УМК по геометрии для 7-11 классов, учебно-методических пособий для студентов высших учебных заведений

Регистрация

Смирнова Ирина Михайловна,

профессор, докт. пед. наук, профессор кафедры элементарной математики МПГУ, автор УМК по геометрии для 7-11 классов, учебно-методических пособий для студентов высших учебных заведений

Записи прошедших вебинаров

Работа с обучающимися со сниженной мотивацией к изучению математики

Организация учебно-познавательной деятельности при проектировании индивидуальной образовательной траектории учащихся со сниженной мотивацией к изучению математики.

Шуркова Мария Владимировна

кандидат педагогических наук, доцент, автор дидактических материалов УМК «Лаборатория А. Г. Мордковича». Награждена Грамотой Департамента образования города Москвы, имеет Благодарность Мэра Москвы за заслуги в педагогической деятельности и плодотворную работу в сфере образования.

Совместный проект с Центром психологического сопровождения образования «ТОЧКА ПСИ»

МАРАФОН «УЧУСЬ МАТЕМАТИКЕ С АВТОРАМИ УЧЕБНИКОВ»

Цель Марафона:

- повышение уровня прохождения промежуточной и итоговой аттестации обучающихся на основе формирования самоконтроля и рефлексии с использованием идей, разработанных авторами УМК «Лаборатория А.Г.Мордковича».

Задачи Марафона:

- создание условий для формирования самоконтроля и рефлексии у обучающихся основной и средней школы;
- повышение мотивации к совершенствованию математических знаний через авторские онлайн-уроки;
- содействие обмену опытом и повышению квалификации учителей математики, на основе использования пособий УМК «Лаборатория А.Г. Мордковича».

Регистрация

Мордкович Александр Григорьевич,

профессор МГПУ, докт. пед. наук, канд. физ.-мат. наук, научный руководитель Международного семинара преподавателей математики педвузов (1987 г-н.в.); Лауреат Премии Президента РФ в области образования, заслуженный деятель науки РФ, Отличник народного образования, награждён Медалью К.Д.Ушинского.

Битянова Марина Ростиславовна,

канд., псих. наук, профессор МИОО, директор Центра психологического сопровождения образования «ТОЧКА ПСИ»

Записи прошедших вебинаров

Мардахаева Елена Львовна,

канд. пед. наук, доцент, Лауреат Премии Грант Москвы в сфере образования, автор УМК «Лаборатория А.Г.Мордковича»

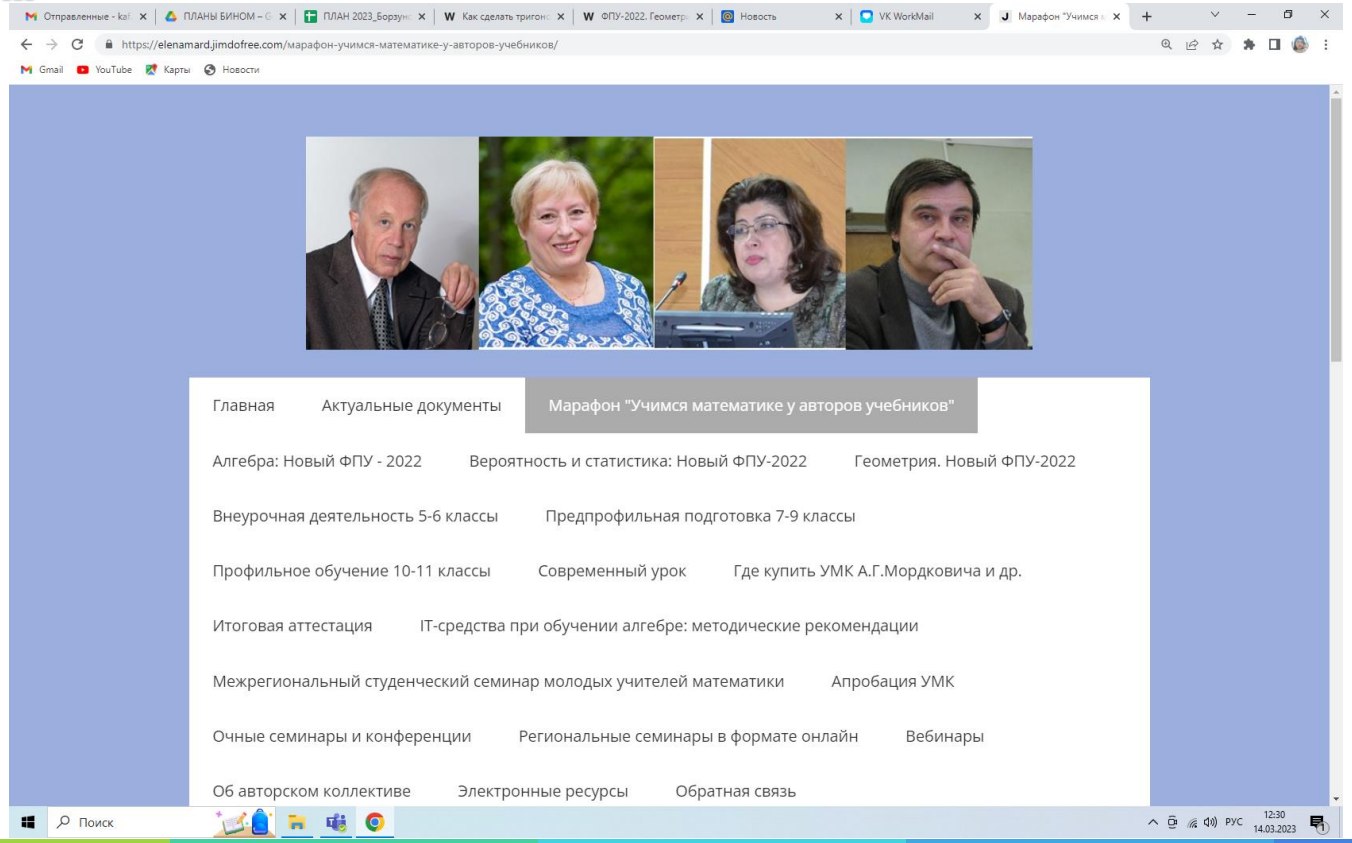
ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО
СОЮЗ

Адрес обратной связи:

kaf.matematika@gmail.com

Мы готовы к диалогу

https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSdfJ1EVQGYQDG41rgKY8MUAF6GVAPdtn3MSWU_DO79TXNyY0g/viewform

Методическое сопровождение учителей математики через авторский сайт
https://elenamard.jimdofree.com

В СОЮЗЕ С МАТЕМАТИКОЙ
Преподавание математики в основной и средней школе.
https://t.me/souzmatematikov